T.C.
KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA YÖNTEMİ KULANILARAK BİR SANAYİ KURULUŞUNDA ÜRETİM PLANLAMA ÇALIŞMASININ GERÇEKLEŞTİRİLMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

GÜLİN FERYAL URAL

ANABİLİM DALI : İŞLETME
PROGRAMI : ÜRETİM YÖNETİMİ VE PAZARLAMA

DANIŞMAN : YRD. DOÇ. DR. İREM FİGEN GÜLENÇ

KOCAELİ – 2006

T.C.
KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA YÖNTEMİ KULANILARAK BİR SANAYİ KURULUŞUNDA ÜRETİM PLANLAMA ÇALIŞMASININ GERÇEKLEŞTİRİLMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tezi Hazırlayan : GÜLİN FERYAL URAL
Tezin Kabul Edildiği Enstitü Yönetim Kurulu Tarih ve No :

Prof.Dr. Mustafa KÖKSAL **Yrd.Doç.Dr. Kenan AYDIN** **Yrd.Doç.Dr. İ. Figen GÜLENÇ**

KOCAELİ - 2006

SUNUŞ

Bulanık mantık konusunu, son zamanlarda giderek daha çok bilimsel uygulamalarda yerini almaya başlayan bir konu olması nedeniyle ve saygı değer danışman Hocam, Yrd. Doç. Dr. İrem Figen Gülenç'in de desteği ve yönlendirmesiyle seçtim.

Bu konuyu seçmekteki gayem, bulanık mantık teorisini yöneylem araştırmasıyla birleştirerek; işletmelerin üretim planlama stratejilerine etkilerini ve uygulanış biçimlerini incelemekti. Ayrıca, bugüne kadar bulanık mantık teorisiyle ilgili yapılan çalışmaları incelediğimde, bulanık doğrusal programlama yöntemi üzerinde çok az durulduğu ve gerçekleştirilen çalışmaların da üretim planlamada karın maksimizasyonunu hedefleyen çalışmalar olduğunu gördüm. Böylece, bulanık doğrusal programlama yöntemini kullanarak; üretim planı yapılırken; maliyetin minimizasyonunu konu alan bir çalışma yapmaya karar verdim.

Bunun yanı sıra çalışmayı gerçekleştirirken, çoğu arkadaşımın da karşılaştığı bir takım sıkıntılarla karşılaştım. Bunlardan ilki, uygun verileri bulmada yaşadığım problemdi. Veriyi sağlayacağım işletmeyi belirlemek ve prosedürlerine uygun aşamaları gerçekleştirmek zaman alıcı bir olaydı. İkincisi, bulanık mantık teorisiyle ilgili yeterli miktarda Türkçe kaynak bulunmaması sebebiyle, konuyu daha çok yabancı kaynaklardan öğrenme durumu söz konusu oldu. Üçüncü sorunu ise; problemin doğasına uygun bir model kurduktan sonra, bu modeli çözmemi sağlayacak paket programı belirlemekte yaşadım. Uygun olan programın çalıştırılmasını öğrenmek de zaman alıcı bir konuydu.

Ancak tüm bu sıkıntılara rağmen, danışman Hocam, Sayın Yrd. Doç. Dr. İrem Figen Gülenç'in esirgemediği yardımları ve yönlendirmeleri ile başarılı bir çalışma gerçekleştirdiğimi düşünüyorum. Bu nedenle saygıdeğer Hocama sonsuz şükranlarımı sunuyorum. Ayrıca, çalışmamın uygulama bölümü için gerekli verileri bulmamda yardımcı olan ve KORDSA'da planlama mühendisi olarak görev yapan Sayın Hasan Ekşiye' de teşekkürlerimi sunuyorum.

Kocaeli, Haziran 2006 Gülin Feryal URAL

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖZET

Çalışmada, bulanık mantık teorisinin doğrusal programlamaya uygulanması sonucu ortaya çıkan; bulanık doğrusal programlama yönteminin, iplik üretimi gerçekleştiren bir sanayi kuruluşundaki üretim planlama sürecine uygulanması yer almaktadır. Bulanık mantık prensiplerine uygun olarak; üretim planında göz önüne alınan kısıtlayıcılar ve amaç fonksiyonu sözel değişkenlerle ifade edilmiş olup; belirsizlik ortamı söz konusu olduğundan; tolerans yaklaşımıyla hareket edilmiştir. Çalışmada, üretim planını oluştururken; esas amaç maliyetin minimizasyonunu gerçekleştirmektir. Bu kriterler doğrultusunda oluşturulan model, Zimmermann yaklaşımıyla çözülmüştür.

Zimmermann yaklaşımıyla çözüm gerçekleştirilirken; ilk aşamada bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcı fonksiyonlarına sahip olan bir model oluşturulmuştur. Daha sonra da; λ değişkeni yardımıyla, bulanık doğrusal programlama modeli geleneksel doğrusal programlama modeline dönüştürülmüş ve LİNDO paket programıyla çözülmüştür.

Çalışmanın birinci bölümünde, bulanık mantık kavramı, ortaya çıkışı ve gelişimi, belirsizliğin bulanık mantık içindeki yeri, bulanık dilsel değişkenler, bulanık teori ve olasılık teorisi arasındaki farklar, bulanık küme kavramı, geleneksel kümelerle karşılaştırılması bulanık kümelerde t, s ve c eşleşmeleri, üyelik fonksiyonu çeşitleri, genişleme prensibi ve betimleme teoremi üzerinde durulmuştur . İkinci bölümde bulanık sayı kavramı, bulanık sayı çeşitleri ve bulanık sayılarla aritmetik işlemleri gerçekleştirmek için gerekli olan; aralık analizi, α-kesim yöntemi, genişleme prensibi üzerinde durulmuştur. Üçüncü bölümde ise; bulanık optimizasyon ve bulanık ortamda karar vermenin özellikleri, doğrusal programlama modeli, bulanık doğrusal programlama modeli ve buna ilişkin çözüm yaklaşımları açıklanmıştır. Dördüncü bölümde üretim yönetimi kavramının tanımı, özellikleri, planlama kavramının tanımı, iyi bir planın özellikleri, üretim planlama kavramının tanımı, amaçları, öğeleri ve üretim planlama ile bulanık teori arasındaki ilişkiye değinilmiştir. Uygulamayı içeren beşinci bölümde ise, KORDSA'nın naylon iplik üretimin gerçekleştirildiği 2. üretim hattından elde edilen veriler ışığında, minimum

maliyeti verecek olan model kurularak; model sonucu elde edilen çözüme yer verilmiştir. Sonuç bölümünde modelin çözümü sonucu elde edilen verilerin yararları ve bu verilerle ilgili yorumlara yer verilmiştir ve gelecek çalışmalara ilişkin düşünceler ortaya koyulmuştur.

ABSTRACT

In the study, there is the application of fuzzy linear programming method, which results from the application of fuzzy logic theory to the linear programming, to the production planning process in a yarn producing industrial organization. In accordance with the fuzzy logic principle, restrictives and objective function are expressed with linguistic variables. Because of the uncertainty, tolerance approach is used. In the study, the main objective is to realise the minimization of the cost. The model created with these criteria is solved with Zimmermann Approach. When the problem is solved with Zimmermann Approach, in the first step; the model which has fuzzy restrictives and fuzzy objective function is created. After that, fuzzy linear programming model is turned into the traditional linear programming model with the help of the λ variable and is solved with LİNDO package program.

In the first section of the study, the fuzzy linear concept, its creating and its development, the place of uncertainty in the fuzzy logic, fuzzy linguistic variables, the difference between fuzzy theory and probability theory, fuzzy set concept and its comparison with the traditional sets, t, s, and c matches in the fuzzy sets, kinds of the memebership functions, extension principle and description theory are explained. In the second section, fuzzy number concept, the kinds of fuzzy numbers and interval analysis, α-cut method, extension principle which are necessary for realising the arithmetic operations with fuzzy numbers are explained. In the third section, fuzzy optimization, the properties of making decision in fuzzy environment, linear programming method, fuzzy linear programming method and its solving approaches are explained. In the fourth section, the explanation of the production management concept, the properties of a good plan, production planning concept, its objectives, its members and the relationship between production planning and fuzzy theory are explained. In the fifth section, contains practice, according to datas which provided from line 2 in KORDSA, where the yarn production is realised, the model which gives the minimum cost is created which solution of the model found is stated.

In the conclusion section, the fundamentals of the datas which found the result of solution of the model and the interpretation which are interested with these datas and the thinkings for the future studies are stated.

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

GİRİŞ

1965'te California Berkeley Üniversitesi'nden Prof. Dr. Lütfü Askerzade Zadeh tarafından Ortaya atılan bulanık mantık kavramı, gerçek hayat sistemlerindeki belirsizliklerin sayısal ifadelere dönüştürülerek; çözüm sürecine katılması konusunu içermektedir.

Gerçek hayatta insanlar çoğunlukla sorunları sayısal çözümlemelerle değil, sözel çözümlemelerle değerlendirmeye çalışırlar. Sözel çözümlemelerde kullanılan araçlar da dilsel değişkenlerdir. Burada sözü edilen değişkenler aslında, insanların birbirleriyle anlaşmalarını sağlayan sözcüklerdir. Örneğin bir mağazadan bir tişört satın alacağınız zaman; satış danışmanına, " Açık kahverengi bir tişört arıyorum. " demeniz gibi. Adı geçen " açık kahverengi " tanımlamasının herhangi bir sayısal değeri yada belirli bir sınırı yoktur. İşte bu tür ifadeler belirsizliği oluşturan ifadelerdir.

Bu belirsizlik; bir karar verme durumunda; karar kümesini oluşturacak elemanları da etkilemektedir. Örneğin; " açık kahverengi " kümesinin elemanlarını ele alalım. Bu elemanlar, geleneksel küme elemanlarından farklı bir özelliğe sahip olacaktır. Bilindiği gibi geleneksel kümelerde bir eleman ya o kümeye aittir yada değildir. Ancak bulanık kümelerde kesin sınırlar söz konusu olmadığı için ki; bu belirsizlikten kaynaklanmaktadır; her eleman kümenin belli bir derecede üyesidir. Bu üyelik derecesi de bulanık kümelerin karakteristik özelliği olup; " μ_x " ile simgelenmektedir. Üyelik fonksiyonu kullanılarak; geleneksel kümelerde söz konusu olan tüm işlemler bulanık kümelerde de geçerli olmaktadır.

Bulanık mantığın temelini oluşturan bulanık kümeler, belirli özelliklere sahip oldukları zaman bulanık sayılar haline dönüşmektedir. Bir bulanık sayı, dilsel değişkenlerin ortaya çıkardığı belirsizlikleri matematiksel anlamda ifade etmeye yarayan bir araçtır. Uygulamalarda sıkça kullanılan bulanık sayı türleri; üçgensel ve yamuk bulanık sayılar olarak sınıflandırılabilir.

Daha öncede değinildiği gibi; bulanık mantığın özünü belirsizlikler oluşturur. İşletmeler bazında ele alındığında; bir işletmenin hayati önem taşıyan fonksiyonu üretim fonksiyonudur. Üretim fonksiyonun yürütülmesi için ise; bir gerçek hayat sistemi olan üretim sistemine ihtiyaç vardır. Üretim sistemlerinde de çoğu zaman belirsiz durumlar ortaya çıkabilmektedir. Örneğin hiçbir zaman talebin mevsimlere göre kesin değişimi bilinemez, yada oluşan arızalar nedeniyle kesin bir şekilde makine kapasiteleri hesaplanamaz. Bu nedenle, her zaman tahmini değerler söz konusu olmaktadır. Yada çeşitli sebeplerden dolayı aylara göre iş gücü devri tam olarak öngörülemez. İşte bu gibi belirsizlikler, üretim sistemlerinde gerçekleştirilen üretimin planlanması aşamasında bulanık mantık kurallarının kullanılması gereğini de beraberinde getirmektedir.

Bilindiği gibi; üretim planlama, tesis yerleşimi, atama gibi problemlerde yöneylem araştırması tekniklerinden sıkça yararlanılmaktadır. Bu çalışmada, bu tekniklerden doğrusal programlama tekniği, bulanık temele oturtularak üretim planlamanın yapılmasında kullanılmıştır.

Bulanık mantık kurallarının doğrusal programlama tekniğine uygulanmasıyla oluşturulan; bulanık doğrusal programlama tekniğinde, amaç fonksiyonunun ve kısıtlayıcıların da bulanık olduğu bir sistem üzerinde çalışılmıştır. Hedef, belirli kısıtlayıcılar göz önüne alınarak; maliyetin minimizasyonunu sağlayacak bir üretim planının yapılmasını gerçekleştirmektir. Bu anlamda bulanık doğrusal programlama tekniğine ilişkin yaklaşımlardan Zimmermann yaklaşımı kullanılmıştır. Zimmermann, bu tür problemlerin çözümünde tolerans yaklaşımını uygulamıştır. Yani, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların minimum ve maksimum seviyeleri mevcuttur. İşte bu katlanılabilir sınırlar içinde karar verici bir karar kümesi oluşturmakta ve bir seçim yapmaktadır. Böylece stokastik modellerin ve olasılık teorisinin yetersiz kaldığı durumlarda bulanık mantık kurallarıyla çözüm gerçekleştirilebilmektedir. Buradaki önemli bir nokta da; belirsizlik altında karar alternatiflerinden birini seçme durumunda, sübjektifliğin söz konusu olmasıdır. Uzman bilgilerine bu aşamada ihtiyaç duyulmaktadır. Ancak, bulanık doğrusal programlama yöntemiyle, her ne kadar toleranslar karar verici tarafından belirleniyorsa da; belirsizlikler matematiksel bir tabana oturtulabildiği için, daha etkin sonuçlar elde edilmektedir.

Ayrıca, bu çalışma ile bulanık doğrusal programlama tekniği maliyet minimizasyonuna da uygulanmış olmakta ve bu alanda ki etkinliği de görülmektedir.

BİRİNCİ BÖLÜM

BULANIK MANTIK VE BULANIK KÜMELERLE İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR

1.1. Bulanık Mantığın Ortaya Çıkışı ve Gelişimi

Bulanık mantık (Fuzzy Logic), geleneksel mantığın da ötesinde, bir önermenin tamamen doğru veya tamamen yanlış olması durumlarından ziyade, doğruluk yada kısmi doğruluk değerlerini inceleyen bir mantık çeşididir.

Bulanık mantığın tarihi aslında çok eski zamanlara dayanmaktadır. Aristoteles'in " var ya da yok " yasalarına karşın Heraclitus, bir şeyin hem doğru hem yanlış olabileceği fikrini ortaya sürmüştür. Plato ise bu durumu daha da ileriye götürerek; " doğru " ve " yanlış " olmanın dışında, doğru ve yanlışın içi içe olduğu üçüncü bir durumdan bahseder. Ancak ilk kez Lukasiewicz 1900'lerin başında " olası " kavramını ortaya atmıştır. Bu kavram bulanık mantığın temelini oluşturmuştur. Lukasiewicz, doğru ile yanlış arasında sonsuz farklı değer olduğundan bahsetmiştir. Ancak, bu yaklaşım, o dönemlerde uygulamalarda çok fazla başarı elde edememiştir.[1]

Bulanık mantık kavramı ilk kez uygulamada, 1965 yılında California Berkeley Üniversitesinden Prof. Lotfi A. Zadeh 'in bu konu üzerindeki çalışmalarıyla ortaya çıkmıştır. Zadeh, bulanık mantıkta, önermelerin doğruluk değerlerinin 0-1 arasında değiştiğini ileri sürmüş ve geleneksel mantığın katı sınırlarından bu şekilde uzaklaşıldığını belirtmiştir. Bilindiği gibi geleneksel mantıkta, bir önermenin doğruluk değeri ya 0' dır yada 1'dir. Doğruluk değeri " 0 " olan önerme, yanlış bir önermedir. Doğruluk değeri " 1 " olan önerme ise; doğru bir önermedir.

Zadeh, bulanık mantığın basit bir teori olarak görülmemesi gerektiğini çünkü bulanık mantık sayesinde katı sınırları olan sistemlerin sürekliliğinin ve esnekliğinin sağlandığını ileri sürmüştür.

---

[1] www.iletisimplatformu.itu.edu.tr. (20 Kasım 2005)

Zadeh'in bu alandaki çalışmalarından sonra, bulanık mantık konusuyla ilgili bir çok yeni çalışma daha yapılmıştır. Başta yöneylem araştırması olmak üzere, kontrol sistemlerinde, yapay zeka, akıllı sistemler, insan davranışları, tıp, üretim sistemleri, endüstriyel sistem modellemeleri, yazılım geliştirme, robotik hareket sistemleri gibi alanlarda bulanık mantık uygulamaları kullanılmıştır.

Gerçek hayat belirsizliklerin olduğu bir sistemdir. Yine gerçek hayat problemleriyle ilgili durumlarda, insan kendi düşünce sisteminden yola çıkarak; karar vermeye çalıştığında, bu karar kümesini oluşturacak seçeneklere ulaşmak için, düşünce sisteminde yer alan, durumla ilgili kısıtları ve bu kısıtlar ışığında ulaşmaya çalıştığı amacını belirlerken; klasik matematiksel yöntemler yetersiz kalmaktadır. Klasik yöntemler ışığında elde edilen klasik karar kümeleri ise kesin sınırlara sahip kümeler olarak karşımıza çıkmaktadır. Oysa ki, insan belli bir amaca ulaşmak için belli seviyelerde de tatminkar olabilir. İşte bulanık mantık sistemiyle, amacınız sonucunda elde edeceğiniz karar kümenizin seçenekleri, belli bir seviyede amacınıza hizmet edecek ve size daha esnek bir seçim hakkı tanıyacaktır. Bu alternatiflerin seçiminde de büyük oranda karar verici etkili olacaktır.

Bulanık mantık, bir olay, bir nesne hakkında yargı ortaya atarken; aynı anda, bu yargıyı oluştururken; dayandığı matematiksel sınıflandırmaların ne kadar içinde, ne kadar dışında olduğundan bahseder. Verinin ne kadar o yargı kümesine ait, ne kadar ait olmadığı bilgisine dayanarak; o veriye yeni bir tanım getirir. [2]

Bulanık mantık ile geleneksel mantık arasındaki fark; bulanık mantığın geleneksel mantığın imkan vermediği, uç değerleri de kapsamasıdır.[3] Bu durum, bulanık mantığın, karmaşık sistemlerin modellenmesinde etkin ve verimli bir araç olarak kullanılmasını beraberinde getirmektedir. Çünkü, karmaşık sistemler yapıları itibariyle, kesin ve net bilgiler içermeyebilirler.

Ayrıca bulanık mantık sayesinde uzun sayısal ifadelerle tanımlanan durumlar, kısa sözel ifadelere dönüştürülmektedir. Bu da bulanık mantık uygulamalarını daha verimli kılmaktadır. Örneğin; " 180 metrekarelik bir ev arıyorum. " demek yerine;

---

[2] www.iletisimplatformu.itu.edu.tr. (20 Kasım 2005)
[3] www.yapayzeka.org.tr . (12 Ocak 2006)

“ Büyük bir ev arıyorum. ” demek; daha pratiktir. Çünkü normal hayatta herkes için, genellikle 180 metrekarelik bir ev, büyük bir evdir. Bu durum, bulanık mantığın sözel verilerle daha pratik çözümlemeler yaptığını göstermektedir.

Yukarıda ki ev örneğine dikkat edilirse; bulanık mantıkta matematiksel tanımlamaların yerini niteliksel tanımlamalar almıştır. 180 m^2’nin yerini “ büyük ” tanımlamasının aldığı gibi.

Günlük misallerden bir tanesi; bir annenin çocuğuna fırına koyduğu keklerin pişmesi durumunda fırını kapatmasını söylemesi için ya sayısal olarak sıcaklığın hangi dereceye kadar devam etmesini veya daha basit olarak; keklerin üstünün açık kahverengi olmaya başlaması halinde kapatmasını söyleyebilir. Bunlardan ikinci tür bilgi bulanıktır ve sayısal yönleri ima etmesine rağmen kesinlikle bilinmemektedir. İkinci tür sözel bilginin ise yani renk bilgisinin bir çok kişi tarafından tercih edileceği gerçektir. …..Yukarıdaki kek örneğinde, sıcaklığın 60 C olması gibi bir bilgiyi uygulamak oldukça zordur, fakat keklerin üzerindeki rengin kahverengiye dönüşmesiyle pişmenin kıvamında olduğunu çocuk bile anlar.[4]

Bulanık mantık, hayatın her alanında uygulama alanına sahiptir. Bu mantık sisteminde insan, tecrübeleriyle sonuçlar çıkarabilir, belirsiz kavramlar bile matematiksel olarak ifade edilebilir. Bu anlamda, bulanık mantıkta kullanılan ve belirsizlik içeren değişkenlere, dilsel değişkenler denir.

Bulanık mantık insan düşünce biçimiyle örtüşen bir mantık sistemidir. Örneğin, “ A zekidir. ” cümlesini ele alalım. Bu cümle, doğru veya yanlış bir hüküm bildirdiği için bir önermedir. (Bilindiği gibi önermeler doğru veya yanlış bir hüküm bildiren cümlelerdir.)Bu önermenin hüküm kısmını oluşturan zekilik için, zeki veya zeki değil şeklinde sınıflamanın doğru olmadığı kolayca anlaşılır. Çünkü böyle bir ayrım, oldukça esnek ve karmaşık bir yapıda olan insan düşünce sistemiyle örtüşmez. İnsanların düşünce biçiminin ve karar verme yeteneğinin geleneksel mantıkla sınırlandırılması mümkün değildir. Bu nedenle zeki veya zeki değil sınıflaması gerçekçilikten uzaklaşma anlamına gelir. Bir kişinin zekası için zeki, zeki değil, az

---

[4] Elif Kütük, “ Yenilenebilir Enerji, Kaynakları Kullanılarak Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemiyle Marmara Adası’nda Enerji Planlaması ”, (Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Ana bilim Dalı, 2005), ss. 159 – 160.

zeki, biraz zeki, çok zeki, çok çok zeki, hemen hemen zeki gibi neredeyse sonsuz sayıda niteleme yapılabilir. Bu nedenle zekiden zeki değile doğru olan geçişi belirleyen sınır koşulunun esnek bir yapıda olması gerekir. Diğer bir ifadeyle zekilik bulanık kümelerle temsil edilmesi gereken bir olgudur.[5]

Görüldüğü gibi bulanık mantık, kişiye karar için geniş bir yelpaze sunmakta ve karar verme işleminin daha esnek bir yapıda gerçekleşmesini sağlamaktadır.

Bulanık mantık, sayısal değerlerin sözel ifadelerinden yola çıkarak; bilgi tabanlı denetleyiciler arasında, insan düşünce yapısına yakınlaşmayı sağlamıştır.

Bulanık mantığın temel prensipleri aşağıdaki gibi sıralanabilir:[6]

1. Bulanık mantıkta, kesin düşünce, yaklaşık düşüncenin sınırlandırılmış bir şekli olarak görülür.

2. Bulanık mantık yaklaşımına göre; her şey bir bütünün belli bir derecede parçasıdır.

3. Her türlü sistem bulanıklaştırılabilir.

4. Bulanık mantıkta, bilgi; esnekliği veya değişkenler üzerinde etkili olan bulanık kısıtlayıcıları tanımlar.

5. Sonuç çıkarma; bulanık kısıtlayıcıların çözüm prosesidir.

Geleneksel mantıkla bulanık mantık arasındaki farkları özetle açıklayacak olursak;

- Bulanık mantıkta mutlak doğru ve mutlak yanlış gibi kesin ifadeler yer almaz, geleneksel mantık ise; mutlak doğru ve mutlak yanlışlara dayanır. Yani, mutlak doğru ve mutlak yanlış arasındaki geçişlere izin vermez.

---

[5] Mustafa M. Özkan, " Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi ," (Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Ana Bilim Dalı, Yöneylem Araştırması Bilim Dalı, 2002), s.2.
[6] Clifton F. Cobb, " Fuzzy Logic ", **Alabama Journal of Mathematic**, (Spring, 2002), s.13.

- Bulanık mantık, karar verme sürecini kolaylaştıran esnek bir yapıya sahiptir. Bu anlamda insan düşünce sistemiyle örtüşür. Geleneksel mantık ise; katı sınırlara sahip olan bir sistemdir. Karmaşık bir yapıda olan insan düşünce sistemiyle örtüşmez.

- Geleneksel mantık birçok gerçek hayat problemlerine çözüm getiremeyebilir, ancak bulanık mantık hayatın her alanında kullanıma uygundur.

- Bulanık mantıkta belirsiz ifadeler matematiksel değişkenlere dönüştürülebilir. Geleneksel mantıkta belirsizliğe yer yoktur.

Bu karşılaştırma tablo 1'de özet olarak gösterilmiştir.

Tablo 1 . Standart ve Bulanık Mantık Doğruluk Değerleri

Standart Doğruluk Değerleri Tablosu

A	B	A ve B	A	B	A veya B	A	Değili
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1		

VE VEYA DEĞİL

Bulanık Mantık Doğruluk Değerleri Tablosu

A	B	Min (A, B)	A	B	Max (A,B)	A	1 – A
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1		

VE VEYA DEĞİL

Kaynak : Bülent Başaran, " Hücresel Üretim :Hücrelerin Oluşturulmasında Bulanık Kümeleme Yönteminin Kullanılması, " (Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı, Üretim Yönetimi ve Pazarlama Bilim Dalı, 2005), s.102.

Aslında geleneksel mantık, yalnızca “ yanlış-doğru ayrımını içerdiği için insan düşünce sistemine uygun değildir. ” demek, doğru bir ifade olmaz. Geleneksel mantıkta, yanlış ve doğru arasındaki geçişe izin veren tanımlamalar ve değerler, uygulama alanı bulamadığı için insan düşünce sistemiyle örtüşmez.

Geleneksel mantıktan daha esnek bir yapıya sahip olan, çok değerli mantığı (multivalued logic) geleneksel mantığın “ doğru ve yanlış ” değerlerine, çok değerli mantıkta, “ belirsiz ” değeri de eklendiği görülecektir.

Örnek vermek gerekirse; “ Bu insan uzundur.” önermesi doğru, “ Bu insan kısadır. ” önermesi yanlış, “ Bu insan orta boyludur. ” önermesi belirsiz kabul edilsin. Bu durumda, boy kavramını tanımlamak için kullanılan, uzun ve kısa tanımlarının arasındaki orta tanımı, bulanıklık unsurunu ortadan kaldırmayacaktır. Çünkü bulanık mantıktaki temel problem; söz konusu olan unsurun kendisi ve kendisi olmayanı arasındaki sınırın net olmayışıdır. Bu örnekte de görüldüğü gibi; çok değerli mantık kullanıldığında dahi; “ uzun-orta ” ve “ kısa-orta ” arasındaki ayrım net bir şekilde belirlenemeyecektir. Bu sonuç, çok değerli mantığın da insan düşünce biçimiyle örtüşmediğini, daha doğrusu yetersiz kaldığını göstermektedir. Bu örneğe uygun olarak; düşünce sisteminde yer alabilecek ifadeler; “ çok uzun, uzun, biraz uzun, az kısa, kısa, çok kısa ” gibi ifadeler olacaktır ve çok değerli mantık bu ifadelerin doğruluk değerlerini belirlemede yetersiz kalacaktır. Ancak, önermelerin doğruluk değerleri, yalnızca “ 0-1 ” yada yalnızca “ 0-1-1/2 ” gibi sınırlı değerlerle belirlenmeyip; sınırsız-sonsuz değerlerle ifade edilirse; bu sorun ortadan kalkar. Örneğin, “ Seval şişmandır. ” önermesinin doğruluk değeri, 0-1 arasında, sonsuz sayıdaki değerlerden, 0,4’e tekabül etsin. Bu durumda Seval, şişmanlar kümesinin 0,4 değeriyle üyesidir, 0,6 (1-0,4) değeriyle de şişmanlar kümesinin üyesi değildir. Yani, “ Seval şişmandır. ” önermesinin doğruluk değeri ve Seval’in şişmanlar kümesine aitlik değeri 0,4’dür. Üyelik derecesinin düşük olması nedeniyle, buradan Seval’in hafif şişman bir bayan olduğu anlaşılmaktadır. Bu tanım da, bulanık mantığın insan düşünce sistemine uygunluğunu göstermektedir.

Zadeh'in anlayışına göre; bulanık mantık, çok değerli mantığı kullanır fakat bulanık mantığın dilsel değişkenleriyle ve bulanık doğruluk değerleriyle çalışır.[7]

Başka bir tanıma göre de; matematiksel bulanık mantık, çok değerli mantığın bir türü olarak; göreceli doğruluk değerlerini kullanan sembolik bir mantıksal sistemdir.[8]

1.2. Bulanık Mantıkta Belirsizliğin Yeri

Bulanık mantık, doğada istatistiki olarak kesin olmayan (imprecise) ve belirsiz (vague) kaynaklar ile uğraşan bir tekniktir. Bulanık mantığın esası, bulanık küme teorisidir.[9]

Bilindiği gibi bulanık küme teorisi; esas olarak insan düşünce ve algılarındaki belirsizlikle ve bu belirsizliğin sayısallaştırılması ile ilgilenmektedir. Yani tam ve kesin olmayan bilgiler ışığında, insanların tutarlı ve doğru karar vermelerini sağlayan, diğer bir deyişle bulanık mantık yardımıyla düşünme ve karar verme mekanizmalarının modellenmesi ile ilgilenmektedir.[10]

Belirsizlik türlerinden en önemli iki tanesi stokastik belirsizlik ve sözel belirsizliktir. Stokastik belirsizlik belirli bir olayın meydana gelişi hakkında içerilen belirsizliktir. Örneğin; " Hedefe vurma olasılığı % 80'dir." ifadesi stokastik bir belirsizlik içermektedir. Sözel belirsizlik ise; insan dil bilimi içerisinde yatmaktadır. İnsanların kavramları değerlendirmede ve sonuçlar çıkarmada kullandıkları çoğu sözcük bu tür belirsizliğe yol açmaktadır. Örneğin " uzun adam " , " sıcak günler " gibi ifadelerin kesin bir tanımını yapmak mümkün değildir. Uzunluk kavramı, bir çocuk için farklı, bir yetişkin için ise daha farklı olacaktır. Aynı şekilde, sıcaklık

---

[7] Petr Hajek, " What is Mathematical Fuzzy Logic ", **Fuzzy Sets and Systems** 157, (2006), s. 597.
[8] Petr Hajek, " On Arithmetic in Cantor – Lukasiewicz Fuzzy Set Theory ", **Mathematical Logic** 44, (2005), s. 763.
[9] H.C. Zhang, S.H. Huang, " A Fuzzy Approach to Process Plan Selection ", **I.J. of Pro. Res**. , Vol: 32, No: 6. (1994), s. 1265.
[10] Orhan Türkbey, " Çok Amaçlı Makine Sıralama Problemi İçin Bir Bulanık Güçlü Metod ", **DEÜ Mühendislik Fakültesi Fen ve Mühendislik Dergisi**, Cilt: 5, Sayı :3, (Ekim 2003), s. 81.

kavramı kuzeyde yaşayan bir toplum için farklı, güneyde yaşayan bir toplum için farklı olacaktır.[11]

Örneğin; evde içme suyu bittiği için, marketten bir damacana (5lt.) içme suyu alındığını düşünelim. 5 lt.'lik damacana eve geldiğinde; bizde, evimizde " 5 lt. su var. " düşüncesi hakim olur. Daha sonra, susadıkça; damacanadan 50 mlt.'lik bardaklarla su alınıp; içildiğini düşünelim. Birinci, ikinci, üçüncü bardaktan sonra dahi, hala bir damacana su olduğu düşünülür. Ancak, n. bardak su da içildiğinde; evde var olan su miktarı, artık bir damacana olarak düşünülmez. Oysaki, karşımızda duran nesne, bir zamanlar bir damacana su idi. İşte, asıl sorun, bir damacana suyun kaçıncı bardaktan itibaren bir damacana su olmadığını belirlemektedir. Bunu belirlemek mümkün değildir. Çünkü, bu durum belirsizlik içermektedir. Tamda bu aşamada bulanık mantık devreye girmektedir. Bir damacana suyu oluşturan, her 50 mlt.'lik bardak için bir üyelik derecesi tanımlamakta ve her bir bardağı, 5 lt.'lik damacananın belli bir derecede elemanı yapmaktadır.

Daha önce yapılan açıklamalarda da görüldüğü gibi; bulanık mantık teorisi sayesinde belirsiz olan bu ifadeler belirli matematiksel ifadelere dönüştürülmektedir. Yukarıda bahsedilen şişmanlık örneğine dönülecek olursa; " Seval şişmandır. " diye bir cümle kullandığımızda; bu cümle bize Seval'in şişmanlık derecesini yada neye göre şişman olduğunu belirtmemektedir. Seval'in şişmanlığı kilosu farklı olan kişilere göre farklı algılanabilecektir. Örneğin; Özde 100 kilogram ve Seval 95 kilogram ise; Seval, Özde'ye göre zayıf kalacaktır.Yada Pınar 85 kilogram ise; Seval, Pınar'a göre şişman olacaktır. İşte bu durum belirsizliğin ifadesini ortaya koymaktadır. Ama bulanık küme teorisi bu belirsizlik durumunu şu şekilde açıklar :
" Kilosu 85 ile 150 kilogram arasında olan insanlar şişmandır. " diye bir ifadeden yola çıkarak; şişmanlar kümesine ait olacak elemanların sınırları belirlenmiş olur; böylece bulanık bir küme tanımlanmış olur. Daha önce de belirttiğimiz gibi Seval, Özde ve Pınar bu kümenin farklı üyelik derecelerine sahip elemanları olurlar. Bu üyelik derecesi de; 0 ve 1 arasında değişir.

---

[11] Bülent Başaran, " Hücresel Üretim :Hücrelerin Oluşturulmasında Bulanık Kümeleme Yönteminin Kullanılması, " (Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı, Üretim Yönetimi ve Pazarlama Bilim Dalı, 2005),s.95.

Belirsizlik, sistemlerin karmaşıklığından ve insan algılayışlarındaki farklılıklardan kaynaklanır. Yalnız, bu belirsizlik durumunu hesaba katmadan modelleme ve karar süreçlerinin gerçekleştirilmesi sonuçları sağlıklı kılmayacağından, bulanık mantık yaklaşımıyla bu durumun üstesinden gelinebilmektedir.

1.3. Bulanık Dilsel Değişkenler

Bulanık mantık sisteminde, belirsizlik ve sistemlerin karmaşıklığı nedeniyle; nicel değerlendirmelerden ziyade, başlangıç aşamasında nitel değerlendirmelerden yararlanılır. Daha sonra belirli matematiksel tekniklerle, bu nitel değerlendirmeler nicel değerlendirmelere çevrilir. Bulanık mantıkta, konunun özü; ifadeleri, algıları yada tecrübeleri sayısal değerlere dönüştürmektir. Bu anlamda, bulanık mantık sisteminde dilsel (linguistik) değişkenler kullanılır.

Değişken değeri olarak, bir dildeki kelimeleri alabilen değişkene dilsel değişken denir. Burada sözü edilen kelimeler, geleneksel küme teorisinde sınır koşulunu tam olarak ifade edemeyen kelimelerdir. [12]

Bir dilsel değişken, değerleri rakam değil kelime yada cümleler olan yapay değişkenlerdir. Bir dilsel değişkenin değeri, bulanık küme teorisi kullanılarak ölçülebilir ve matematiksel operasyonlardan geçirilebilir.[13] Daha açık bir şekilde ifade edilecek olunursa; bir dilsel değişken, “ sıcak ” veya “ soğuk ” gibi kelimeler ve ifadelerle tanımlanabilen değişkenlerdir. Örneğin oda sıcaklığı, dilsel değişkenlerle “ sıcak, soğuk ve çok sıcak ” olarak ifade edilebilir ve bu ifadelerin her biri için farklı bulanık kümeler belirlenebilir.

Bulanık mantık sistemine uygun düşen modelleme problemleriyle karşılaşıldığında, genellikle uzman bir kişinin bilgi ve deneyimlerinden yararlanma yoluna gidilir. Uzman / operatör, dilsel değişkenler / niteleyiciler olarak tanımlanabilen “ uygun, çok uygun değil, yüksek, biraz yüksek, fazla, çok fazla ”

---

[12] Özkan, Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi, s. 4.
[13] Harun Taşkın, Murat Yaşar Bayrak ve Numan Çelebi, “ Bulanık Mantık Yaklaşımıyla Tedarikçi Seçim Metodu ,“ YA/EM-Yöneylem Araştırması/Endüstri Mühendisliği – XXIV Ulusal Kongresi’ne sunulan bildiri, Gaziantep – Adana 2004, s.2.

gibi günlük yaşantımızda sıkça kullandığımız kelimeler doğrultusunda esnek bir denetim mekanizması geliştirir.[14]

Dilsel değişkenlerin kullanımı açısından bulanık mantık diğer mantık sistemlerinden ayrılır. Dilsel değişkenlere sözel değişkenler de denir.

İnsanlar, günlük hayatta; tam olarak tanımlanmamış ve nümerik olmayan dilsel niteleyiciler kullanarak; karar verirler ve problemleri çözümlerler .Örneğin, evimizin bulunacağı yerleşim yerini seçerken, kolay ulaşılabilirlik, ucuzluk, iyi halk hizmetlerine sahip olmak, az oranda karmaşanın olması gibi kriterleri göz önüne alırız. Yada bir ulaşım sistemini tercih ederken; ekonomik olması, konforlu olması, iyi hizmet vermesi, düşük kaza oranına sahip olması gibi unsurları dikkate alırız.Yine bir dükkanı seçerken; çok uzak olmayanı, yüksek kaliteli ürünler satanı ve kabul edilebilir fiyatlar sunanı tercih ederiz. İşte göz önünde bulundurduğumuz bu dilsel değişkenlerin hepsi bulanıklık arz etmektedir. Çünkü, örneğin; fiyatların yüksek olmaması söz konusu olduğunda; bunun için herhangi bir sınır mevcut değildir.[15]

Dilsel değişkenler, net olarak ifade edilemeyen kavramların yaklaşık olarak nitelenebilmesini sağlar.

Dilsel bir değişken, yapısal olarak;

$< x, T(x), U, G, M >$ ile gösterilen beş bileşenden oluşur. [16]

Burada;

x, dilsel değişkenin ismidir.

T (x), dilsel değişkenlerle ilişkilendirilen kavramlardan oluşan bir terimler kümesidir.

U, dilsel değişkenin tanımlı olduğu evrensel kümedir.

G, dilsel değişkenin terimler kümesini oluştururken kullanılan, söz dizimsel ve gramere dayalı bir kuraldır.

---

[14] Orhan Türkbey, “ Makine Sıralama Problemlerinde Çok Amaçlı Bulanık Küme Yaklaşımı ”, **Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi**, Cilt : 18, No: 2, (2003), s. 64.
[15] Yee Leung, “ Fuzzy Sets Approach to Spatial Analysis and Planning, a Nontechnical Evaluation”, **Geografiska Annaler, Series B**, Human Geography , (1983) Vol.65,No.2, ss. 65-75.
[16] Özkan, Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi, s. 6.

M, terimler kümesini evrensel küme U'da tanımlı olan bulanık kümelerle ilişkilendiren, anlama dayalı bir kuraldır.

Dilsel bir değişkenin terimler kümesi olan T (x), üç bileşenden oluşur . Bu bileşenler sırasıyla; asıl terimler, geleneksel mantıkta kullanılan; ve, veya, değil bağlaçları ile asıl terimlerden yeni terimler elde etmek veya asıl terimleri düzenlemek için kullanılan çok az, hemen hemen, oldukça gibi uyarlayıcılardır. Dilsel bir değişkenin anlamını vurgulamak için kullanılan uyarlayıcılar, bulanık kümelerin üyelik fonksiyonlarına dayanan küme işlemleridir.[17] Dilsel değişkenlerin yapısını daha iyi anlayabilmek için şu şekilde bir örnek verilebilir:

Konumuz, insanların boy uzunluklarını inceleyerek bir değerlendirme yapmak olsun.

x→ boy

T (x)→ T (boy)→ [çok kısa, kısa, uzun, çok uzun]

G→ boyla ilgili her bir elemanın sıralanması

M→ her bir elemanın evrensel küme içinde μ_x üyelik fonksiyonu ile eşleştirilmesidir.

