T.C.
KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

OYUN TEORİSİ VE FİRMALARIN STRATEJİK DAVRANIŞLARININ MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MURAT HÜCÜMEN

ANABİLİM DALI : İKTİSAT
PROGRAMI : İKTİSAT POLİTİKASI

KOCAELİ - 2007

T.C.
KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

OYUN TEORİSİ VE FİRMALARIN STRATEJİK DAVRANIŞLARININ MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MURAT HÜCÜMEN

ANABİLİM DALI : İKTİSAT
PROGRAMI : İKTİSAT POLİTİKASI

DANIŞMAN: YRD. DOÇ. DR. Ş. ALPER KOÇ

KOCAELİ - 2007

T.C.
KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

OYUN TEORİSİ VE FİRMALARIN STRATEJİK DAVRANIŞLARININ MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tezi Hazırlayan: MURAT HÜCÜMEN
Tezin Kabul Edildiği Enstitü Yönetim Kurulu Tarihi ve No: 26/09/2007-2007/22

Yrd. Doç. Dr. İsmail ŞİRİNER	Yrd. Doç. Dr. Ş. Alper KOÇ	Yrd. Doç. Dr. Tahir BÜYÜKAKIN

KOCAELİ - 2007

İÇİNDEKİLER

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
OLİGOPOL PİYASASINDA DENGE ANALİZİ

ÖZET

Oyun teorisi, oyuncular arasındaki rekabet halini analiz etmeye yarayan matematiksel bir yaklaşımdır. Bu kuramın temelleri yaklaşık 170 yıl geriye, konunun esas gelişimi ise son 55 yıla dayanmaktadır. Teori günümüzde işletme, hukuk, biyoloji, siyaset, uluslar arası ilişkiler ve ekonomi gibi alanlara yoğun bir biçimde uygulanabilmektedir. Bu bağlamda, kâr maksimizasyonu hedefiyle reklam, pazarlama, dağıtım, üretim miktarı ve fiyat gibi çeşitli stratejileri kullanarak rekabet etkileşimine giren firmaların söz konusu davranış tarzları oyun modelleri kapsamında incelenebilmektedir. Buna göre, oyuncuların eş anlı olarak hareketlerini seçebildikleri ve firmalardan her birinin, kendisinin ve rakibinin olası strateji bileşimleri kapsamında ortaya çıkan kazançlarını bildiği oyunlar olarak tarif edilen tam bilgili statik oyunların denge çözümleri dominant strateji dengesine denk düşen tek Nash dengesini ifade eden tam strateji Nash dengesi yöntemiyle gerçekleştirilmektedir. En az bir şirketin, diğer firmanın, karşılıklı strateji tercihleri neticesinde oluşan kazançlarını bilmediği oyunlar şeklinde tanımlanan eksik bilgili statik oyunlar ise tam bilgi sahibi olmayan şirketin, rakip firmanın çeşitli stratejileriyle kâr fonksiyonları yardımıyla ilişkilendirilen maliyet fonksiyonlarını belli olasılıklara göre tahmin ederek kendi stratejisini belirlemesi esasına dayalı Bayesyen Nash dengesi aracılığıyla çözülmektedir. İşletmelerin ardarda karar aldıkları dinamik oyunlardaki denge çözümleri, oyun ağacına geriye doğru tümevarım metodunun uygulanmasıyla bulunan alt oyun mükemmel Nash dengesiyle örtüşmektedir. Statik oyunların yayılan biçimdeki gösterimi olarak tanımlanan kusurlu bilgili dinamik oyunlardaki firmaların denge sonuçlarının tayini için geriye doğru tümevarım yöntemi uygulanmakta ancak Nash dengesinin bulunmaması veya çoklu Nash dengesinin saptanmasıyla ilişkili olarak bu yöntemin başarısız olması durumlarında ise şirketlerin stratejilerini belirli olasılıklara göre seçmesini ifade eden karma strateji metodu yürürlüğe konmaktadır. Böylelikle, işbirliği içinde bulunmayan firmalar arasında karşılıklı strateji etkileşimi esasına göre oynanan oyunların yaygın olarak kullanılan oyun teorisi modelleri

çerçevesinde incelenmesi suretiyle bulunan ve genel olarak iki kişilik bir oyunun çözümüne aday olan strateji çiftini meydana getiren oyuncuların davranışlarının her birinin, rakip oyuncu tarafından oynanacağı öngörülen diğer stratejiye en iyi tepki olma niteliğini sağlamasıyla ortaya çıktığı kabul edilen Nash dengesi kavramlarının Pareto etkin olmasa dahi en güvenilir çözüm aracı olduğu söylenebilmektedir.

Oyun kuramı denge çözümlerinin klasik düopol modellerine uygulanmasıyla spesifik olarak oligopol piyasasındaki çimento firmalarının denge analizi de gerçekleştirilmektedir. Bu bağlamda, toplam maliyet fonksiyonları farklı çimento şirketleri arasında oynanan oyunun Cournot modeline uyarlanması suretiyle kâr fonksiyonları aracılığıyla hesaplanan denge arz miktarı stratejilerinin ve kazançlarının aynı statik oyunun normal biçimdeki gösteriminde ulaşılan tam strateji Nash dengesi çözümüne ve kusurlu bilgili dinamik oyuna dönüştürülmesi nedeniyle bu oyunun yayılan biçimdeki gösteriminde geriye doğru tümevarım yönteminin uygulanmasıyla elde edilen denge çözümüne eşit olması gerekmektedir. Çimento üreticileri arasında oynanan oyunun firmalardan birinin gelişmiş diğerinin ise izleyici olarak kabul edildiği Stackelberg düopol modeline uyarlanması suretiyle matematiksel yöntemlerle elde edilen denge stratejilerinin ve kazançlarının ise aynı dinamik oyunun yayılan şekildeki gösteriminde geriye doğru tümevarım yönteminin kullanılmasıyla ulaşılan alt oyun mükemmel Nash dengesi sonucuyla örtüştüğü ve Cournot dengesine göre lider şirketin Stackelberg denge üretim miktarının ve kârının yükseldiği, takipçininkinin ise azaldığı gözlenmektedir. Çimento üreticileri arasında oynanan oyun her iki firmanın da lider rolüne soyunabileceği Bowley modeli çerçevesinde incelendiğinde, Cournot dengesine göre her iki şirketin denge miktarının arttığı, kârının ise azaldığı tespit edilmektedir. Çimento firmalarının Cournot, Stackelberg ve Bowley modellerine göre sahip olduğu denge sonuçlarının dikkate alınması suretiyle oyunda rasyonel çözüm anlayışı olarak az üretim ve yüksek kâr ilkesine dayalı tekele en yakın anlaşma modelinin kullanılması önerilmektedir.

ABSTRACT

Game Theory is mathematical approach to analyze the competition situation between the players. The foundation of the theory is based on 170 years ago whereas the main development of the issue has been developed within the recent 55 years. Presently, the theory is applied in the areas such as business administration, law, biology, politics, international relations and economics. In this sense, the relevant course of actions of the firms entering competition interaction by using numerous strategies such as advertising, marketing, distribution, production quantity and price for profit maximization can be analyzed in scope of game modeling. According to this, balancing situations of full information games defined as the games in which the players are able to choose their moves simultaneously and each one of the firms knows the gains occurred in within the scope of probable strategy combinations of him and his competitor are realized through full strategy Nash equilibrium defining the single Nash equilibrium corresponding to the dominant strategy equilibrium. As for the static games with incomplete information defined as the games in which at least one firm does not know the gains of the other firm occurred through the mutual strategy, they are solved through Bayesian Nash equilibrium based on the principle in which the firm having incomplete information determines his strategy by predicting the cost functions connected with the various strategies and profit functions of the rival firm. The equilibrium solutions of the consecutive decisions of the firms in dynamic games comply with the sub game perfect Nash equilibrium found by applying the backward induction in game tree. The backward induction method is applied to determine equilibrium solutions of the firms in dynamic games with imperfect information defined as the indication of static games in pervasive version; however, the hybrid strategy method expressing the selection of the strategies by the firms according to certain possibilities is used when the former method fails to determine the Nash equilibrium or multi Nash equilibrium. In this way, it can be said that the Nash equilibrium concepts which are deemed to be revealed for proving to be the best reaction of each behavior of the players found through the study of the games played