1.4. Bulanık Teori ve Olasılık Teorisi Arasındaki Farklar

Bulanık mantık, çok değerli mantığın, olasılık teorisi, yapay zeka ve yapay sinir ağları alanları üzerine oturtulmasıyla, olayların oluşum olasılığından ziyade oluşum dereceleriyle ilgilenen bir kavramdır.[18]

Genelde bulanıklık ve olasılık kavramlarının aynı anlama geldiği düşünülür. Oysaki matematiksel açıdan bakıldığında; bu kavramların birbirinden farklı oldukları aşikardır. Bulanık mantık, belirsizliklerin anlatımı ve belirsizliklerle çalışılmasını sağlayan, matematiksel bir düzendir. İstatistikte ve olasılık kuramında ise; belirsizliklerle değil, kesinliklerle çalışılır.

---

[17] A.g.e. s. 6.
[18] Türkbey, s. 84.

Bir olayın aynı şartlar altında meydana gelebilecek bütün mümkün sonuçlarını elverişli ve elverişsiz şeklinde iki gruba ayırıp; birinci gruptakilerin sayısını “a ” ve ikinci gruptakilerin sayısını “ b” ile gösterelim. Bütün bu sonuçlar aynı derecede muhtemel olup; karşılıklı olarak birinin meydana gelmesi diğerinin meydana gelmesini imkansız kılarsa; “ elverişli sonucun ortaya çıkma olasılığı ” a / (a + b) yani elverişli sonuçların sayısının bütün mümkün sonuçların sayısına oranıdır.
“ Elverişsiz sonucun ortaya çıkma olasılığı ” ise; aynı mantıkla, b / (a + b) olur.[19]
İşte, bu matematiksel tanım, olasılık kavramını açıklamaktadır.

Tek bir zar atıldığında “ 1 gelmesi olasılığı ” dendiğinde bunun 1 / 6 olarak belirlenmesi; olasılığı matematiksel anlamda bir belirliliğe ulaştırmaktadır. Ancak bulanıklıkta, günlük yaşamda kullanılan “ sıcak, soğuk, hafif, ağır ” gibi dilsel değişkenlerin herhangi bir sınıra sahip olmamalarından kaynaklanan bir belirsizlik vardır.

Bulanık durumlarla, olasılıklı durumlar arasındaki farkı açıklamak için şöyle bir örnek verilebilir: Bir masada bulunan iki bardaktaki içecekten bir tanesini içmek için tercih etmeniz gerektiğinde önce bazı bilgileri edinmek için sorular sorarsınız. Bu bardaklardan birinde bulunan içeceğin % 95 ihtimalle iyi ve sağlığa yararlı olduğu bilgisine sahip olduğunuzu düşünelim. İkinci bardaktaki içeceğin ise; iyi ve sağlıklı olma üyelik derecesinin 0.95 olduğu bilgisi verilmiş olsun. Acaba bu iki içecekten hangisini seçerdiniz ? Acaba % 95 ihtimalle iyi ve sağlıklı olan birinci bardaktaki içeceğin % 5 ihtimalle zehirli veya sağlığa zararlı maddeler ihtiva edebileceğini düşünür müsünüz ? Düşünürseniz ne yaparsınız? Bütün bu söylenenlerden sonra; bulanıklığı; müphemlik, belirsiz anlamlılık, değişik anlamlara gelebilme özelliği, rasgeleliğin ise; o olayın meydana gelmesindeki belirsizliğin sayısal ölçüsü olarak anlayabiliriz.[20]

Tesadüfsel (olası) belirsizlikle, bulanık belirsizlik arasındaki ayrım üzerinde Bellman ve Zadeh’te (1970) çalışmışlardır. Jain’de (1976) olasılık ve bulanıklığın, belirsizliğin farklı formları olduğunu ileri sürmüştür. Jain’e göre;

---

[19] Özer Serper, **Ugulamalı İstatistik** , Genişletilmiş 3. Baskı, İstanbul : Filiz Kitapevi, 1996 , s. 228.
[20] Kütük, s. 179.

tesadüfsel, muhtemel belirsizlik şüphelilik ve bulanık belirsizlik ise kesinsizliktir.[21] Aslında, olasılık ile bulanıklık arasındaki en önemli fark, bulanıklığın " deterministik-belirsizlik " olmasıdır.[22]

Olasılık ve bulanıklık arasındaki diğer bir temel farkta, olasılığın, bulanık olmayan kümelerin elemanlarının, üye oluşlarındaki veya olmayışlarındaki kesinsizliği, şüpheliliği içermesidir. Oysaki, bulanıklıkta, üye olmayıştan üye oluşa doğru esnek bir geçiş söz konusudur.[23] Örneğin, " John'un depoya gitme olasılığı 0,8'dir." dediğimizde, bu, bulanıklık içermeyen bir ifade olan X' in (John'un depoya gitmesinin) belirsizliğinin belirtilmesinde kullanılan bir olasılık (ihtimal) cümlesidir. Ancak, uzaklık kümesi içinde yer alan, " 50 kilometrenin üyelik derecesi 0,6'dır." dediğimizde, bulanık bir küme olan uzaklık kümesi içindeki 50 kilometrenin üyeliğini tanımlamış olmaktayız. [24] Yani ; olasılıkta, bir olayın meydana gelişindeki belirsizlikle, bulanıklıkta ise; olayın kendinsinin belirsizliğiyle ilgilenilir.

Bu farklar ışığı altında bulanık mantığın olasılık teorisinden, insan düşünce sistemine daha yakın olduğunu anlayabiliriz. Çünkü, olasılık teorisinde belirsizliklerin yerini, matematiksel olarak; direkt hesaplanabilen değerlere dayanan, belirlilik durumları almıştır.

1.5. Bulanık Küme Kavramı ve Bulanık Kümelerin Özellikleri

Bulanık mantığın temelini bulanık kümeler oluşturmaktadır. Bir bulanık küme, μ_x üyelik fonksiyonuyla ifade edilen elemanlardan oluşan ve eğer bu elemanlar kümeye tam olarak ait iseler " 1 " üyelik derecesine sahip olan, eğer hiç ait değillerse; " 0 " üyelik derecesine sahip olan yada kısmi aitlik söz konusu ise 0 ile 1 arasında üyelik değerleri alabilen elemanlardır.

---

[21] Gregory S. Sanjian, " A Fuzzy Set Model of NATO Decision-Making: The Case of Short Range Nuclear Forces İn Europe,"**Journal of Peace Research**, (August, 1992), Vol.29, No.3, ss.271-285.
[22] W. Meier, Hans J. Zimmerman, " Fuzzy Data Analysis, Methods and Industrial Applications ", **Fuzzy Sets and Systems**, Vol: 61, s. 19.
[23] L.A. Zadeh, R.E. Bellman, **Decision Making in a Fuzzy Enviroment** , Management Sciences, (1970), 17.b. s. 143.
[24] Leung, s. 65.

Gerçek hayat sistemlerinin belirsizliklerle dolu olduğu ifadesine daha önceki kısımlarda yer verilmişti. İşte, bu belirsiz fenomenlerin çözümü için iyi bir matematiksel teori gerekliydi. Bu matematiksel teori de, derecelendirme yaklaşımına dayanan ve bulanık mantıkla ilişkili olan bulanık küme teorisi olarak ortaya çıkmıştır ve başarıyla uygulanmaya başlanmıştır.[25]

Bulanık küme teorisi ilk olarak 1965 yılında Zadeh tarafından ortaya çıkarılmıştır. Sonraki dönemlerde daha ayrıntılı çalışmalar Dubois ve Prade (1980), Zimmerman (1991) ve Klir ve Yuan (1995) tarafından gerçekleştirilmiştir.

Yukarıda da belirtildiği gibi, bulanık küme teorisi ilk defa Zadeh tarafından ortaya atılmıştır. (Sonraki dönemlerde) Peter Marinos (1966) , Bell laboratuarında, E. H. Mandani (1976) buhar türbinlerinin denetiminde, F. L. Smidith (1980) çimento sanayinde, Zimmermann karar verme ve uzman sistemlerde, Hitachi firması (1987) Sendai metrosunun otomatik denetiminde ve Yamaichi Security yatırım şirketi (1988) uzman sistemler yardımıyla hisse senedi portföyünün oluşturulmasında, bulanık küme teorisini kullanmışlardır. Yine Japonya'da (1989) LIFE (Laboratory of International Fuzzy Engineering) laboratuarı kurulmuştur.[26]

Günümüzde bulanık küme teorisi, mühendislik, işletme, kimya, sağlık bilimleri ve doğa bilimlerindeki problemlere uygulanabilmektedir.[27]

Bilindiği gibi iyi tanımlı nesneler topluluğuna veya sınıfına küme, bir kümeyi oluşturan nesnelerin her birine, kümenin elemanları ve üzerinde çalıştığımız kümelerin her birini alt küme olarak kabul eden en geniş kümeye evrensel küme denir.[28]

Örneğin, geleneksel bir küme olarak; F kümesini tanımlayalım. F kümesi hava sıcaklığı 35 derecenin üzerinde olan günler olsun. Bu geleneksel kümeyi bulanık küme olarak ifade edersek; " havanın sıcak olduğu günler " olarak betimlememiz

---

[25] Vilem Novak, " Are Fuzzy Sets a Reasonable Tool for Modelling Vague Phenomena ? ", **Fuzzy Sets and Systems** 156, (2005), s. 344.
[26] Türkbey, s. 64.
[27] Alfred L. Gulffrida and Rakesh Nagi, " Fuzzy Set Theory Applications in Production Management Research; a Literature Survey ", **Journal of İntelligent Manufacturing** 9, (1998), s. 54.
[28] Mustafa M. Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, Bursa : Ekin Kitapevi, 2003, s. 2.

gerekecektir. Bu durumda, havanın sıcak olduğu günler olarak tanımlanan bulanık küme üzerinde şu noktaların açıklığa kavuşturulması gerekir:

- Hangi günlerde havanın sıcak kabul edilip edilmeyeceğini belirlemek için kesin ve tanımlı bir başlangıç değerine ihtiyaç vardır. Bu değeri 35 derece olarak alalım.

- Eğer hava sıcaklığı 35 derece ve daha üstündeyse; geleneksel küme teorisine göre 1 üyelik derecesine sahiptir. 35 derecenin altındaysa; 0 üyelik derecesine sahiptir.

- Bu durumda hava sıcaklığının 35, 36, 37, 38 derece olduğu günler aynı üyelik derecelerine sahip olarak geleneksel küme içinde yerlerini alacaklardır. Bu birbirinden farklı sıcaklıklar için herhangi bir ayrım söz konusu olmayacaktır. Oysaki her derecenin insanda yarattığı algı farklıdır. “ Sıcak değil, sıcak, çok sıcak ” gibi.

- Ayrıca sıcaklığın 34,9 derece olduğu günler de sıcak günler olarak kabul edilmeyecek ve küme içine alınmayacaktır. Oysaki günlük yaşamda 34,9 derece ile 35 derece sıcaklık arasındaki fark hissedilmez veya önemsenmez.

Zadeh, bulanık bir kümeyi şu şekilde tanımlamıştır. Bir Ã bulanık kümesi; X içindeki her bir nokta ile [0, 1] aralığındaki bir gerçel sayıyı eşleştiren; $\mu_{\tilde{A}}$ (x) fonksiyonuyla karakterize edilen bir kümedir. Böylece, bulanık kümeler; ancak üyelik fonksiyonlarıyla çalıştırıldığında varolan kümelerdir.[29] (Bu kaynakta A bulanık kümesi “ A ” olarak simgelenmiştir. Ancak çalışmada sembol bütünlüğü olması açısından Ã olarak gösterilmiştir.)

Zadeh, tarafından içeriği oluşturulan bulanık kümeler, sıradan kümelerin genelleştirilmiş bir halidir.

[29] Mehmet Şahin, “ Genelleştirilmiş Bulanık Kümeler ”, YA/EM – Yöneylem Araştırması – Endüstri Mühendisliği – XXIV. Ulusal Kogresi’ne sunulan bildiri, Gaziantep-Adana 15-18 Haziran 2004, s. 1.

X kümesinin n elemanlı ($x_1, x_2, \ldots, x_n$) geleneksel bir küme olduğunu ve U evrensel kümesinde tanımlandığını düşünelim, X kümesi içindeki tüm elemanlar için üyelik fonksiyonu $\mu_x = 1$'dir ve X kümesi formel olarak;

$X = \{ x_1, x_2, \ldots, x_n \}$ şeklinde ifade edilir.

Yine, aynı evrensel küme içinde bulanık bir küme olan ve aynı elemanlardan oluşan ($x_1, x_2, \ldots, x_n$), Ã kümesini tanımlayalım. Literatürde bulanık küme gösterimleri çok çeşitlidir. Bazıları örnek verilecek olunursa; " $\underline{A}$, A^f, A, Ā " olarak gösterilebilir. A^f gösterimindeki " f " ibaresi; " fuzzy " yani, " bulanık " anlamında kullanılmaktadır. Bulanık bir kümede, elemanların her biri için ayrı üyelik fonksiyonları söz konusudur. Üyelik fonksiyonu olan $\mu_{\tilde{A}}(x)$; her bir elemanın, Ã bulanık kümesiyle [0,1] kapalı aralığı içinde, ne derecede ilişkili olduğunu gösterir.

Formel olarak ta;

$\mu_{\tilde{A}}(x) : U \rightarrow [0,1]$ olarak gösterilir.

Bulanık küme Ã'da;

$\tilde{A} = \left\{ \left[\mu_{\tilde{A}}(x_i), x_i \right] \right\}$ olarak tanımlanır.[30] Bu gösterime bulanık teklik denir.[31] Bulanık teklik

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \big/ x \qquad (1.1)$$

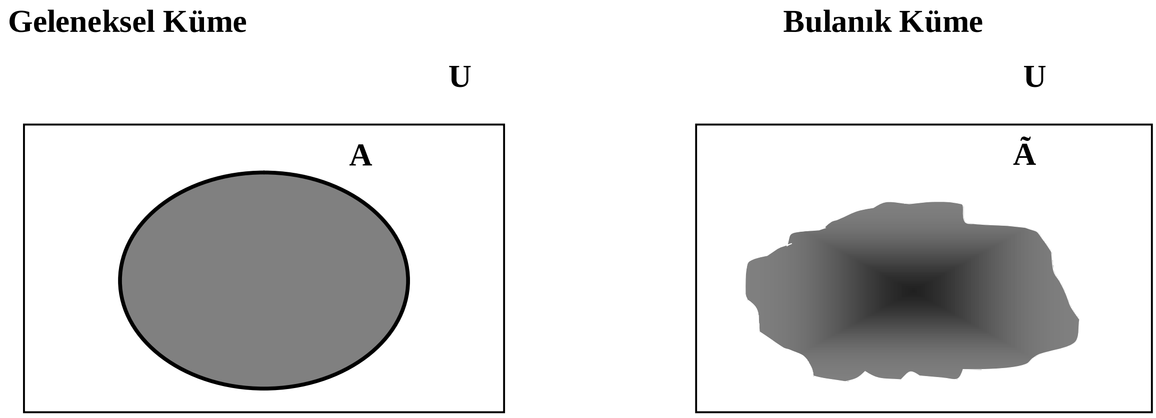
olarak ta hesaplanabilir.[32]

Bulanık bir küme ile geleneksel bir küme arasındaki fark aşağıdaki şekilden de görülebilir:

---

[30] Sanjian, s. I021.
[31] Özkan, Bulanık Hedef Programlama, s.6.
[32] Lefteri H. Tsoukalas and Robert E. Uhrig, **Fuzzy and Neural Approaches in Engineering**, Newyork : John Willey&Sons, 1997, s. 16.

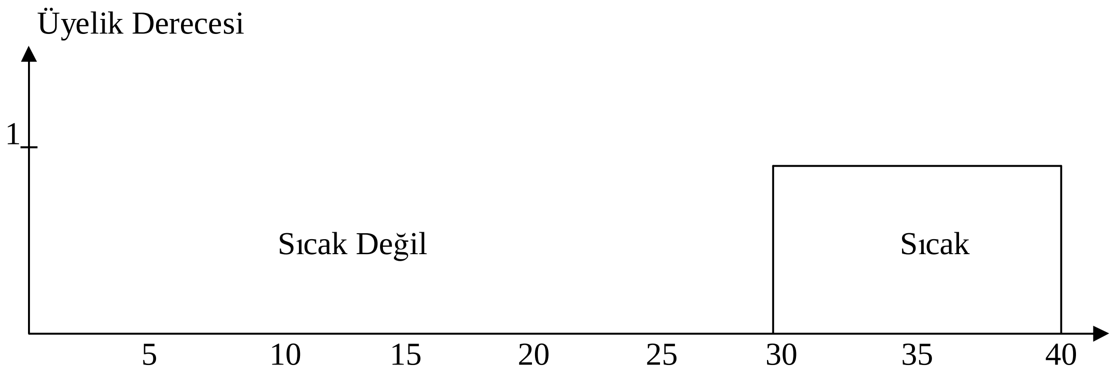
Şekil 1. Bulanık Küme ve Geleneksel Küme Gösterimi



Şekilden de anlaşıldığı gibi; geleneksel kümeler kesin sınırlara sahip kümelerdir. Bulanık kümeler ise; kesin sınırlara sahip değillerdir. Sınırların kesin olmayışı durumunu, bulanık kümelerdeki farklı üyelik derecelerine sahip olan elemanlar ortaya çıkarır. Geleneksel kümelerde ise; üyelik derecesi kavramı, sadece iki değere sahiptir; eğer tam üyelik söz konusu ise; üyelik derecesi 1, üyelik söz konusu değil ise; üyelik derecesi 0'dır.

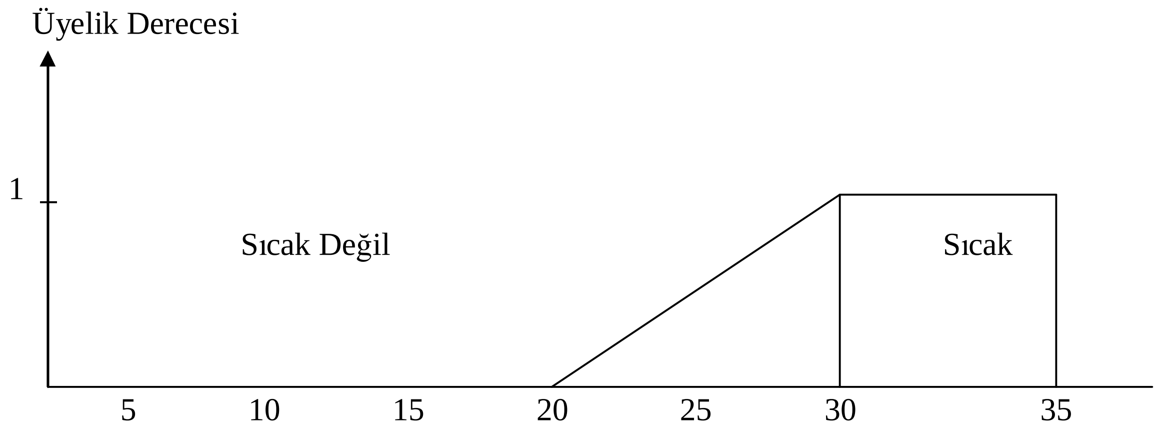
Yine aradaki bu fark, başka bir örnekle aşağıdaki şekil yardımıyla açıklanabilir:

Şekil 2. Klasik Küme Teorisi



Kaynak : Kütük, s. 169.

Şekil 3. Bulanık Küme Teorisi



Kaynak : Kütük, s. 169.

İki şekilden de anlaşıldığı gibi; bulanık kümelerle klasik kümeler arasındaki en büyük fark; bulanık kümelerin sınırlarının kesin olmayışı ve elemanlar arasında yumuşak bir geçişe izin vermesidir.

Evrensel bir kümenin sonlu olması halinde bulanık bir küme aşağıda verildiği gibi ifade edilir:[33]

$$\tilde{A} = \sum \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n} \qquad (1.2)$$

Evrensel bir kümenin sonsuz olması halinde ise; bulanık bir küme aşağıdaki gibi ifade edilir:[34]

$$\tilde{A} = \int \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i}, \; x \in U \qquad (1.3)$$

Yukarıda verilen, ∑ ve ∫ işaretleri, bulanık tekliklerin sırasıyla kesikli ve sürekli evrenlerde bir araya getirilmesini ifade eder. “ / ” simgesi, matematiksel olarak

[33] Özkan, Bulanık Hedef Programlama, s. 7.
[34] A.g.e. s.7.

(x, $\mu_{\tilde{A}}$ (x)) tekliğini ifade etmek için kullanılan bir ayraçtır. " + " işareti ise, bulanık tekliklerin birleşimini gösteren bir simgedir.[35]

Eğer, bütün elemanlar için; $\mu_{\tilde{A}}(x_i) = 1$ ise; Ã bulanık kümesi geleneksel bir küme haline dönüşür. Çünkü, bilindiği gibi geleneksel kümelerde, kümeye ait olan elemanların üyelik dereceleri 1 ile, ait olmayan elemanların üyelik dereceleri 0 ile gösterilir. Geleneksel kümelerde yer alan elemanların tam aitlik özelliğine sahip olmaları söz konusudur.

Bulanık kümelerin, eşitlik, kapsama, üs alma, kartezyen çarpım, yükseklik, normallik, destek kümesi, sınır kümesi, kernel kümesi, merkez, α-kesimleri ve dışbükeylik özellikleri mevcuttur. Aşağıda bu özelliklere değinilmektedir.

Eşitlik[36] → Ã ve B̃ gibi iki bulanık kümenin eşitliğinden söz edebilmek için; bu kümelerin aynı evrensel küme içinde tanımlı olmaları gereklidir. Böyle bir durumda Ã ve B̃ kümelerinin üyelik fonksiyonları, evrensel kümede yer alan her bir eleman için aynı üyelik derecesini alıyorsa; söz konusu iki küme birbirine eşittir. İki bulanık kümenin eşitliği, matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \rightarrow x \in U \leftrightarrow \tilde{A} \equiv \tilde{B} \qquad (1.4)$$

İki bulanık küme sadece ve sadece üyelik dereceleri anlamında birbirine eşittir.

Üs Alma[37] → Bulanık bir kümenin β ile gösterilen herhangi bir üssü alınabilir. Burada β'nın pozitif gerçel bir sayı olması gerekir. Bulanık küme Ã'nın β kuvveti, yeni bir bulanık kümeyle sonuçlanır.

$$\mu_{\tilde{A}}^{\beta}(x) = \left\{\mu_{\tilde{A}}(x)\right\}^{\beta} \qquad (1.5)$$

Kartezyen Çarpım Kümesi[38] → Ã, B̃ ve C̃ bulanık kümeleri sırasıyla U, V ve W evrensel kümelerinde tanımlı olsun. Bu kümelerde yer alan her bir elemanı

---

[35] A.g.e. s. 7.
[36] A.g.e. s. 36.
[37] A.g.e. s. 37.
[38] A.g.e. s. 37.

sırasıyla x, y ve z ile niteleyelim. Bu durumda Ã, B̃ ve C̃ kümelerinin kartezyen çarpımı, U x V x W çarpım uzayında aşağıda verilen üyelik fonksiyonu ile nitelenen bulanık bir kümedir.

$$\mu_{U \times V \times W}(x,y,z) = \left\{ \min \ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x) \right\} ; \quad x \in U, y \in V, z \in W \qquad (1.6)$$

Yükseklik ve Normallik Kavramları → Ã bulanık kümesi, U evrensel kümesinde tanımlı bulanık bir alt küme olsun. Bu durumda, Ã bulanık kümesinin yüksekliği; Ã kümesinin U' da tanımlı olan elemanları arasında üyelik derecesi en yüksek olan elemanın, üyelik fonksiyonu değerine eşittir.

Matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:[39]

$$\text{Yükseklik}(\tilde{A}) = \left\{ \sup \ \mu_{\tilde{A}}(x) \mid x \in U \right\} \qquad (1.7)$$

Ã kümesi sonlu bir evrensel kümede tanımlı ise; en küçük üst sınırı gösteren sup (supremum) terimi yerine maksimum terimi kullanılır. [40]

Eğer, Ã bulanık kümesinin üyelik fonksiyonunun en büyük değeri 1'e eşitse; Ã kümesine normal bulanık küme denir. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:[41] (Bu kaynakta evrensel küme " X " olarak gösterilmiştir. Ancak, sembol bütünlüğü olması açısından, çalışmanın diğer kısımlarında da yer alan " U " sembolü kullanılmıştır.)

$$\text{Yükseklik}(\tilde{A}) = \left\{ x \in U \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \right\} \qquad (1.8)$$

Yüksekliği 1'den küçük olan bulanık kümelere ise; normal altı bulanık kümeler denir. Normal altı bulanık kümeler, aşağıda verilen ifade ile normal bulanık kümeye dönüştürülebilir.[42]

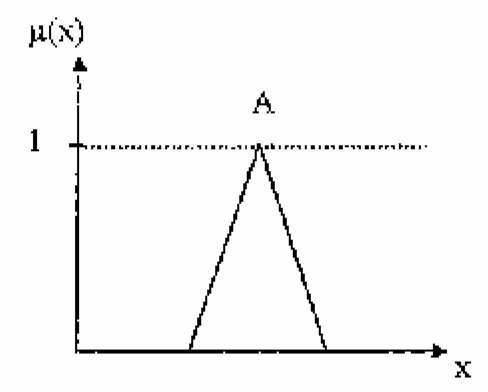
[39] Masahiro Inuiguchi, Jaroslav Ramik, Tetsozu Tanino, Milan Vlach, " Satisficing Solutions and Duality in İnterval and Fuzzy Linear Programming ", **Fuzzy Sets and Systems** 135, (2003), s. 152.
[40] Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, s. 39.
[41] Inuiguchi vd., s. 152.
[42] Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, s.39.

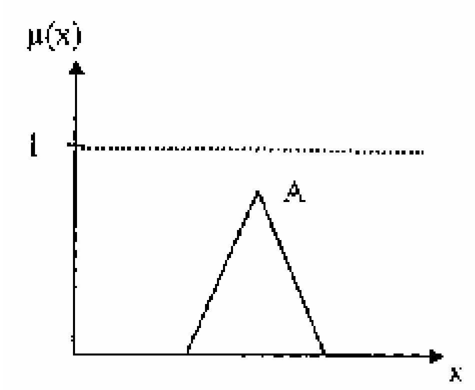
$$\text{NORM}(\tilde{A}) = \frac{\text{Yükseklik}(\tilde{A})}{\mu_{\tilde{A}}(x)} \qquad (1.9)$$

Normal altı bulanık kümelere normal olmayan bulanık küme de denmektedir.

Şekil 4'te normal ve normal olmayan bulanık kümeler görülmektedir.

Şekil 4. Normal Bulanık Küme ve Normal Olmayan Bulanık Küme





Kaynak : Ümit Terzi, " Taguchi Yöntemi ve Bulanık Mantık Kullanılarak Çok Yanıtlı Kalite Karakteristiklerinin Eş Zamanlı En İyilenmesi ", (Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı, 2004), s. 31. (Şekilde bulanık küme A sembolüyle gösterilmiştir.)

Destek Kümesi → Bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonunda üyelik derecesi sıfırdan büyük olan elemanların bir araya getirdiği kümeye destek kümesi denir. Destek kümesi bulanık olmayan veya geleneksel bir kümedir.[43]

$$\text{Destek}(\tilde{A}) = \left\{ x \in U \;\middle|\; \mu_{\tilde{A}}(x) > 0 \right\} \qquad (1.10)$$

Destek kümesi farklı bir şekilde de ifade edilebilir.[44] U evrensel kümesi içinde, ℓ, en küçük elemanı 0 ve en büyük elemanı 1 olan kapalı bir aralık olarak ele alınırsa;

[43] Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, s. 40.
[44] Maria J. Campion, Juan C. Candeal, Esteban Indurain, " Represantability of Binary Relations Through Fuzzy Numbers ", **Fuzzy Sets and Systems** 157, (2006), s.7.

bulanık küme Ã ‘nın fonksiyonu; Ã = U → ℓ olarak gösterilecektir. Bu durumda, Ã kümesinin destek kümesi matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\text{Destek}(\tilde{A}) = \left\{ x \in U;\ \mu_{\tilde{A}}(x) \neq \tilde{0} \right\} \quad (1.11)$$

0’ın üzerindeki “ ~ ” simgesi, bulanık sayıları ifade etmek için kullanılan bir simgedir.

Kernel Kümesi [45]→ Kernel kümesi, bulanık kümenin içerdiği elemanlar arasında, üyelik fonksiyonu 1’eşit olan yani tamamen kümeye üye olan elemanların oluşturduğu bir kümedir. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\text{Ker } \tilde{A} = \left\{ x \in U : \mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \right\} \quad (1.12)$$

Eğer Ã bulanık kümesi, boş olmayan bir kernel kümesine sahipse; A bulanık kümesine normal bulanık küme denir.[46]

Sınır Kümesi[47] → Bulanık bir kümeye kısmen üye olan elemanların bir araya getirildiği geleneksel kümeye sınır kümesi denir.

$$\text{Sınır}(\tilde{A}) = \left\{ x \in U \mid 0 < \mu_{\tilde{A}}(x) < 1 \right\} \quad (1.13)$$

Merkez Kavramı [48]→ Bulanık bir kümeye ilişkin üyelik fonksiyonunun maksimum değeri sonlu bir sayı olduğunda, bu kümede yer alan elemanların üyelik derecelerinin ortalama değeri, bulanık kümenin merkezini verir. Ortalama değer negatif (veya pozitif) sonsuza eşitse, üyelik fonksiyonunun maksimum değerine ulaştığı noktalar arasından en büyük veya en küçük olan noktaya merkez denir.

Kardinalite (Nicelik Sayısı) Kavramı [49]→ Sonlu bir evrensel kümede tanımlı olan bulanık bir kümenin kardinalitesi, Kard (Ã) ile gösterilir ve Ã kümesindeki her bir elemanın üyelik derecelerinin toplanması ile bulunur.

---

[45] A.g.e. s. 7.
[46] Campion, Juan Candeal, Esteban Indurain, s. 7.
[47] Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, s. 40.
[48] A.g.e. s.40.
[49] A.g.e. s. 41.

$$\text{Kard}\,(\tilde{A}) = \sum_{i=1}^{n} \mu_{\tilde{A}}(x_i) \qquad (1.14)$$

α Kesimleri → Bulanık bir küme olan Ã kümesinin α-kesim kümesi, geleneksel küme gösterimiyle " $\tilde{A}_\alpha$ " olarak ifade edilir. $\tilde{A}_\alpha$ kümesi, α ϵ (0,1] aralığında, evrensel küme U içinde bulunan Ã bulanık kümesi içinde yer alan; üyelik derecesi α derecesinden büyük veya eşit olan elemanlardan oluşan bir kümedir. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir: [50]

$$\tilde{A}_\alpha = \left\{ x \in U \;\middle|\; \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \quad \text{ve } \alpha \in (0,1] \right\} \qquad (1.15)$$

α-kesim kümeleri literatürde farklı simgelerle ($\bar{A}_\alpha$, A_α, $\tilde{A}_\alpha$) ifade edilmektedir. Bu çalışmada, α-kesim kümelerini ifade etmek için; $\tilde{A}_\alpha$ simgesi kullanılacaktır.

α-seviye kümesi olan $\tilde{A}_\alpha$ kümesinin, daha alt ve daha üst seviyeleri; $\inf_{x \in \tilde{A}_\alpha}$ ve $\sup_{x \in \tilde{A}_\alpha}$ olarak gösterilir.[51]

α-kesim kümesi içinde yer alan x elemanının üyelik fonksiyonu da $\mu_{\tilde{A}_\alpha}(x)$ olarak ifade edilir. [52] x elemanının $\tilde{A}_\alpha$ kümesi içindeki üyelik fonksiyonunun alacağı değerler, matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:[53]

$$\mu_{\tilde{A}_\alpha}(x) = \begin{cases} 1; \text{ eğer } \mu_{\tilde{A}_\alpha}(x) \geq \alpha \\ \\ 0; \text{ eğer } \mu_{\tilde{A}_\alpha}(x) < \alpha \end{cases} \qquad (1.16)$$

α- kesim kümesi, α = 0 iken evrensel kümeye, α = 1 iken kernel kümesine denktir. Bu durum matematiksel olarak sırasıyla; $\tilde{A}_0$ = U ve $\tilde{A}_1$ = kernel (Ã) şeklinde ifade edilir.[54]

---

[50] Daniel Rocacher, Patric Bose, " The Set of Fuzzy Rational Numbers and Flexible Querying ", **Fuzzy Sets and Systems** 155, (2005), s. 319.
[51] H.R. Maleki, M. Tata, M. Mashinchi, " Linear Programming with Fuzzy Variables ", **Fuzzy Sets and Systems** 109, (2000), s. 22.
[52] Rocacher, Bose, s. 319.
[53] Slavka Bodjanova, " Alpha-Bounds of Fuzzy Numbers ", **Information Sciences** 152, (2003), s. 239.
[54] Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, s. 42.

Eğer Ã kümesinin U'da ve her $\alpha \in [\,0,\,1\,]$ aralığında tanımlı olan; α-kesim kümesi $\tilde{A}_{\alpha}$, kapalı, sınırlı, içbükey veya dışbükey bir küme ise; Ã kümesi de; kapalı, sınırlı, içbükey veya dışbükey bir kümedir.[55]

Dışbükeylik Kavramı→ Dışbükeylik kavramı α kesimlerine göre tanımlanabilir. Eğer, α kesim kümelerinin her biri dışbükey kümeler ise; bulanık küme Ã'da dışbükey bir kümedir.Üyelik fonksiyonlarına göre dışbükeylik kavramı; x_1, x_2, $\in$ U ve $\lambda \in [\,0,\,1\,]$ koşulları ile, aşağıda verildiği gibi tanımlanır: [56]

$$\mu_{\tilde{A}}\left[\lambda x_1 + [\,1-\lambda\,]\, x_2\right] \geq \min\left[\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\right] \qquad (1.17)$$

Evrensel küme U'yu ,n-boyutlu öklit uzayında tanımlı olarak kabul edersek; eğer U'da tanımlı olan Ã bulanık alt kümesinin üyelik fonksiyonu U'da yarı içbükey halde bulunuyorsa; Ã kümesi de yarı içbükeydir. Eğer, Ã kümesinin üyelik fonksiyonu, n-boyutlu öklit uzayının (0, 1) aralığında, tam içbükeylik özelliği gösteriyorsa; Ã kümesi de tam içbükey bir kümedir. [57]

Üyelik fonksiyonlarına göre de bulanık bir kümenin içbükeyliği, x_1, $x_2 \in$ U ve $\lambda \in [\,0{,}1\,]$ koşulları ile aşağıda verilen ifadeyle tanımlanır.

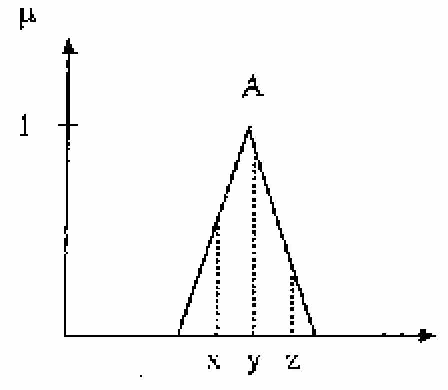
$$\mu_{\tilde{A}}\left[\lambda x_1 + [\,1-\lambda\,]\, x_2\right] \leq \max\left[\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\right] \qquad (1.18)$$

Üyelik fonksiyonlarına göre bulanık kümelerdeki dışbükeylik özelliği başka bir ifadeyle de tanımlanabilir. Bulanık kümenin üyelik fonksiyonunun üyelik değerleri monoton artan ve daha sonra monoton azalan bir durumda ise yada belli üyelik değerlerinde 1 olduktan sonra monoton azalan ise; böyle kümelere bulanık dışbükey kümeler denir. Başka bir deyişle; x, y, z elemanları Ã bulanık kümesinin içinde olsun ve $x < y < z$ olmak şartı ile; $\mu_{\tilde{A}}(y) > \max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{A}}(z))$ denklemini sağlayan bulanık kümeler dışbükeydir. [58]

---

[55] İnuiguchi, vd. s. 152.
[56] Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, s. 44.
[57] Inuiguchi, vd. s. 153.
[58] Ümit Terzi, " Taguchi Yöntemi ve Bulanık Mantık Kullanılarak Çok Yanıtlı Kalite Karakteristiklerinin Eş Zamanlı Eniyilenmesi ", (Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı, 2004), s. 31.

Şekil 5. Normal Dışbükey küme



Kaynak : Terzi, s.31. (Şekilde üyelik fonksiyonu $\mu_{A,}$ μ olarak gösterilmiştir.)

1.6.Bulanık Kümelerde İşlemler ve Geleneksel Kümelerle Karşılaştırılması

Matematiksel düşüncelerin hepsinin temelinde küme kavramı vardır.[59] Kümelerle, elde edilen veriler bir araya toplanıp, sonra da gerekli işlemlere tabi tutulabilir.

Bulanık kümeler yapı özellikleri itibariyle, geleneksel kümelerle benzerlik göstermektedir.[60] Geleneksel kümeler için söz konusu olan, birleşim, keşim, tümleyen gibi özellikler bulanık kümeler içinde söz konusudur. Bu özellikler ve küme işlemleri aşağıda ayrıntılı bir biçimde açıklanmıştır.

TANIM 1 : Bulanık Kümelerin Gösterimi; x_1, x_2, x_3, ….., x_n gibi elemanlardan oluşan ve U evrensel kümesinde tanımlı olan Ã bulanık kümesinin elemanları, bu elemanların her birini evrensel küme U'da temsil eden ve [0,1] aralığında yer alan $\mu_{\tilde{A}}$ (x) üyelik fonksiyonuna sahiptir.[61] Üyelik fonksiyonu literatürde farklı sembollerle ifade edilmektedir. Birkaç tanesi örnek verilecek olunursa; " f (x), Ω (x), Q (x), μ (x) " gibi simgelerdir. Bu üyelik fonksiyonunun sayısal değeri ise, elemanların Ã bulanık kümesiyle ilişkilerinin

[59] Claudio A. Cioffi-Revilla, " Fuzzy Sets and Models of İnternational Relations," **American Journal of Politicial Science**, (Feb., 1981),Vol.25,No.1, 130.
[60] Gregory S. Sanjian, " Fuzzy Set Theory and U.S. Arms Transfers : Modelling The Decision Making Process," **American Journal of Politicial Science**,(Nov.,1988), Vol.32, No.4, 1020.
[61] Revilla, s.135.

derecelerini gösterir. Gerçel sayıların [0,1] kapalı aralığında tanımlı olan ve üyelik ilişkilerinin gerçek değerlerinin oranlarını gösteren üyelik fonksiyonu, bulanık kümelerin karakteristik özelliğidir.[62] Bu anlamda Ã bulanık kümesi aşağıdaki gibi sembolize edilir:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \{ \mu_{\tilde{A}} (x_1) x_1, \mu_{\tilde{A}} (x_2) x_2, \mu_{\tilde{A}} (x_3) x_3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \mu_{\tilde{A}} (x_n) x_n \} \qquad (1.19)$$

Geleneksel bir kümede ise daha önceki kısımlarda da anlatıldığı gibi [0,1] arasında değişen üyelik fonksiyonu değerleri söz konusu değildir. Bulanık kümelerle geleneksel kümeler arasındaki en büyük fark, geleneksel kümelerde, üyelik fonksiyonu değerinin çok katı sınırlara sahip olmasıdır. Bu nedenle, x elemanı geleneksel kümenin ya elemanıdır yada elemanı değildir. Elemanı ise; 1 üyelik derecesine, değilse; 0 üyelik derecesine sahiptir. Bu anlamda, U evrensel kümesinde tanımlı olan ve x_1, x_2, x_3,……, x_n elemanlarından oluşan, geleneksel bir küme olan A'da aşağıdaki gibi sembolize edilir:

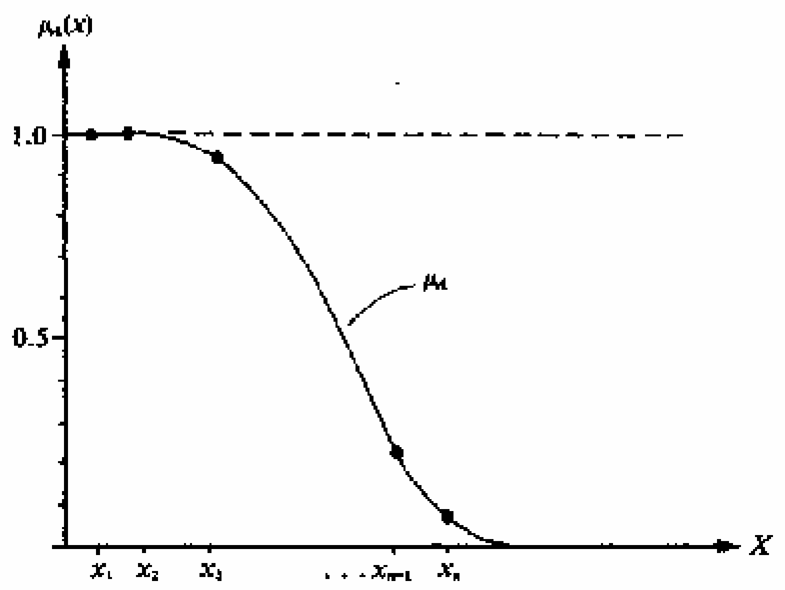
$$A = \{ x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, x_n \} \qquad (1.20)$$

Bulanık kümelerin karakteristik özelliği olan üyelik fonksiyonu şekil 6'da görülmektedir.