on the basis of mutual interaction between the firms not having cooperation within the framework of commonly used game theory models and making the strategy couple as the candidate for the solution of a two-person game to the proposed strategy of the rival player are the most reliable solution means despite they are not Pareto effective.

By the application of the game theory equilibrium solutions on classical duopoly models, the equilibrium analysis of the cement firms specifically in oligopoly market are conducted. In this sense, total cost functions should be equal to the equilibrium solutions obtained through the backward induction method in the indication of this game in pervasive version due to the transformation of equilibrium supply strategies and gains calculated through the profit functions by applying the game played between the different cement companies as adopted to Cournot Model to the Nash equilibrium solution and imperfect information dynamic game attained in the indication of the same static game in normal manner. It is observed that strategies and gains obtained through mathematical methods through the application of the game played between the cement firms to the Stackelberg duopoly model in which one of the firms is deemed as the advanced whereas the other one as the observer comply with the sub game perfect Nash equilibrium reached by applying the backward induction method in the indication of the same dynamic game in pervasive form, and the Stackelberg equilibrium production quantity and profit of the leading firm rise where as the follower's declines in accordance with the Cournot equilibrium. When the game played between the cement players are analyzed within the framework of Bowley model in which both firms may act as the leading firm, it has been determined that the equilibrium quantity of both firms increases whereas the profitability decreases in accordance with the Cournot equilibrium. The application of the closest agreement model to the monopoly is recommended based on less production and more profit as the rational solution understanding in the game by considering equilibrium results of which the cement firms have, in accordance with Cournot, Stackelberg and Bowley models.

KISALTMALAR

AC **:** Ortalama Maliyet

AR **:** Ortalama Gelir

B **:** Broşür Postalama Stratejisi

CS **:** Tüketici Artığı

D **:** Dergi Yoluyla Reklam Yapma Stratejisi

DC **:** Talep Eğrisi

DV **:** Düşük Verimli İşçi Çalıştırma Stratejisi

ET **:** Eski Teknoloji Kullanımı Stratejisi

EU **:** Beklenen Kazanç

F **:** Futbol Maçına Gitme Stratejisi

G **:** Gazete Yoluyla Reklam Yapma Stratejisi

MC **:** Marjinal Maliyet

MR **:** Marjinal Gelir

O **:** Operaya Gitme Stratejisi

P **:** Fiyat Seviyesi

R **:** Radyo Yoluyla Reklam Yapma Stratejisi

S **:** Paket Servis Yapma Stratejisi

T **:** Televizyon Yoluyla Reklam Yapma Stratejisi

TC **:** Toplam Maliyet

TR **:** Toplam Gelir

TW **:** Toplam Refah

YT **:** Yeni Teknoloji Kullanımı Stratejisi

YTL **:** Yeni Türk Lirası

YV **:** Yüksek Verimli İşçi Çalıştırma Stratejisi

ŞEKİLLER LİSTESİ

TABLOLAR LİSTESİ

GİRİŞ

Rekabet, iktisadi hayatın temel özelliklerinden biridir. Serbest piyasada faaliyette bulunan firmalar karşılıklı bağlılık ve ilişki içindedir. Faaliyette bulunan her şirketin rakipleri vardır. Bu nedenle bir işletmenin piyasada başarılı olmasında kendisinin sadece iç bünyesiyle ilgili sorunlara en iyi çözümü bulması yeterli olmayacaktır. İşletmelerin faaliyetlerini rakiplerinin davranışlarına göre düzenlemesi ve rakipleri karşısında kendisine maksimum getiriyi sağlayacak bir strateji saptaması gerekecektir.

Kişilerin, şirketlerin hatta devletlerin bir olguda çıkarlarının çelişmesi aralarında şiddetli çatışmalara neden olur. Böyle durumlarda birbirlerine rakip iki veya daha fazla taraf vardır ve taraflardan birinin yapacağı herhangi bir hareketin sonucu kısmen diğer tarafın hareketlerine bağlıdır. Bu durumdan rekabet doğar ve çatışma başlar.

Oyun teorisi; bireylerin, firmaların ve devletlerin karşılıklı çatışma ve rekabet durumlarını analiz etmeye çalışan matematiksel bir yaklaşımdır. Özellikle ekonomi alanında böyle çıkar çatışmaları sıkça görüldüğünden, ekonomik faaliyetlere ilişkin en iyi kararın verilmesinde oyun kuramı büyük bir rol üstlenmiştir. Teorinin amacı, herhangi bir çatışma durumunda veya ekonomik rekabet sorunlarında, rakiplerin davranışları bilinmeksizin ya da bilinerek optimum karar almada rasyonel hareket yollarını incelemek ve bulmaktır. Bu amaçla hazırlanan modellere oyun denir.

Oyun teorisinde ele alınan oyunlar belli kurallara göre yürütülmektedir. Bu kurallar taraflarca bilinecek ve aynı şekilde yorumlanacaktır. Tarafların bu kurallara uyacağı varsayılacaktır. Taraflar oynamayı kabul ettikleri veya oynamaya mecbur oldukları taktirde oyun başlar. Oyunda çıkarları çatışan gruplara ya da şahıslara oyuncu denir. Bir oyuna katılanların sayısı değişik olabilir. Ayrıca çıkar çatışmasına giren aktörler fayda maksimizasyonunu sağlayabilmek için oyun içinde çeşitli stratejiler tercih edebilmektedirler.

Bu tezin konusu, piyasada şirketler tarafından rekabet anlamında seçilen stratejilerin oyun teorisi çerçevesinde modellenmesidir. Oligopol piyasasının kendisine özgü özelliklerine bağlı olarak rekabet etkileşimine giren firmaların nihai amacı, kârlarını maksimize edebilmektir. Bu amacı gerçekleştirme yönünde şirketler; reklam, pazarlama, dağıtım, teknoloji kullanımı, üretim miktarı ve fiyat stratejileri gibi çeşitli hareket tarzlarını benimseyebilmektedirler. Söz konusu stratejiler bu tezde, oyun kuramı konseptinden yararlanılarak geliştirilmiş olan modellerden hareketle matematiksel olarak ele alınmaktadır.

Bu tez çalışması içinde ağırlıklı olarak oyun kuramının mikro iktisada uygulanması yer almakla beraber makro ekonomi alanındaki etkilerine de kısaca değinilmektedir. Buna göre Merkez Bankası'nın para politikasıyla ilgili aldığı kararlar; kendisinin emisyon hacmini düşük bir oranda artırma sözünü tutmamasına ve yüksek bir parasal büyüme gerçekleştirmesine sebep olan iktidarın lider oyuncu olduğu, bu taahhütün yerine getirileceğine inanan emekçilerin düşük ücret artışı stratejisi izleyerek takipçi rol üstlendikleri zaman tutarsızlığı sorununa neden olan anlaşmasız Stackelberg oyunu kapsamında yer almaktadır. Bir periyot sonra işçilerin aldatıldıklarının farkına varması suretiyle ortaya çıkacak olan zaman tutarlı denge ekonomide stagflasyon probleminin oluşmasına yol açacaktır. Böylelikle enflasyon ve işsizliğin bir arada olmasından önce tespit edilen yüksek fiyat düzeyi ve doğal oran altındaki işsizliğin meydana getirdiği zaman tutarsız denge kavramının oyun teorisiyle ilişkisinin olduğu söylenebilmektedir.