---

[62] Gaissi Takeuti, Satoko Titani,“ Intuitionistic Fuzzy Logic and Intuitionistic Fuzy Set Theory,” **The Journal of Symbolic Logic**,(Sep.1984),Vol.49,No.3, 851.

Şekil 6. Bulanık Kümelerde Üyelik Fonksiyonu : A = { $1.0x_1$, $1.0x_2$, $0.95x_3$,….,$0.25x_{n-1}$, $0.10x_n$ }



Kaynak : Claudio A. Cioffi – Revilla, " Fuzzy Sets and Models of International Relations ", American Journal of Politicial Science, Vol. 25, No.1, (Feb. 1981), s. 136.

TANIM 2 : Bulanık Kümelerin Birleşimi (union) Aynı evrensel kümede tanımlı iki bulanık küme olan Ã ve B̃ kümelerinin birleşimi, $\mu_{\tilde{A}}$ ve $\mu_{\tilde{B}}$ üyelik fonksiyonları kullanılarak; **C̃ ≡ Ã U B̃** olarak gösterilir ve **$\mu_{\tilde{C}} \equiv \max (\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}})$** olarak hesaplanır.[63] Ã ve B̃'nin bileşimi matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir: [64]

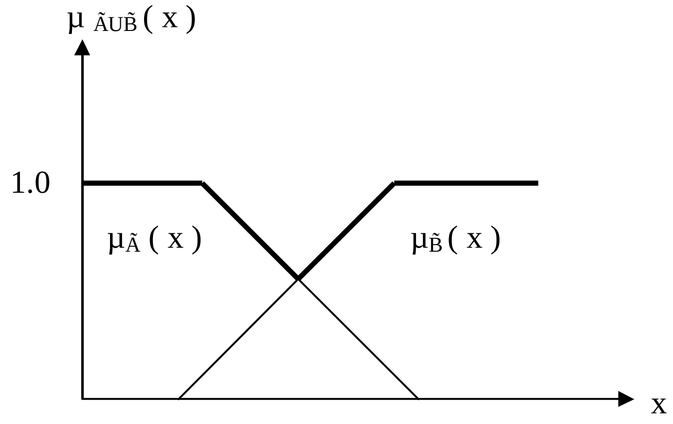
$$\mu_{\tilde{C}} (x) = \mu_{\tilde{A}} (x) \vee \mu_{\tilde{B}} (x) = \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}} (x) \qquad (1.21)$$

Buradaki " V " işareti maksimumu ifade etmektedir. Yani; bulanık birleşim kümesinin üyelik fonksiyonunun değeri, birleşimde yer alan bulanık kümelerin üyelik fonksiyonu değerleri içinde, en büyük olanına eşittir.

Bulanık kümelerde birleşim işlemi aşağıdaki şekille ifade edilebilir:

[63] Revilla, s. 137.
[64] Lotfi A. Zadeh," Fuzzy Sets ," **İnformation and Control** (1965),Vol. 8,No:3,ss. 339.

Şekil 7 . Bulanık Kümelerde Birleşim



Geleneksel kümelerde birleşim ise, aynı evrensel küme içinde tanımlı olan A ve B normal kümelerinin elemanlarının hepsinin bir araya gelmesi ile oluşur. Aynı eleman iki defa birleşim kümesi içinde yer almaz. Formel olarak ta aşağıdaki gibi gösterilir:

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ veya } x \in B,\ A, B \in U \} \qquad (1.22)$$

Buradan da anlaşıldığı gibi geleneksel kümelerdeki birleşim işleminde farklı olarak; bulanık kümelerde birleşim işleminde, üyelik fonksiyonları rol oynamaktadır ve üyelik fonksiyonları arasında maksimum değerli olan, birleşim kümesinin de üyelik fonksiyonunu oluşturmaktadır. Bu durumda şöyle bir sonuç çıkarılabilir. İki bulanık kümenin birleşimi yine bir bulanık kümeyle sonuçlanır.

TANIM 3 : Bulanık Kümelerin Kesişimi (intersection) $\mu_{\tilde{A}}$ ve $\mu_{\tilde{B}}$ ile nitelenen iki bulanık küme olan Ã ve B̃ kümelerinin kesişimi, yeni bir bulanık küme olan C̃ kümesi ile sonuçlanır ve $\tilde{C} \equiv \tilde{A} \cap \tilde{B}$ olarak gösterilir ve $\mu_{\tilde{C}} \equiv \min (\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}})$ şeklinde hesaplanır.[65] Ã ve B̃ bulanık kümelerinin kesişimi formel olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir:[66]

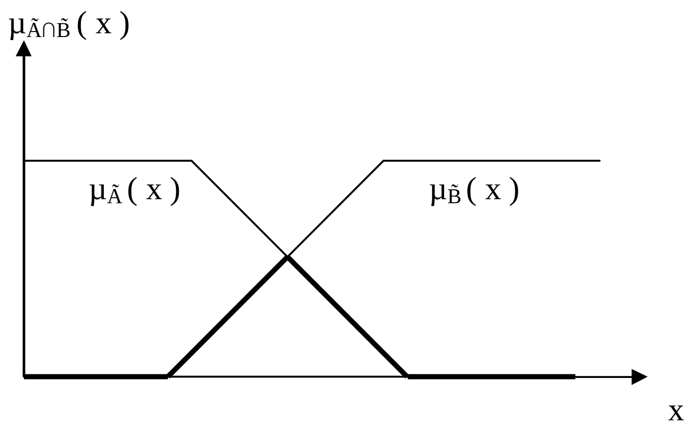
$$\mu_{\tilde{C}} (x) = \mu_{\tilde{A}} (x) \wedge \mu_{\tilde{B}} (x) = \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}} (x) \qquad (1.23)$$

[65] Revilla, s.137.
[66] Zadeh, ss. 340-341.

Buradaki " Λ " işareti; minimumu ifade etmektedir. Yani, bulanık kesişim kümesinin üyelik fonksiyonu değeri, kesişim işleminde yer alan bulanık kümelerin üyelik fonksiyonu değerleri içindeki en küçük değere eşittir.

Bulanık kümelerde kesişim işlemi şekille aşağıdaki gibi gösterilebilir:

Şekil 8. Bulanık Kümelerde Kesişim İşlemi



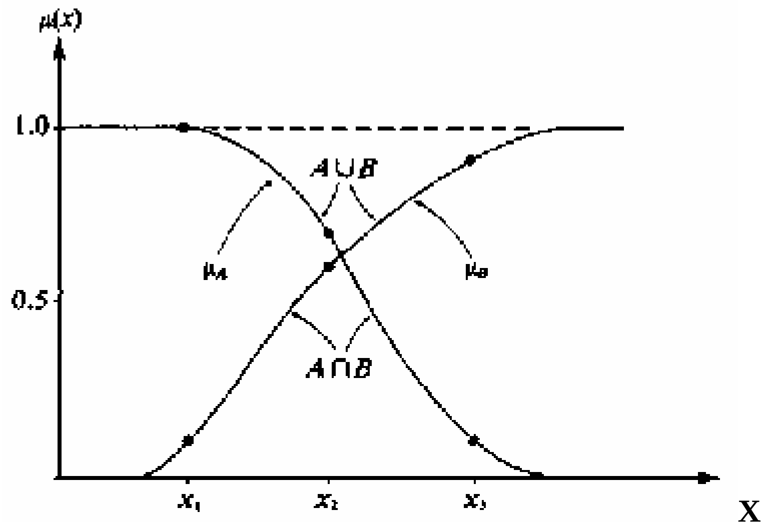
Geleneksel kümelerde ise kesişim işlemi, A ve B kümelerinin ortak elemanlarının oluşturduğu bir kümedir. Formel olarak aşağıdaki gibi gösterilir:

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ ve } x \in B, A,B \in U \} \qquad (1.24)$$

Birleşim işleminde de olduğu gibi; iki bulanık kümenin kesişimi sonucunda oluşan küme yine bulanık bir kümedir.

Aşağıda yer alan şekil 9 ile; bulanık kümelerdeki kesişim ve birleşim işlemleri bir arada görülmektedir.

Şekil 9 . Bulanık Kümelerde Kesişim ve Birleşim



Kaynak : Revilla, s. 138.

TANIM 4 : Bulanık Kümelerin Tümleyeni (complement); Bir bulanık küme olan Ã'nın tümleyeni, B̃ bulanık kümesi ile sonuçlanır; B̃ = ~Ã olarak gösterilir.[67] ve aşağıdaki gibi hesaplanır:

$\mu_{\tilde{B}}$ (x)= 1.0-$\mu_{\tilde{A}}$ (x) = $\mu_{\bar{A}}$ (x) (1.25)

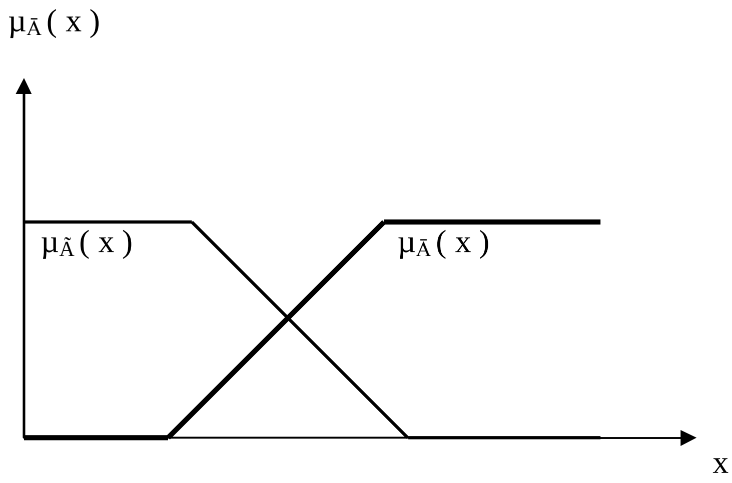
yada; $\mu_{\bar{A}}$ (x) = 1-$\mu_{\tilde{A}}$ (x) olarak ta gösterilebilir.[68] (1.26)

Buradaki " ~ " işareti, mantıksal bağlantılarda kullanılan " değil " işareti ile aynı anlamdadır. Aynen kümelerin birleşim ve kesişim işlemlerinde kullanılan " ve ", " veya " mantık işlemleriyle aynı görevi görmektedir.

Bulanık kümelerde tümleyen işlemi ise, aşağıdaki gibi şekille ifade edilebilir:

[67] Revilla, s. 139.
[68] Lotfi A. Zadeh, **Fuzzy Sets** , R. Yager,S. Ovzhinnikov and R.Tong (ed.),Fuzzy Sets and Aplications: Selected Papers by L. A. Zadeh, Newyork: John Willey&Sons, 1987, s. 31.

Şekil 10 . Bulanık Kümelerde Tümleyen İşlemi



Geleneksel kümelerde ise tümleyen işlemi aşağıdaki gibi ifade edilir :

$$\bar{A} = \{ x \mid x \in U \text{ ve } x \notin A \} \qquad (1.27)$$

TANIM 5:Bulanık Kümelerin Yoğunlaşması-(consentration) Ã bulanık kümesinin kendisiyle çarpımı B̃ bulanık alt kümesini oluşturur. $\mu_{\tilde{B}} = (\mu_{\tilde{A}})^2$ olarak belirlenir. Aşağıdaki gibi de ifade edilebilir: [69]

$$\text{KON}(\tilde{A}) \leftrightarrow \tilde{A}^2 \rightarrow \text{CON}(\mu_{\tilde{A}}) \leftrightarrow \mu_{\tilde{A}}^2 \qquad (1.28)$$

TANIM 6: Bulanık Kümelerin Çarpımı (multiplication); Ã ve B̃ olmak üzere iki bulanık kümenin çarpımı yeni bir bulanık küme olan C̃'yi oluşturur ve şu şekilde simgelenir: $\tilde{C} \equiv \tilde{A}\tilde{B}$

ve

$\mu_{\tilde{C}} \equiv \mu_{\tilde{A}} . \mu_{\tilde{B}}$ olarak hesaplanır. (1.29)

TANIM 7 : Bulanık Kümelerin Karşılıklı Yoğunlaştırılması (contrast intensification)[70]; Karşılıklı yoğunlaştırma işleminin klasik operatörü INT'dir. Üyelik fonksiyonu değeri 0.5'in üstündeyse katsayı büyür, 0.5'in altındaysa; katsayı küçülür. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

[69] Türkbey, s. 86.
[70] Bodjanova, s.237.

$$\text{INT}\left[\mu_{\tilde{A}}(x)\right] = \begin{cases} \mu_{\tilde{A}}(x) \leq 0.5 \text{ ise ; } 2\left[\mu_{\tilde{A}}(x)\right]^2 \\ \\ \mu_{\tilde{A}}(x) \geq 0.5 \text{ ise ; } 1-2\left[\mu_{\tilde{A}}(x)\right]^2 \end{cases} \qquad (1.30)$$

Geleneksel kümelerle bulanık kümeler arasındaki, çift tümleme, değişme, birleşme, dağılma, tek kuvvet, birim elemen, ters eleman, de Morgan kuralları, yutma özellikleri, tümleyeni yutma özelliği, evrensel ve boş kümenin yutma özelliği gibi özellikler açısından karşılaştırılması da aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 2 . Normal ve Bulanık Küme işlemlerinin Özellikleri

	Normal Kümelerin Özellikleri	Bulanık Kümelerin Özellikleri
Çift Tümleme Özelliği	$(\tilde{A}')' = A$	$\mu_{(A')'}(x) = \mu_A(x)$
Değişme Özellikleri	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_{B \cup A}(x)$ $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_{B \cap A}(x)$
Birleşme Özellikleri	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	$\mu_{A \cup (B \cup C)}(x) = \mu_{(A \cup B) \cup C}(x)$ $\mu_{A \cap (B \cap C)}(x) = \mu_{(A \cap B) \cap C}(x)$
Dağılma Özellikleri	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$\mu_{A \cup (B \cap C)}(x) = \mu_{(A \cup B) \cap (A \cup C)}(x)$ $\mu_{A \cap (B \cup C)}(x) = \mu_{(A \cap B) \cup (A \cap C)}(x)$
Tek kuvvet Özellikleri	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	$\mu_{A \cup A}(x) = \mu_A(x)$ $\mu_{A \cap A}(x) = \mu_A(x)$
Birim Eleman Özellikleri	$A \cup \emptyset = A$ $A \cap E = A$	$\mu_{A \cup \emptyset}(x) = \mu_A(x)$ $\mu_{A \cap E}(x) = \mu_A(x)$
Ters Eleman Özellikleri	$A \cup A' = E$ $A \cap A' = \emptyset$ $E' = \emptyset,\ \emptyset' = E$	GEÇERLİ DEĞİLDİR GEÇERLİ DEĞİLDİR GEÇERLİ DEĞİLDİR
De Morgan Kuralları	$(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$	$\mu_{(A \cup B)'}(x) = \mu_{A' \cap B'}(x)$ $\mu_{(A \cap B)'}(x) = \mu_{A' \cup B'}(x)$
Yutma Özellikleri	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$	GEÇERLİ DEĞİLDİR GEÇERLİ DEĞİLDİR GEÇERLİ DEĞİLDİR
Tümleyenin Yutma Özellikleri	$A \cup (A' \cap B) = A \cup B$ $A \cap (A' \cup B) = A \cap B$	GEÇERLİ DEĞİLDİR GEÇERLİ DEĞİLDİR
Evrensel ve Boş Kümenin Yutma Özelliği	$A \cup E = E$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	$\mu_{A \cup E}(x) = \mu_E(x)$ $\mu_{A \cap \emptyset}(x) = \mu_{\emptyset}(x)$

Kaynak : Özkan, Mustafa M., Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi, (Yayınlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üni. Sos. Bil.Enst., Bursa,2002), s.19.

1.6.1 Bulanık Kümelerde t, s ve c Eşleşmeleri

Bulanık kümelerde söz konusu olan " t, s ve c " eşleşmeleri, bulanık kümelerde yukarıda anlatılan birleşim, kesişim ve tümleme özellikleriyle ve işlemleriyle ilgili unsurlardır. Aşağıda bu unsurlar ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

t-Eşlemeleri → t-eşleşmeleri yada t-normları, Schweizer ve Sklar tarafından, muhtemel metrik uzaydaki aralıkları modellemek için oluşturulmuştur.
t-eşleşmeleri, bulanık küme teorisinde ise; mantıksal bir birleştirici olan, " ve " işlemcisinin modellenmesi amacıyla kullanılmaktadır. Burada, " ve " işlemcisi, bulanık kümelerdeki kesişim işlemini yerine getirmektedir.

Ã ve B̃ olmak üzere aynı evrensel küme U'da tanımlı olan iki bulanık kümeyi ele alalım. Daha öncede anlatıldığı gibi bu iki bulanık kümede üyelik fonksiyonları olan $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ ile temsil edileceklerdir. Bulanık kümelerin kesişim fonksiyonlarının da $\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x)$ olarak sembolize edildiği önceki kısımlarda gösterilmiştir. İşte; Ã ve B̃ kümelerinin üyelik fonksiyonlarını $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonuna dönüştüren eşleşmeye "t eşlemesi" denir.[71] Bir t eşleşmesi de matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$t : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1] \rightarrow t\ [\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] = \mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x) \tag{1.31}$$

[0,1] ile gösterilen değerler, evrensel küme U'da tanımlı olan Ã ve B̃ bulanık kümeleri ile, yine bir bulanık küme olan $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ bulanık kümelerinin alabileceği üyelik fonksiyon değerlerini göstermektedir. Yani bu üyelik değerleri [0,1] arasında değişen değerler alabilmektedir.

Herhangi bir t-eşlemesinin kesişim kümesi olarak nitelendirilebilmesi için aşağıda verilen koşulların karşılanması gerekir: [72]

---

[71] Dan Butnariu and Erich Peter Klement, **Triangular Norms and Some Applications to Measure and Game Theory**, V. Novak, J. Ramik and M. Mares (ed.), Fuzzy Approach to Reasoning and Decision Making, Prague : Academia, 1992, s. 90.
[72] Özkan, Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Teksti İşletmesinde Uygulama Denemesi, s.15.

1. **Sınır Koşulu**

$$t\,(0,0) = 0 \quad \text{ve } t\left[\mu_{\tilde{A}}(x), 1\right] = t\left[1, \mu_{\tilde{A}}(x)\right] = \mu_{\tilde{A}}(x) \qquad (1.32)$$

2. **Değişme Koşulu**

$$t\left[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right] = t\left[\mu_{\tilde{B}}(x), \mu_{\tilde{A}}(x)\right] \qquad (1.33)$$

3. **Artan Olmama (Monotoniklik) Koşulu**

Eğer, $\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{C}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x) \leq \mu_{\tilde{D}}(x)$ ise, bu durumda aşağıda verilen eşitsizlik doyurulmalıdır:

$$t\left[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right] \leq t\left[\mu_{\tilde{C}}(x), \mu_{\tilde{D}}(x)\right] \qquad (1.34)$$

4. **Birleşme Koşulu**

$$t\left[\mu_{\tilde{A}}(x), t\left\{\mu_{\tilde{B}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)\right\}\right] \leq t\left[t\left\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right\}, \mu_{\tilde{C}}(x)\right] \qquad (1.35)$$

s-Eşleşmeleri→ s-eşleşmeleri, bulanık küme teorisinde, mantıksal işlemci olan “ veya ”’nın mevcut olduğu durumları modellemek için kullanılır. Burada “ veya ” işlemcisi, bulanık kümelerin birleşimi sürecinde kullanılan bir işlemcidir.

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ olmak üzere; aynı evrensel küme U’da tanımlı olan iki bulanık kümeyi ele alalım. Yine, bu iki bulanık kümenin $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ üyelik fonksiyonları ile temsil edilecekleri açıktır. Bulanık birleşim kümesinin de $\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x)$ olarak sembolize edildiği belirtilmişti. İşte, $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonlarını, $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ kümesinin üyelik fonksiyonuna dönüştüren eşleşmeye “ s-eşleşmesi ” denir.[73] Bir s-eşlemesi matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$s : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1] \rightarrow s\left[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right] = \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) \qquad (1.36)$$

[73] Dan Butraniu and Erich Peter Klement, s.90.

Yine [0,1] değerlerinin her biri, formülden de görüldüğü gibi Ã, B̃ ve Ã U B̃ kümelerinin üyelik fonksiyonu değerlerinin sınırlarını göstermektedir. Kesişimde de olduğu gibi, birleşimde de [0,1] arasında değişen üyelik fonksiyonu değerleri alınacaktır.

Herhangi bir s eşleşmesinin, birleşim kümesi olarak nitelendirilebilmesi için, aşağıda verilen koşulları karşılaması gerekir:[74]

1. **Sınır Koşulu**

$$s(0,0) = 0 \quad \text{ve} \quad s\left[\mu_{\tilde{A}}(x), 0\right] = s\left[0, \mu_{\tilde{A}}(x)\right] = \mu_{\tilde{A}}(x) \qquad (1.37)$$

2. **Değişme Koşulu**

$$s\left[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right] = s\left[\mu_{\tilde{B}}(x), \mu_{\tilde{A}}(x)\right] \qquad (1.38)$$

3. **Artan Olmama (Monotoniklik Koşulu)**

Eğer, $\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{C}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x) \leq \mu_{\tilde{D}}(x)$ ise; aşağıda verilen eşitsizlik doyurulmalıdır:

$$s\left[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right] \leq s\left[\mu_{\tilde{C}}(x), \mu_{\tilde{D}}(x)\right] \qquad (1.39)$$

4. **Birleşme Koşulu**

$$s\left[\mu_{\tilde{A}}(x), s\left\{\mu_{\tilde{B}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)\right\}\right]$$

$$\leq$$

$$\left[s\left\{s \ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right\}, \mu_{C}(x)\right] \qquad (1.40)$$

c-Eşleşmesi → U evrensel kümesinde tanımlı olan ve $\mu_{\tilde{A}}$ üyelik fonksiyonu ile temsil edilen A bulanık kümesini ele alalım. Bu kümenin bulanık tümleyen kümesinin Ā olarak ve üyelik fonksiyonunun da; $\mu_{\bar{A}}(x)$ olarak ifade edildiğini belirtmiştik. İşte c-eşleşmesi, bulanık küme Ã'nın üyelik fonksiyonunu, bu kümenin

[74] Özkan, Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi, s. 16.

tümleyen kümesi Ā 'nın üyelik fonksiyonuna dönüştüren bir eşleşeme olarak tanımlanır. [75]

Bu eşleşmenin,

$$c\left[\mu_{\tilde{A}}(x)\right] = \mu_{\bar{A}}(x) \qquad (1.41)$$

şeklinde bir tümleyen olarak nitelendirilebilmesi için, aşağıda verilen koşulların karşılanması gereklidir:[76]

1. **Sınır Koşulu**

   $$c(0)=1 \quad \text{ve} \quad c(1)=0 \qquad (1.42)$$

2. **Artan Olmama (Monotoniklik) Koşulu**

   Bu koşul, $x_1, x_2 \in U$ için $\mu_{\tilde{A}}(x_1) < \mu_{\tilde{A}}(x_2)$ iken, aşağıda verilen eşitsizliğin karşılanmasını gerektirir.

   $$c[\mu_{\tilde{A}}(x_1)] \geq c[\mu_{\tilde{A}}(x_2)] \qquad (1.43)$$

3. **Süreklilik Koşulu**

   Bu koşul, Ã kümesinin her bir elemanının, aynı zamanda Ā tümleyen kümesinin elemanı olduğunu belirtir.

4. **Çift Değilleme Koşulu**

   $$c\left[c\left\{\mu_{\tilde{A}}(x)\right\}\right] = \mu_{\tilde{A}}(x) \qquad (1.44)$$

1.6.2. Bulanık Kümelerde Üyelik Fonksiyonu Çeşitleri

Bulanık küme teorisi, olasılık teorisi ve klasik mantıkla çözülemeyen, doğal belirsizlikleri modelleyebilmek için gerekli tekniklerine dayanan bir teoridir.[77]

---

[75] Özkan, Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi, s. 17.
[76] A.g.e. s.17.
[77] Milla Stojakovic, Zoran Stojakovic, " Support Function for Fuzzy Sets ", Mathematical, Physical and Engineering Sciences, (Mar. 8, 1996),Vol. 452, No. 1946, ss.421.

Klasik küme teorisinde eğer X, A'yı hem kapsar hem de eşit ise; A'nın karakteristik fonksiyonu bir simge olan " I " kullanılarak; aşağıdaki gibi gösterilir :

$I_A : X \rightarrow \{ 0, 1 \}$

Eğer x, A kümesinin bir elemanı ise $I_A (x) =1$ olacaktır, değil ise $I_A (x) = 0$ olacaktır. Buradaki I_A, x'in A kümesi içerisindeki üyelik derecesini göstermektedir.

Bulanık konsepte ise durum değişmektedir. Ã kümesi, üyelik fonksiyonu olan $\mu_{\tilde{A}}$ ile temsil edilmektedir, ve

$\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$ olarak simgelenmektedir.

$\mu_{\tilde{A}} (x) = 1$ olması, x'in Ã kümesinin tamamen üyesi olduğunu gösterirken, $\mu_{\tilde{A}} (x) = 0$ olması x'in Ã kümesinin tamamen üyesi olmadığını göstermektedir.

Şu nokta gözden kaçırılmamalıdır ki; x elemanındaki küçük bir değişim (artış yada azalış), x'in üyelik derecesinde de küçük bir etkiye yol açmaktadır.[78]

Örnek olarak insanlardan ve uzunluklarından bahsedildiğini düşünürsek; buna göre U; tüm insanları içeren evrensel bir küme olsun. Uzunlukta, bu U kümesi içinde tanımlı olan bulanık bir alt küme olsun. Burada, " uzun " kelimesinin dilsel bir değişken olduğu açıktır. Zadeh'e göre, bu kelime bizim, uzunlukla ilgili kategorimizi gösterir. Yani, bize göre bir insan uzun olabilir ama başkasına göre; aynı insan uzun olmayabilir. Uzunluk bulanık kümesinde, bu kümeye mensup olacak her insan, bir üyelik fonksiyonu ile nitelenecektir. Bunu yapmanın en kolay yolu, insanların boylarına dayanan ve belli sınırları içeren bir üyelik fonksiyonu oluşturmaktır. Aşağıdaki gibi bir ifade, bu durumda söz konusu olabilir:

[78] Leung, s. 66.

$$\text{uzunluk}(x) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer boy} < 170 \text{ cm} \\ \dfrac{\text{boy}(x) - 170 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} & ; \text{eğer } 170 < \text{boy}(x) < 190 \\ 1 & ; \text{eğer boy}(x) > 190 \text{ cm} \end{cases} \qquad (1.45)$$

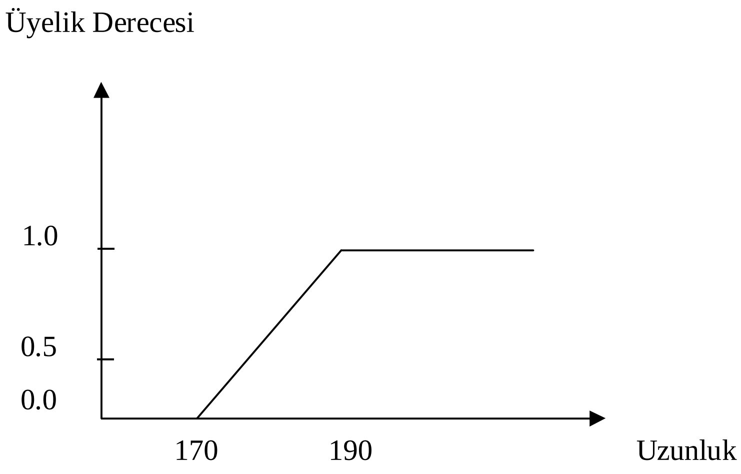
Bu durumu, insanları örnek vererek açıklarsak; şöyle bir tablo oluşturulabilinir.

Tablo 3 . İnsanların Boylarının Uzunluk Dereceleri (Üyelik dereceleri)

İNSANLAR	**BOY (cm)**	**UZUNLUK DERECESİ (ÜYELİK DERECESİ)**
Şahnaz	165	0,00
Feryal	170	0,21
Seval	175	0,38
Ertuğrul	180	0,42
Hikmet	185	0,54
Büşra	190	1,00

Tabloya göre, Şahnaz, en düşük üyelik derecesine sahip olan kişidir. Aslında 165 cm boyundaki Şahnaz'ın " kısa " olarak değerlendirilmesi tamamıyla karar vericinin düşüncesidir. Aynı şekilde de, Büşra'nın 190 cm'lik boyuyla " uzun " olarak değerlendirilmesi de karar vericinin düşüncesidir. Görüldüğü gibi bu örnekte; başlangıçta artan ve daha sonra sabit devam eden bir üyelik fonksiyonu mevcuttur. Bu üyelik fonksiyonu grafiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir;

Şekil 11 . Uzunluk Bulanık Kümesinin Üyelik Fonksiyonu

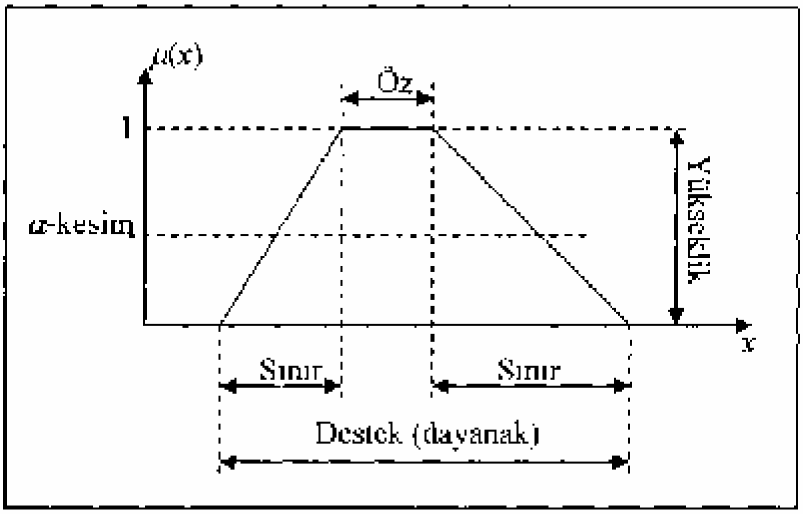


Tabi ki her zaman üyelik fonksiyonları bu örnekteki kadar basit olmaz. Bazen çok karmaşık ta olabilir. Bu problemin doğasıyla ilgili bir durumdur. Örneğin; " Feryal yaşına göre uzundur." denildiğinde; uzunluk ve yaş arasında bulanık bir ilişki kurmuş oluruz. Böylece oluşturacağımız üyelik fonksiyonu da, bu iki nesneye bağlı olarak değişecektir. Daha fazla kriter göz önüne alınacaktır.

Bulanık kümelerdeki üyelik fonksiyonlarının temel olarak " destek, öz, α-kesim, yükseklik " olmak üzere 4 parametresi vardır. Üyelik fonksiyonunun sıfırdan büyük olduğu bölgeye destek (dayanak) denir. Elemanların bir bulanık kümeye maksimum üyelik derecesinde ait oldukları bölgeye öz denir. Belirli bir α yüksekliğinden, üyelik fonksiyonunun bir baştan diğer başa kesilmesine α-kesim denir. Bir üyelik fonksiyonunun aldığı en yüksek değere yükseklik denir. Üyelik dereceleri 1'e veya 0'a eşit olmayan öğelerin oluşturduğu kısımlara da üyelik fonksiyonunun "sınırları" veya "geçiş" bölgeleri denir.[79]

[79] Başaran,s.98.

Şekil 12. Bir Üyelik Fonksiyonundaki Parametreler



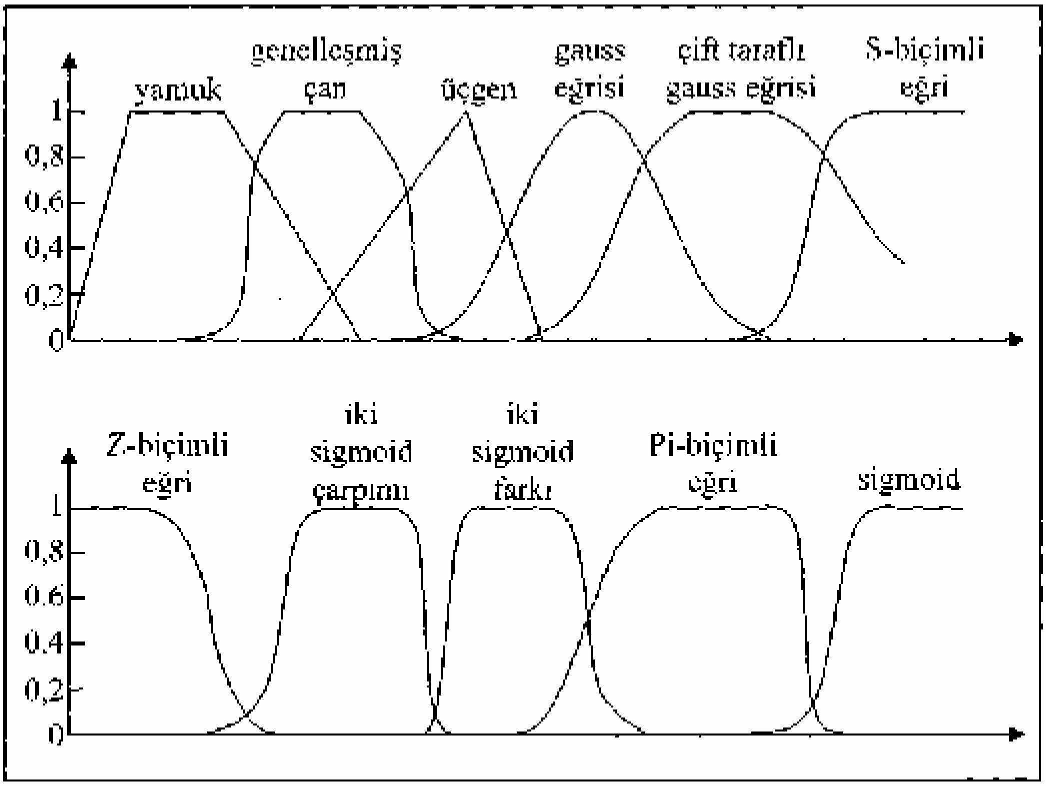
Kaynak: Bülent Başaran, " Hücresel Üretim :Hücrelerin Oluşturulmasında Bulanık Kümeleme Yönteminin Kullanılması, " (Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı, Üretim Yönetimi ve Pazarlama Bilim Dalı, 2005), s.98.

Şekilden de anlaşılacağı gibi, yükseklik x elemanının Ã kümesine bağlılık yada üyelik derecesi arttıkça artmaktadır. Öz, üyelik derecesi 1 olan yani yukarıda da belirttiğimiz gibi tamamen üye olan elemanların oluşturduğu bir bölgedir. Dayanakta, Ã kümesinde farklı üyelik derecelerine sahip elemanların sayısıyla ilgilidir. Sayı arttıkça dayanakta genişleyecektir.

Bulanık küme teorisinde kullanılan farklı çeşitlerde üyelik fonksiyonları mevcuttur. Doğru üyelik fonksiyonunun kullanılmasıyla daha sağlıklı sonuçlara erişilecektir.

Üyelik fonksiyonları doğrusal veya eğrisel olabilirler. Doğrusal üyelik fonksiyonlarından en çok kullanılanları üçgen ve yamuk şeklinde olanlarıdır. Eğrisel üyelik fonksiyonlarının çeşitleri ise çok daha fazladır. Bu temel üyelik fonksiyonlarından en yaygın olarak kullanılan bazılarının toplu grafikleri ve isimleri şekil 13'de mevcuttur.

Şekil 13. Yaygın Kullanılan Bazı Üyelik Fonksiyonu Çeşitleri



Kaynak : Başaran,s. 100.

Literatürde ayrıca, parçalı doğrusal, konkav biçimli üssel, konkav biçimli parçalı doğrusal, s-biçimli parçalı doğrusal, s-biçimli hiperbolik, s-biçimli kübik fonksiyonlarda tanımlanmıştır.[80]

1.6.3. Bulanık Kümelerde Genişleme Prensibi[81]

Genişleme kuralı, bulanık bağıntı ve bulanık aritmetiğin temelini oluşturur. x ve y değişkenleri sırasıyla Ã ve B̃ bulanık kümelerindeki elemanları göstersin. Ayrıca Ã ve B̃ kümelerinin sırasıyla U ve V evrenlerinde tanımlı olduğunu kabul edelim. Yani, x ϵ Ã, y ϵ B̃, Ã, U'nun alt kümesi, B̃, V'nin alt kümesi olsun. Ã kümesinin,

---

[80] Heinrich Rommelfanger, " Fuzzy Linear Programming and Applications ", Europan Journal of Operation Research 92, (1996), s. 14.
[81] Özkan, Bulanık Hedef Programlama,s. 50.

$$\tilde{A} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n} \qquad (1.46)$$

üyelik fonksiyonu ile nitelendiği bir durumda, x ve y değişkenleri arasında y = f (x) şeklinde fonksiyonel bir ilişki varsa veya bu değişkenlerin tanımlı olduğu evrensel kümeler arasında f : U → V şeklinde bir eşleşme söz konusu ise, B kümesinin üyelik fonksiyonu genişleme kuralı ile aşağıdaki gibi bulunur:

$$\tilde{B} = f(\tilde{A}) = f\left[\frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots\ldots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n}\right]$$

$$= \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n}$$

$$(1.47)$$

Burada, x değişkeninin alabileceği değerleri gösteren evrensel kümeden, y değişkeninin alabileceği değerleri gösteren evrensel kümeye doğru birebir nitelikte fonksiyonel bir eşleşme olmalıdır.

1.6.4. Birleşenlerine Ayırma Kuralı[82]

Bulanık bir küme, α-kesim kümelerinin bir dizisi olarak kısımlara ayrıştırılabilir. Evrensel küme U'da tanımlı olan bulanık bir kümenin α-kesimlere göre açıklanmasını sağlayan kurala, bileşenlere ayırma kuralı denir. Matematiksel olarak bileşenlere ayırma kuralı;

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \max_{\alpha \in (0,1]}\left[\min(\alpha, \mu_{\tilde{A}_\alpha})\right] \quad ; x \in U \qquad (1.48)$$

[82] Özkan, Bulanık Hedef Programlama, s.45.

ifadesiyle tanımlanır. Burada, α-kesim kümesi $\tilde{A}_\alpha$'nın üyelik fonksiyonu aşağıda verildiği gibidir.

$$\mu_{\tilde{A}\alpha}(x) = \begin{cases} 1 \; ; \text{ eğer } x \in \tilde{A}_\alpha \text{ ise} \\ 0 \; ; \text{ eğer } x \notin \tilde{A}_\alpha \text{ ise} \end{cases} \qquad (1.49)$$

1.6.5. Betimleme Teoremi[83]

Betimleme teoremi, bulanık bir kümenin α-kesim kümelerine ayrıştırılması ve $\alpha \times \tilde{A}_\alpha$ kümelerinin birleşimi olarak düzenlenebilmesini sağlayan bir teoremdir. Bazı uygulamalarda üyelik fonksiyonu tam olarak bilinmez. Bu belirsizliği gidermek için betimleme teoremi, üyelik fonksiyonuna yaklaşmayı olası kılan bir çözüm aracı sağlar.

A kümesinin üyelik fonksiyonunu $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ile, α-kesim kümelerini de $\tilde{A}_\alpha$ ile gösterelim. Bu durumda, α değerini $\tilde{A}_\alpha$ kesim kümesi ile çarparak, bulanık bir küme olan $\alpha x \tilde{A}_\alpha$ kümesini oluşturabiliriz. $\alpha x \tilde{A}_\alpha$ kümesinin;

$$\mu_{\alpha x \tilde{A}\alpha}(x) = \min \alpha, \mu_{\tilde{A}\alpha} \;\; ; \;\; x \in U \qquad (1.50)$$

üyelik fonksiyonu ile nitelenmesi halinde, A kümesi betimleme teoremine göre aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \bigcup \alpha \in (0,1] \; \mu_{\alpha x \tilde{A}\alpha}(x) \qquad (1.51)$$

Bura $\bigcup$ terimi birleşim işlemini göstermektedir.

Tüm bu açıklamalardan sonra, bulanık küme teorisinin daha da gelişmesi için neler yapılması gerektiğine değinilirse; aşağıdaki sonuçlara varılabilir:[84]

- Bulanık küme teorisinin bütün formel mantıksal alt yapısının geliştirilmesi,

[83] A.g.e. s. 46.
[84] Novak, s. 347.

- Belirsizlik fenomenleri ve bulanık küme teorisi kullanılan çözümleri içeren; yeni problemleri araştırmak,

- Klasik problemlerin , farklı yollarla, daha az çaba sarf ederek ve inandırıcı sonuçlar elde ederek; çözülmesini mümkün kılacak; bulanık küme teorisine dayalı yeni yöntemler geliştirmek.

İKİNCİ BÖLÜM
BULANIK SAYILAR

2.1. Bulanık Sayılarla İlgili Temel Kavramlar

Bulanık kümelerin bir alt kümesi olan bulanık sayılar, belirsiz değerlerin ifadesinde kullanılan sayılardır. Bulanık kümelerde söz konusu olan tüm işlemler, bulanık sayılara da uygulanabilir.

Daha öncede anlatıldığı gibi, bulanık mantığın temel özelliği, belirsiz, sözel ifadelerle, sayısal işlemlerin gerçekleştirilmesidir. İşte, bu belirsiz sözel ifadelerin, sayısal işlemlerden geçirilebilmesi için; bulanık sayılara çevrilmeleri gereklidir.

Dilsel değişkenlerin değeri genellikle bulanıktır. Bu bulanıklığı giderebilmek için; farklı gerçek hayat problemlerinde kullanılmak üzere; farklı tipteki bulanık sayılara ihtiyaç duyulur. [85]

Bulanık bir sayı $\tilde{a}$ simgesi ile sembolize edilir. Bulanık sayılara örnek verilecek olunursa; " 130 ve civarı ($1\tilde{3}0$), yaklaşık 12 derece ($1\tilde{2}$), 13 kilometreye yakın ($1\tilde{3}$) vb. " ifadelerini kullanabiliriz.

Bulanık sayıların kullanım alanları arasında bulanık regresyon, bulanık programlama ve bulanık karar verme ön plana çıkmaktadır. [86]

Bulanık bir sayı, bütün gerçel sayıların kümesi olan R' de tanımlıdır ve gerçel sayılar kümesinin bulanık bir alt kümesidir. Bulanık bir sayı, aşağıdaki koşulları sağlamalıdır:[87]

- $\tilde{A}$ bulanık kümesi normal bir bulanık küme olmalıdır. Yani;

$\sup_{x \varepsilon R} \mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ olmalıdır.

---

[85] Rong Yang, Zhenyuan Wang, Phanes-Ann Hang, Kworgsak Leung, " Fuzzy Numbers and Fuzzification of the Choguet İntegral ", **Fuzzy Sets and Systems**, (2005), s.96.
[86] Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, s. 59.
[87] Bodjanova, s. 265.

- $\tilde{A}$ bulanık kümesinin $\tilde{A}_\alpha$ α-kesim kümesi; (0-1] aralığındaki gerçel sayılar kümesinde tanımlı olmalıdır.

- $\tilde{A}$ bulanık kümesinin destek kümesi; DESTEK ($\tilde{A}$) = { $x \varepsilon R \mid \mu_{\tilde{A}} (x) > 0$ } olmalıdır. Yani, destek kümesi sınırlandırılmış olmalıdır.

- $\tilde{A}$ bulanık kümesi, dışbükey bir bulanık küme olmalıdır. Yani; her $x, y \in R$ için; $\lambda \in [0, 1]$ ise; $\mu_{\tilde{A}} (\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min \{ \mu_{\tilde{A}} (x), \mu_{\tilde{A}} (y)\}$ olmalıdır.[88]

Bu açıklamalar sonrasında, bulanık sayılar için farklı bir tanımlama yapılabilir. Bulanık bir sayı; destek kümesinin sınırlı olduğu; DESTEK ($\tilde{A}$) = { $x \in R \mid \mu_{\tilde{A}} (x) > 0$ }; normal ve içbükey özellik gösteren, reel sayıların bulanık bir alt kümesidir.[89]

Bu koşullardan da anlaşıldığı gibi; bulanık kümelerle bulanık sayılar birbiriyle yakından ilişkili unsurlardır. Her bulanık sayı bulanık bir küme olabilir ama her bulanık küme, bulanık bir sayı olamaz.[90]

Bulanık sayılarla işlem yapıldığında; gerçekleştirilen hesaplamaların sonucu, büyük oranda bulanık sayıların üyelik fonksiyonlarına bağlıdır. Üyelik fonksiyonu basit olmayan bulanık sayının, hesaplamaları daha karmaşıktır. [91]

2.2. Bulanık Sayı Çeşitleri

Daha öncede anlatıldığı gibi; gerekli koşullar sağlandığı taktirde, bulanık kümeler, bulanık sayı olarak kullanılmaktadırlar.

---

[88] Stefan Chanas, Pawel Zielinski, “ On the Equivalence of Two Optimization Methods for Fuzzy Linear Programming Problems ”, **European Journal of Operational Research** 121, (2000), s. 57.
[89] C.H. Cheng, “ A New Approach for Ranking Fuzzy Numbers by Distance Method ”, **Fuzzy Sets and Systems** 95, (1998), s. 308.
[90] Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, s. 59.
[91] Przemyslaw Grzegorzewski, Edyta Mrowka, “ Trapezoidal Approximation of Fuzzy Numbers ” , Fuzzy Sets and Systems, Taner Bilgiç, Bernard De Baets,, Okyay Kaynak (Eds.), 10th International Fuzzy Systems Association Work Congress, İstanbul, Turkey , (June 30- July 2, 2003), s. 237.

Bilindiği gibi; Ã bulanık sayısının üyelik fonksiyonunun (Ã bulanık kümesinin üyelik fonksiyonunun) grafik üzerinde altında kalan alanı, Ã bulanık sayısının kardinalitesini vermektedir. Bulanık sayılar bu anlamda kardinalitelerinin dağılımına göre de kategorilere ayrılırlar.[92]

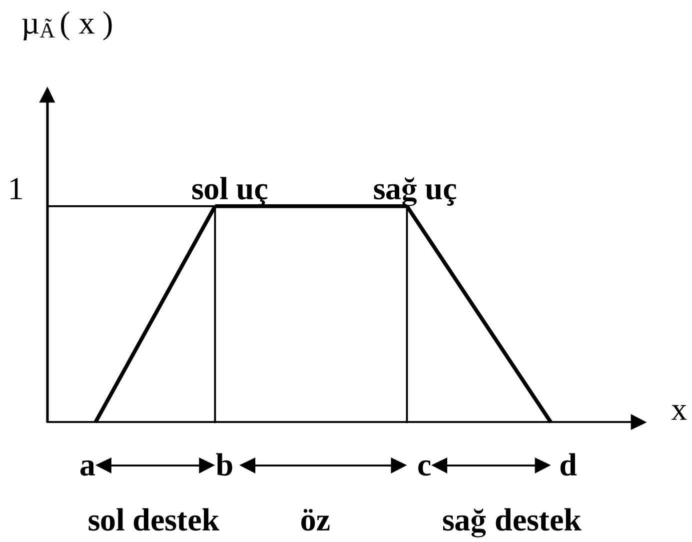
Bulanık küme teorisine göre; bulanık sayılar, belirsizlikleri göstermek için kullanılırlar ve bulanık küme teorisi içinde, farklı üyelik fonksiyonlarına sahip olan, birçok bulanık sayı çeşidi bulunmaktadır.[93]

Uygulamalardan sıkça kullanılan ve çoğunlukla yerini alan iki bulanık sayı çeşidinden bahsetmek mümkündür. Bunlar üçgensel (triangular), yamuksal (trapozideal) bulanık sayılardır. Aşağıda, bu üç bulanık sayı türü incelenmiştir.

2.2.1. Yamuksal (Trapezoidal) Bulanık Sayılar

Yamuksal bulanık sayılar " T " (İngilizce karşılığı nedeniyle) simgesi ile ifade edilir. Yamuksal bir bulanık sayı; sol destek, sol uç, sağ uç ve sağ destekten oluşur. Bunlar sırasıyla, " a, b, c, d " olarak ifade edilir.[94] Yamuksal bir bulanık sayının şekli aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.

Şekil 14 . Yamuksal Bulanık Sayı



---

[92] Slavka Bodjonava, " Median Value and Median İnterval of a Fuzzy Number " , **İnformation Sciences** 172, (2005), s. 74.
[93] Yuh – Wen Chen, Moussa Larbani, " Two – person Zero- sum Game Approach for Fuzzy Multiple Attribute Decision Making Problems ", **Fuzzy Sets and Systems** 157, (2006), s.38.
[94] Marcın Detyniecki, Ronald R. Yager, " Ranking Fuzzy Numbers Using α-weighted Voluations " **İnternational Journal of Unceartinity, Fuzziness and Knowledge-Based Systems**, Vol:8, s. 578.

Şekilden de görüldüğü gibi yamuksal bir bulanık sayı T (a, b, c, d) olarak; bileşenleriyle beraber gösterilebilir. Sol ve sağ uç değerleri, öz kısmının sınırlarını oluşturan ve maksimum üyelik derecesine sahip olan elemanlardır.

Ã bulanık sayısı yamuksal bir bulanık sayı olsun. Bu durumda, Ã bulanık sayısının üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir:[95]

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & ;\ \text{eğer } x < a \text{ ise,} \\ \dfrac{x-a}{b-a} & ;\ \text{eğer } a \leq x \leq b \text{ ise,} \\ 1 & ;\ \text{eğer } b \leq x \leq c \text{ ise,} \\ 0 & ;\ \text{eğer } x > d \text{ ise} \end{cases} \qquad (2.1)$$

Şekilde yer alan, a ve d parametrelerinin arasında kalan alan üyelik fonksiyonunun destek kısmını oluşturur. Bu bölge; üyelik fonksiyonu 0'dan büyük olan sayıların oluşturduğu bir bölgedir. Bu bölge sol destek, sağ destek ve özden oluşur. a ve b parametreleri arasında kalan alan sol destek alanı, b ve c parametreleri arasında kalan alan öz alanı, c ve d parametreleri arasında kalan alan sağ destek alanını göstermektedir. Sağ destek ve sol destek kısımlarına geçiş bölgeleri de denebilir. Ayrıca, a ve d elemanlarına, yamuksal bulanık sayının en düşük ve en yüksek sınırları da denir.

a ve d parametreleri yamuksal bir bulanık sayının kanat açıklıklarını veya üyelik derecesinin sıfır olduğu elemanları gösterir. b ve c parametreleri ise; bu sayının kernel kümesini gösterir.[96] Daha önceki kısımlarda da belirtildiği gibi; kernel kümesi, Ã kümesi içindeki üyelik derecesi 1'e eşit olan elemanların oluşturduğu bir kümedir. b ve c parametrelerinin de temsil ettiği elemanlar, üyelik derecesi 1'e eşit olan elemanlardır. b parametresi bu elemanlardan en küçüğünü, c parametresi ise bu elemanlardan en büyüğünü simgelemektedir.

---

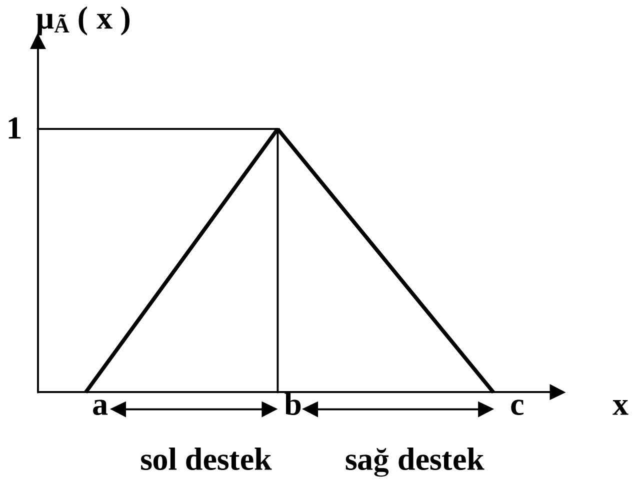
[95] Detyniecki, Yager, s. 578.
[96] Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, s. 61.

Eğer b=c olursa; yamuksal bulanık sayı, üçgensel bir bulanık sayıya dönüşür.

2.2.2. Üçgensel (Triangular) Bulanık Sayılar

Üçgensel bulanık sayılar, yamuksal bulanık sayıların farklı bir türüdür. Üçgensel bulanık sayılarda, yamuksal bulanık sayılardan farklı olmak üzere; bir tane uç vardır. İfade kolaylığı olması açısından, üçgensel bulanık sayılar T (a, b, c) olarak simgelenirler.[97] Üçgensel bulanık bir sayı aşağıdaki gibi grafikte gösterilir:

Şekil 15 . Üçgensel Bulanık Sayı



Üçgensel bir bulanık sayı da sol destek ve sağ destekten oluşur. Bu tür sayılarda, öz kısmını oluşturan yani; üyelik derecesi 1'e eşit elemanların bulunduğu bölgede tek bir eleman vardır ve bu elemanı da b parametresi simgeler. Bu durumda; a ve b parametresi arasında kalan alan sol desteği, b ve c parametreleri arasında kalan alan sağ desteği gösterir. Yamuksal bulanık sayılarda olduğu gibi; üçgensel bulanık sayılarda da, a ve c parametreleri üçgensel bulanık sayının; sırasıyla en düşük ve en yüksek sınır değerleridir.

Üçgensel bulanık bir sayının üyelik fonksiyonu; a, b, c parametreleri ele alınarak; aşağıdaki gibi ifade edilir:[98]

---

[97] Detyniecki, Yager, s. 576.
[98] Witold Pedrycz, **Fuzzy Control and Fuzzy Systems** , Taunton : Research Studies Pres, 1989. s.135.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a} & ; \quad a \leq x \leq b \text{ ise,} \\ \dfrac{c-x}{c-b} & ; \; b \leq x \leq c \text{ ise,} \\ 0 & ; \; x \geq c \text{ veya } x \leq a \text{ ise} \end{cases} \qquad (2.2)$$

Üçgensel bulanık sayılar uygulamalarda sıkça kullanılmaktadır. (bulanık kontrolörler, yönetsel karar problemleri, sosyal bilimler, vb.). Üçgensel bulanık sayılar, iki doğrusal segmentin bir uç noktada birleştiği; üyelik fonksiyonuna sahiptir. Bu durum, üçgensel bulanık sayıların grafiksel gösterimlerini ve kendileriyle işlem yapılmasını kolaylaştıran bir unsurdur. Ayrıca, az sayıda bileşene sahip oldukları için; az bir bilgi temeline dayanılarak kolaylıkla oluşturulabilirler.[99]

2.3. Bulanık Sayılarda Aralık Analizi

Bulanık sayılar belirsizlik içerdikleri için; bunları aralıklar halinde tanımlamak daha mantıklıdır. Bu anlamda, bulanık sayılara aralıklar halinde ifade edilen sayılar gözüyle de bakılabilir ve aralıklar halinde ifade edilen sayılarda geçerli olan tüm işlemler, bulanık sayılara da uygulanabilir.

Örneğin, “ Ahmet’in yaşı yaklaşık 35’dir.” diye kesinlik arz etmeyen bir bilgi yerine; “ Ahmet’in yaşı 36-40 arasındadır. ” demek daha mantıklı bir ifade olacaktır.

Profesör Rudolf Albrecht çalışmalarında, bulanık kümeler ve aralık analizlerinin, Fransız matematikçiler tarafından, 1930’lu ve 1940’lı dönemlerde geliştirilen; genel topolojiksel teoriyle ilgili olduğunu belirtmiştir. Şu açıktır ki; aralık analizleri ve bulanık küme teorisi ile ilgili, matematiksel anlamda aktif

[99] George Bojadziev, Maria Bojadziev, **Fuzzt Sets, Fuzzy Logic, Applications**, Singapore : World Scientific Publishing, 1995, ss. 36-37.

araştırmalar yapılmasına rağmen; sayısal analizler ve bilgisayar bilimleri, 1950'li ve 1960'lı yıllarda gelişmeye başlamıştır.[100]

Aralıklar halinde ifade edilen bir sayı, R'de (reel sayılarda) tanımlanan, kesin bir değeri olmayan ve belirli aralık sistemleriyle ifade edilen bir sayıdır. Herhangi bir " y " sayısını ele alalım. Bu " y " sayısı belirsizlik içeren bir sayı olsun ve aralıklarla tanımlansın. Bu durumda, " y " sayısını ifade etmek için iki değere daha ihtiyaç duyulacaktır. Bu değerlerden birisi y sayısından küçük, birisi ise; y sayısından büyük olacaktır. Bu iki değere " y sayısının sınır değerleri " denir. Tanımlanan bu iki değer de " x " ve " z " olsun. Eğer y sayısı kapalı bir aralıkta tanımlanıyorsa; ifade biçimi $x \leq y \leq z$ olacaktır. Bu durumu kapalı aralık sembolüyle $y \in [x, z]$ olarak ifade edebiliriz. Bu durumda y sayısı, en fazla z' ye eşit, en az x' e eşit yada x ve z arasında değişen bir değer alabilir. Benzer olarak; y sayısı açık bir aralıkta da tanımlı olabilir. Bu durumda, gösterimi $y \in (x, z)$ olacaktır. Yani;
$x < y < z$ olacaktır ve y sayısı en az, x'den büyük, an fazla z'den küçük olacak yada belirlenen aralık içinde değişen değerler alacak, asla x ve z'ye eşit olmayacaktır. Ayrıca, " yarı açık " yada " yarı kapalı " denilen aralık türlerinde de y sayısı tanımlı olabilir. Bu durumlarda, $x < y \leq z$ ve $x \leq y < z$ olarak ifade edilebilir. Birinci durumda, y sayısı en az x sayısından büyük, en fazla z sayısına eşit veya bu aralıkta değişen değerler alacaktır. Sembolik olarak ta; $y \in (x, z]$ ile ifade edilecektir. İkinci durumda ise; y sayısı, en az x sayısına eşit, en fazla z sayısından küçük veya bu aralık içinde değişen değerler alacaktır. Bu durum ise sembolik olarak; $y \in [x, z)$ olarak ifade edilir. Bu ifadelerin hepsinde yer alan, x, y, z sayıları reel sayılarda tanımlı olan değerlerdir.

Bulanık sayılar, aralık analizi kullanılarak ifade edilebildikleri için; aralıklar halinde ifade edilen sayılarda söz konusu olan aritmetik işlemler bulanık sayılara da uygulanabilir.

Aralık olarak; $A = [a_1, a_2]$ ve $B = [b_1, b_2]$ tanımlansın ve bu sayılara temel işlemler aşağıdaki gibi uygulanabilir: [101]

[100] Ramon Moore, Weldon Lodwick, " Interval Analysis and Fuzzy Set Theory ", **Fuzzy Sets and Systems** 135, (2003), s. 5.
[101] Bojadziev, ss.4-5.

Aralıklar Halinde İfade edilen Sayılarda Toplama İşlemi

$$A+B = [\, a_1, a_2 \,] + [\, b_1, b_2 \,] = [\, a_1 + b_1, a_2 + b_2 \,] \qquad (2.4)$$

Aralıklar Halinde İfade Edilen Sayılarda Çıkarma İşlemi

$$A-B = [\, a_1, a_2 \,] - [\, b_1, b_2 \,] = [\, a_1 - b_2, a_2 - b_1 \,] \qquad (2.5)$$

Aralıklar Halinde İfade Edilen Saylarda Çarpma İşlemi

$$\begin{aligned} A.B = AB &= [\, a_1, a_2 \,] \times [\, b_1, b_2 \,] \\ &= [\, \min(a_1b_1, a_1b_2, a_2b_1, a_2b_2), \max(a_1b_1, a_1b_2, a_2b_1, a_2b_2) \,]; \end{aligned} \qquad (2.6)$$

min (….) ve max (….) , burada parantez içindeki değerler arasındaki en küçük ve en büyük sayının seçilmesi gerektiğini ifade etmektedir.

Aralık Halinde İfade Edilen Sayılarda Bölme İşlemi

$$A:B = A / B = \frac{A}{B} = [\, a_1, a_2 \,] : [\, b_1, b_2 \,]$$

$$= [\, a_1, a_2 \,] \times \left[\frac{1}{b_2}, \frac{1}{b_1} \right], 0 \notin [\, b_1, b_2 \,] \qquad (2.7)$$

2.4. Bulanık Sayılarda α-kesimleri

Bulanık sayılarda α-kesimleri, bulanık sayılarla gerekli cebirsel işlemleri yapmak için gereklidir.

Bulanık sayılarda, $\alpha = 1$ olması durumunda sayı gerçek sayıya, $\alpha = 0$ olmasında ise tam bulanık, yani aralık sayıya dönüşür. $0 < \alpha < 1$ olması durumunda aynı bulanık sayının α seviyesinde kesilmesi ile ortaya…. kesik bulanık küme…çıkacaktır.[102]

[102] Terzi, s. 46.

Bulanık sayılarda α-kesimleri ve katı α-kesimleri söz konusudur. Ã bulanık kümesi, U evrensel kümesinde tanımlı bir alt küme olsun. Ã kümesinin üyelik fonksiyonunun $\mu_{\tilde{A}}(x) : U \rightarrow [0, 1]$ ifadesiyle gösterildiğine daha önceki kısımlarda değinilmişti. Ã bulanık kümesinin α değerleri [0, 1] aralığında değişen değerler alır ve $\alpha \in [0, 1]$ olarak ifade edilir.

Ã kümesinin α-kesimi $\tilde{A}_\alpha$ (α- seviyesi kümesi) ve katı α-kesimi ($\tilde{A}_\alpha$) (katı α- seviyesi kümesi) olarak gösterilir ve aşağıdaki gibi ifade edilir:[103] (Bu kaynakta α-kesim kümesi $[A]_\alpha$ ve evrensel küme de X olarak gösterilmiştir. Çalışmada sembol bütünlüğü olması açısından; daha önceki kısımlarda değinildiği gibi sembolize edilmiştir.)

$$\tilde{A}_\alpha = \left\{ x \in U \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \leq \alpha \right\} \qquad (2.8)$$

ve;

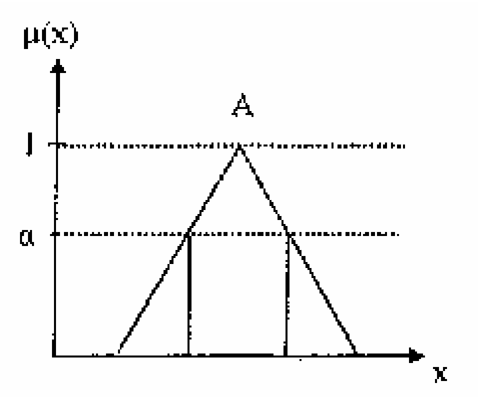
$$(\tilde{A}\alpha) = \left\{ x \in U \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha \right\} \qquad (2.9)$$

Yukarıda da bahsedildiği gibi; bulanık sayılarla aritmetik işlemler yapabilmek için kullanılan α-kesim yönteminde, ilk olarak; Ã kümesinin α-kesim kümelerinin alt ve üst seviyelerinin belirlenmesi gerekir. Ã bulanık sayısının α-kesimlerinin alt ve üst sınırları aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\tilde{A}_\alpha = \{ a_1^\alpha, a_2^\alpha \}, \quad \alpha \in [0, 1] \qquad (2.10)$$ [104]

[103] Inuiguchi vd., s. 152.
[104] Lefteri H. Tsoukalas, Robert E. Uhrig, **Fuzzy and Neural Approaches in Engineering**, Newyork : John Willey & Sons, 1997, s.83.

Şekil 16. Bulanık Bir Sayının α-sınırları



a^1_α a^2_α

Kaynak : Terzi, s.47. (Bu şekilde bulanık küme A simgesi ile ifade edilmiştir ve α-sınır değerleri a_α^-, a_α^+ olarak kullanılmıştır ancak sembol bütünlüğü olması açısından çalışmanın tümü için geçerli olan simgeler kullanılmıştır.)

α-kesim kümelerinin alt ve üst sınırları yardımıyla; Ã ve B̃ bulanık sayılarıyla aşağıda yer alan aritmetik işlemler gerçekleştirilir:[105]

Bulanık Sayılarda Toplama İşlemi

$$\{ \tilde{A}_\alpha \} + \{ \tilde{B}_\alpha \} = \tilde{A}_\alpha + \tilde{B}_\alpha \} = \{ a_1^\alpha, a_2^\alpha \} + \{ b_1^\alpha, b_2^\alpha \} \qquad (2.11)$$
$$= \{ a_1^\alpha + b_1^\alpha, a_2^\alpha + b_2^\alpha \}$$

Bulanık Sayılarda Çıkarma İşlemi

$$\{ \tilde{A}_\alpha \} - \{ \tilde{B}_\alpha \} = \{ \tilde{A}_\alpha - \tilde{B}_\alpha \} = \{ a_1^\alpha, a_2^\alpha \} - \{ b_1^\alpha, b_2^\alpha \} \qquad (2.12)$$
$$= \{ a_1^\alpha - b_2^\alpha, a_2^\alpha - b_1^\alpha \}$$

Bulanık Sayılarda Çarpma İşlemi

$$\{ \tilde{A}_\alpha \} \text{ x } \{ \tilde{B}_\alpha \} = \{ \tilde{A}_\alpha \tilde{B}_\alpha \} = \{ a_1^\alpha, a_2^\alpha \} \{ b_1^\alpha, b_2^\alpha \} \qquad (2.13)$$
$$= \{ \min [a_1^\alpha b_1^\alpha, a_1^\alpha b_2^\alpha, a_2^\alpha b_1^\alpha, a_2^\alpha b_2^\alpha] \},$$
$$\{ \max [a_1^\alpha b_1^\alpha, a_1^\alpha b_2^\alpha, a_2^\alpha b_1^\alpha, a_2^\alpha b_2^\alpha] \}$$

[105] Bojadziev, s. 70, 77, 78, 85.

Bulanık Sayılarda Bölme İşlemi

$$\{ \tilde{A}_\alpha \} : \{ \tilde{B}_\alpha \} = \{ \tilde{A}_\alpha : \tilde{B}_\alpha \} = \{ a_1^\alpha, a_2^\alpha \} : \{ b_1^\alpha, b_2^\alpha \}$$

$$= \{ a_1^\alpha, a_2^\alpha \} \left\{ \frac{1}{b_1^\alpha} \quad \frac{1}{b_2^\alpha} \right\}, \; 0 \notin [\, b_1, b_2 \,] \qquad (2.14)$$

2.5. Bulanık Sayılarda Genişleme Prensibi

Bulanık sayılarla cebirsel işlemlerin gerçekleştirilmesinde kullanılan ikinci bir yöntem de genişleme prensibidir. Genişleme prensibine daha önceki kısımlarda değinilmiştir. Ancak kısaca hatırlatılacak olunursa;x elemanı $\tilde{X}$ bulanık kümesinde, y elemanı da, $\tilde{Y}$ bulanık kümesinde tanımlı olsun. Eğer, x ve y elemanları arasında y = *f* (x) gibi bir fonksiyonel ilişki varsa; bu durumda y, *f* fonksiyonu içinde x’in yansımasıdır. [106]

Bu durumda, $\tilde{Y}$ kümesinin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\mu_{\tilde{Y}}(x) = f(x) = f\left\{ \frac{\mu_{\tilde{X}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{X}}(x_2)}{x_2} + \ldots\ldots + \frac{\mu_{\tilde{X}}(x_n)}{x_n} \right\}$$

$$= \frac{\mu_{\tilde{X}}(x_1)}{f(x_1)} + \frac{\mu_{\tilde{X}}(x_2)}{f(x_2)} + \ldots\ldots. + \frac{\mu_{\tilde{X}}(x_n)}{f(x_n)} \qquad (2.15)$$

$\tilde{Y}$ kümesinin üyelik fonksiyonu başka bir şekilde belirtilecek olunursa; aşağıdaki ifadeye ulaşılır: [107]

$$\mu_{f(x)}(y) = \begin{cases} \text{Sup } \{ \mu_{\tilde{X}}(x) \,|\, x \in X, f(x) = y & \text{eğer; } f^{-1}(y) \neq 0 \text{ ise;} \\ 0 & \text{eğer; } f^{-1}(y) = 0 \text{ ise} \end{cases}$$

[106] Bojadziev, s. 133.
[107] Inuiguchi vd. s. 153.

(2.16)

İki bulanık sayıya uygulanan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri genişleme kuralı ile aşağıda verildiği gibi bulunur: [108]

$$\mu_{\tilde{C}}(z) = \max_{z = x+y} \min \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y) \} \tag{2.17}$$

$$\mu_{\tilde{D}}(z) = \max_{z = x-y} \min \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y) \} \tag{2.18}$$

$$\mu_{\tilde{E}}(z) = \max_{z = x.y} \min \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y) \} \tag{2.19}$$

$$\mu_{\tilde{F}}(z) = \max_{z = x \div y} \min \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y) \} \tag{2.20}$$

[108] Mustafa Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, Ekin Kitapevi, Bursa : 2003, s. 76'dan, J.J. Buckley and W. Siler, " Fuzzy Number for Expert Systems ", Madam M. Gupta and Takeshi Yamakawa (ed.), **Fuzzy Logic in Knowledge-Based Systems, Decision and Control**, Amsterdam : Elsevier, 1988. s. 453.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
DOĞRUSAL PROGRAMLAMADAN BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMAYA GEÇİŞ

Bu bölümde, bulanık optimizasyon ve bulanık ortamda karar vermenin özellikleri, üretim yönetiminde bulanık mantığın yeri, geleneksel doğrusal programlama modeli, bulanık doğrusal programlama modeli, bulanık doğrusal programlamaya ilişkin çözüm yaklaşımları üzerinde durulacaktır.

3.1. Bulanık Optimizasyon ve Bulanık Ortamda Karar Vermenin Özellikleri

Geleneksel karar verme problemlerinde, problem konusu olan sistemde, kavramda yada amaçta belirlilik söz konusudur. Karar verirken göz önüne aldığınız kriterler, olanaklarınız, değerlendireceğiniz durumlar kesin ifadelerle tanımlanabilirler. Ancak, bulanık ortamda karar verme problemlerinde, problem konusu olan sistemde, kavramda ve amaçta, kesin ifadelerin olmayışı nedeniyle bir belirsizlik söz konusudur. Bu belirsizlik ortamında, karar problemini çözmek için bulanık mantığın matematiksel işlemlerinden yararlanılır.

Gerçek hayat problemlerinde de, genelde parametreler arasındaki farklar, oranlar ve ilişkili unsurlarda belirsizlik hakimdir.[109] Bir yerde karar vermek, probleme ilişkin optimum sonucu yakalamak olduğu için; bu anlamda bir optimizasyona gitmek, klasik matematiksel tekniklerle mümkün değildir.

Bulanıklığın oluştuğu optimizasyon problemleri,bulanık optimizasyon problemleri olarak kategorize edilir. Bellman ve Zadeh, bulanık hedef ve bulanık karar alanlarına sahip tüm unsurları kullanarak bulanık optimizasyonun gelişmesini sağlamışlardır.[110]

Optimizasyon, bilim ve mühendisliğin birçok alanında önemli bir yere sahiptir. Çoğu modelleme, dizayn, kontrol ve karar verme problemleri matematiksel

---

[109] Masahiro Inuiguchi, Tetsuzo Tanino, “ Fuzzy Linear Programming With İnteractive Uncertain Parameters ” , Graduate School of Engineering, Osaka University, **Kluwer Academic Publishers**, Printed İn Netherlands, (2004), 358.
[110] Hsien-Chung Wu, “ Duality Theory in Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Coefficients” **Fuzzy Optimization and Decision Making**, Vol.2, (2003), 62.

optimizasyonla formüle edilebilir. Klasik optimizasyon problemleri, mevcut kısıtlayıcılar göz önünde bulundurularak; amaçların minimizasyonu ve maksimizasyonuna dayanmaktadır. Genelde, amaçlar dilsel terimlerle ifade edilirler fakat belirli matematik formüller bu amaçların ifadesinde yetersiz kalırlar.[111]

Bulanık optimizasyon, bulanık kümeleri kullanarak; esnek, belirsiz kısıtlayıcılar ve hedefler içeren optimizasyon problemlerini çözmede kullanılan teknikler bütünüdür. Bulanık kümeler, bulanık optimizasyonda iki farklı şekilde kullanılırlar: [112]

1. Kısıtlayıcılardaki ve hedeflerdeki (amaç fonksiyonu) belirsizliği göstermek için,
2. Kısıtlayıcılardaki ve hedeflerdeki esnekliği gösterebilmek için.

Birinci maddede, bulanık kümelerde, α-kesimlerini kullanarak; aralık hesaplarındaki kurallara göre genel formüller kullanılır. İkinci maddede ise; bulanık kümeler, formülde esnekliği sağlayarak; kısıtlayıcılardaki başarının derecesini ve hedeflere ulaşma seviyesini gösterirler. [113]

Bulanık ortamda karar vermenin özellikleri aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Bulanık ortamda karar verebilmek için gerekli olan, seçeneklerin oluşturduğu evrensel kümede bulanıklık söz konusu değildir.
- Bulanık ortamda karar vermede, amaca hangi seviyede ulaşılmak istendiği belirli bir şekilde ifade edilmeyebilir. Örnek olarak şöyle bir amaç ifadesi kullanabiliriz; " Birim maliyetlerimiz 5 YKr.'tan daha az olmalıdır."
- Bulanık ortamda karar vermede, karar kriterimizdeki parametrelerde de bulanıklık söz konusu olabilir. Buna da şöyle bir ifadeyi örnek olarak

[111] U. Kaymak, J.M. Sousa, " Weighted Constraints Aggregation in Fuzzy Optimization ", **Kluwer Academic Publishers**, Vol.8, (2003), 63.
[112] Kaymak, J.M. Sousa, s. 63.
[113] A.g.e. s. 63.

verebiliriz; “ Birim başına harcanan işgücü miktarı yaklaşık 1 adamsaat olmalıdır.”

Tablo 4 . Bulanık Ortamda Karar verme ile Geleneksel Karar Verme Arasında Karar Elemanları Açısından Söz Konusu Olan Farklar

Elemanlar	**Bulanık Ortamda Karar Verme**	**Geleneksel Karar Verme**
Karar Verici	Belirli	Belirli
Karar Kriterleri	Belirsiz	Belirli
Seçenekler	Belirli	Belirli
Durumlar	Belirsiz	Belirli
Amaç	Belirsiz	Belirli
Sonuç	Belirsiz	Belirli

Geleneksel karar verme problemleri üç bileşene sahiptir : [114]

1. Alternatifler,
2. Kısıtlayıcılar,
3. Amaçlar.

Alternatifler, karar vericinin problemin sonucunu belirlediği karar uzayını (alternatif uzayını) oluştururlar. Kısıtlayıcılar, alternatifler üzerindeki seçimi etkilerler. Amaçlar, (hedefler) ise; bütün gerçekleşebilecek seçimlerin fayda değerlerini belirlerler.

Birbirini tamamlayan amaç ve karar ölçütü bileşenleri, bulanık bir hedef olarak ele alınabilir. Bulanık bir hedef, evrensel kümenin bir alt kümesi olan $\tilde{G}$ bulanık kümesi veya $\mu_{\tilde{G}}(x)$ üyelik fonksiyonu ile ifade edilebilir. $\mu_{\tilde{G}}(x) \in [0,1]$ koşulu ile belirli bir x vektörünün bulanık hedefe olan üyelik derecesini gösterir. $\mu_{\tilde{G}}(x) = 1$ iken; ilgili hedefe tamamen ulaşıldığı, $\mu_{\tilde{G}}(x) = 0$ iken; ilgili hedefe tamamen ulaşılmadığı ve $0 < \mu_{\tilde{G}}(x) < 1$ iken ilgili hedefe kısmen ulaşıldığı düşünülür.[115]

[114] Triantis, Girod, s. 88.
[115] Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, s. 156.