Tezin amaçlarından biri, işbirliği içinde bulunmayan şirketler arasında karşılıklı strateji etkileşimi esasına göre oynanan oyunların yaygın olarak kullanılan oyun teorisi modelleri çerçevesinde incelenmesi suretiyle bulunan Pareto etkin olmayan Nash dengesi ifadelerinin rasyonel bir çözüm anlayışı olduğunu gösterebilmektir. Diğeri ise, oyun kuramıyla bağlantılı ve arz miktarı stratejisine dayalı klasik düopol modellerin çimento firmalarına uygulanması suretiyle elde edilen denge kâr sonuçlarının, iki şirketin aralarında anlaşmalarına bağlı olarak sahip olabilecekleri denge kazançlarından daha kötü olduğunu tayin ederek işbirliği durumundaki denge çözümünün anlaşmasız oyunlardaki Nash denge çözümlerinden daha mantıklı olduğunu saptayabilmektir. Bu bağlamda tez çalışması üç bölüm altında ele alınabilmektedir.

Birinci bölümde; oyun kuramı kavramının tanımı ve tarihsel süreçteki gelişimi, oyunların unsurları ve gösterim şekilleri, şirketler arasında oynanan iki kişilik sıfır toplamlı oyunların denge çözümlerinin o zamanlar literatürde bulunmayan Nash dengesi metoduna göre gerçekleştirilmeyip tepe noktası yaklaşımına göre yapılması ve bu yaklaşımın geçersiz olduğu durumlarda Williams oran metodunun kullanılması, firmalar arasında oynanan iki kişilik sıfır toplamlı olmayan oyunların denge çözümlerinin ise hakim seçenek yaklaşımına göre yapılması ve bu yaklaşımın geçersiz olduğu hallerde karma strateji yönteminin kullanılması yer alacaktır.

İkinci bölümde; mikro iktisat teorisinin oyun teorisiyle etkileşimini analiz etmede faydalanılacak olan Nash dengesinin temel özelliklerine, şirketler arasında oynanan tam bilgili statik oyunların denge çözümlerinin dominant strateji dengesine karşılık gelen tek Nash dengesini ifade eden tam strateji Nash dengesi metoduna göre yapılmasına, Bayes kuralı hakkında önceden analitik bilgiler verilmek suretiyle çeşitli sektörlerde faaliyet gösteren firmalar arasında oynanan eksik bilgili statik oyunların denge çözümleri için Bayesyen Nash dengesi metodunun kullanılmasına, şirketler arasında oynanan dinamik oyunların dengesinin geriye doğru tümevarım yöntemi yardımıyla saptanan alt oyun mükemmel Nash dengesi kavramına denk düşeceğine, dinamik oyunların kapsamında yer alan pazarlık modeli çerçevesinde iki inşaat firmasının alışveriş merkezi yapımından elde edecekleri kazancı paylaşma konusundaki denge çözümünün geriye doğru tümevarım yöntemine göre yapılması gerektiğine, şirketler arasında oynanan kusurlu bilgili dinamik oyunların denge çözümleri için geriye doğru tümevarım metodunun kullanılmasına ve Nash dengesinin bulunamaması ya da çoklu Nash dengesinin tespit edilmesiyle ilişkili olarak bu metodun başarısız olması hallerinde karma strateji metodunun uygulamaya konulmasına yer verilecektir.