(Benzer olarak); bulanık ortamdaki olaylar bileşeni bulanık kısıtlayıcılar olarak ele alınabilir. Bulanık bir kısıtlayıcı, evrensel kümede yer alan $\tilde{C}$ bulanık kümesi veya $\mu_{\tilde{C}}(x)$ üyelik fonksiyonu ile ifade edilebilir. Bulanık kısıtlayıcı kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{C}}(x) \in [0, 1]$ koşulu ile belirli bir x vektörünün bulanık kısıtlayıcıdaki üyelik derecesini gösterir. Burada ilgili kısıtlayıcının tamamen doyurulduğu durum $\mu_{\tilde{C}}(x) = 1$ ile; ilgili kısıtlayıcının tamamen doyurulmadığı durum $\mu_{\tilde{C}}(x) = 0$ ile, ve ilgili kısıtlayıcının kısmen doyurulduğu durum ise $0 < \mu_{\tilde{C}}(x) < 1$ ile ifade edilir.[116]

Bulanık bir karar ise; verilen hedefler ve kısıtlayıcıların uzlaştırılmasından belirlenen bulanık bir küme olarak tanımlanır. Bulanık hedef ve bulanık kısıtlayıcıların bir alt kümesi olan bulanık karar kümesi, $\tilde{D}$ veya $\mu_{\tilde{D}}(x)$ üyelik fonksiyonu ile ifade edilebilir. Bulanık karar kümesi, genellikle $\tilde{G}$ hedefine ulaşmak ve $\tilde{C}$ kısıtlayıcısını doyurmak şeklinde ifade edilen bir kurala göre belirlenir. Bu kural, bulanık karar kümesinin,hedef ve kısıtlayıcıların bir kesişim kümesi olarak tanımlanmasını gerektirir. Dolayısıyla bulanık karar kümesi matematiksel olarak; $\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$ şeklinde ifade edilebilir. Burada kesişim kümesi genellikle minimum işlemcisi ile belirlenir.[117] n adet bulanık hedef ve m adet bulanık kısıtlayıcı olduğunda, bulanık karar kümesi aşağıdaki gibi tanımlanır:[118]

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min \left[\mu_{\tilde{G}i}(x), \mu_{\tilde{C}j}(x) \; ; \right] \forall x \in U \; ; \; i = 1,2,\ldots,n \; ; j = 1,2,\ldots, m \qquad (3.3)$$

Daha kısa ve kolay bir ifadeyle; bulanık bir karar, aşağıdaki gibi ifade edilebilir:[119]

Karar ≡ Hedeflerin ve Kısıtlayıcıların Kesişimi

Bulanık optimizasyon problemleri Bellman ve Zadeh'in bulanık karar verme konusundaki yaklaşımları ile de çözülebilir. Bir karar verme problemi ile karşı

---

[116] A.g.e. s. 156.
[117] A.g.e. s. 157.
[118] A. g.e. s. 157.
[119] Triants, Girod, s. 88.

karşıya kaldığımızı düşünelim. Karar alternatifleri $x \in \tilde{X}$ olsun. Bulanık hedef olarak da; X'in bulanık bir alt kümesi olan; $\tilde{G}_i$; i = 1,2,…,n tanımlansın. Burada üyelik fonksiyonu olan $\mu_{\tilde{G}i}$ (x); karar alternatiflerinin, bulanık hedef olan $\tilde{G}$'deki başarı derecesini gösterir. Aynı şekilde, bulanık kısıtlayıcılar olan $\tilde{C}_j$, j = 1,2,…..,m 'ler de $\tilde{X}$ kümesinin alt kümesi olarak ifade edilebilirler. Üyelik fonksiyonları olan $\mu_{\tilde{C}i}$ (x)'de; karar alternatifleri tarafından kısıtlayıcıların doyurulma derecesini gösterir. Bellman ve Zadeh'e göre; bulanık karar verme modelinde, bulanık karar D, bulanık hedef ve kısıtlayıcıların kesişimi olarak ifade edilebilir.[120]

$$\tilde{D}(x) = \tilde{G}_1(x) \circ \tilde{G}_2(x) \circ \ldots\ldots \tilde{G}_n(x) \circ \tilde{C}_1(x) \circ \tilde{C}_2(x) \circ \ldots\ldots \circ \tilde{C}_n(x) \qquad (3.4)$$

Buradaki " o " işareti bulanık kümeler için bütünleştirici bir ifadedir. Bulanık karar kümesini daha farklı bir şekilde ifade edecek olursak;

$$\tilde{D}(x) = \tilde{G}_1(x) \wedge \tilde{G}_2(x) \wedge \ldots\ldots \wedge \tilde{G}_n(x) \wedge \tilde{C}_1(x) \wedge \tilde{C}_2(x) \wedge \ldots\ldots \wedge \tilde{C}_n(x)$$

olarak da sembolize edebiliriz. (3.5)

Buradan optimal karar alternatifi x* , bulanık kararı maksimize eden alternatiftir. [121]

$$x^* = \max_{x \in X} \tilde{D}(x) \qquad (3.6)$$

x*, burada karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanıdır. x* bulunarak; bulanık karar kümesi bulanıklıktan kurtulmuş olur. Yani geleneksel bir karar söz konusudur. Görüldüğü gibi, hedef ve kısıtlayıcılar eşit olarak doyurulmaktadır. Bu da; modelin bize simetrik olduğunu gösterir. Fakat her zaman simetrik bir modelle karşılaşılmayabilir. Bazen, söz konusu hedefler ulaşılamayacak seviyede olabilirler, yada kısıtlayıcılar doyurulmayabilir. Bu durumda, bir karara ulaşmak için hedef ve kısıtlayıcılar aynı operatörlerle birleştirilemezler. Hatta karar alternatifini de en yüksek seviyeye çıkarmak için başka bir operatöre ihtiyaç duyulur. Bu durumda hiyerarşik bir bütünleşme söz konusu olur.

---

[120] Kaymak, J.M. Sousa, s. 64.
[121] A.g.e. s. 64.

Çok kriterli karar verme problemlerinde de, bulanık mantık etkili bir yöntem olarak kullanılmaktadır. Geleneksel çok kriterli karar verme yöntemlerinde kriter ve alternatiflerin nihai değerlendirilmesi gerçek sayılarla ifade edilir ve alternatif, kriterleri tümüyle tatmin eder veya etmez klasik mantığıyla karar verme gerçekleşir. Ama gerçek hayatın karmaşıklığından ve bizim algılama kapasitemizin sınırlı olmasından dolayı; kesin olarak kavrayamadığımız çok sayıda çeşitli nesneler var ki; bunlar sadece sübjektif görüşlerle değerlendirilebilir. Böyle karmaşık nesnelere ilişkin karar vermenin üstesinden gelmek için; nesneyi nitelendiren genel özellik (örneğin; güzellik) bulanık özellik olarak ele alınır ve bu özellik her bir kritere karşılık gelmek üzere; özellikler yığını ile tanımlanır.[122]

Zadeh' e göre; bir sistemin karmaşıklığı arttıkça; karar vericinin, sistemin davranışlarıyla ilgili, kesin ve anlamlı sonuçlara ulaşması zorlaşmaktadır. Kısaca temel prensip şu şekilde belirtilebilir; " Kişi, gerçek hayat problemlerine daha yakından baktıkça; problemin çözümü de; daha bulanık bir hale gelmektedir."[123]

3.2. Doğrusal Programlama Yöntemi

Doğrusal programlama yöntemi, özellikle 1950'li yıllardan itibaren gelişme gösteren ve uygulamalarda yerini alan bir tekniktir.

Doğrusal programlamanın temel konusu, sınırlı kaynakların yarışan faaliyetler arasında en iyi (optimal) biçimde dağıtımının sağlanması problemi ile ilgilidir. Bu bağlamda doğrusal programlama, optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan matematiksel bir tekniktir.[124]

Doğrusal programlama yöntemi ile gerçekleştirilmek istenen; kısıtlayıcılar göz önüne alınarak; belirlenen amaca ulaştıracak en iyi alternatifin seçilmesidir. Optimuma ulaşmak; sınırlı kaynakları kullanarak, amacı gerçekleştirmek için; en iyileme işleminin yapılmasıdır. Amaç, problemin doğasına göre minimizasyon yada

---

[122] Mübariz Eminov, Serkan Ballı, " Karmaşık Problemler için Belirsizlik Altında Çok Kriterli Bulanık Karar Verme ", YA/EM 2004 – Yöneylem Araştırması / Endüstri Mühendisliği – XXIV. Ulusal Kongresi'ne sunulan bildiri, Gziantep – Adana 2004, s. 1.
[123] Konstantinos Triantis, Olivier Girod, " A Mathematical Programming Approach for Measuring Technical Efficiency in A Fuzzy Enviroment ", **Kluwer Academic Publishers Journal of Productivity Analysis** 10, (1998), s. 98.
[124] Prof.Dr. Ahmet Öztürk, **Yöneylem Araştırması**, Bursa : Ekin Kitapevi, 2004, s. 35.

maksimizasyon olabilir. Minimizasyon işleminde optimum sonuç; amaç fonksiyonunu en düşük seviyede tutan alternatif olurken; maksimizasyonda, en yüksek seviyede tutan alternatif olacaktır.

Doğrusal programlama tekniği aşağıdaki varsayımlara dayanır: [125]

1. Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı şartlar doğru tanımlanmalıdır. Amacın kar maksimizasyonu mu yoksa maliyet minimizasyonu mu olduğu açıkça belirtilmelidir.

2. Değişkenler kantitatif olmalıdır. Doğrusal programlama kalitatif (rakamla ifade edilemeyen) değişkenler için kullanılmaz.

3. Değişkenler kendi aralarında ilişkili olmalıdır.

4. Kullanılacak kaynaklar sınırlı olmalıdır.

5. Değişkenler arasında kurulan bağıntılar doğrusal olmalıdır.

6. Doğrusal programlamanın uygulanacağı işletme problemi kısa dönemli olmalıdır.

7. Bağımlı değişkenlerin sıfır yada pozitif olması gerekir.

Bunların yanı sıra, kısıtlayıcıların önem derecelerinin eşit olması gerekir. Doğrusal programlama tekniği ile bir karar problemini çözerken; karşı karşıya olduğumuz kısıtlayıcıların problem için aynı öneme sahip olması gerekir. Örneğin, kısıtlayıcı olarak; hammadde kaynakları, işgücü, malzeme, enerji gibi sınırlı kaynaklar mevcut ise; bunların hepsinin doyurulması, çözüm için aynı derecede öneme sahip olmalıdır. Yani, işgücü kısıtlayıcısını doyururken, hammaddeyi göz ardı etmek yada daha düşük seviyelerde doyurmak mümkün değildir.

Ayrıca modeldeki karar değişkenleri her zaman tam sayılı bir değer almayabilir, bazen kesirli değerler söz konusu olabilir. Bu da doğrusal programlama yönteminin bölünebilirlik varsayımı ile açıklanır.

---

[125] Özer Serper, N. Gürsakal, **Doğrusal Programlama**, Bursa: B.İ.T.İ.A. İşletme Fakültesi Yayını, Yayın No: 15, 1982, s.7.

Amaç fonksiyonundaki ve kısıtlayıcıların sol tarafındaki değişkenlerin toplamı; amaç fonksiyonunun değerine ve kısıtlayıcıların sağ taraf sabitlerinin değerine eşit olmalıdır. Örneğin bir tişörtün maliyeti 1 Ykr. ve bir çarşafın üretim maliyeti 2 Ykr. ise, ikisinin birden üretimi için katlanılması gereken üretim maliyeti 3 Ykr.'tur.

(Literatürde lineer programlama olarak ta karşılaşabileceğimiz doğrusal programlama tekniği), genel olarak; sınırlayıcı koşular adı verilen lineer denklemler veya eşitsizlikler grubu ile birlikte, amaç denklemi adı verilen değişkenlerin lineer bir fonksiyonu optimize etmeyi (maksimize veya minimize) gerektirmektedir.[126]

Doğrusal programlama tekniğinin kullanıldığı alanları aşağıdaki gibi sıralayabiliriz:[127]

- Personel programlaması,
- Beslenme (diyet) problemleri,
- Üretim planlaması ve envanter kontrolü,
- Ulaştırma ve lojistik problemleri,
- Atama problemleri,
- Tarımsal planlama,
- Hava kirliliğinin kontrolü,
- Sermaye bütçeleme problemi,
- Kısa dönemli finansal planlama,
- Dinamik yatırım planlaması,
- Reklam seçimi problemleri,
- Portföy seçimi problemleri,
- Karışım problemleri.

Doğrusal programlama tekniğini kullanırken; belirlilik önemli bir yer tutmaktadır. Bu belirlilik, amacın, kısıtlayıcı şartların tam olarak tanımlanması koşulu ve değişkenlerin kantitatif olması koşullarından ortaya çıkmaktadır. Bu anlamda belirlilik altında oluşan karar durumu; kısıtlayıcı kümeleri tarafından

---

[126] Doç. Dr. Müh. Osman Halaç, Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması) , İstanbul: Alfa Basın Yayım Dağıtım, Ocak 1983, s. 363.
[127] Öztürk, s. 36.

tanımlanan olası alternatifleri, minimizasyon yada maksimizasyon olabilecek olan amaç fonksiyonunu içermektedir. Çözüm ise; kısıtlayıcıları doyuran ve amaç fonksiyonunu maksimize yahut minimize eden alternatif olarak tanımlanmaktadır.[128]

Doğrusal programlama tekniğinde kullanılacak doğrusal bir modelin oluşturulması için gerekli adımlar şu şekilde sıralanabilir:

1. Karar değişenlerinin belirlenmesi,

2. Amaç fonksiyonunun belirlemesi,

3. Kısıtlayıcıların belirlenmesi,

4. Modelin matematiksel yazımı.

Burada karar değişkenleri x_i; i = 1,2,……,n olarak ifade edilirken; amaç fonksiyonu;

Maksimizasyonda ; Max (z)

Minimizasyonda ; Min (z)

olarak ifade edilir ve matematiksel olarak ta aşağıdaki gibi sembolize edilir:

$$\text{Max / Min}\ (z) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots\ldots + c_jx_i + \ldots\ldots + c_nx_n \quad (3.7)$$

$c_1, c_2, \ldots\ldots c_j, \ldots\ldots c_n$'ler amaç fonksiyonu parametreleri olarak tanımlanır.

Kısıtlayıcılar ise; teknoloji katsayıları ve sağ taraf sabitlerinden oluşur. Teknoloji katsayıları; a_{ij} olarak sembolize edilir. Bunlar, örneğin bir üretim planlama probleminde herhangi bir ürün için gereken işgücü, malzeme gibi unsurların değerlerini gösterir. Sağ taraf sabitleri ise; mevcut kaynakların sınırını bize belirtir. Tümden modeli oluşturacak olursak;

$$\text{Max}\ (z) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots + c_nx_n \quad (3.8)$$

Kısıtlayıcılar

[128] R.G. Dyson, “ Maximin Programming, Fuzzy Linear Programing and Multi-Criteria Decision Making”, **The Journal of Operation Researh Society**, Vol: 31, No.3, (Marc., 1980 .), ss. 263.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots\ldots + a_{1n}xn \leq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots\ldots. + a_{2n}x_n \leq b_2$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots\ldots + a_m x_n \leq b_m$$
$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x_n \geq 0$$

$$\mathrm{Min}\ (z) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots\ldots. + c_nx_n \qquad (3.9)$$

Kısıtlayıcılar

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots\ldots + a_{1n}xn \geq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots\ldots + a_{1n}xn \geq b_2$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots\ldots + a_m x_n \geq b_m$$
$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x_n \geq 0$$

Doğrusal programlama modelini gerek maksimizasyon gerekse minimizasyon için, matris notasyonuna dökersek;

$$\mathrm{Max}\ (z) = C^T X \qquad (3.10)$$

Kısıtlayıcılar

$AX \leq b_i$; $\quad i = 1,2,\ldots\ldots,m$

$X \geq 0$; olarak sembolize edebiliriz.

$$\mathrm{Min}\ (z) = C^T X \qquad (3.11)$$

Kısıtlayıcılar

$AX \geq b_i$; $\quad i = 1,2,\ldots\ldots,m$

$X \geq 0$; olarak sembolize edebiliriz.

3.3. Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemi

Her doğrusal programlama modeli, değerleri uzmanlar tarafından belirlenen bir çok parametreyi içeren gerçek hayat problemlerine geleneksel yaklaşım içinde uygulanır. Hem, uzmanlar hem de karar vericiler, bu parametrelerin değerlerini kesin olarak bilemeseler bile, doğrusal programlama modellerinde, söz konusu olan bu parametrelere, doğru değerler atamak gerekir. Eğer kesin veriler mevcutsa; bunlar ya geçmiş zaman verilerinin istatistiksel analizleriyle yada mevcut verilerin aynen devam edeceği düşüncesiyle elde edilmiştir. Bunun için; parametreler, dilsel ifadeler şeklinde belirsiz bir yolla karar vericiler tarafından oluşturulurlar. Bu anlamda; karar vericilerin fikirleri, bulanık bilgilerin parametreleri olarak düşünülebilir.[129]

Gerçek sistemlerde söz konusu olan çoğu problemde; karar vericin sahip olduğu kısıtlayıcılar, ulaşmak istediği amaç her zaman belirli olmamaktadır. Bu durumda klasik matematiksel programlama teknikleri yetersiz kalmaktadır. Bu belirsizlik durumunu yaratan, kısıtlayıcıların yada amaçların sayısal değerlerlerle ifade edilememesi, yapısal durumlardır. Örneğin " Bu yılki karımız, yaklaşık 4 milyon $ olmalıdır. " gibi bir amaç yada " Gerekli işgücü miktarı 40 adamsaat civarında olmalıdır. " gibi bir kısıtlayıcı bizlere kesin sınırlar çizmemektedir. Bu anlamda farklı matematiksel tekniklere ihtiyaç duyularak; en uygun sonuca ulaşmak gerekmektedir.

Lineer fonksiyonları kullanarak; belirsiz parametreler arasındaki ilişkileri hesaplayabilmek çok zor olmaktadır.[130] Doğrusal programlamada parametrelerin kesin olmama durumu stokastik programlama tekniği kullanılarak aşılabilir. Ancak stokastik programlama tekniğinde parametreler rassal değişkendir ve karmaşık bir çözüm gerektirdiğinden uygulamada kullanılması pratik değildir. Bu anlamda; parametrelerdeki belirsizlik durumunu çözüme kavuşturmak için, Inuiguchi ve Sakawa, (1995) bulanık doğrusal programlamada kuadratik (quadratic) üyelik fonksiyonları üzerinde çalışmışlardır. Kuadratik üyelik fonksiyonlarını kullanarak; bulanık doğrusal programlamayla stokastik programlamanın özel modelleri arasında benzerlik olduğunu ortaya çıkarmışlardır. Daha sonra, Inuiguchi ve Tanino (2002) ayrık bulanık sayıları içeren bir senaryo tasarlamışlardır. Yaklaşımlarına göre; belirsiz parametreler arasındaki etkileşim, bulanık if-then kuralıyla ifade edilebilir. Inuiguchi ve Tanino, ayrık bulanık sayıları içeren senaryo ile, bulanık doğrusal programlama modellerinin, doğrusal programlama modellerine indirgenebileceğini göstermişlerdir.[131] Bunlar dışında da pek çok araştırmacı, belirsiz parametrelerin modellerdeki etkileşimini belirlemek ve bulanık modelleri doğrusal modellere dönüştürebilmek için birçok çalışma yapmıştır.

---

[129] Mariano Jimenez, Mar Arenas, Amelia Bilbao, M. Victoria Rodriquez, " Linear Programming with Fuzzy Parameters: An İnteractive Method Resolution ", **Europan Journal of Operational Researh xxx**, (2005), s. 2.
[130] Inuiguchi, Tanino, s. 358.
[131] A.g.e. s. 364.

Bulanık doğrusal programlama problemlerinde, bulanık girdi bilgileri, bulanık üyelik fonksiyonları ile ifade edilirler. Belirsizliğin söz konusu olduğu amaçlar ve kısıtlayıcılar, bulanık kümelerle tanımlanırlar. Bulanık amaç fonksiyonu, doğrusal amaç fonksiyonu gibi maksimizasyon yada minimizasyon olabilir. Bulanık doğrusal programlamada mevcut kaynaklardaki bulanıklık, belli bir tolerans miktarı göz önüne alınarak; üyelik fonksiyonları ile karakterize edilir.

Bulanık doğrusal programlama modelinde, amaç fonksiyonu, kısıtlayıcılar ve bu fonksiyonlarda yer alan a_{ij}, b_i ve c_j parametreleri bulanıklık içerebilir. c_j, b_i ve a_{ij} parametreleri sırasıyla aşağıda verilen anlamda bulanıklık içerebilir. Bir ürünün satış fiyatının, dolayısıyla bu üründen elde edilecek karın (c_j), rekabet, maliyet vb. faktörlerle kesin olarak ifade edilmesi gerçekçi bulunmayabilir. Diğer taraftan, belirli bir ürüne olan talep miktarı (b_i) çoğu dönemde tam olarak bilinmez. Ayrıca istihdam edilen işgücünden fazla mesai yapması istenebileceği gibi, işgücünün de greve gitmesi söz konusu olabilir. Benzer olarak istihdam edilen işgücünün, vasıfsız olması, belirli bir işte uzmanlaşması veya işgücünde tutarsızlıklar, (işin yavaşlatılması) nedeniyle işgücü kısıtlayıcılarına ilişkin teknoloji katsayıları (a_{ij}) bulanıklık içerebilir. [132]

Bulanık doğrusal programlama tekniğinde amaçlarda ve kısıtlayıcılarda toleranslarla çalışılır. Bazen amaçlarda kısıtlayıcıymış gibi düşünülerek; eşitsizlik olarak modelde yerini alabilir.

Bulanık doğrusal programlama modellerinin literatürde farklı şekillerde yapılmış sınıflandırmalarıyla karşılaşmak mümkündür. Bu çalışmada iki çeşit sınıflandırmaya yer verilecektir. Bulanık doğrusal programlama modelleri aşağıdaki tabloda görüldüğü gibi sınıflandırılabilir:

---

[132] Özkan, Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir İşletmede Uygulama Denemesi, s. 54.

Tablo 5 . Bulanık Doğrusal Programlama Çeşitleri

1.Tür Sınıflandırma	**Konu ile İlgili Çalışanlar**	**Özellikleri**
Simetrik Modeller	Zimmerman	Amaç ve kısıtlayıcıların ikisinin de bulanık olması.
Simetrik Olmayan Modeller	Zimmerman	Amaç ve kısıtlayıcılardan birinin bulanık olması, birinin olmaması yada ikisinin birden bulanık olmaması
2.Tür Sınıflandırma (Genel Sınıflandırma)	**Konu ile İlgili Çalışanlar**	**Özellikleri**
Esnek Programlama	Tanaka Zimmerman	Bulanık hedef ve bulanık kısıtlayıcılarda esnekliğin olması
Olabilirlik Doğrusal Programlama	Dubois-Praide Tanaka Orlovski Ramik-Rimaek	Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı parametreleri belirsizlik içerir ve bulanık katsayılar olabilirlik dağılımlarıyla temsil edilir.
Robust Programlama	Negoita Orlovski Luhandjula	Katsayılar ve karar verici tercihi belirsizdir.

Çalışmanın önceki kısımlarında da belirtildiği gibi; bulanık doğrusal programlamada, amaç fonksiyonunda, kısıtlayıcılarda, katsayı ve parametrelerde bulanıklık söz konusudur. Bu bağlamda, matematiksel olarak; bulanık bir model kurarken; bulanıklığın mevcut oluğu unsura göre, matematiksel ifadeleri de değişecektir.

Geleneksel doğrusal programlama modelini ele alarak; sırasıyla bulanıklık arz eden unsurları değiştirmek kaydıyla çeşitli bulanık doğrusal programlama modelleri elde edilebilir.

Geleneksel doğrusal programlama modeli bir kez daha yinelenecek olursa; (Makisimizasyon yada minimizasyon olabilir.)

$$\text{Max (Z)} = C^T X \qquad (3.12)$$

Kısıtlayıcılar

$AX \leq b_i$; $i = 1,2,\ldots,m$

$X \geq 0$; olarak ifade edildiği daha önceki kısımlarda gösterilmiştir.

Bu modelden yola çıkarak; amaç fonksiyonu parametrelerini temsil eden c_j parametrelerinde bulanıklık söz konusu olabilir. Bu durumda model; **bulanık amaç fonksiyonu katsayılı doğrusal programlama modeli** olacaktır. Matematiksel olarak ta aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\text{Max (Z)} = \tilde{C}^T X \qquad (3.13)$$

Kısıtlayıcılar

$AX \leq b_i$; $i = 1,2,\ldots,m$

$X \geq 0$

Bulanıklık kısıtlayıcılarda da mevcut olabilir. Bu durumda; **bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modeli** söz konusu olacaktır. Modelin matematiksel ifadesi ise aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\text{Max (Z)} = C^T X \qquad (3.14)$$

Kısıtlayıcılar

$AX \tilde{\leq} b_i$; $i = 1,2,\ldots,m$

$X \geq 0$

Zimmerman'ın simetrik model olarak tanımladığı bulanık doğrusal programlama modellerinde olduğu gibi; amaç ve kısıtlayıcıların ikisi birden bulanıklık içerebilir. Başka bir ifadeyle; bu tür modellerde, bulanık bir hedef, bulanık kısıtlayıcılar ve bunların kesişimi olan bulanık bir karar söz konusudur. Ancak simetrik olmayan modellerde, amaç fonksiyonunun kesin olması, kısıtlayıcıların bulanık olması yada daha farklı durumlar söz konusu olabilir.[133] Simetrik model

[133] Triantis, Girod, s. 89.

olarak tanımlanan bu modele de; **bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modeli** denir. Model matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\tilde{Max}\ (Z) = C^T X \qquad (3.15)$$

Kısıtlayıcılar

$$AX \tilde{\leq} b_i \quad ; i= 1,2,\ldots.,m$$

$$X \geq 0$$

Bununla birlikte, çalışmanın önceki kısımlarında da belirtildiği gibi; c_j, a_{ij}, b_i parametrelerinde de bulanıklık söz konusu olabilir. Bu durumda model, **bulanık parametreli doğrusal programlama modeli** olacaktır. Model matematiksel olarak; aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\text{Max} (Z) = \text{Max} (Z) = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \qquad (3.16)$$

Kısıtlayıcılar

$$\sum \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i \quad ; i = 1,2,\ldots..,m$$

$$x_j \geq 0$$

Geleneksel doğrusal programlama ile bulanık doğrusal programlama arasındaki farklar bir tablo ile özetlenirse;

Tablo 6 . Geleneksel Doğrusal Programlama ile Bulanık Doğrusal Programlama Arasındaki Farklar

Geleneksel Doğrusal Programlama	**Bulanık Doğrusal Programlama**
c_j, a_{ij}, b_j parametreleri kesin olarak bilinir.	c_j, a_{ij}, b_j parametreleri bulanık olabilir, kesin olarak bilinmez.
Amaç ve kısıtlayıcılardaki sınırlar nettir.	Amaç ve kısıtlayıcılardaki sınırlar net değildir.
Toleranslarla çalışılmaz.	Toleranslarla çalışılır.
Amaç ve kısıtlayıcılar üyelik fonksiyonlarıyla ifade edilmez.	Amaç ve kısıtlayıcılar üyelik fonksiyonlarıyla ifade edilir.
Belirsizliğin söz konusu olduğu problemlerde etkin bir araç değildir.	Belirsizliğin söz konusu olduğu problemlerde etkin bir araçtır.
Karar verici tercihini çözümün sonunda en iyileme yönünde yapar.	Karar verici tercihini toleransları belirleyerek, çözümden önce yada sonra yapabilir.

Bulanık mantık prensiplerinin doğrusal programlamaya uygulanması sonucu ortaya çıkan bulanık doğrusal programlama, geleneksel doğrusal programlamadan modelleme aşaması yönüyle de ayrılır. Çünkü, bulanık doğrusal programlamanın modelleme aşamasında prensip gereği; değişkenler ve kurallar esnek bir biçimde belirlenir. Modelleme aşamasındaki bu esneklik hiçbir zaman belirsizlik yada rastgelelik içermez. Bilindiği gibi belirsizlik, karar vericinin ifadelerinden kaynaklanmaktadır. Bulanık doğrusal programlama modeli aynen bir lastik gibi düşünülmelidir. Bir lastik nasıl içinde bulunulan duruma göre şekil değiştirirken bütünlüğünü de koruyorsa, bulanık bir model de değişen koşullara uyum sağlarken, özünü korumaktadır.

Geleneksel doğrusal programlama modelleri ile deterministik problemlerin çözümü söz konusudur. Sonuç olarak elde edilen çözümün, karar vericiyi doyurup doyurmadığı araştırılmaz.

Bulanık doğrusal programlama modellerine, geleneksel doğrusal programlama modellerinin, daha gelişmiş bir hali olarak bakılabilir. Çünkü bulanık doğrusal programlama modelleri, gerçek sistemlerdeki belirsizliklerin çözümünü gerçekleştirmekte ve bu belirsizlikleri belirlilik durumuna dönüştürebilmektedir.

3.4. Bulanık Doğrusal Programlamaya İlişkin Çözüm Yaklaşımları

Bu bölümde, bulanık doğrusal programlamaya ilişkin farklı çözüm yaklaşımları ele alınacaktır. Bu yaklaşımlar, Zimermann, Verdegay, Chanas, Werner ve Carlson&Korhonen yaklaşımlarıdır. Ancak, bu yaklaşımlardan yalnızca Zimmermann yaklaşımı kullanılarak, uygulama aşamasında söz konusu olan problem çözümleneceğinden, Zimmermann yaklaşımı üzerinde daha fazla durulacaktır.

3.4.1. Zimmermann Yaklaşımı

Esas itibariyle; bulanık programlama bir karar modeli olarak; ilk kez Zimmermann tarafından kullanılmıştır. Bulanık programlamanın halk seçimleri ve güç sistemlerinin planlaması gibi iki büyük uygulaması Zimmermann tarafından gerçekleştirilmiştir.[134]

Çalışmanın önceki bölümlerinde de belirtildiği gibi, Zimmermann, bulanık doğrusal programlamada, simetrik ve simetrik olmayan modeller üzerinde incelemeler yapmıştır. Zimmermann, simetrik bir modelin, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcı fonksiyonlarına sahip olduğunu belirtmektedir.

Zimmermann, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modellerinde, karar vericinin amaç fonksiyonu için hedeflediği seviyeyi ve tolerans miktarını çözüm öncesinde belirleyebileceğini öne sürmüştür.

Ayrıca Zimmermann, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modellerini çözümlerken; bulanık amaç fonksiyonunun da bulanık bir kısıtlayıcı gibi ele alınabileceğini belirtmiştir. Bu durumda, bulanık amaç fonksiyonu, bulanık bir kısıtlayıcı haline dönüşmektedir. Artık bulanık amaç fonksiyonu, karar vericinin doyurması gereken bir kısıtlayıcısıdır.

---

[134] K.Darby-Dowman; C.Lucas; G.Mitra; J.Yadegar, “ Linear, Integer, Seperable and Fuzzy Programming Problems : A Unified Approach Towards Reformulation ” , **The Journal of Operation Research Society**, Vol.39, No:2, (Feb., 1998), s.168.

Bu durumda;

$\tilde{Max}(Z) = C^T X$ $\quad\Longrightarrow\quad$ Kısıtlayıcılar

Kısıtlayıcılar $\quad$ $C^T X \tilde{\geq} b_0$

$AX \leq \tilde{b}_i \quad ; \quad i = 1,2,\ldots\ldots,m$ $\quad$ $AX \tilde{\leq} b_i \quad ; \quad i = 1,2,\ldots..,m$

$X \geq 0 \qquad (3.17)$ $\qquad$ $X \geq 0$[135] $\qquad (3.18)$

(3.17) numaralı model, (3.18) numaralı model haline dönüşecektir.

Bu modele göre;[136]

A = mevcut kısıtlayıcıların (m x n) 'lik matrisini

C = mevcut kısıtlayıcıların (n x 1) boyutlu vektörünü

X = Karar değişkenlerinin (n x 1) boyutlu vektörünü

Z = $C^T X$ amaç fonksiyonunu temsil etmektedir.

Yukarıda oluşturulan bulanık kısıtlayıcılı ve bulanık amaç fonksiyonlu doğrusal programlama modelinin simetrik bir model olmadığı görülmektedir. Simetrikliği bulanık amaç fonksiyonu olan $C^T X$ bozmaktadır. Bu durumu ortadan kaldırmak için, amaç fonksiyonunu her iki taraftan (-1) ile çarpmak gerekmektedir. Bu durumda model, aşağıdaki gibi matematiksel olarak ifade edilebilir:

$$-C^T X \tilde{\leq} -b_0 \qquad (3.19)$$

$$AX \tilde{\leq} b_i \; ; \; i = 1,2,\ldots..,m$$

$$X \geq 0$$

Burada, $B = \begin{bmatrix} -C^T \\ A \end{bmatrix}$ ve $d = \begin{bmatrix} -b_0 \\ b_i \end{bmatrix}$ sütun vektörleri tanımlanırsa;

Bulanık doğrusal programlama problemi aşağıda verildiği gibi düzenlenebilir: [137]

---

[135] Hans J. Zimmermann, " Fuzzy Mathematical Programming ", **Computers and Operation Research**, Vol.10, No:4, (1983), s. 292.

[136] Srinivasa K. Raju ve L. Duckstein, " Multiobjective Fuzzy Linear Programming for Sustainable İrrigation Planning : an Indian Case Study ", **Focus** 7, (2003), 412 – 418. p.416.

[137] Özkan, Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi, s. 63.

$$BX \tilde{\leq} d \qquad (3.20)$$

$$X \geq 0$$

Bu aşamadan sonra, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılara ilişkin üyelik fonksiyonları tanımlanmalıdır. Bu konuda belirtilmesi gereken bazı notasyonlar söz konusudur;

d_i = i. kısıtlayıcı yada i. bulanık eşitsizliğin sağ taraf sabiti olan bi'ye eşittir.

p_i = i. kısıtlayıcının yada i. bulanık eşitsizliğin, karar verici tarafından belirlenen tolerans miktarıdır.

d_i+p_i= i. kısıtlayıcının yada i. bulanık eşitsizliğin en yüksek değeridir.

Bu notasyonlar kullanılarak; i. kısıtlayıcının üyelik fonksiyonu matematiksel olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:[138]

$$\mu_i [(Bx)_i] = \begin{cases} 0 & ;\text{eğer } (Bx)_i > d_i+p_i \text{ ise,} \\ [0,1] & ;\text{ eğer } d_i \leq (Bx)_i \leq d_i+p_i \text{ ise,} \\ 1 & ;\text{ eğer } (Bx)_i < d_i \text{ ise,} \end{cases} \qquad (3.21)$$

Yukarıdaki matematiksel tanım, hem amaç fonksiyonunun hem de kısıtlayıcı fonksiyonunun üyelik fonksiyonlarını içermektedir. Önceki kısımda bahsedildiği gibi, Zimmermann yaklaşımına göre artık amaç fonksiyonu da bir kısıtlayıcıdır. Ancak amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı fonksiyonlarının üyelik fonksiyonlarını ayrı ayrı ifade edilecek olunursa aşağıdaki matematiksel ifadelere ulaşılır:

---

[138] Mustafa M. Özkan, " Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi ," (Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Ana Bilim Dalı, Yöneylem Araştırması Bilim Dalı, 2002), s.63'den Chin Tang Lin ve C.S. George Lee, **Neural Fuzzy Systems : A Neuro-Fuzzy Synergism to İntelligent Systems**. New Jersey: Practise Hall, 1996. s. 192.

Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu;

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ;\ \text{eğer } C^T X < b_0 - p_0 \text{ ise,} \\ 1 - \dfrac{b_0 - C^T X}{p_0} & ;\ \text{eğer } b_0 - p_0 \leq C^T X \leq b_0 \text{ ise,} \\ 1 & ;\ \text{eğer } C^T X > b_0 \text{ ise,} \end{cases} \qquad (3.22)$$

Burada;

b_0= amaç fonksiyonunun erişim düzeyini (amaç fonksiyonunda ulaşılmak istenen seviye ya da amaç fonksiyonunu da bir kısıtlayıcı olarak düşünürsek; amaç fonksiyonunun sağ taraf sabiti)

p_0 = amaç fonksiyonundaki tolerans değeri

b_0-p_0 = amaç fonksiyonunun taban değeri yani kabul edilebilir en düşük değerdir.

Kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonu ise matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ;\ \text{eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise,} \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ;\ \text{eğer } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \text{ ise,} \\ 1 & ;\ \text{eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise,} \end{cases} \qquad (3.23)$$

Bu ifadeden yola çıkarak; $b_o = \max C^T X = Z_{max}$ ve $b_o - p_o = \min C^T X = Z_{min}$, $C^T X = Z$ olarak tanımlanırsa; amaç fonksiyonunun aşağıda verilen üyelik fonksiyonuna ulaşılır:[139]

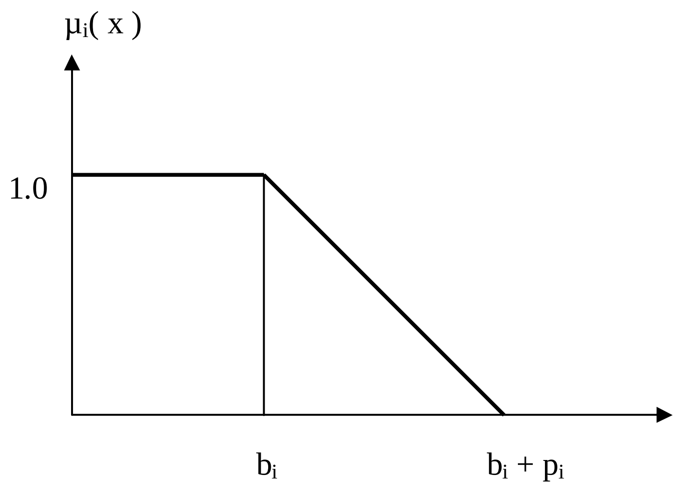
[139] Jairaj, Vedulla, s. 463.

$$\mu_0(Z) = \begin{cases} 0 & ;\ \text{eğer } Z < Z_{min} \\ 1 - \dfrac{Z - Z_{min}}{Z_{max} - Z_{min}} & ;\ \text{eğer } Z_{min} \leq Z \leq Z_{max} \\ 1 & ;\ \text{eğer } Z > Z_{max} \end{cases} \qquad (3.24)$$

Bu ifadeden; $\mathbf{pi = Z_{max} - Z_{min}}$ olduğu açıkça görülmektedir.

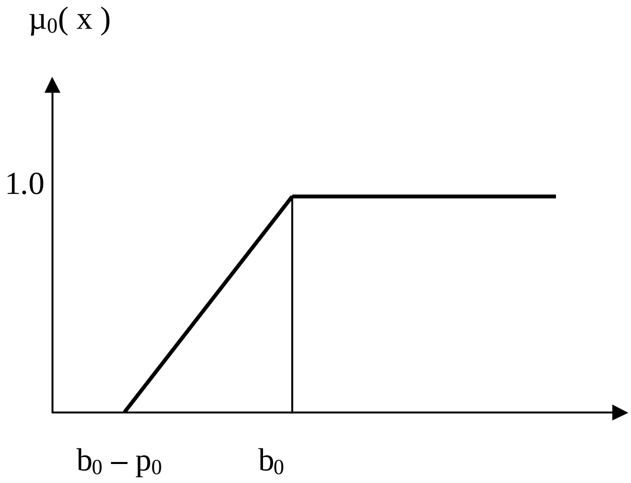
Bulanık amaç ve kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları grafiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilir:

Şekil 17 . Bulanık Kısıtlayıcının Üyelik Fonksiyonu

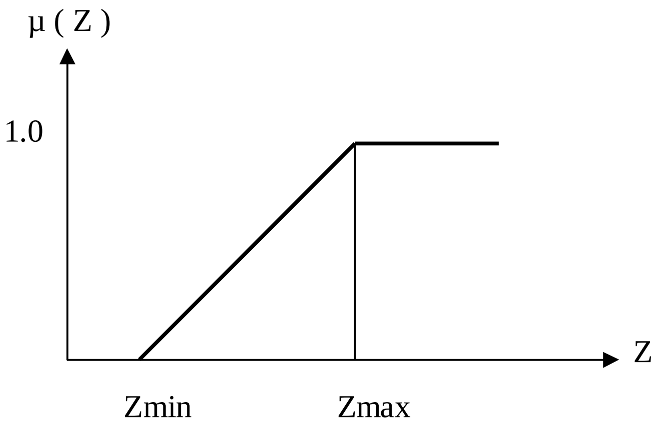


Kaynak : P.G. Jairaj, S. Vedulla, " Multireservoir System Optimization Using Fuzzy Mathematical Programming ", Water Resources Management 14, Kluwer Academic Publishers, (2000), s. 463.

Şekil 18 . Bulanık Amaç Fonksiyonunun Üyelik Fonksiyonu



Şekil 19. Amaç Fonksiyonunun Üyelik Fonksiyonu



Kaynak : Jairaj and Vedulla, s. 464.

Zimmermann yaklaşımına göre karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:[140]

$$\mu_{\tilde{D}} (x^*) = \max_{x \geq 0} [\min (\mu_0 (Z) ; \mu_i (x_i))] \quad ; i = 1,2,\ldots,m \qquad (3.25)$$

Başka bir ifadeyle; n-boyutlu karar uzayında maksimum üyelik dereceli eleman, aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$D (x^*) = \max_{x \in R^n} D (x) \qquad (3.26)$$

Zimmermann yaklaşımında; bulanık amaç fonksiyonlu ve kısıtlayıcılı doğrusal programlama modelleri, üyelik fonksiyonları belirlendikten sonra;

[140] Jairaj, Vedulla, s.463.

matematiksel teknikler kullanılarak; geleneksel doğrusal programlama problemi olarak çözülebilmektedirler. Bu işlem için “ λ ” değişkeni kullanılır. λ değişkeni amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların doyurulma derecesini göstermektedir. λ değişkenini kullandığımızda model aşağıdaki gibi matematiksel olarak ifade edilebilir:[141]

Max λ (3.27)

Kısıtlayıcılar

$\lambda \leq \mu_0 (Z)$

$\lambda \leq \mu_i (x_i)$

$0 \leq \lambda \leq 1$

Bu modelden hareketle, gerekli yerlere üyelik fonksiyonları koyularak; düzenlemeler yapıldığında modelin son hali aşağıdaki gibi, matematiksel olarak ifade edilebilir:

Max λ (3.28)

Kısıtlayıcılar

$C^T X \geq b_0 - (1- \lambda)p_0$

$(Ax)_i \leq b_i + (1- \lambda)p_i$

$(Ex)_i \leq b_i$; i= 1,2,……,m.

$\lambda \, \varepsilon \, [0,1]$; $x \geq 0$

Bu modelde yer alan Ex ile simgelenen unsur, bulanık olmayan kısıtlayıcıları göstermektedir. Bir bulanık doğrusal programlama modelinde, bulanık kısıtlayıcıların yanı sıra bulanık olmayan kısıtlayıcılar da yer alabilir.

Modelden de görüldüğü gibi, λ bir nevi sağ taraf sabiti görevini görmektedir. Bir anlamda, üyelik fonksiyonları kullanılarak, bulanık doğrusal programlama modelini geleneksel doğrusal programlama modeline dönüştürmek için kullanılan bir değişkendir. λ değişkeni kullanılarak yapılan dönüşüm işleminden sonra; Zimmerman yaklaşımına göre problemin çözümlenebilmesi için, gerekli olan bilgisayar programları (LİNDO, WINQS…) kullanılarak çözüme ulaşılır.

[141] Rafail N. Gasimov, Kürşat Yenilmez, “ Solving Fuzzy Linear Programming Problems with Linear Membership Function ” Turk J. Math. 26, TUBİTAK, (2002), s. 378.

3.4.2. Werners Yaklaşımı

Werners, bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama problemleri ile bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modellerinin aynı şekilde çözümlenebileceğini öne sürmüştür.

Werners yaklaşımına göre, bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları karar verici tarafından önceden belirlenebilir. Ancak bulanık amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu önceden belirlenemez. Bunun için, ilk olarak; bulanık çözüm uzayındaki her bir α-kesim kümesi belirlenir. Daha sonra, her bir α-kesim kümesine karşılık gelen amaç fonksiyonu değerleri hesaplanır. Hesaplanan değerlerle aynı üyelik fonksiyonu değerine sahip olan çözüm uzayının α-kesim kümesi oluşturulur. Bu küme, karar kümesini verir. Gerekli notasyonları tanımlanarak; açıklanan durum, aşağıdaki gibi matematiksel olarak ifade edilebilir: [142]

R̃ = Bulanık çözüm uzayı

R = Gerçel sayı doğrusu

Çözüm uzayının α-kesimleri;

$$\tilde{R}_{\alpha} = \{ x \mid x \in U, \mu_{\tilde{R}}(x) \geq \alpha \} \qquad (3.29)$$

α kesim kümesi için optimal çözümler kümesi;

$$N(\alpha) = \{ x \mid x \in \tilde{R}_{\alpha} \wedge f(x) = \sup_{x \in \tilde{R}_{\alpha}} f(x) \} \qquad (3.30)$$

Bulanık karar kümesi;

$$\mu_{opt}(x) = \begin{cases} \sup \alpha \text{ ; eğer } x \in \bigcup_{\alpha > 0} N(x) \text{ ise,} \\ 0 \quad \text{; aksi halde} \end{cases} \qquad (3.31)$$

[142] Mustafa M. Özkan, " Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi ," (Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Ana Bilim Dalı, Yöneylem Araştırması Bilim Dalı, 2002), s.68'den Brigitte Werners, " An Interactive Fuzzy Programming System ", **Fuzzy Sets and Systems** 23, 1987, s.135.

Amaç fonksiyonunun optimal değerini veren bulanık küme;[143]

$$\mu f(r) = \begin{cases} \sup_{x \varepsilon f^{-1}(r)} \mu_{opt}(x) \,;\ \text{eğer } r \in R \wedge f^{-1}(r) \neq \emptyset \\ 0 \qquad\qquad ;\ \text{aksi taktirde} \end{cases} \qquad (3.32)$$

Burada r, gerçel sayı doğrusu R üzerindeki bir sayıdır. Diğer bir ifadeyle, $f(x) = c^t x = r$'dir. [144]

Werners yaklaşımında eşitsizlik halindeki bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları Zimmermann yaklaşımındaki gibidir. Bulanık eşitlikler $\tilde{=}$ iki farklı bulanık eşitsizliğe ($\tilde{\leq}$, $\tilde{\geq}$) denk olduğu için; onlarında üyelik fonksiyonu Zimmermann yaklaşımındaki gibidir.

Werners modelini, Zimmermann'da olduğu gibi, geleneksel doğrusal programlama modeline dönüştürmek için, yine λ değişkeni kullanılır. Daha sonrada gerekli matematiksel işlemler yapılarak çözüme ulaşılır.

3.4.3. Verdegay Yaklaşımı

Verdegay, betimleme teoremi ve parametrik programlamadan yararlanarak; bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modellerinin çözümünü gerçekleştirmiştir.

Verdegay, ayrıca parametrik doğrusal programlamayı kullanarak; bulanık dual problemleri tanımlamıştır ve bulanık primal ve dual problemlerin uygun koşullar altında aynı bulanık çözümü verdiklerini göstermiştir.[145]

Verdegay, bulanık kısıtlayıcılı bir doğrusal programlama modelinin bulanık çözümünün bulunması için, bulanık kısıtlayıcıların α-kesim kümelerine ayrılması

---

[143] Mustafa M. Özkan, " Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi ," (Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Ana Bilim Dalı, Yöneylem Araştırması Bilim Dalı, 2002), s.69'dan Hans J. Zimmerman, "Fuzzy Sets, Decision Making and Expert Systems", Boston: **Kluwer Academic Publishers**, 1993, s.81.
[144] A.g.e. s. 69.
[145] Wu, s.61.

gerektiğini belirtmiştir. Bu durumda; α-kesim kümeleri aşağıdaki gibi matematiksel olarak ifade edilebilir: [146]

$$\tilde{X}_{\alpha} = \{ x \mid \mu_i(x) \geq \alpha, \forall i, x \geq 0 \}; \quad \forall \alpha \in [0,1] \qquad (3.33)$$

Buradan hareketle, bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modeli şu şekilde ifade edilir:

$$\text{Max}(Z) = C^T X \qquad (3.34)$$

Kısıtlayıcılar

$\mu_i(x) \geq \alpha$

$\alpha \in [0,1]$

$x \geq 0$

Bu aşamadan sonra üyelik fonksiyonları oluşturularak ve modelde yerlerine koyularak, ardından da parametrik programlama haline getirmek için gerekli dönüşümler yapılarak modelin çözümü gerçekleştirilir. Bulanık çözümler arasından hangisinin seçileceği karar vericinin tercihine bırakılmıştır.

3.4.4. Chanas Yaklaşımı

Cahanas, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modellerine yeni bir bakış açısı getirmiştir. Verdegay gibi Chanas'de karar vericinin hedef seviyesini, herhangi bir bilgi elde etmeden belirlemesinin gerçekçi olmadığını belirtmiştir.[147] Chanas'de bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modellerinin çözümünde parametrik programlamayı kullanmıştır.

İşlemler sonucunda, farklı seviyelerdeki optimal sonuçlar sayesinde; gerekli bilgiyi elde eden karar verici, hedefe ve tolerans miktarına ilişkin kararını, bu bilgiler sonucunda verecektir.[148] Yani, sonuç; karar vericinin alternatifler arasında, kendini en çok tatmin edeni seçmesine bağlıdır.

---

[146] Miguel Delgado, Josc Luis Verdegay and M.A. Villa, **Fuzzy Linear Programming** , Miguel Delgado, Januscz Kacpryzk and Jose Luis Verdegay (ed), Fuzzy Optimization : Recent Advences, Heidelby: Physica-Verlag, 1994, s. 116.
[147] Jimenez, vd., s.9.
[148] Jimenez, vd. s. 9.

Kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları diğer yaklaşımlarda olduğu gibidir. Yine λ değişkeni dönüşüm için kullanılır ve parametrik programlamayı kullanabilmek içinde gerekli değişimler yapılır.

3.4.5. Carllson&Korhonen Yaklaşımı

Carllson&Korhonen, bulanık parametreli doğrusal programlama modelleri üzerinde durmuştur. Bu tür problemlerin çözümü için, parametrik programlamayı kullanmışlardır. Carllson&Korhonen'e göre; amaç fonksiyonundaki ve kısıtlayıcılardaki değişimler, parametrik programlama ile analiz edilirler.[149] Carllson&Korhonen'e göre parametrelerdeki bulanıklık üzerinde karar vericinin etkisi vardır ve parametre seviyeleri karar verici tarafından belirlenecektir.

Carllson&Korhonen, c_j, b_i, a_{ij} parametreleri arasında sürekli artan nitelikte bir ilişki olabileceğini öne sürmüştür. Parametrelerde alt ve üst sınırlar söz konudur ve alt sınırlar risksiz çözüm alanını belirler. Yani, her zaman elde edilecek olan değerlerdir. Üst sınırlar ise, riskli alanlardır. Aslında bu değerleri teorik değerler olarak ta görmek mümkündür. Elde edilen çözümün güvenilirliği de alt sınır değerlerinden üst sınır değerlerine doğru azalır. Kullanılan üyelik fonksiyonları, üssel ve parçalı doğrusal üyelik fonksiyonlarıdır.

Carllson&Korhonen yaklaşımında, Verdegay yaklaşımında olduğu gibi, bulunan çözüm değerlerinden hangisinin bulanık katsayılı doğrusal programlama probleminin çözümü olarak kabul edileceği, tamamen karar vericinin tercihine bırakılmıştır.[150]

---

[149] Triantis, Girod, s. 87.
[150] Özkan, Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi, s. 87.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
ÜRETİM YÖNETİMİ VE BULANIK TEORİYLE OLAN İLİŞKİSİ

4.1. Üretim Yönetiminin Tanımı

Günümüzde üretim yönetimi kavramı yalnızca fiziksel değerlerin yaratılması için gerçekleştirilmesi gereken tüm planlama, yönlendirme ve kontrol çalışmalarını değil, fiziksel olmayan değerlerin yani hizmetlerin oluşturulmasında da aynı işlemlerin gerçekleştirilmesini kapsamaktadır. Bu anlamda, üretim yönetimi kavramı dar kalıpların ötesinde, çok geniş bir uygulama alanı olan bir kavram haline gelmiştir. Bu çalışmada üretim yönetimi kavramı hizmetleri de kapsayacak şekilde ifade edilecektir.

Aynı zamanda bu kavramın işletmeler açısından hayati önemi söz konusudur. Çünkü üretim yönetimi, bir işletmenin en önemli fonksiyonlarından birisi olan üretim fonksiyonunun tüm aşamalarında söz konusu olan eylemler bütününü içermektedir. Bilindiği gibi; üretim fonksiyonuyla yaratılan değerler, hem toplum ihtiyaçlarının karşılanmasında, hem de işletmenin üretim sonucu yarattığı değerleri faydaya dönüştürerek; konumunu korumasında ve ilerlemesinde çok büyük bir yere sahiptir. Bu açıdan, üretim yönetimi süreçlerinde bilimsel yöntemlerden yararlanmak ve değişen koşullara uyum göstermek, özellikle üretim sisteminin yönlendirilmesi aşamasını çok dikkatli gerçekleştirmek gerekmektedir.

Literatürde üretim yönetimi kavramının farklı tanımlarıyla karşılaşmak mümkündür. Bir kaçı aşağıda yer almaktadır:

“ Üretim / İşlemler Yönetimi ” (ÜRİY); girdileri ürünler ve hizmetlere dönüştüren örgütlerin ilgili dilimlerindeki, yani produktif (verimli) sistemlerdeki, tüm çalışmaların planlanması, örgütlenmesi, kadrolanması, yönlendirilmesi ve kontrolü olarak tanımlanabilir.[151]

---

[151] M. Hulusi Demir, Şevkinaz Gümüşoğlu, **Üretim Yönetimi (İşlemler Yönetimi)**, Gözden Geçirilmiş, Genişletilmiş, 5. Bası,İstanbul : Beta Yayınları, Kasım 1998, s. 5.

“ Üretim Yönetimi ”, aslında birbirini tamamlayan, üç başlık altında ele alınıp; incelenebilir :[152]

(1) Üretim yönetimi, üretim ekonomisinin yönetimidir.

Üretim ekonomisinin görev alanında yer alan işlevlerin (Ar&Ge, ürün tasarımı, malzeme tedariki, malzeme / yarı mamul stoklaması, üretim planlaması, üretimin kumandası ve kontrolü, işletme içi lojistik, üretimle ilgili örgütleme çabaları vb.) yönetimi ve sürekli şekilde işletmenin genel amaç-araç sistemiyle ilişkilendirilmesi, geniş anlamda, üretim yönetimi olarak görülebilir.

(2) Üretim yönetimi, üretim sisteminin yönetimidir.

Üretim sistemi, girdileri, değişim / dönüşüm proseslerini ve çıktıları kapsayan bir bütündür. (…) Üretim sisteminin yönetimi, üretim için gerekli tüm beşeri ve maddi girdilerin üretime yöneltilmesi ve proses (ler)in gerçekleştirilmesiyle ilgili tüm iş ve işlemler bütününün yönetimi olarak da tanımlanabilir.

(3) Üretim yönetimi, üretim fonksiyonunun yönetimidir.

Her üretim faaliyeti, kendine özgü bir üretim fonksiyonuna ve bu fonksiyonla bağlantılı bir maliyet fonksiyonuna sahiptir. Her üretim prosesinde, üretimdeki ekonomik / teknik ilişkileri içeren, sadece belli bir sürece özgü “ üretim fonksiyonu ” geçerlidir. Üretim fonksiyonu, iktisat bilimindeki en basit ifadesiyle, girdiler ile çıktılar arasındaki teknolojik ilişkileri gösterir. Üretim, bu teknolojik ilişkiler düzeyinde gerçekleşir. Bu nedenle, üretim yönetimi, dar anlamda, üretim fonksiyonun ve ona ait maliyet fonksiyonun yönetimi olarak da görülebilir.

Üretim yönetimi, üretim faaliyetlerinin örgütlenmesi, yürütülmesi ve denetlenmesi ile ilgili bir kavramdır. Daha açık bir ifadeyle, üretim yönetimi, mal ve hizmetlerin istenilen kalite standartlarında, istenilen zamanda ve en düşük maliyetle de elde edilebilmesi için gerekli karar alımı ile ilgilenen bir işletme fonksiyonudur. [153]

---

[152] Yrd. Doç. Dr. İrem Figen Gülenç, **İleri Düzeyde Üretim Yönetimi Ders Notları**, Kocaeli Üniversitesi İİBF. İşletme Ana Bilim Dalı Üretim Yönetimi ve Pazarlama Yüksek Lisans Programı, 2005, ss. 2-3.
[153] Feray Omdan Çelikçapa, **Endüstri İşletmelerinde Üretim Yönetimi ve Teknikleri**, Bursa : Vipaş AŞ. Yayınları, s. 2.

Tanımlardan da görüldüğü gibi, üretim yönetimi yaklaşımında planlama, yönlendirme ve kontrol aşamaları söz konusudur. Planlama aşamasında, üretim sisteminin ulaşması istenen hedef seviyeleri ve bu seviyelere ulaşmak için gerekli olacak, makine, işgücü, hammadde, malzeme miktarları, üretim bileşiminin makinelere, işçilere paylaştırılması, ürün bitiş zamanları gibi sistemin verimliliğini etkileyecek kararlar alınır ve gerekli hesaplamalar yapılır. Planlama aşamasında, oluşturulan hedeflerin gerçekle uyumlu olması çok önemlidir. Bu anlamda, plan yapılırken kullanılan verilerin özellikleri üstünde dikkatle durulmalıdır. Yönlendirme aşamasında ise; planlama aşamasında alınan kararların fiilen hayata geçirilmesi söz konusudur. Kontrol aşamasında ise; yönlendirme aşaması sonucu elde edilen sonuçlar planlama aşamasında hedeflenen sonuçlarla karşılaştırılır. Sapmalar varsa, nedenleri ve iyileştirmeleri üzerinde çalışmalar yapılır. Bu çalışmada daha çok planlama aşaması üzerinde durularak, üretim planlama kısmı ayrıntılı olarak incelenecektir.

İşletmeler için hayati öneme sahip olan üretim yönetimi yaklaşımı, aslında yönetim türlerinden birisidir. Bu anlamda, yönetim fonksiyonun gerektirdiği tüm koşulların sağlanması gerekir. Bilindiği gibi, yönetim; bir işletmede amaca ulaşma yolunda girişilen çalışmaların düzenlenmesi ve ortak bir amaca yöneltmek sürecidir.[154] Bu anlamda üretim yöneticisi, diğer birim yöneticileri gibi, amaca ulaşma yolunda sistem için gerekli düzenlemelerin yapılmasını, personelin bir bütün olarak hareket etmesini ve çıktıların istenilen seviye ve özellikte olmasını sağlamalıdır. Bu durum, aynı zamanda üretim yöneticisinin, performansını da ortaya koyacaktır.

İşletmelerde, her fonksiyon bir amaca yönelik olduğu gibi; üretim yönetimi fonksiyonu da çeşitli amaçları gerçekleştirmek durumundadır. Bunlar : [155]

Uzun vadeli amaçlar : Üretim, bilinçli, yöntemli ve amaçlı bir davranıştır ve sonuçta işletmenin genel amaçlarına hizmet etmelidir. Bunlar:

Ekonomik amaçlar : Uzun vadede güvence altına alınmış kar,

Teknik amaçlar : Güvence altına alınmış kalite, çevreyi koruyan teknoloji uygulaması,

---

[154] Kemal Tosun, **İşletme Yönetimi**, C.1. İstanbul : Fakülteler Matbaası, 1977, s. 183.
[155] Gülenc, s. 3.

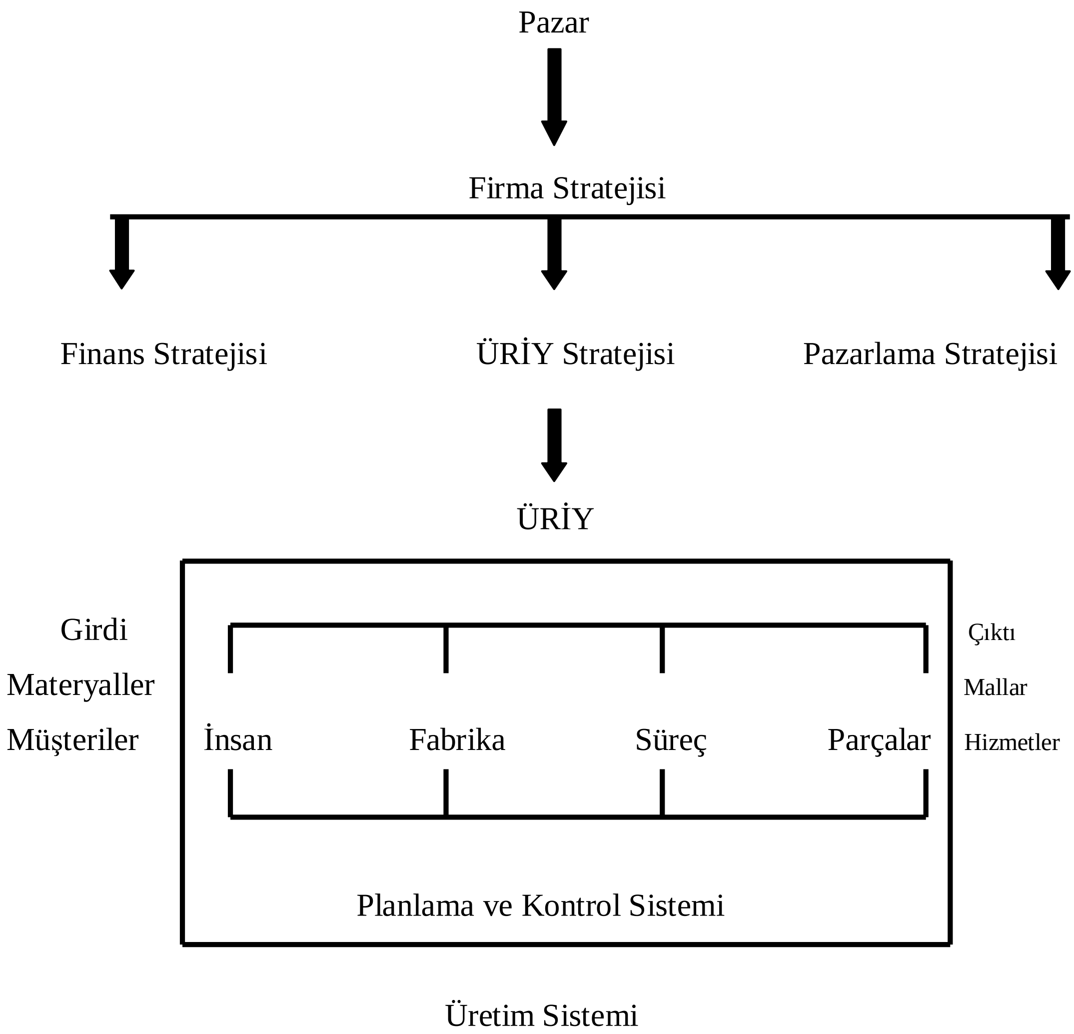
Örgütsel amaçlar : Kesintisiz iş ve bilgi akışının sağlanması,

Sosyal amaçlar : İstihdamın korunması ve çalışanların tatmini.

Kısa vadeli amaçlar : Kısa vadede ise; üretim yönetiminin amacı, üretilen mal ile ilgili dört faktörün en uygun değerlerinin bulunmasına yöneliktir. Diğer bir deyişle, hangi malların ne miktarlarda, hangi özellikte, nerede ve kim tarafından yapılacağı sorularına en düşük maliyeti (en fazla karı) sağlayan yanıtı bulmaya yöneliktir.

Aşağıdaki şekilde üretim yönetiminin firma içindeki yeri gösterilmiştir.

Şekil 20. Üretim İşlemler Yönetimi ve Firma İçindeki Yeri



Kaynak : Hulusi Demir, Şevkinaz Gümüşoğlu, Üretim Yönetimi (İşlemler Yönetimi), Gözden Geçirilmiş, Genişletilmiş, 5. Bası,İstanbul : Beta Yayınları, Kasım 1998, s. 9.

4.2. Planlamanın Tanımı ve Üretim Yönetimi İçindeki Yeri

Planlama, amaçların ve bu amaçların elde edilebilmesi için gerekli olan eylemlerin belirlenmesi sürecidir. Bu süreç,yönetimin bilgi toplama sürecidir. Çünkü bu fonksiyonla, işletmemizin amaçlarını ve bunlara ilişkin strateji ve taktiklerin neler olacağını kararlaştırmaya yardımcı bilgiler toplanır.[156]

Planlama aşağıdaki sorulara cevap arama faaliyetidir.[157]

- Ne yapılacaktır ?
- Kim yapacaktır ?
- Ne zaman yapılacaktır ?
- Nasıl yapılacaktır ?
- Hangi kaynaklar kullanılacaktır?
- Neden yapılacaktır ?

Bu sorulara cevap arayan bir süreç olduğu düşünülürse; her fonksiyonda olduğu gibi; üretim yönetimi fonksiyonunda da planlamanın ne derece önemli olduğu ortaya çıkacaktır. Bu soruların hepsi üretim yönetiminin, üretim planlaması kısmında da söz konusu olmaktadır.

Planlama ile üretim yönetiminde, belli bir döneme ilişkin ulaşılmak istenen amaçlar (üretim miktarı, hizmet sunun derecesi, kalite düzeyi, ürün özellikleri, ürün işlem süreleri, ürün teslim süreleri, kullanılması istenen işçi sayıları, maliyet ve kar düzeyi gibi) çeşitli bilimsel yöntemler kullanılarak hesaplanmak suretiyle belirlenmektedir. Bu yukarıda yer alan “ Ne yapılacaktır ? ” sorusunun cevabıdır.

Planlama ile üretim yönetiminde, üretim sürecine katkıda bulunması gereken kişilerde belirlenir. Bunlar yöneticileri ve işçileri oluşturur. Hangi vasıflara sahip olan işçilerle bu sistemin yürütüleceği, yöneticilerin alacağı sorumluluklar belirlenir ve bir anlamda görev paylaşımı yapılır. Üretim söz konusu olduğu için, makinelerde bu kapsama alınmalıdır. Çünkü, üretim sistemlerinde, işgücünün yanı sıra; gerçekleştirilecek üretime uygun makinelerinde olması şarttır.

---

[156] Mehmet Şahin, Yönetimin İşlevleri, İş İdaresi 1. Fasikül, Ankara: A:Ü.AÖ.F. Yayını, 1984, s. 76.
[157] İnan Özalp, İşletmelerde Yönetim :Fonksiyonlar ve Organizasyon, Eskişehir: Bayteş AŞ. Yayınları, 1985, ss. 34-36.

Planlama ile üretim yönetiminde, gerçekleştirilecek üretimin, hangi zaman dilimlerinde gerçekleştirilmesi gerektiği de belirlenir. Bunun için üretim çizelgeleme, süreç planlama çalışmaları yapılır. Çünkü belirlenen süreçlerde ürünün üretiminin gerçekleşmesi, teslimat açısından ve maliyetler açısından önemlidir.

Yine planlama ile; üretim yönetiminde, üretimin nasıl gerçekleştirileceği de belirlenir. Bunun için, iki el süreç şemaları, iş akış şemaları gibi şemalar üretim aşamalarını kağıt üzerine dökmede kullanılır ve aşamaları belirlenen üretim süreci uygulamaya koyulur. Bu aşamada malzeme hareketleri de çok önemlidir. Sistem içinde verimliliğin ve etkinliğin sağlanabilmesi için, bunların minimize edilmesi gerekir.

Planlama ile üretim yönetiminde, üretimi gerçekleştirebilmek için gerekli olan beşeri ve fiziksel kaynaklar da belirlenir. Bunlar, işgücü, makine, hammadde, malzeme, sermaye, enerji gibi kaynaklardır. Bunların üretim için ne kadar gerekli olduğu ortaya koyulur ve temin edilmeye çalışılır.

Son olarak planlama ile, üretim yönetiminde, üretim adına gerçekleştirilen tüm işlemlerin, firmayı nereye getireceği, gelecek dönemlerde üretim sisteminin teknolojiye uyum sağlaması için nelerin yapılması gerektiği, yada müşteri isteminin belirlenerek, değişimlerin yakından takip edilmesi ve üretim sisteminin bu yönde yönlendirilmesi için gerekli verilerin elde edilmesi söz konusu olacaktır.

İşletmelerde kullanılan bazı planlama teknikleri aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Simülasyon Yöntemi
- Doğrusal Programlama Yöntemi
- Korelasyon Analizleri
- Matematik Modeller
- Karar Ağaçları
- PERT ve CPM Yöntemi

4.2.1. Planlamanın Özellikleri ve İyi Bir Planda Bulunması Gereken Özellikler

Planlama aşamasının etkin ve verimli olabilmesi için, bu aşamanın taşıdığı bazı özelliklerin bilincinde olunması gerekir. Aslında bu özellikler, bir bakıma planlama işlevinin tam olarak, anlamını da yansıtmaktadır. Bu özellikler aşağıdaki gibi sıralanabilir:[158]

- Planlama bir seçim ve tercih sürecidir.
- Planlama bir karar sürecidir.
- Plan geleceğe dönüktür.
- Planlama kapsamlı ve devamlı bir faaliyettir.

Planlamanın özelliklerinden de görüldüğü gibi; bu özelliklerin sağlanabilmesi için, yapılan planın da bazı özelliklere sahip olması gerekir. Bilindiği gibi planlar, planlama işlevinin araçlarıdır, bu işlevin yazıya dökülmüş halleridir.

Henry Fayol'a göre iyi bir plan dört temel özelliğe sahip olmalıdır. Bunlar şöyle sıralanabilir:[159]

- Belirli bir zaman dilimi için tek bir plan hazırlanmalıdır. Birden fazla plan kargaşa, düzensizlik, ve ikilik yaratır.
- Planlar sürekli olmalıdır.
- Planlar esnek olmalıdır.
- Planlar bilinmeyen faktörlerle mümkün olan en yüksek doğruluk düzeyinde uyumlu olmalıdır.

İyi bir planın özelliklerinden de anlaşılacağı gibi, geleceğe ilişkin tahminler söz konusu olduğundan hep bir belirsizlik durumu hakimdir. Bu belirsizlik durumu, çeşitli bilimsel teknikler kullanılarak; gerçeğe daha yakın sonuçlara dönüştürülebilir.

4.3. Üretim Yönetiminde Üretim Planlama Kavramı

Üretim yönetiminde üretim planlama kavramından önce, üretim kavramının tanımlanması gerekmektedir. Üretim, doğadaki kaynakların, hammadde ve malzemelerin insan gereksinimlerine daha uygun mal ve hizmetler biçimine

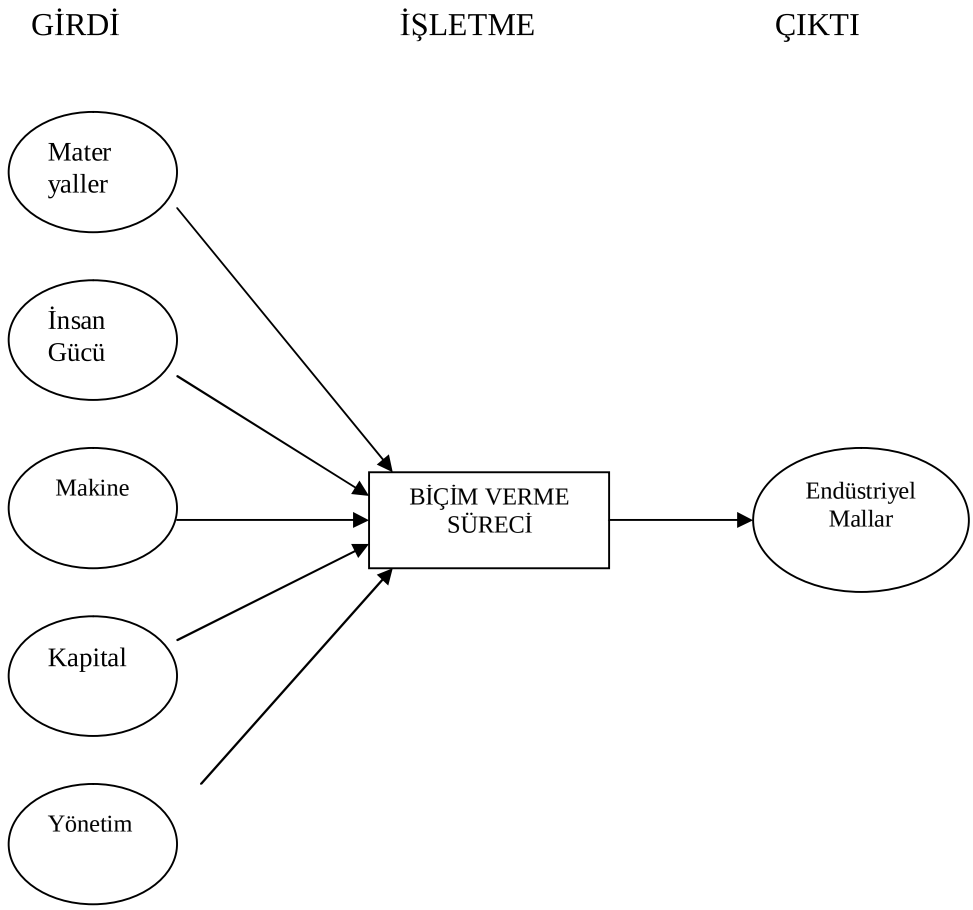
---

[158] Tosun, s. 226.
[159] Henry Fayol, **Planning**, Management and Organizatonal Classicagk, s.85.

dönüştürülmesi için girişilen fiziksel, kimyasal, mekanik ve benzeri işlemler topluluğu olarak tanımlanabilir.[160]

Üretim kavramına karşı farklı bakış açıları mevcuttur. Mühendisler, üretim kavramından; insan, materyal, donatım gibi öğelerin kullanılarak bir maddenin monte edilmesi yada yapımını anlamaktadır.(…) Ancak çoğu işletmeciler üretim kavramından; materyalin, istenilen biçime sokulmasını sağlayan işlemler dizgesini anlamamakta, aynı zamanda hizmetlerin yapılmasını da kavram içinde düşünmektedirler. Bu nedenle üretim / işlemler kavramı, yalın " üretim " kavramı yerine yeğlenmektedir.[161]Aşağıdaki şekilde, üretim / işlemler süreci görülmektedir.

Şekil 21. Üretim / İşlemler Sürecinin Genel Biçimi



Kaynak : Demir, Gümüşoğlu, s. 6.

[160] Çelikçapa, s. 1.
[161] Demir, Gümüşoğlu, s. 2.

Üretim yönetimi, gerçekte bir yönetim süreci olduğu için; sistemin devamlılığını sağlamak açısından, üretim sisteminin iş gücü, malzeme, hammadde, sermaye gibi unsurlarıyla ilgili, sürekli bir planlama süreci yaşanmakta ve eylemler, bu planlara uygun olarak gerçekleştirilmektedir.

Bir işletmede üretim planlamasının temel amacı, belirli bir ürünün istenen miktarda, üretimin istenen zamanda ve nitelikte gerçekleşmesidir. Bunun sağlanması ise; üretim faktörlerinin yeterli miktarlarda ve uygun zamanda temin edilmesiyle mümkün olur. [162]

Üretim planlaması, üretim amacına hizmet eden tüm iş ve görevlerin hazırlığını yapar. Planlama amaç tespitiyle başlatılır. İş / görev planlaması çerçevesinde, amaca ulaşmak için, hangi üretim faktörlerinin (araçların) kullanılıp sarf edileceği ve hangi akış yöntemlerinin (metotlarının) uygulanacağı belirlenir.[163]

Üretim planlaması, istenilen zamanda, nicelikte ve kalitede maddelerin yada hizmetlerin üretimini yapılmasının sağlanması ve işlemlerin uygulamaya konulması için konunun kuramsal yanını yazılı, biçimsel ve matematiksel biçimde hazırlanması olarak tanımlanabilir.[164]

4.3.1. Üretim Planlama Türleri

Üretim planlama türleri, kapsadıkları zaman açısından üç sınıfa ayrılabilir. Bunlar, uzun dönemli planlama, orta dönemli planlama ve kısa dönemli planlamadır. Bunlar aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.[165]

Uzun dönemli planlama → Uzun dönemli planlama süreci, üretim yönetiminin tarifi, müşteri hizmet politikasının tespit edilmesi, dağıtım kanallarının seçimi, üretim ve depo kapasitelerinin belirlenmesi gibi kararları içerir.

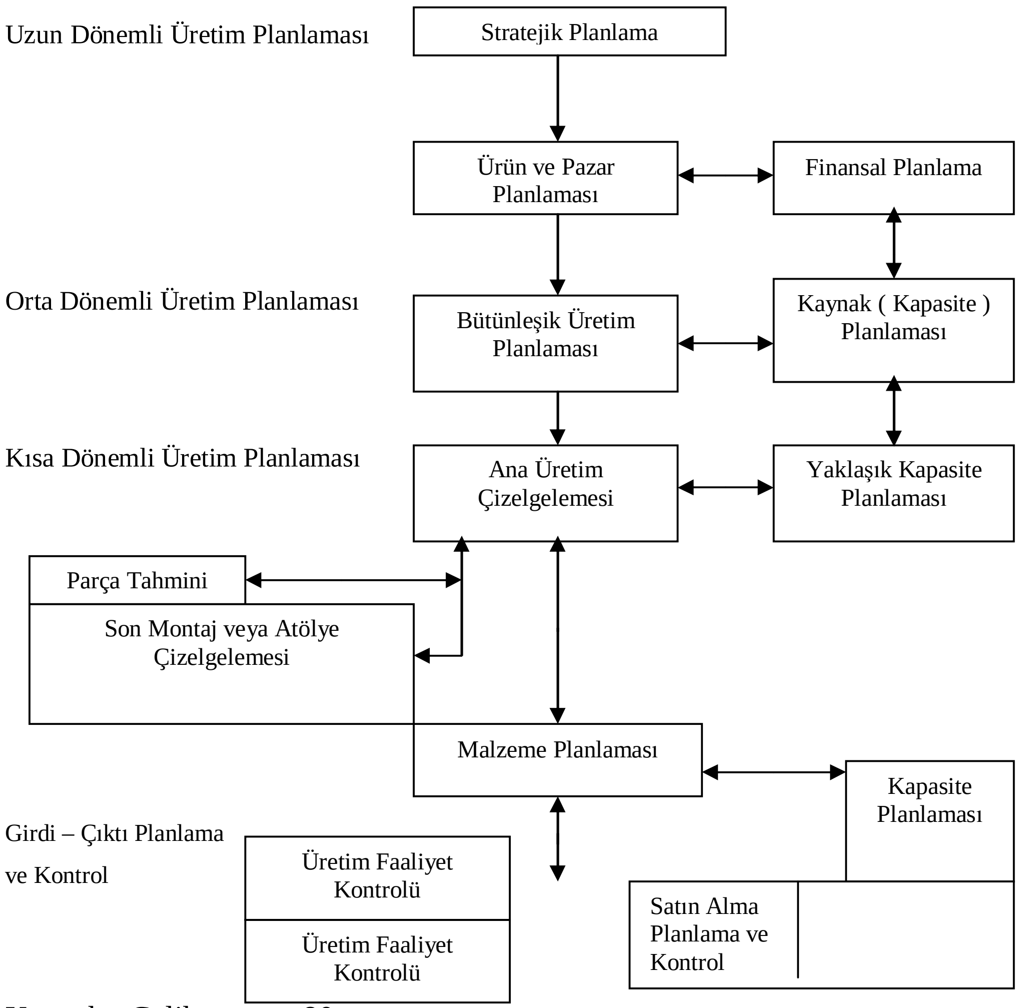
---

[162] Erkan Kilitçi, " Üretim Planlama ve Stok Kontrol Faaliyetlerinde Barkod Uygulamaları ", (Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, Mayıs 2004), s. 28.
[163] Gülenc, s. 4.
[164] Demir, Gümüşoğlu, s. 369.
[165] www.mpm.org.tr , (2 Nisan 2006)

Orta dönemli planlama → Uzun dönemli planlama süreci sonunda örneğin; bir işyerinin genel politikası ve kaynak kısıtları belirlenir. Bu genel politika ve kısıtlayıcılar çerçevesinde, üç ay ile bir yıllık bir planlama dönemi göz önünde tutularak; orta dönemli kararlar verilir.

Kısa dönemli planlama → Üretim çizelgeleri, iş programlarının hazırlaması ve üretim kontrolü gibi faaliyetlerin planlamasıdır. Kısa dönemli planlama süreci, üretim miktarlarının belirlenen hedeflere ulaşmak üzere sürekli kontrolü ve gerekirse yeniden ayarlanarak; malzeme eksikliği, makine bozulmaları gibi aksaklıkların giderilmesi, işçilerin üretim merkezlerine sevki, önceliklerin belirlenmesi, fazla mesai kararları ve imalat ara stok seviyelerinin tespiti gibi kararları içerir. Aşağıdaki şekilde üretim planlama türleri görülmektedir.

Şekil 22. Üretim ve Diğer Planlama Faaliyetleriyle İlişkisi



Kaynak : Çelikçapa, s. 80.

Şekilden de görüldüğü gibi, uzun dönemli planlama söz konusu olduğunda; işletmeler stratejik kararlar almaktadırlar. Bu kararlar, işletmenin gelecek dönem trendini etkileyecek önemli kararlardır. Hangi pazara nüfuz edileceği, pazarın özelliklerinin belirlenmesi, pazara hitap edebilecek ürünün özelliklerinin belirlenmesi gibi önemli konular, bu plan çerçevesinde ele alınır. Tabi ki, eldeki mali kaynakların yeterliliği de alınacak kararlarda önemli bir kriter niteliğindedir. Bu nedenle, finansal planlama da bu aşamada ele alınan bir konudur.