Üçüncü bölümde, oyun kuramı denge çözümlerinin klasik düopol modellerine uygulanmasıyla spesifik olarak oligopol piyasasında denge analizi gerçekleştirilmeye çalışılacaktır. Bu bağlamda, oligopol piyasasının tanımı ve özellikleri, oligopollerin sınıflandırılması, firmaların eş kâr eğrileri vasıtasıyla oluşturulan tepki eğrilerine denk düşen tepki fonksiyonlarıyla Cournot Nash dengesinin tespit edilmesi, çimento şirketleri arasında oynanan oyunun üretim miktarı stratejisine dayalı Cournot modeline uyarlanması suretiyle matematiksel yöntemlerle elde edilen denge stratejilerinin ve kazançlarının aynı statik oyunun normal biçimdeki gösteriminde ulaşılan tam strateji Nash dengesi çözümüne ve kusurlu bilgili dinamik oyuna dönüştürülmesi nedeniyle bu oyunun yayılan biçimdeki gösteriminde geriye doğru tümevarım metodunun uygulanmasıyla elde edilen denge çözümüne eşit olması gerektiği, hazır kapı şirketlerinin faaliyette bulunduğu düopol piyasasında Cournot rekabetine dayalı olarak elde edilen denge miktarları ve kârlarının endüstriye yeni firmaların girmesiyle azalması, Cournot düopol modelinin alüminyum profil üreten firmalar arasında oynanan eksik bilgili statik oyuna uygulanması neticesinde Bayesyen Nash dengesinin sağlanması, çimento firmaları arasında oynanan oyunun üreticilerden birinin gelişmiş diğerinin ise izleyici olarak kabul edildiği Stackelberg modeline uyarlanması suretiyle matematiksel metotlarla sahip olunan denge stratejilerinin ve kârlarının aynı dinamik oyunun yayılan şekildeki gösteriminde geriye doğru tümevarım yönteminin kullanılmasıyla ulaşılan ikincil oyun mükemmel Nash dengesi sonucuyla örtüşmesi ve Cournot dengesine göre lider firmanın Stackelberg denge arz miktarı ve kârının yükseldiğinin takipçininkinin ise azaldığının gözlenmesi gerektiği, çimento üreticileri arasında oynanan oyun her iki şirketin de lider rolüne soyunabileceği Bowley modeli çerçevesinde incelenerek Cournot dengesine göre her iki firmanın denge miktarının arttığının kârının ise azaldığının tayin edilmesi, çimento firmaları arasında oynanan oyun işbirliği modeli kapsamında analiz edilerek Cournot, Stackelberg ve Bowley modellerine göre her iki şirketin denge miktarının azaldığının kârının ise arttığının saptanması suretiyle en mantıklı denge çözüm anlayışının üreticilerin anlaşması olması gerektiği, homojen mal olarak demir üreten ve toplam maliyet fonksiyonları aynı olan her iki şirket için fiyat stratejisine dayalı Bertrand dengesinin kâr fonksiyonlarının süreksiz olması sebebiyle türev yoluyla saptanamaması ve sıfırla talep fonksiyonunda bulunan sabit parametre arasındaki tüm stratejilerin denenmesi suretiyle fiyatın marjinal maliyete eşit olduğu ve her bir firmanın sıfır kâr elde ettiği noktada oyunun dengesinin oluşması, Edgeworth'un türdeş mallara uygulanan Bertrand modelini tenkiti kapsamında demir şirketleri arasında oynanan oyunda fiyat dalgalanmalarının sıfır kârı sağlayan fiyat düzeyinden daha yüksek bir fiyat ile monopolcü fiyat aralığında oluşması gerektiği, farklılaştırılmış ürün imal eden şirketlerin eş kâr eğrileri yardımıyla meydana getirilen tepki eğrilerine karşılık gelen tepki fonksiyonlarıyla Bertrand Nash dengesinin belirlenmesi, heterojen mal olarak motosiklet üreten ve eş anlı davranışta bulunan toplam maliyet fonksiyonları aynı iki firmanın ve eş zamanlı hareket eden otomobil üreticisi toplam maliyet fonksiyonları farklı iki şirketin matematiksel yöntemlerle elde edilen Bertrand denge stratejilerinin ve kârlarının aynı statik oyunların normal biçimdeki gösterimlerinde ulaşılan tam strateji Nash dengesi çözümlerine ve kusurlu bilgili dinamik oyunlara çevrilmeleri sebebiyle bu oyunların yayılan biçimdeki gösterimlerine geriye doğru tümevarım metodunun uygulanmasıyla elde edilen denge çözümlerine eşit olması gerektiği, toplam maliyet fonksiyonları farklı çamaşır makinesi firmalarının oluşturduğu düopol piyasada Sweezy dirsekli talep eğrisi modeline göre anlaşma zemini bulunmadan da fiyat dengesinin sağlanması ve şirketlerden birinin ürününün fiyatını denge fiyatının üzerine çıkartırken diğerinin malının fiyatını sabit tutması suretiyle fiyat yükseltenin kârının fiyat değişimi öncesine göre azalmasına rakibinin kârının ise fiyat değişimi öncesine göre artmasına bağlı olarak firmanın fiyat artırma davranışının yanlış olduğunun belirtilmesi gerektiği bölümde yer alan önemli hususlar olacaktır.