Uzun dönemli planlama ayrıntılı bir hale getirilerek; orta dönemli planlamaya geçilir. Bu planlama türünün ana bileşeni olan bütünleşik üretim planlamasının ana amacı; üretim oranı, iş gücü düzeyi ve mevcut stoklar arasında optimal bir bileşimi sağlayacak şekilde planlamanın gerçekleştirilmesidir.[166] Bütünleşik üretim planlamasıyla, üretim bir bütün olarak ele alındıktan sonra, kapasite planlamasına geçilir. Bilindiği gibi kapasite, belirli bir zaman dilimi içindeki üretim miktarıdır.[167] İşletme bu anlamda, üretim gücünü belirler. Bununla birlikte, kapasite planlaması, finansal planlamayla yakından ilgilidir. Çünkü, işletmenin maddi gücü, bir yerde, kapasitenin ne kadarının kullanılacağını belirleyecektir.

Tüm bu aşamalardan sonra, planlar daha da detaylandırılarak; kısa dönemli planlamaya geçilir. Kısa dönemli planlamada, ana üretim çizelgesi hazırlanır. Bu çizelgeyle, yukarıda da bahsedildiği gibi; ne üretilecek, kaç tane üretilecek, üretilenler ne zaman tamamlanacak sorularına cevaplar aranırken; satın alma, üretim, alt montaj ve montaja kadar uzanan ilişkiler zinciri incelenir.

4.3.2. Üretim Planlamanın Amaçları

Üretim planlama, üretim sisteminin bir anlamda resmini çekmektir. Üretim planlamayla, üretim sisteminin amaçları belirlenir ve sınırları çizilir. Bu anlamda, işletmeler açısından çok önemlidir.

İşletmeler üretim planlamaya aşağıdaki sebeplerden dolayı ihtiyaç duyarlar:[168]

---

[166] Çelikçapa, s. 83.
[167] A.g.e. s. 31.
[168] Çelikçapa, s. 83.

- Üretim sistemlerinin karmaşıklığı ve faaliyetlerinin yoğunluğu,
- İşletme içi koordinasyon zorluğu,
- İşletmeler arası ilişki ve bağımlılık,
- Talebin büyümesi ve çeşitlilik kazanması,
- Tedarik ve dağıtım faaliyetlerinin geniş bir alana yayılması,
- Kalite, fiyat, hizmet rekabetinde artış,
- Malzeme, makine, işgücü kayıplarının en düşük düzeye indirilme zorunluluğu.

Bu amaçların hepsi, işletmenin pazardaki yerini korumasına ve varlığını sürdürmesine hizmet ettiği için, üretim planlaması, işletmeler için vazgeçilmez bir unsurdur ve muhakkak bilimsel yöntemlerden yararlanılarak yapılmalıdır.

4.4. Üretim Yönetiminin Üretim Planlaması Aşamasında Bulanık Teorinin Yeri

Yukarıda da açıklandığı gibi; bulanık karar verme sürecinde belirsizlikler ve şüpheli durumlar hakimdir. Özellikle gerçek hayatta, üretim sistemlerinde, belirsizliğin, üretim sistemi üzerindeki etkisi büyüktür. Sistemdeki bu belirsizlik, üretim yönetimi stratejilerini de etkilemektedir. Belirsizlik, sistemde yer alan ve darboğaz oluşturan kaynaklarda yahut, sistemin ulaşmasının istendiği başarı seviyesinde yer alabilir. Bu durumda, özellikle üretim planlarının oluşturulması aşamasında bu özellik göze alınmalıdır. Bu anlamda bulanık küme teorisi, üretim sistemlerinin etkin bir şekilde yönlendirilmesi alanında da kullanılmaktadır.

Krwowski ve Evans (1986) , bulanık küme teorisinin üretim yönetimi alanındaki; yeni ürün geliştirme, yerleşim düzeni oluşturma, üretim çizelgeleme ve kontrol, kalite süreçleri, fayda maliyet analizleri gibi alanlarda etkin bir şekilde kullanıldığını belirtmiştir.[169]

Bulanık küme teorisinin üretim yönetimi alanında kullanılmasının sebepleri şöyle açıklanabilir:

---

[169] Gulffrida, Nagi, s. 39.

1. Belli bir amaca ulaşmak için; üretim sistemlerinde yapılan çalışmalarda belirsizlik, karar vericilerin her aşamada karşılaştığı bir durumdur.

2. Bu belirsizlik ortamında, karar vericilerin deneyimleri ve yargıları, problemin daha iyi anlaşılabilmesi için; bulanık küme teorisi kullanılarak; belirli bir hale getirilir.

3. Üretim yönetimi problemlerindeki modelin amacını, karar değişkenlerini, kısıtlayıcılarını ve parametrelerini oluşturmak için gerekli bilgiler, belirsiz ve ölçülemez olabilirler.

4. Karar vericinin düşüncelerindeki sübjektifliği, nitelik ve nicelik olarak var olan bilgilerin elde edilmesini engelleyebilir.

Bulanık küme teorisinin üretim yönetimi alanındaki uygulamaları, yöneylem araştırmasındaki uygulamalarıyla paralellik göstermektedir. Zimmermann'a göre; bulanık küme teorisi, kaliteli girdilerin sağlanması, problemin çözümünün daha stabil ve hızlı yapılması, bulanıklık içeren problemin modellenebilmesi açısından; algoritmik bir araç olarak; yöneylem araştırmasında kullanılabilir.[170]

[170] A.g.e. s. 54.

BEŞİNCİ BÖLÜM
BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA YÖNTEMİ KULLANILARAK KORSA ’DA GERÇEKLEŞTİRİLEN ÜRETİM PLANLAMA ÇALIŞMASI

5.1. Kordsa’nın (Endüstriyel İplik ve Kord Bezi Sanayi ve Ticaret A.Ş.) Tanıtımı

1973 yılında kurulan KORDSA Türkiye’nin % 84 hissesi DUSA’ya (Dupont Sabancı İnternational) ait olup; % 16’sı İstanbul Menkul Kıymetler Borsası’nda işlem görmektedir. İzmit’te bulunan fabrikasında ileri teknoloji ürünü 38.000 ton endüstriyel naylon iplik, 28.000 ton kord bezi ve 4.000 ton diğer endüstriyel bezler kapasitesiyle, hem iç hem de dış pazar müşterilerinin ihtiyaçlarını karşılamaktadır. Toplam üretiminin yaklaşık % 90’ı ihraç edilmektedir. KORDSA, özellikle dünyanın tüm lastik üreticilerinin ihtiyacı olan ağır denye endüstriyel iplik, naylon iplik, kord bezi ve tek kord üretimini yapmaktadır.

KORDSA, lastik sektörü için ürettiği iplik, tek kord ve kord bezlerinin yanı sıra; konveyör bant, v kayışı, hortum, balık ağı ve naylon iplik ve kord bezinin kullanıldığı diğer sanayi dallarının da ihtiyacını karşılamaktadır.

Çalışmanın uygulama bölümü, KORDSA’nın Mart 2006’ya ilişkin üretim planının bulanık doğrusal programlama yöntemiyle yapılmasını içermektedir. Bunun için, Şubat 2006’nın verileri kullanılmıştır.

5.2. Problemin Tanımlanması

KORDSA’ da üretilen naylon iplikler, kord bezi yapımında, tek kord uygulamalarında, endüstriyel bezler ve ürünlerin üretiminde, ayrıca balık ağlarının ve halatların yapımında kullanılmaktadır.

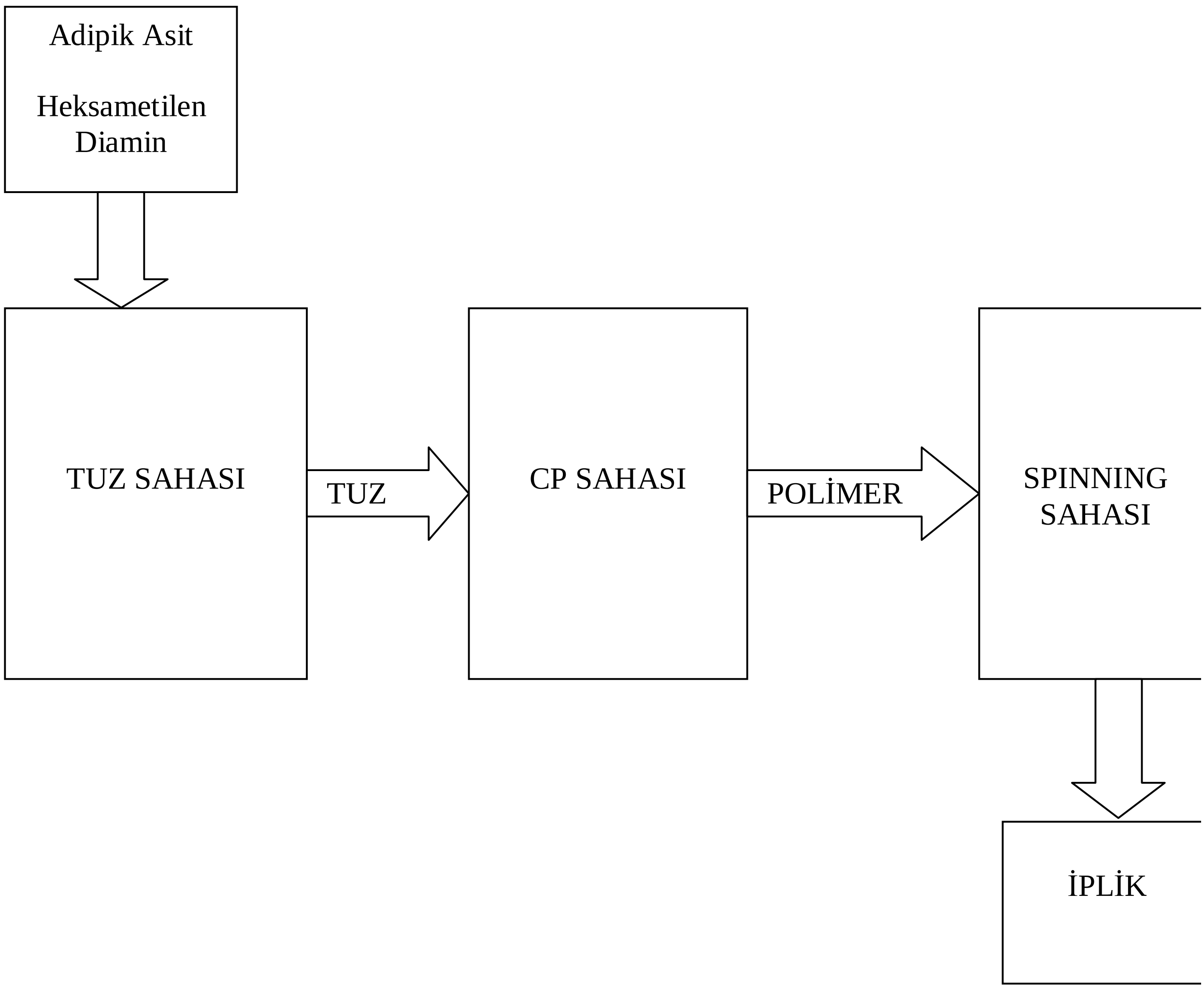
Naylon iplik üretiminde kullanılan ana malzeme sentetik liflerdir. Bu liflerin kalınlık ölçü birimleri ise; dünya standartlarında kabul gören; “ dtex ” birimidir. Bir lifin 10.000 metresinin gram cinsinden ağırlığı, o lifin kaç dtex olduğunu gösterir.

KORDSA 'da üretilen naylon ipliklerde kullanılan lifler, 940 dtex, 1400 dtex, 1880 dtex, 2100 dtex kalınlığındadır.

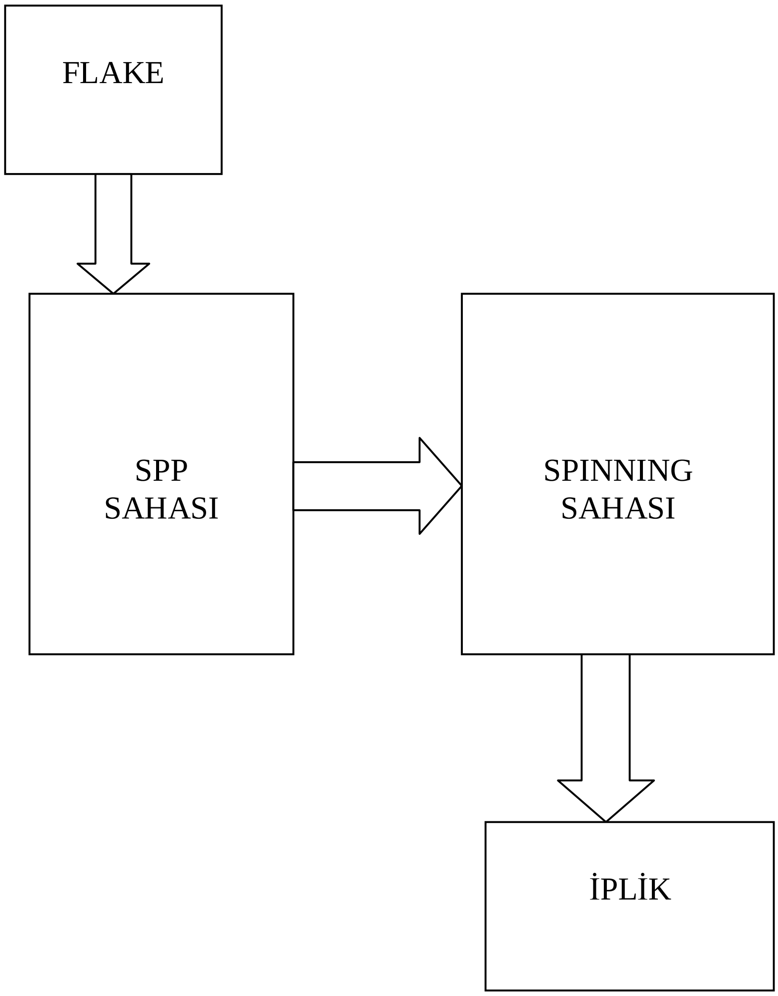
Ayrıca bu lifler, lastik kalitesinde ve endüstriyel bezler kalitesinde olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Yani bu liflerden üretilen ipliklerin bir kısmı lastik yapımında (kord bezi olarak) bir kısmı da endüstriyel bez yapımında kullanılabilmektedir.

İşletmede naylon iplik üretimi iki hat üzerinde gerçekleştirilmektedir. Bu hatlar hat 1 ve hat 2 olarak belirlenmiştir. Ancak, çalışmamızda, hat 2 'nin üretim planı oluşturulmaya çalışılacaktır. Aşağıdaki iş akış şemalarında hat 1 ve hat 2'de gerçekleşen üretim süreci gösterilmiştir.

Şekil 23. Naylon İplik Üretimi Hat 1



Şekil 24. İplik Üretimi Hat 2



Hat 1'de üretilen naylon ipliğin üretim süreci, şu şekilde gerçekleşmektedir. Adipik asit (asit) ve heksa metilen diamin (baz) maddeleri % 55 - %45 oranlarında karıştırılarak; tuzlama sahasına gelmekte ve burada su ile karıştırılmaktadır. (Saf su, burada katalizör vazifesini görmektedir.) Bu karışım sonucunda, ekzotermik (Dışarıya ısı veren) bir reaksiyon söz konusu olmaktadır. Ekzotermik reaksiyon ile ham tuz denilen madde ortaya çıkmaktadır. Daha sonra bazı katkı maddeleri ilave edilerek; son tuz denilen madde elde edilmektedir. Son tuz, CP (Continuous Polimerization) sürekli polimerizasyon sahasındaki reaktöre alınarak; 200 derecenin üzerinde ısıtılmaktadır. Bu sefer de endotermik (Dışarıdan ısı alan) bir reaksiyon oluşmaktadır. Isıtma söz konusu olduğu için, su, buhar olarak ayrılmakta, kalan kısım ise; polimer halinde delikli kaplardan geçirilmektedir ve bu esnada kimyasal özelliklerde gerekli ayarlamalar yapılmaktadır. Bu ayarlamalardan sonra,

“ pack ” denilen kalıplara basılarak; bu kalıplardaki ince deliklerden flamentler (ince iplik) halinde çıkmaktadır. Bu flamentler, döndürme (spinning) sahasındaki iplik çekme makinelerinde bobinlere sarılarak paketlenmektedir.

Hat 2’de ise naylon iplik üretimi şu şekilde gerçekleşmektedir. Flake denilen; pirinç tanesi şeklindeki plastik madde eritilmekte ve polimer haline getirilmektedir. Bu polimer SPP katı evre polimerizasyon (Solid Phase Poimerization) sahasına gelmekte ve burada reaktöre girmektedir. Reaktör içinde yer alan pompalarla, ince delikleri olan kalıplara basılmaktadır. Bu işlem sonucunda flamentler ortaya çıkmaktadır. Flamentler çıkarken soğuk hava verilmektedir. Böylece sıvı halden katı hale geçiş söz konusu olmaktadır ve döndürme sahasında iplik, bobinlere sarılarak paketlenmektedir.

İki çeşit naylon iplik üretimi söz konusudur. Bunlar fabrika tarafından, T-802 ve T-728 olarak kodlanmıştır. T-802, mukavemet açısından T-728’e göre daha iyidir. Örneğin her iki tip naylon iplik de, 940 dtex kalınlığındaki liften yapılmış olabilir ama verilen bazı iplik özellikleri itibariyle T-802, T-728’e göre % 10 daha sağlamdır.

Çalışmada hat 2’de üretilen naylon iplik miktarları, ürün özelliklerine göre farklı karar değişkenleri kullanılarak simgelenecektir.

5.3. Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi

Karar değişkenleri dört grup altında toplanmaktadır. Bunlar, 940 dtex kalınlığındaki liften üretilen iplikler, 1.400 dtex kalınlığındaki liften üretilen iplikler, 1.880 dtex kalınlığındaki liften üretilen iplikler ve 2.100 dtex kalınlığındaki liften üretilen ipliklerdir. Yine bu dört grup, kullanım alanı açısından da üç gruba ayrılmaktadır; kord bezi yapımında kullanılanlar, tek kord uygulamalarında kullanılanlar ve endüstriyel bezler, ağ, halat yapımında kullanılanlardır. Bunun yanı sıra mukavemet farklılıkları nedeniyle de; iki gruba ayırmak mümkündür; T-728 ve T-802 olarak. Ayrıca kalite ayrımı da mevcuttur. TQ (lastik kalitesi) ve IQ (endüstriyel bez kalitesi). Bununla birlikte, karar değişkenlerindeki bir diğer ayrım da; 2, 5, 9, 11, 11.5, ve 500 kilogramlık bobinlere sarılmasıdır. Tüm bu özellikler ışığında hat 2’de toplam; 40 farklı ürün üretilmektedir ve bunların her biri farklı bir karar değişkeniyle temsil edilmektedir. Karar değişkenlerinde kullanılan ölçü birimi, iplik üretiminin yapısına da uygun olan kilogram (kg.) birimidir. Aşağıda, karar değişkenleri ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

$\mathbf{x_1}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_2}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_3}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 9 kg.' lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_4}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_5}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 500 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_6}$ = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_7}$ = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_8}$ = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 9 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_9 = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{10} = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{11} = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 9 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{12} = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{13} = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{14} = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{15} = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 9 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{16} = 940 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{17} = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{18} = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 11 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{19} = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 9 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{20} = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{21} = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 11 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{22} = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 9 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{23} = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{24} = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{25} = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 11 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{26} = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 9 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{27} = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve tek kord yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11,5 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{28} = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve tek kord yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 9 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{29} = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve tek kord yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{30} = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve tek kord yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 9 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{31} = 940 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve endüstriyel bez, ağ, halat yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 5 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{32} = 940 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve endüstriyel bez, ağ, halat yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 2 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{33} = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve endüstriyel bez, ağ, halat yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 5 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{34} = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve endüstriyel bez, ağ, halat yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 2 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{35} = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve endüstriyel bez, ağ, halat yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{36} = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve endüstriyel bez, ağ, halat yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 5 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{37} = 1880 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve endüstriyel bez, ağ, halat yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 2 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{38} = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve endüstriyel bez, ağ, halat yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{39} = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve endüstriyel bez, ağ, halat yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 2 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

x_{40} = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve endüstriyel bez, ağ, halat yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

5.4. Amaç Fonksiyonunun Belirlenmesi

Daha öncede belirtildiği gibi çalışmanın amacı, bulanık doğrusal programlama yöntemini kullanarak; minimum maliyetli üretim planını gerçekleştirmektir.

Amaç fonksiyonunun oluşturulması için, her bir farklı ürüne ait birim maliyetlerin belirlenmesi gerekmektedir. Birim maliyetlerden kasıt, bir kilogram iplik için usd cinsinden katlanılan maliyet olarak düşünülmüştür. Bu bilgiler, KORDSA'nın 01-28. 02. 2006 tarihleri arasında gerçekleşen verilerle oluşturulan, ay sonu sayım raporundan elde edilmiştir. Birim maliyetler aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 7 . Birim Maliyetler (usd / kg)

Karar Değişkenleri (x_i)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
Birim Maliyetler (usd / kg)	2,60	2,66	2,72	2,55	2,64	2,61	2,67	2,73	2,79	2,85
Karar Değişkenleri (x_i)	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}
Birim Maliyetler (usd / kg)	2,56	2,62	2,68	2,74	2,52	2,61	2,60	2,65	2,51	2,56
Karar Değişkenleri (x_i)	X_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}
Birim Maliyetler (usd / kg)	2,61	2,56	2,61	2,66	2,71	2,77	2,79	2,85	2,88	2,53
Karar Değişkenleri (x_i)	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}	x_{39}	x_{40}
Birim Maliyetler (usd / kg)	2,66	2,63	2,57	2,60	2,82	2,59	2,54	2,50	2,56	2,55

İşletme tarafından aylık toplam maliyet hedefi hat 2 için, 1.650.000 usd civarı veya daha az olarak belirlenmiştir. İfadeden de görüldüğü gibi; burada bulanık bir amaç söz konusudur. Ayrıca yine geçmiş dönem tecrübelerinden, maliyet açısından katlanılabilir tolerans değeri için % 10’luk bir pay ayrılmıştır. Bu pay usd cinsinden 165.000 usd olarak hesaplanmaktadır. Bu durumda işletmenin katlanılabilir toplam maliyet sınırını, 1.485.000 usd ve 1.815.000 usd arası olarak belirlediği görülmektedir. Belirlenen hedef düzeyi ve tolerans miktarı kullanılarak; Zimmermann yaklaşımına göre, amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ;\text{ eğer } C^T X \geq 1.815.000 \\ 1 - \left(\dfrac{C^t X - 1.650.000}{165.000} \right) & ;\text{ eğer } 1.650.000 \leq C^T X \leq 1.815.000 \\ 1 & ;\text{ eğer } C^T X \leq 1.650.000 \end{cases} \tag{5.1}$$

Tabloda yer alan birim maliyetler ışığında oluşturulan amaç fonksiyonu denklemi aşağıda yer almaktadır.

Min (z) = $2{,}60x_1 + 2{,}66x_2 + 2{,}72x_3 + 2{,}55x_4 + 2{,}64x_5 + 2{,}61x_6 + 2{,}67x_7 + 2{,}73x_8 + 2{,}79x_9 + 2{,}85x_{10} + 2{,}56x_{11} + 2{,}62x_{12} + 2{,}68x_{13} + 2{,}74x_{14} + 2{,}52x_{15} + 2{,}61x_{16} + 2{,}60x_{17} + 2{,}65x_{18} + 2{,}51x_{19} + 2{,}56x_{20} + 2{,}61x_{21} + 2{,}56x_{22} + 2{,}61x_{23} + 2{,}66x_{24} + 2{,}71x_{25} + 2{,}77x_{26} + 2{,}79x_{27} + 2{,}85x_{28} + 2{,}88x_{29} + 2{,}53x_{30} + 2{,}66x_{31} + 2{,}63x_{32} + 2{,}57x_{33} + 2{,}60x_{34} + 2{,}82x_{35} + 2{,}59x_{36} + 2{,}54x_{37} + 2{,}50x_{38} + 2{,}56x_{39} + 2{,}55x_{40} = C^t X$ (5.2)

5.5. Kısıtlayıcıların Belirlenmesi

KORDSA’da naylon iplik üretiminin gerçekleştiği hat 2’de üretim planı yapılırken; göz önüne alınan en önemli kısıtlayıcılar, işgücü kısıtlayıcısı, talep kısıtlayıcısı ve hat 2’nin kapasite kısıtlayıcısıdır. Aşağıda bu kısıtlayıcılar, ayrıntılı olarak incelenmiştir.

5.5.1. Hat 2 İşgücü Kısıtlayıcısı

Modeli kurma aşamasında belirlenen karar değişkenlerinin her birinin farklı bir ürünü temsil ettiği yukarıda ayrıntılı olarak açıklanmıştı. Bu ürünleri üretmek için birim başına gerekli olan işgücü miktarı, dk / kg cinsinden aşağıdaki tabloda yer almaktadır. Bu veriler, fabrikada gerçekleştirilen ölçüm çalışmaları sonucunda oluşturulan raporlardan elde edilmiştir. Bu nedenle, bu veriler, birim başına yani bir kilogram başına harcanması gereken optimum işlem süresini dakika (dk.) cinsinden temsil etmektedirler.

Hat 2’de toplam 64 işçi çalışmaktadır. 2006 Şubat (01.02.2006 – 28.02.2006) ayında toplam 28 iş günü çalışma gerçekleşmiştir. İşletme naylon iplik üretiminde prensip olarak; kesintisiz üretimin gerçekleştirilmesini istemektedir. A, B, C, D olmak üzere; dört farklı vardiya grubu mevcuttur. Bir vardiyada 16 kişi çalışmaktadır. Her bir vardiya 6 gün çalışıp 2 gün dinlenmektedir. Günde ise; üç vardiya gerçekleştirilmektedir. Yani bu sistemde, her zaman bir vardiya tatildedir. Bir işçi günde, 7.2 saat; yani 430 dk. çalışmaktadır. Bu sistemde, Bir işçi ayda 22,5 gün çalışmakta; 7.5 gün dinlenmektedir. Şubat ayı 28 gün çektiği için, bu ayda bir işçi, 21 gün çalışıp; 7 gün dinlenmiştir. Ancak, sürekli üretim söz konusu olduğu için, tatile çıkan vardiya yerine diğer vardiya grubu gelmektedir. Böylece, 28 gün kesintisiz üretim gerçekleştirilmektedir. Aslında çalışma süresi günlük 8 saattir. Ancak, yemek ve dinlenme molaları da hesaba katılırsa; günde 430 dk (yaklaşık 7.2 saat) çalışılmaktadır. Bununla birlikte şubat ayında çeşitli nedenlerle (hastalık, mazeret izni, rotasyon) işbaşında olmayan iş gücü de mevcuttur. İşletmenin insan kaynakları bölümünden alınan bilgiye göre; şubat ayında kullanılamayan işgücü miktarı 15.584 dk.'dır. Bunlar da göz önünde bulundurularak; hat 2'in şubat ayı teorik işgücü miktarı dk. cinsinden;

Teorik İşgücü miktarı = 64 kişi x 28 iş günü x 430 dk / gün x 3 vardiya / gün
= 2.311.680 dk.
Kayıp İşgücü miktarı = 115.584 dk.
Fiili İşgücü Miktarı = 2.311.680 dk. – 115.584 dk. = 2.196.096 dk.

Tablo 8 . Birim İşlem Süreleri (kg / dk)

Karar Değişkenleri (x_i)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
Birim İşgücü Miktarı (dk / kg)	1,8	2,1	2,04	2,28	9,6	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
Karar Değişkenleri (x_i)	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}
Birim İşgücü Miktarı (dk / kg)	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	2,76	2,1	2,28	2,34	1,8
Karar Değişkenleri (x_i)	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}
Birim İşgücü Miktarı (dk / kg)	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	3,0	2,1	1,8	1,8
Karar Değişkenleri (x_i)	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}	x_{39}	x_{40}
Birim İşgücü Miktarı (dk / kg)	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8

İş gücü kısıtlayıcısına ilişkin kısıtlayıcı denklemi aşağıda yer almaktadır.

$1,8x_1 + 2,1x_2 + 2,04x_3 + 2,28x_4 + 9,6x_5 + 1,8x_6 + 1,8x_7 + 1,8x_8 + 1,8x_9 + 1,8x_{10} + 1,8x_{11} + 1,8x_{12} + 1,8x_{13} + 1,8x_{14} + 1,8x_{15} + 2,76x_{16} + 2,1x_{17} + 2,28x_{18} +$

$2{,}34x_{19} + 1{,}8x_{20} + 1{,}8x_{21} + 1{,}8x_{22} + 1{,}8x_{23} + 1{,}8x_{24} + 1{,}8x_{25} + 1{,}8x_{26} + 3{,}0x_{27} + 2{,}1x_{28} + 1{,}8x_{29} + 1{,}8x_{30} + 1{,}8x_{31} + 1{,}8x_{32} + 1{,}8x_{33} + 1{,}8x_{34} + 1{,}8x_{35} + 1{,}8x_{36} + 1{,}8x_{37} + 1{,}8x_{38} + 1{,}8x_{39} + 1{,}8x_{40} \;\tilde{\leq}\; 2.196.096 \text{ dk.}$ (5.3)

İşgücü kısıtlayıcısına ait olan üyelik fonksiyonu da aşağıdaki gibi hesaplanacaktır.

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad (Ax)_1 > 2.311.680 \\ 1 - \left(\dfrac{(Ax)_1 - 2.196.096}{115.584} \right) & ; \quad 2.196.096 \leq (Ax)_1 2.311.680 \\ 1 & ; \quad (Ax)_1 < 2.196.096 \end{cases}$$

(5.4)

5.5.2. Hat 2 Üretim Kapasitesi Kısıtlayıcısı

Hat 2'de gerçekleşen üretimin yapısına ve teknik koşullara bağlı olarak; günlük ortalama üretimin en fazla 36 ton civarında veya daha az olması gerekmektedir. Yine, amaç aylık üretim planını gerçekleştirmek olduğu için; bu değer aylık bazda ele alınarak; şubat ayı için, 1008 ton (36 x 28) ve civarı olarak düşünülecektir. Çeşitli nedenlerden dolayı (teknik arızalar, işe gelmeme, geç gelme, tedarik gecikmeleri vs.) oluşabilecek üretim aksamaları içinde % 5'lik bir pay ayrılmıştır. Bu durumda; 50.400 kilogramlık toleransla hat 2'nin üretimi, 957.600 kilogram ile 1.058.400 kilogram arasında değişecektir. Modelde bu kısıtlayıcı, " kapasite " kısıtlayıcısı olarak yer alacaktır.

Kapasite kısıtlayıcısının üyelik fonksiyonu aşağıda ifade edilmiştir.

$$\mu_4(x) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer } (Ax)_4 \geq 1.058.400 \\ 1 - \left(\dfrac{(Ax)_4 - 1.008.000}{50.400} \right) & ; \text{eğer } 1.008.000 \leq (Ax)_4 \leq 1.058.400 \\ 1 & ; \text{eğer } (Ax)_4 \leq 1.008.000 \end{cases}$$

(5.5)

Aşağıda kapasite kısıtlayıcısına ilişkin denklem yer almaktadır.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39} + x_{40} \ \tilde{\leq}\ 1.008.000 \text{ kg.} \quad (5.6)$$

5.5.3. Talep Kısıtlayıcısı

Bilindiği gibi üretimi etkileyen en önemli faktörlerden biri de talep miktarıdır. Gerçekleşen müşteri istemine uygun olarak işletmeler üretim miktarlarını ayarlarlar. Böylece stok miktarları da uygun seviyelerde tutulmuş olur.

İşletmede hat 2'de üretilen 40 farklı çeşit ürüne ilişkin yaklaşık talep verileri, Şubat 2006 aylık sayım raporundan elde edilmiştir. Bu veriler ışığında Mart 2006'da gerçekleştirilmesi gereken üretim miktarları da yaklaşık olarak belirlenecektir. Veriler, talep alt sınır, tolerans ve talep üst sınır olarak üç kategoride incelenmiştir. Talep alt sınırı, yaklaşık talepten tolerans değerinin çıkarılmasıyla elde edilmiştir. Talep üst sınırı ise; yaklaşık talep ile, tolerans payının toplanması ile elde edilmektedir. Tolerans payları geçmiş yıllardaki verilerin birikimiyle oluşturulmuştur.

Ürünlere ilişkin yaklaşık talep, tolerans, talep üst sınır ve talep alt sınır değerleri aşağıdaki tablolarda yer almaktadır.

Tablo 9 . Yaklaşık Talep Miktarları (kg)

Karar Değişkenleri (x_i)	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_9	x_{10}	x_{11}
Yaklaşık Talep Miktarları (kg)	2.488	3.712	401	60	195	92.704	356	191
Karar Değişkenleri (xi)	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{26}	x_{27}	
Yaklaşık Talep Miktarları (kg)	1.000	11.707	175	199.880	980.000	199.700	13.739	

Tablo 10 . Talep Tolerans, Talep Alt Sınır ve Talep Üst Sınır Değerleri (kg)

Karar Değişkenleri (x_i)	**Talep Alt Sınır (kg)**	**Talep Tolerans (kg)**	**Talep Üst Sınır (kg)**
x_2	1.520	968	3.456
x_3	2.487	1.225	4.937
x_4	312	89	490
x_5	54	6	66
x_6	172	23	218
x_9	92.045	659	93.363
x_{10}	242	114	470
x_{11}	156	35	226
x_{12}	800	200	1.200
x_{13}	8.109	3.598	15.305
x_{14}	162	13	188
x_{15}	199.760	120	200.000
x_{16}	96.000	20	100.000
x_{26}	199.400	300	200.000
x_{27}	10.218	3.521	17.260

Bu veriler ışığında, talep kısıtlayıcısına ilişkin denklemler bulanık eşitlikler halinde aşağıdaki gibi ifade edilir. Burada, bulanık eşitliklerin kullanılmasının sebebi, oluşabilecek talep değerlerinin kesin olarak bilinmeyişidir.

$x_2 \stackrel{\sim}{=} 2.488$ $\quad$ $x_{11} \stackrel{\sim}{=} 191$ $\quad$ $x_{27} \stackrel{\sim}{=} 13.739$

$x_3 \stackrel{\sim}{=} 3.712$ $\quad$ $x_{12} \stackrel{\sim}{=} 1.000$

$x_4 \cong 401$ $\quad x_{13} \cong 11.707$

$x_5 \cong 60$ $\quad x_{14} \cong 175$

$x_6 \cong 195$ $\quad x_{15} \cong 199.880$

$x_9 \cong 92.704$ $\quad x_{16} \cong 980.000$

$x_{10} \cong 356$ $\quad x_{26} \cong 199.700$

Görüldüğü gibi, talep miktarlarında dört farklı değer söz konusudur. Bu dört farklı değer, çalışmanın üyelik fonksiyonları bölümünde yer alan notasyonlarla ifade edilecektir.

Burada;

b_i = yaklaşık talep miktarı

p_i = tolerans miktarı

$b_i + p_i$ = talep üst sınırı

$b_i - p_i$ = talep alt sınırı olarak ifade edilecektir. Bu değerlerden de anlaşılacağı gibi; talep kısıtlayıcısı için üçgensel üyelik fonksiyonu kullanılabilir. i. talep kısıtlayıcısının üyelik fonksiyonu matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\mu(x_i) = \begin{cases} 0 & ;\ \text{eğer } x_i \leq b_i - p_i \text{ ise;} \\ 1 - \dfrac{b_i - x_i}{p_i} & ;\ \text{eğer } b_i - p_i < x_i < b_i \text{ ise;} \\ 1 & ;\ \text{eğer } x_i = b_i \text{ ise;} \\ 1 - \dfrac{x_i - b_i}{p_i} & ;\ \text{eğer } b_i < x_i < b_i + p_i \\ 0 & ;\ \text{eğer } x_i \geq b_i + p_i \end{cases} \tag{5.7}$$

Örnek olarak; 27. karar değişkeninin üyelik fonksiyonunu hesaplanacak olursa; aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$
\mu(x_{27}) = \begin{cases} 0 & ; \text{eğer } x_{27} \leq 10.218 \\ 1 - \dfrac{13.739 - x_{27}}{3.521} & ; \text{eğer } 10.218 < x_{27} < 13.739 \\ 1 & ; \text{eğer } x_{27} = 10.218 \\ 1 - \dfrac{x_{27} - 10.218}{3.521} & ; \text{eğer } 10.218 < x_{27} < 17.260 \\ 0 & ; \text{eğer } x_{27} \geq 17.260 \end{cases} \qquad (5.8)
$$

Amaç ve kısıtlayıcıları belirlenen model aşağıda geleneksel doğrusal programlama modeli ve bulanık doğrusal programlama modeli olarak; bir bütün halinde verilmiştir.

Doğrusal Programlama Modeli

Amaç Fonksiyonu

Min (z) = $2{,}60x_1 + 2{,}66x_2 + 2{,}72x_3 + 2{,}55x_4 + 2{,}64x_5 + 2{,}61x_6 + 2{,}67x_7 + 2{,}73x_8 + 2{,}79x_9 + 2{,}85x_{10} + 2{,}56x_{11} + 2{,}62x_{12} + 2{,}68x_{13} + 2{,}74x_{14} + 2{,}52x_{15} + 2{,}61x_{16} + 2{,}60x_{17} + 2{,}65x_{18} + 2{,}51x_{19} + 2{,}56x_{20} + 2{,}61x_{21} + 2{,}56x_{22} + 2{,}61x_{23} + 2{,}66x_{24} + 2{,}71x_{25} + 2{,}77x_{26} + 2{,}79x_{27} + 2{,}85x_{28} + 2{,}88x_{29} + 2{,}53x_{30} + 2{,}66x_{31} + 2{,}63x_{32} + 2{,}57x_{33} + 2{,}60x_{34} + 2{,}82x_{35} + 2{,}59x_{36} + 2{,}54x_{37} + 2{,}50x_{38} + 2{,}56x_{39} + 2{,}55x_{40} = C^t X$

Kısıtlayıcılar

İş Gücü Kısıtlayıcısı → $1{,}8x_1 + 2{,}1x_2 + 2{,}04x_3 + 2{,}28x_4 + 9{,}6x_5 + 1{,}8x_6 + 1{,}8x_7 + 1{,}8x_8 + 1{,}8x_9 + 1{,}8x_{10} + 1{,}8x_{11} + 1{,}8x_{12} + 1{,}8x_{13} + 1{,}8x_{14} + 1{,}8x_{15} + 2{,}76x_{16} + 2{,}1x_{17} + 2{,}28x_{18} + 2{,}34x_{19} + 1{,}8x_{20} + 1{,}8x_{21} + 1{,}8x_{22} + 1{,}8x_{23} + 1{,}8x_{24} + 1{,}8x_{25} + 1{,}8x_{26} + 3{,}0x_{27} + 2{,}1x_{28} + 1{,}8x_{29} + 1{,}8x_{30} + 1{,}8x_{31} + 1{,}8x_{32} + 1{,}8x_{33} + 1{,}8x_{34} + 1{,}8x_{35} + 1{,}8x_{36} + 1{,}8x_{37} + 1{,}8x_{38} + 1{,}8x_{39} + 1{,}8x_{40} \leq 2.196.096$ dk.

Kapasite Kısıtlayıcısı → $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39} + x_{40} \leq 1.008.000$ kg.

Talep Kısıtlayıcısı → $x_2 = 2.488$ $x_{11} = 191$ $x_{27} = 13.739$
$x_3 = 3.712$ $x_{12} = 1.000$
$x_4 = 401$ $x_{13} = 11.707$
$x_5 = 60$ $x_{14} = 175$
$x_6 = 195$ $x_{15} = 199.880$
$x_9 = 92.704$ $x_{16} = 980.000$
$x_{10} = 356$ $x_{26} = 199.700$

İşaret Kısıtlayıcısı → $x_i \geq 0$; i = (1,2,3,……………………………………,40)

Bulanık Doğrusal Programlama Modeli

Amaç Fonksiyonu

Min (z) = $2{,}60x_1 + 2{,}66x_2 + 2{,}72x_3 + 2{,}55x_4 + 2{,}64x_5 + 2{,}61x_6 + 2{,}67x_7 + 2{,}73x_8 + 2{,}79x_9 + 2{,}85x_{10} + 2{,}56x_{11} + 2{,}62x_{12} + 2{,}68x_{13} + 2{,}74x_{14} + 2{,}52x_{15} + 2{,}61x_{16} + 2{,}60x_{17} + 2{,}65x_{18} + 2{,}51x_{19} + 2{,}56x_{20} + 2{,}61x_{21} + 2{,}56x_{22} + 2{,}61x_{23} + 2{,}66x_{24} + 2{,}71x_{25} + 2{,}77x_{26} + 2{,}79x_{27} + 2{,}85x_{28} + 2{,}88x_{29} + 2{,}53x_{30} + 2{,}66x_{31} + 2{,}63x_{32} + 2{,}57x_{33} + 2{,}60x_{34} + 2{,}82x_{35} + 2{,}59x_{36} + 2{,}54x_{37} + 2{,}50x_{38} + 2{,}56x_{39} + 2{,}55x_{40} = C^t X$

Kısıtlayıcılar

İşlem Süresi 2 Kısıtlayıcısı → $1{,}8x_1 + 2{,}1x_2 + 2{,}04x_3 + 2{,}28x_4 + 9{,}6x_5 + 1{,}8x_6 + 1{,}8x_7 + 1{,}8x_8 + 1{,}8x_9 + 1{,}8x_{10} + 1{,}8x_{11} + 1{,}8x_{12} + 1{,}8x_{13} + 1{,}8x_{14} + 1{,}8x_{15} + 2{,}76x_{16} + 2{,}1x_{17} + 2{,}28x_{18} + 2{,}34x_{19} + 1{,}8x_{20} + 1{,}8x_{21} + 1{,}8x_{22} + 1{,}8x_{23} + 1{,}8x_{24} + 1{,}8x_{25} + 1{,}8x_{26} + 3{,}0x_{27} + 2{,}1x_{28} + 1{,}8x_{29} + 1{,}8x_{30} + 1{,}8x_{31} + 1{,}8x_{32} + 1{,}8x_{33} + 1{,}8x_{34} + 1{,}8x_{35} + 1{,}8x_{36} + 1{,}8x_{37} + 1{,}8x_{38} + 1{,}8x_{39} + 1{,}8x_{40} \;\tilde{\leq}\; 2.196.096$dk.

Kapasite 2 Kısıtlayıcısı → $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{38} + x_{39} + x_{40} + x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} + x_{50} + x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} + x_{67} + x_{68} + x_{69} + x_{70} \;\tilde{\leq}\; 1.008.000$ kg.

Talep Kısıtlayıcısı → $x_2 \;\tilde{=}\; 2.488$ $x_{11} \;\tilde{=}\; 191$ $x_{27} \;\tilde{=}\; 13.739$
$x_3 \;\tilde{=}\; 3.712$ $x_{12} \;\tilde{=}\; 1.000$
$x_4 \;\tilde{=}\; 401$ $x_{13} \;\tilde{=}\; 11.707$
$x_5 \;\tilde{=}\; 60$ $x_{14} \;\tilde{=}\; 175$

$x_6 \tilde{=} 195$ $\quad$ $x_{15} \tilde{=} 199.880$

$x_9 \tilde{=} 92.704$ $\quad$ $x_{16} \tilde{=} 980.000$

$x_{10} \tilde{=} 356$ $\quad$ $x_{26} \tilde{=} 199.700$

İşaret Kısıtlayıcısı → $x_i \geq 0$; i = (1,2,3,……………………………….,40)

Yukarıda iki farklı modeli yer alan problemin, bulanık doğrusal programlama modellerinin çözümünde kullanılan Zimmermann yaklaşımı ile çözüleceği, çalışmanın önceki kısmında yer almıştı. Bilindiği gibi Zimmermann yaklaşımında, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların sağ taraf sabitleri bulanık olarak ele alınmaktadır. Zimmermann yaklaşımı, tolerans prensibine dayanmaktadır. Yine, bu yaklaşıma göre; bulanık doğrusal programlama modelinin çözümü için model, geleneksel doğrusal programlama modeline indirgenmek durumundadır. Bunun için, dönüşüm işlemlerinde “ λ ” değişkeni kullanılacaktır. Bilindiği gibi λ değişkeni, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların eşanlı doyurulma derecesidir ve bulanık karar kümesinin de en yüksek üyelik dereceli elemanı olmaktadır. Daha öncede bahsedildiği gibi; “ λ ” değişkeni bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların kesişim değeri olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu anlamda bir maksimizasyon kararıdır.

Yukarıda yer alan bulanık doğrusal programlama modeli, Zimmermann yaklaşımına uygun olarak düzenlenecek olursa; aşağıdaki gibi bir denklem grubu elde edilir.

M̃in (z) = $2{,}60x_1 + 2{,}66x_2 + 2{,}72x_3 + 2{,}55x_4 + 2{,}64x_5 + 2{,}61x_6 + 2{,}67x_7 + 2{,}73x_8 + 2{,}79x_9 + 2{,}85x_{10} + 2{,}56x_{11} + 2{,}62x_{12} + 2{,}68x_{13} + 2{,}74x_{14} + 2{,}52x_{15} + 2{,}61x_{16} + 2{,}60x_{17} + 2{,}65x_{18} + 2{,}51x_{19} + 2{,}56x_{20} + 2{,}61x_{21} + 2{,}56x_{22} + 2{,}61x_{23} + 2{,}66x_{24} + 2{,}71x_{25} + 2{,}77x_{26} + 2{,}79x_{27} + 2{,}85x_{28} + 2{,}88x_{29} + 2{,}53x_{30} + 2{,}66x_{31} + 2{,}63x_{32} + 2{,}57x_{33} + 2{,}60x_{34} + 2{,}82x_{35} + 2{,}59x_{36} + 2{,}54x_{37} + 2{,}50x_{38} + 2{,}56x_{39} + 2{,}55x_{40}$

Kısıtlayıcılar

İş Gücü Kısıtlayıcısı → $1{,}8x_1 + 2{,}1x_2 + 2{,}04x_3 + 2{,}28x_4 + 9{,}6x_5 + 1{,}8x_6 + 1{,}8x_7 + 1{,}8x_8 + 1{,}8x_9 + 1{,}8x_{10} + 1{,}8x_{11} + 1{,}8x_{12} + 1{,}8x_{13} + 1{,}8x_{14} + 1{,}8x_{15} + 2{,}76x_{16} + 2{,}1x_{17} + 2{,}28x_{18} + 2{,}34x_{19} + 1{,}8x_{20} + 1{,}8x_{21} + 1{,}8x_{22} + 1{,}8x_{23} + 1{,}8x_{24} + 1{,}8x_{25} + 1{,}8x_{26} + 3{,}0x_{27} + 2{,}1x_{28} + 1{,}8x_{29} + 1{,}8x_{30} + 1{,}8x_{31} + 1{,}8x_{32} + 1{,}8x_{33} + 1{,}8x_{34} + 1{,}8x_{35} + 1{,}8x_{36} + 1{,}8x_{37} + 1{,}8x_{38} + 1{,}8x_{39} + 1{,}8x_{40} \lesssim 2.196.096$ dk.

Kapasite Kısıtlayıcısı → $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x1_0 + x1_1 + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39} + x_{40} \tilde{\leq}$ 1.008.000 kg.

Talep Kısıtlayıcısı →

$x_2 \tilde{\leq} 2.488$	$x_2 \tilde{\geq} 2.488$	$x_{12} \tilde{\leq} 1.000$	$x_{12} \tilde{\geq} 1.000$
$x_3 \tilde{\leq} 3.712$	$x_3 \tilde{\geq} 3.712$	$x_{13} \tilde{\leq} 11.707$	$x_{13} \tilde{\geq} 11.707$
$x_4 \tilde{\leq} 401$	$x_4 \tilde{\geq} 401$	$x_{14} \tilde{\leq} 175$	$x_{14} \tilde{\geq} 175$
$x_5 \tilde{\leq} 60$	$x_5 \tilde{\geq} 60$	$x_{15} \tilde{\leq} 199.880$	$x_{15} \tilde{\geq} 199.880$
$x_6 \tilde{\leq} 195$	$x_6 \tilde{\geq} 195$	$x_{16} \tilde{\leq} 980.000$	$x_{16} \tilde{\geq} 980.000$
$x_9 \tilde{\leq} 92.045$	$x_9 \tilde{\geq} 92.045$	$x_{26} \tilde{\leq} 199.700$	$x_{26} \tilde{\geq} 199.700$
$x_{10} \tilde{\leq} 356$	$x_{10} \tilde{\geq} 356$	$x_{27} \tilde{\geq} 13.739$	$x_{27} \tilde{\geq} 13.739$
$x_{11} \tilde{\leq} 191$	$x_{11} \tilde{\geq} 191$		

İşaret Kısıtlayıcısı → $x_i \geq 0$; (i = 1, 2, 3,…………………………….., 40)

Modelde " $\tilde{=}$ " bulanık eşitlikler bulanık eşitsizlikler " $\tilde{\leq}$, $\tilde{\geq}$ " halinde ifade edilmiştir.

Zimmermann yaklaşımıyla ifade edilen bulanık doğrusal programlama modelinin, " λ " değişkeni kullanılarak; doğrusal programlama modeline dönüştürüleceğine daha önceki kısımlarda değinilmişti. Bunu gerçekleştirmek için modelde yer alan " $\tilde{\geq}$ " şeklindeki kısıtlayıcılar, " λ " değişkeniyle yapılan dönüşüm sonucu $(AX)_i b_i \geq - (1 - \lambda) p_i$ olarak; " $\tilde{\leq}$ " şeklindeki kısıtlayıcılar ise; $(AX)_i \leq b_i + (1 - \lambda) p_i$ olarak ele alınacaktır. Çözüm işlemini gerçekleştirmek için, sağ taraf sabitleri yalnız bırakılmalıdır. Bu durumda, $(AX)_i - \lambda p_i \geq b_i - pi$ ve $(AX)_i + \lambda p_i \leq b_i + p_i$ ifadelerine ulaşılacağı görülmektedir. Tüm bunlar göz önüne alınarak; aşağıdaki gibi bir doğrusal programlama modeli elde edilir.

Amaç Fonksiyonu → Max λ

Kısıtlayıcılar

Maliyet Kısıtlayıcısı → $2,60x_1 + 2,66x_2 + 2,72x_3 + 2,55x_4 + 2,64x_5 + 2,61x_6 + 2,67x_7 + 2,73x_8 + 2,79x_9 + 2,85x_{10} + 2,56x_{11} + 2,62x_{12} + 2,68x_{13} + 2,74x_{14} + 2,52x_{15} + 2,61x_{16} + 2,60x_{17} + 2,65x_{18} + 2,51x_{19} + 2,56x_{20} + 2,61x_{21} + 2,56x_{22} + 2,61x_{23} + 2,66x_{24} + 2,71x_{25} + 2,77x_{26} + 2,79x_{27} + 2,85x_{28} + 2,88x_{29} + 2,53x_{30} +$

$2{,}66x_{31} + 2{,}63x_{32} + 2{,}57x_{33} + 2{,}60x_{34} + 2{,}82x_{35} + 2{,}59x_{36} + 2{,}54x_{37} + 2{,}50x_{38} + 2{,}56x_{39} + 2{,}55x_{40} + 165.000\lambda \leq 1.815.000$ usd.

İş Gücü Kısıtlayıcısı → $1{,}8x_1 + 2{,}1x_2 + 2{,}04x_3 + 2{,}28x_4 + 9{,}6x_5 + 1{,}8x_6 + 1{,}8x_7 + 1{,}8x_8 + 1{,}8x_9 + 1{,}8x_{10} + 1{,}8x_{11} + 1{,}8x_{12} + 1{,}8x_{13} + 1{,}8x_{14} + 1{,}8x_{15} + 2{,}76x_{16} + 2{,}1x_{17} + 2{,}28x_{18} + 2{,}34x_{19} + 1{,}8x_{20} + 1.8x_{21} + 1{,}8x_{22} + 1{,}8x_{23} + 1{,}8x_{24} + 1{,}8x_{25} + 1{,}8x_{26} + 3{,}0x_{27} + 2{,}1x_{28} + 1{,}8x_{29} + 1{,}8x_{30} + 1{,}8x_{31} + 1{,}8x_{32} + 1{,}8x_{33} + 1{,}8x_{34} + 1{,}8x_{35} + 1{,}8x_{36} + 1{,}8x_{37} + 1{,}8x_{38} + 1{,}8x_{39} + 1{,}8x_{40} + 115.584\lambda \leq 2.311.680$ dk

Kapasite Kısıtlayıcısı → $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x1_0 + x1_1 + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39} + x_{40} + 50.400\lambda \leq 1.058.400$ kg.

Talep Kısıtlayıcısı → $x_2 + 968\lambda \leq 3.456$ $\quad x_2 - 968\lambda \geq 1.520$

$x_3 + 1225\lambda \leq 4.937$ $\quad x_3 - 1225\lambda \geq 2.487$

$x_4 + 89\lambda \leq 490$ $\quad x_4 - 89\lambda \geq 312$

$x_5 + 6\lambda \leq 66$ $\quad x_5 - 6\lambda \geq 54$

$x_6 + 23\lambda \leq 218$ $\quad x_6 - 23\lambda \geq 172$

$x_9 + 659\lambda \leq 93.363$ $\quad x_9 - 659\lambda \geq 92.045$

$x_{10} + 114\lambda \leq 470$ $\quad x_{10} - 114\lambda \geq 242$

$x_{11} + 35\lambda \leq 226$ $\quad x_{11} - 35\lambda \geq 156$

$x12 + 200\lambda \leq 1.200$ $\quad x12 - 200\lambda \geq 800$

$x_{13} + 3598\lambda \leq 15.305$ $\quad x_{13} - 3598\lambda \geq 8.109$

$x_{14} + 13\lambda \leq 188$ $\quad x_{14} - 13\lambda \geq 162$

$x_{15} + 120\lambda \leq 200.000$ $\quad x_{15} - 120\lambda \geq 199.760$

$x_{16} + 20\lambda \leq 100.000$ $\quad x_{16} - 20\lambda \geq 96.000$

$x_{26} + 300\lambda \leq 200.000$ $\quad x_{26} - 300\lambda \geq 199.400$

$x_{27} + 3521\lambda \leq 17.260$ $\quad x_{27} - 3521\lambda \geq 10.218$

İşaret Kısıtlayıcısı → $x_i \geq$; (i = 1, 2, 3,……………………………….., 40)

$\lambda \leq 1$

$\lambda \geq 0$

Model, LİNDO WIN 32 programıyla çözülmüştür. 16. adımda optimum sonuca ulaşılmıştır. Aşağıda bu sonuçlara yer verilmiştir.

$\lambda = 0{,}954605$

$x_2 = 2444{,}057861$

$x_3 = 3656{,}391357$

$x_4 = 396{,}959869$

$x_5 = 59{,}727631$

$x_6 = 193{,}955917$

$x_9 = 92674{,}\ 085938$

$x_{10} = 350{,}824982$

$x_{11} = 189{,}411179$

$x_{12} = 990{,}921021$

$x_{13} = 11543{,}668945$

$x_{14} = 174{,}409866$

$x_{15} = 199874{,}546875$

$x_{16} = 96019{,}\ 093750$

$x_{26} = 199686{,}\ 375000$

$x_{27} = 13579{,}165039$

$x_1, x_7, x_8, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, x_{28}, x_{29}, x_{30}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}, x_{35}, x_{36}, x_{37}, x_{38}, x_{39}, x_{40} = 0$

Min (z) = $2{,}66\ x_2 + 2{,}72\ x_3 + 2{,}55\ x_4 + 2{,}64\ x_5 + 2{,}61\ x_6 + 2{,}79\ x_9 + 2{,}85\ x_{10} + 2{,}56\ x_{11} + 2{,}62\ x_{12} + 2{,}68\ x_{13} + 2{,}74\ x_{14} + 2{,}52\ x_{15} + 2{,}61\ x_{16} + 2{,}77\ x_{26} + 2{,}79\ x_{27} =$ 1.657.490,12644219 usd

5.6. SONUÇ

Problemin çözümünden de anlaşıldığı gibi; minimum maliyet düzeyi; 1.657.490, 12644219 usd olarak hesaplanmıştır. Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu bir daha hatırlanacak olursa; λ = 0,954605 düzeyinde, çözüm sonucu elde edilen maliyet değerine ulaşıldığı görülür.

$$1 - \frac{C^T X - 1.650.000 \text{ usd}}{165.000} = 0{,}954605 \leftrightarrow C^T X = 1.657.490 \text{ usd}$$

Bununla birlikte; bu maliyet düzeyine ulaşabilmek için işletmenin mart ayında yalnızca; $x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{26}, x_{27}$ ürünlerinden yukarıda yazılı miktarlarda üretmesi gerekmektedir. Bu ürünler aşağıda yer almaktadır:

$\mathbf{x_2}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_3}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 9 kg.' lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_4}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_5}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 500 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_6}$ = 1.400 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_9}$ = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_{10}}$ = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_{11}}$ = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 9 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_{12}}$ = 1.880 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_{13}}$ = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_{14}}$ = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_{15}}$ = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 9 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_{16}}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, IQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11.5 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_{26}}$ = 2.100 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve kord bezi yapımında kullanılan, T-802 niteliğinde, 9 kg. 'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

$\mathbf{x_{27}}$ = 940 dtex kalınlığındaki liften, TQ kalitesinde, hat 2'de üretilen ve tek kord yapımında kullanılan, T-728 niteliğinde, 11,5 kg.'lık bobinlere sarılan naylon iplik miktarı. (kg.)

Çözüm sonucunda elde edilen farklı tipteki naylon iplik miktarlarının, ilgili ürünün talep değerleri arasında kaldığını yani üretimin talebi karşılayacak düzeyde olduğu görülmektedir.

Modelde yer alan işgücü kısıtlayıcısı üyelik fonksiyonunda (AX $)_1$ olarak nitelemişti. Bu kısıtlayıcının sağ tarak sabiti de; 2.196.096 dk. olarak belirlenmişti. (AX $)_1 \tilde{\leq}$ 2.196.096 dk. Üyelik fonksiyonundan yola çıkarak; (AX $)_1 \leq$ 2.196.096 + (1 – λ)115.584 ifadesi elde edilir. λ değişkeninin değeri 0.954605 olarak bulunduğu için, kısıtlayıcı (AX $)_1 \leq$ 2.201.342,93568 dk. olacaktır. Aslen bu değer, naylon iplik üretiminin yapıldığı hat 2 için gerekli olan iş gücü miktarını bize verir. Kullanılmayan kapasite söz konusu olabileceğinden; (AX $)_1$ + S_1 = 2.201.342,93568 olarak düzenlenebilir. Çözüm sonucu elde edilen değişken değerlerini, işgücü kısıtlayıcısında yerine koyarsak; (AX $)_1$ = 1.230.040,9670037 dk. değerine ulaşılır. Bu durumda, kullanılması gerekmeyen kapasite miktarı; 2.201.342,93568 – 1.230.040,9670037 = 971.301,9686793 dk. İş gücü kısıtlayıcısı için teorik süre, daha önceden 2.311.680 dk. olarak hesaplanmıştı. Bu durumda, λ = 0,954605 seviyesinde, söz konusu teorik süre için gerekli olan tolerans miktarı aslında;
115.584 x 0.954605 = 110.337,06432 dk.'dır.Bu süre bize üretimde kullanılmayan süreyi vermektedir. Hesaplamalar sonucunda elde edilen hat 2 için gerekli süre, aylak süre ve üretimde kullanılmayan süre toplanırsa; teorik süreye ulaşılacağı açıktır. Bu işlem aşağıda verilmiştir.

Teorik Süre = 1.230.040,9670037 + 971.301,9686793 + 110.337,06432
= 2.311.680 dk.

Tüm bu açıklamalardan hareketle hat 2'de istihdam edilmesi gereken, fazladan istihdam edilen ve bazı sebeplerle üretime katılmayabilecek işçi sayıları da aşağıda hesaplanmıştır.

Üretime Katılması Gereken İşçi Sayısı = 1.230.041 / 430 x 28 x 3 = 34 işçi
Üretime Katılması Gerekmeyen – Aylak İşçi Sayısı = 971.302 / 430 x 28 x 3
= 27 işçi
Üretime Katılmayabilecek İşçi Sayısı = 110377 / 430 x 28 x 3 = 3 işçi
(Not : Virgülden sonra 0,5 hassasiyete sahip değerler bir üst değere yuvarlanmıştır. Diğerleri ise; mevcut değerde bırakılmıştır.)

Bu sonuçlara göre; 1.657.490 usd maliyetle üretimin gerçekleştirilmesi gerekiyorsa; mart ayında 27 işçi ile (+-3 işçi tolerans olarak alınıp) çalışılması ve yukarıda değerleri program sonucu elde edilen değişkenlerden yani; ürünlerden belirlenen miktarlarda üretilmesi gerekmektedir.

Bununla birlikte, kapasite kısıtlayıcısının da üyelik fonksiyonu oluşturulurken; $(AX)_2$ olarak ifade edilmişti. Yine, $(AX)_2 \tilde{\lesssim}$ 1.008.000 kg. olarak belirlenmişti. Yukarıda gerçekleştirilen aynı hesaplamadan yola çıkararak;
$(AX)_2 \leq 1.008.000 (1 - \lambda) 50.400$ yazmak mümkündür. Eşitsizlik sonucunda elde edilen değer, 1.010.287,908 kg.'dır ki bu değer; hat 2'nin sahip olması gereken üretim kapasitesini bize vermektedir. Yine aylak değişkeni bulmak için;
$(AX)_2 + S_2 = 1.010.287,908$ kg. formülüyle boş kapasiteye ulaşılabilir. İlk olarak, sonuç olarak elde edilen değişkenlerin değerleri kapasite kısıtlayıcısında yerine koyulmalıdır. Bu durumda elde edilen değer; 621.833,59523 kg. olmaktadır. buradan aylak değişkenin değeri; 388.454,31277 kg. olarak bulunmaktadır. Yine bu kısıtlayıcıya ilişkin teorik kapasite de; 1.058.400 kg olarak belirlenmişti.
$\lambda = 0,954605$ seviyesinde, bu tolerans değeri için verilmesi gereken tolerans değeri; 50.400 x 0,954605 = 48.112,095 kg.'dır. Sağlamasının gerçekleştirmek açısından yukarıda gerçekleştirilen teorik değer hesaplama işlemi aşağıdaki gibi gerçekleştirilebilir:

Teorik Kapasite = 621.833, 59523 + 388.454,31277 + 48.112,095 = 1.058.400 kg.

Bu bilgiler ışığında, hat 2'de üretilesi gereken naylon iplik miktarı, gereksiz üretilen naylon iplik miktarı, üretilmeyebilecek naylon iplik miktarı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

Üretilmesi gereken Naylon İplik Miktarı = 621.834 kg.
Gereksiz Üretilen – (Aylak Değişken) Naylon İplik Miktarı = 388.454 kg.
Üretilmeyebilecek Naylon İplik Miktarı = 48.112 kg.

Üretilmeyebilecek naylon iplik miktarından kasıt, olması gereken tolerans miktarıdır. Yani hat 2'deki üretim miktarı; 573.722 kg (621.834 – 48.112) ile 669.946 kg. (621.834 + 48.112) arasında değişebilecektir.

Çalışma bir de teorik yönden analiz edilecek olunursa; Zimmermann yaklaşımının yalnızca karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanını (λ) bulmaya yönelik bir yaklaşım olduğu görülecektir. Yani; Zimmermann yaklaşımı, bulanık karar kümesinin bütün elemanlarının bulunmasına yönelik bir yaklaşım değildir.

Ayrıca, daha öncede belirtildiği gibi Zimmermann yaklaşımında amaç fonksiyonunun erişim düzeyi ve tolerans miktarı karar verici tarafından belirlenir. Bu durum sübjektiflik sorununu ortaya çıkarır. Çünkü karar verici, öznel yargılarıyla hareket edecektir. Bu yargılar, yanlış değerlendirmelere yada eksik bilgiye dayanabilir. Bunun yanı sıra, karar verici sistemi tam anlamıyla gözlemlememiş olabilir yada gözlem süresince istisna sayılabilecek durumlarla karşılaşmış ve bunlara dayanarak değerleri belirlemiş olabilir. Tüm bu durumlar, Zimmermann yaklaşımının zayıf yönlerini ortaya koymaktadır.

Bununla birlikte zamandan edilen tasarruflar ve işlem kolaylığı, yaklaşımın olumlu yönlerindendir. Bir bulanık doğrusal programlama yaklaşımı olduğu için de; geleneksel doğrusal programlamaya göre, gerek sağ taraf sabitlerinin belirlenmesinde gerek amaç fonksiyonu erişim düzeyinin ve toleransların belirlenmesinde daha esnek olduğu görülmektedir.

ÖZGEÇMİŞ

1982 yılında Diyarbakır'da doğdum. İlkokul öğrenimime, Eskişehir Cengiz Topel İlkokulu'nda başladım. Ardından, babamın emekli olması nedeniyle, ilkokul eğitimimi Kocaeli Körfez Petkim İlkokulu'nda tamamladım. Lise eğitimime ilk olarak, Kocaeli Körfez Oruç Reis Anadolu Lisesi'nde başladım fakat 1999 Gölcük depremi nedeni ile Ankara Atatürk Anadolu Lisesi'nde bitirdim. 2000 yılında Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Çevre Mühendisliği Bölümü'nü kazandım. 2001 yılında, Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü'ne yatay geçiş yaptım ve 2004 yılında, bu bölümden mezun oldum. Aynı yıl, Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Ana Bilim Dalı, Üretim Yönetimi ve Pazarlama Yüksek Lisans Programı'nda yüksek lisans eğitimime başladım. Şu anda bu bölümde, tez aşamasındayım.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

Bodjanova, Slavka. “ Alpha Bounds of Fuzzy Numbers ”, *Information Sciences 152*. (2003), 237-266.

Bodjanova, Slavka. “ Median Value and Median Interval of A Fuzzy Number ”, *İnformation Sciences 172*. (July 19, 2004), 73-89.

Bojadziev, George., Maria Bojadziev, *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications*. Singapore : World Scientific Publishing, 1995.

Buckley, J. J., W. Siler. *Fuzzy Number for Expert Systems*. Madam M. Gupta and Takeshi Yamankowa (ed.), Fuzzy Logic in Knowledge – Based Systems, Decision and Control, Amsterdam : Elseiver, 1988.

Butnariu, Don and Erich Poter Klament. *Triangular Norms and Some Applications To Measure and Game Theory* . U. Novak, J. Ramik and M. Mores (ed.) Fuzzy Approach to Reasoning and Decision Making, Progues : Academia, 1992.

Chanas, Stefan., Pawel Zielinski. “ On the Equivalance of Two Optimization Methods For Fuzzy Linear Programming Problems ”, *Europan Journal of O perational Research 121*. (2000), 56-63.

Chen, Yuh – Wen., Moussa Larbani, “ Two – Person Zero – Sum Game Approach for Fuzzy Multiple Decision Making Problems ”, *Fuzzy Sets and Systems 157*. (2006), 34-51.

Cheng, C. H. “ A New Approach for Ranking Fuzzy Numbers by Distance Method ”, *Fuzzy Sets and Systems 95*. (1998), 307-317.

Campion, J. Maria, Juan C. Candeal, Esteban Indurain. “ Representability of Binary Relations through Fuzzy Numbers ”, *Fuzzy Sets and Systems 157*. (2006), 1-19.

Cobb, F. Cliffton. “ Fuzzy Logic ”, *Alabama Journal of Mathematic*. (Spring 2002), 13-24.

Çelikçapa, Feray Omdan, *Endüstri İşletmelerinde Üretim Yönetimi ve Teknikleri*, Bursa: Vipaş Yayınları.

Delgado, Miguel, Jose Verdegay, M. A. Villa. *Fuzzy Linear Programming*. Miguel Delgado, Janusez Kacpryzk and Jose Luis Verdegay (ed.), Fuzzy Optimization and Recent Advences, Haidelby : Physica Verlay, 1994.

Demir, M. Hulusi, Şevkinaz Gümüşoğlu, *Üretim Yönetimi (İşlemler Yönetimi)*, Gözden Geçirilmiş Genişletilmiş 5. Bası, İstanbul: Beta Yayınları, Kasım 1998.

Detyniecki, Marcın., Ronald R. Yager. " Ranking Fuzzy Numbers Using α-weighted Valuations ", *International Journal of Uncertanity, Fuzziness and Knowledge- Based Systems*. Vol. 8, (2001), 573-592.

Dowman, K. Darby, C. Lucas., G. Mitra, J. Yadegar. " Linear, İnteger, Saperable and Fuzzy Programming Problems : A Unified Approach Towards Reformulation "*The Journal of Operation Research Society*. Vol. 39, No. 4, (Feb. 1998), 161-171.

Dyson, R. G. " Maximin Programming, Fuzzy Linear Programming and Multi – Criteria Decision Making ", *The Journal of Operation Research Society.* Vol. 131, No. 3, (March 1980), 263-267.

Eminov, Mübariz., Serkan Ballı. " Karmaşık Problemler için Belirsizlik Altında Çok Kriterli Bulanık Karar Verme ", YA/EM – Yöneylem Araştırması – Endüstri Mühendisliği – XXIV. Ulusal Kongresi, Gaziantep – Adana : 2004.

Fayol, Henry. *Planning Management and Organizational Classicaagk.*

Gasimov, Rafail N., Kürşat Yenilmez. " Solving Fuzzy Linear Programming Problems With Linear Membership Function ", *Turk J. Math. 26.* TUBİTAK, (2002) 375-396.

Gen, Mitsuo, Runwei Cheng. *Genetic Algorithms and Engineering Optimization*, Newyork : John Willey & Sons Inc., 2000.

Grzegorzewski, Przepnyslaw, Edyta Mrowka. " Trapezoidal Approximations of Fuzzy Numbers " *Fuzzy Sets and Systems*, Taner Bilgiç, Bernard De Bears, Okyay Kaynak (Eds.), 10th. International Fuzzy Systems Association Work Congress, İstanbul-Turkey, June 30 – July 2, 2003, s. 237.

Gullfrida, L. Alfred., Rakesh Nagi. " Fuzzy Set Theory Applications in Production Management Research A Literature Survey ", *Journal of İntelligent Manufacturing 9*. (1998), 39-56.

Gülenç, İrem Figen, *İleri Düzeyde Üretim Yönetimi Ders Notları*, Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Ana Bilim Dalı, Üretim Yönetimi ve Pazarlama Yüksek Lisans Programı, 2005.

Hajek, Petr. " What İs Mathematical Fuzzy Logic ? ", *Fuzzy Sets and Systems 157*. (2006), 597-603.

Hajek, Petr. " An Arithmetic Cantor – Lukasiewicz Fuzzy Set Theory ", *Mathematical Logic 44*. (2005), 763-782.

Halaç, Osman. *Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması).* İstanbul : Alfa Basın – Yayın – Dağıtım, Ocak 1983.

Inuiguchi, Masahiro., Jaroslay Ramik, Tetsuzo Tanino, Milan Vlach. “ Satisficing Solutions and Duality in İnterval Fuzzy Linear Programming ”, *Fuzzy Sets and Systems 135*. (2003),151-177.

Inuiguchi, Masahiro, Tetsuzo Tanino. “ Fuzzy Linear Programming with Interactive Uncertain Parameters ”, Reliable Computing 10. *Kluwer Academic Publishers* (2004), 357-367.

Inuiguchi, Masahiro, Tetsuzo Tanino. “ Possibilistic Linear Prpgramming with If-Then Rule Coeficients ”, *Fuzzy Optimization and Decision Making 1*, (2002), 65-91.

Inuiguchi, Masahiro, M. Sakawa. “ A Possibilistic Linear Program Is Equivalent to a Stochastic Linear Program in a Special Case ”, *Fuzzy Sets and Systems 76*, (1995), 309-318.

Jain, Ramesh. “ Decision Making in the Presence of Fuzzy Variables ”, *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics, SMC 6*, (1976), 698-703.

Jairah, P. G., S. Vedulla. “ Multiservoir Systems Optimization Using Fuzzy Mathematical Programming ”, *Water Resources Management 14.Kluwer Academic Publishers*, (2000), 457-472.

Jimenez, Mariano., Mor Arenas, Amelia Bilbao, M. Victoria Rodriquez. “ Linear Programming : An Interactive Method Resolution ”, *Europan Journal of Operation Research xxx*. (2005), 2-11.

Karwowski, W. and G. W. Evans. “ Fuzzy Concept in Production Management Research : A Rewiev. ”, *International Journal of Production Research 24 (1)*, (1986), 129-147.

Kaymak, U., J. M. Sousa, “ Weighted Constraints Aggregation in Fuzzy Optimization ”, *Constraints ., Kluwer Academic Publishers*, (2003), 61-78.

Kilitçi, Erkan. ***Üretim Planlama ve Stok Kontrol Faaliyetlerinde Barkod Uygulamaları***. Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Mayıs 2004.

Kütük, Elif. *Yenilenebilir Enerji Kaynakları Kullanılarak Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemiyle Marmara Adası’nda Enerji Planlaması*. Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı, 2005.

Leung, Yee. “ Fuzzy Sets Approach to Spatial Analysis and Planning a Nontechnical Evaluation ”, *Geografiska Annaler Series B, Human Geography*. Vol. 65, No. 2, (1983), 65-75.

Lin, Chin Tang, George Lee. *Neural Fuzzy Systems : A Neural Fuzzy Synergism To Intelligent Systems.* Newjersey : Practise Hall, 1996.

Maier, W., Hans J. Zimmermann. " Fuzzy Data Analiysis Methods and Industrial Applications ", *Fuzzy Sets and Systems 61*. 19-35.

Maleki, H. R., M. Tata, M. Mashinchi. " Linear Programming with Fuzzy Variables ", *Fuzzy Sets and Systems 109*. (2006), 21-33.

Moore, Roman., Weldon Lodwick. " Interval Analysis and Fuzzy Sets Theory ", *FuzzySets and Systems 135*. (2003), 5-9.

Novak, Vilem. " Are Fuzzy Sets a Reasonable Tool for Modelling Vague Phenomena ? ", *Fuzzy Sets and Systems 156*. (2005),341-348.

Özkan, M. Mustafa. " Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi " (Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, Yöneylem Araştırması Bilim Dalı)Bursa : 2002.

Özkan, M. Mustafa. *Bulanık Hedef Programlama*. Bursa : Ekin Kitapevi, 2003.

Öztürk, Ahmet. *Yöneylem Araştırması*. Bursa : Ekin Kitapevi, Genişletilmiş 9. b.2004.

Pedriycz, Witold. *Fuzzy Control and Fuzzy Systems.* Taunton : Research Studies Pres. 1989.

Raju, Srinivasa K. ve Duckstein, L.," Multiobjective Fuzzy Linear Programming for Sustainable İrrigation Planning : an Indian Case Study ", Focus 7, (2003) 412 – 418.

Revilla, Claudio A. Cioffi. " Fuzzy Sets and Models of İnternational Relations ", *American Journal of Poiticial Science*. Vol. 25, No. 1, (Feb. 1981), 129-159.

Rocacher, Daniel., Patric Bose. " The Set of Fuzzy Rational Numbers and Flexible Querying ", *Fuzzy Sets and Systems 155*. (2005), 317-339.

Rommalfager, Henrich. " Fuzzy Linear Programming and Applications ", *Europan Journal of Operation Research 92*. (1996), 512-527.

Sanjian, S. Gregory. " A Fuzzy Set Model of NATO Decision-Making : The Case of Short Range Nuclear Process in Europe", *Journal of Peace Research*. Vol. 29, No. 3, (August 1992), 271-285.

Sanjian, S. Gregory. " Fuzzy Set Theory and U.S. Arms Transfers : Modelling the Decision Making Process ", *American Journal of Politicial Science*. Vol. 32, (Nov.1988),1018-1046.

Serper, Özer., N. Gürsakal. *Doğrusal Programlama*. Bursa : B. İ. T. İ. A. İşletme Fakültesi Yayını, Yayın No. 15, 1987.

Stojakovic, Milla., Zoran Stojakovic. " Support Function for Fuzzy Sets ", *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. Vol. 452, No. 1946 (March 8, 1996), 421-438.

Şahin, Mehmet. " Genelleştirilmiş Bulanık Kümeler ", YA/EM – Yöneylem Araştırması – Endüstri Mühendisliği – XXIV. Ulusal Kongresi, Gaziantep – Adana : 2004.

Şahin, Mehmet. *Yönetimin İşlevleri*, İş İdaresi 1. Fasikül, Ankara : A:Ü.A.Ö.F. Yayını, 1984.

Takeuti, Gaissi., Satoko Titani. " Intuitionistic Fuzzy Logic and Intuitionistic Fuzzy Set Theory ", *The Journal of Symbolic Logic.* Vol. 49, No. 3, (Sep. 1984) 851-866.

Taşkın, Harun, Mehmet Yaşar, Numan Çelebi. " Bulanık Mantık Yaklaşımıyla Tedarikçi Seçim Metodu ", YA/EM – Yöneylem Araştırması – Endüstri Mühendisliği – XXIV Ulusal Kongresi, Gaziantep – Adana : 2004.

Terzi, Ümit. Taguchi Yöntemi ve Bulanık Mantık Kullanılarak Çok Yanıtlı Kalite Karakteristiklerinin Eş Zamanlı En İyilenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Kocaeli, 2004.

Tirantis, Konstantinos., Olivier Girod. " A Mathematical Programming Approach for Measuring Technical Efficiency in A Fuzzy Enviroment ", *Journal of Productivity Analysis 10. Kluwer Academic Publishers*, (1998), 85-102.

Tosun, Kemal. *İşletme Yönetimi*, C.1. İstanbul: Fakülteler Matbaası, 1977.

Tsoukalas, Lefteri H., Robert E. Uhrig. *Fuzzy and Neural Approaches in Engineering*. Newyork : John Willey & Sons, 1997.

Türkbey, Orhan. " Makine Sıralama Problemlerinde Çok Amaçlı Bulanık Küme Yaklaşımı ", *Gazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*. Cilt. 18, No. 2, (2003), 63-77.

www.iletisimplatformu.itu.edu.tr. (20 Kasım 2005)

www.mpm.org.tr. (2 Nisan 2006)

www.yapayzeka.org.tr. (12 Ocak 2006)

Wu, Hsian – Ching. " Duality Theory in Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Coefficients " *Fuzzy Optimization and Decision Making 2. Kluwer Academic Publishers*, (2003), 61-73.

Yang, Rong., Zhanyuan Wang, Phanes-Ann Hang, Kworgsak Leung. " Fuzzy Numbers and Fuzzification of the Choquet İntegral ", *Fuzzy Sets and Systems 153*. (2005), 95-113.

Zadeh, L. A., R. E. Bellman. " Decision Making in A Fuzzy Enviroment ", *Management Sciences 17*. (1970), 141-164.

Zadeh, Lotfi A**.**" Fuzzy Sets ", *İnformation and Control 8*, No. 3, (1965)

Zadeh, Lotfi A. *Fuzzy Sets*. R. Yager, S. Oyzhinnikos and R. Tang (ed.), Fuzzy Sets and Applications : selected papers by L. A. Zadeh, Newyork : John Willey & Sons, 1987.

Zhang, H. C., S. H. Huang. " A Fuzzy Approach to Process Plan Selection ", *I. J.of Pro. Res. Vol. 32, No. 6, (1994),* 1265-1279.

Zimmermann, Hans J. " Fuzzy Mathematical Programming ", *Computer and Operation Research*. Vol. 10, No. 4, (1983), 291-298.

Zimmermann, Hans J. *Fuzzy Sets,Decision Making and Expert Systems.* Boston : Kluwer Academic Publishers, 1991.