BİRİNCİ BÖLÜM
OYUN TEORİSİNİN TEMEL YAPISI

1.1. OYUN TEORİSİNİN TANIMI VE TARİHSEL GELİŞİMİ

Oyun teorisi, ekonomik faaliyetlere ilişkin en iyi kararın verilmesi için geliştirilmiş matematiksel bir yaklaşım olarak ifade edilebilir. Bu faaliyetlerde birden fazla karar verici, kendi kazançlarını en iyi duruma getirecek biçimde karar vermek zorundadırlar. Oyun teorisi, gruptaki oyuncuların yapabileceklerinin stratejik bir analizine dayanarak, rasyonel seçimler yapan bir grup oyuncu arasındaki var olan karşılıklı etkileşimi analiz eder.[1] Teorinin temelleri yaklaşık 170 yıl geriye, konunun esas gelişimi ise son 55 yıla dayanmaktadır.

Teorinin kapsamına girebilecek en eski örnek, milattan sonra beş yüzlü yılların medeni kanun ve ceza kanunlarının derlendiği Babil Talmudu içindedir. Talmud içinde tartışılan bir evlilik sözleşmesi problemidir. Evlilik sözleşmesi kapsamında, bir adamın üç karısı ve onun, eşlerinin her biriyle yaptığı kontratlar vardır. Sözleşme, ölen kocanın mirasının dul eşleri arasında nasıl paylaşılacağının hesaplanmasında farklı şartlar altında farklı stratejilerin öngörüldüğü bir anlayış önermektedir. Kocadan toplam 100 birimlik miras kalırsa, bu miktarın eşler arasında eşit şekilde paylaşılması, miras 200 birim ise 50, 75, 75 olacak biçimde paylaşım, eğer miras 300 birim ise 50, 100, 150 şeklinde oransal paylaşım tavsiye edilmektedir. Çözüm önerilerinden her birinin uygun biçimde tanımlanmış bir çekirdek oyuna karşılık geldiği anlaşılmıştır.[2]

Bir başka örnek, 1713 yılında James Waldegrave tarafından tasarlanmış olan “le Her” kart oyununun iki kişilik bir uyarlamasıdır. Waldegrave’nin le Her çözümü bir minimax çözümüdür ve orada, rakip

---

[1] Mehmet Ahlatçıoğlu ve Fatma Tiryaki, **Oyunlar Teorisi**, İstanbul: Yıldız Teknik Üniversitesi Yayını, Yayın No: 4, 1998, s. 3.

[2] M. Maschler, “Game Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem from the Talmud”, **Journal of Economic Theory**, No: 36, 1985, ss. 195-196.

oyuncu tarafından hangi strateji seçilirse seçilsin, bir oyuncunun kazanma olasılığını maksimize eden bir strateji üzerinde düşünülmüştür. Ancak Waldegrave'nin le Her minimax çözümü büyük ölçüde fark edilmeden kalmıştır.[3]

Oyun teorisi ekonomik alanda ilk olarak, aksak rekabet piyasalarının analizinde kullanılmıştır. Fransız ekonomist Augustin Cournot'un 1838 yılında yayınladığı "Servet Teorisinin Matematiksel Prensipleri Üzerine Araştırmalar" adlı kitabı üretici rekabeti konusundadır. Kitabının 7. bölümünde düopolün özel bir durumunu, Nash dengenin sınırlandırılmış bir uyarlaması niteliğinde bir çözüm düşüncesinden yararlanarak tartışmıştır.

1881 yılında Ysidro Edgeworth, "Matematiksel Zihin: Ahlaki İlimlere Matematiğin Uygulanması Konusunda Bir Deneme" adlı çalışmasında, kişiler arasında yapılan ticaretin sonuçlarının belirlenmesi probleminin çözümü için anlaşma eğrisini önermiştir. İki tip tüketici ve iki çeşit malın olduğu bir dünyada, her iki tüketici tipinin de sayıları çoğalıp sonsuza yaklaşırsa, anlaşma eğrisinin rekabetçi denge kümesine gerilediğini göstermiştir.

Ernest Zermelo 1913 yılında satranç üzerinde çalışmış olup satranç oyununda daima, iki oyuncudan birinin bir kazanma stratejisine sahip olduğu pozisyonda, bir çözümün olduğunu göstermiştir. Tam bilginin söz konusu olduğu, iki kişilik sıfır toplamlı diğer oyunlar için de geçerli olacak olan, tam stratejinin kullanıldığı oyun sonucunu kanıtlamıştır. Ayrıca dinamik oyunlarda kullanılan sondan başa tümevarım çözüm tekniğinin de öncüsüdür.[4]

Oyun teorisi ve oyun teorisinin iktisat alanına uygulanması tarihi çok katmanlı bir tarihtir ve iktisat tarihçilerinin bu alanla ilgilenmeleri çok yenidir. 1940'larda ekonomik alanda bazı şeylerin meydana gelmesi ile birlikte, ekonomi tarihsel bir disiplin iken, matematiksel bir disipline dönüşmüştür.

[3] Robert Leonard, "Creating a Context for Game Theory", Roy Weintraub (ed.), **Toward a History of Game Theory**, Vol.24, New Jersey: Prentice-Hall, 1992, ss. 31-32.
[4] Ulrich Walker Schwalbe, "Paul: Zermelo and the Early History of Game Theory", **Games and Economic Behavior**, Vol.34, No:1 (Ocak 2001), ss. 123-124.

Bazı iktisatçılar iktisadı matematiksel olarak oluşturmaya teşebbüs etmişlerdir. İngiltere'de Jevons, Fransa'da Walras, İtalya'da Pareto ve Amerika'da Irving Fisher, iktisadı matematiksel olarak oluşturmaya çalışanlar arasındadır. Matematiksel hareketin, ekonomik analizin söyleminde kökleşmesi, yavaş yavaş olmuştur. 1930'larda ekonometrik toplumun oluşması, olasılık devrimi olarak bilinen entellektüel bilimlerdeki karışıklıklar 1940'larda iktisadın önemli dönüştürücüleridir.

Tam strateji minimax ve karma strateji çözümlerinin ciddi şekilde ayrıntılarıyla matematiksel tanımlanmasının ilk gösterimi, 1921-1927 yılları arasındaki çalışmalarında, matematikçi Emile Borel tarafından gerçekleştirilmiştir. İki kişilik oyunlarda beş mümkün stratejili minimax çözümünü bulmuştur.[5]

Modern oyun teorisinin kurucusu olarak tanınan ve satranç, poker, briç gibi oyunlarda oyuncuların davranışlarını modellemek ve akılcı strateji seçimleri üzerine çalışmış olan Macar asıllı Amerikalı John von Neuman, 1928 yılında bütün iki kişilik sıfır toplamlı oyunlarda her oyuncu için birçok stratejinin belirlenmekte olduğunu "Stratejik Oyunlar Teorisi Üzerine" adlı makalesinde ortaya koymuştur. Aynı zamanda hidrojen bombası ve ilk bilgisayarın mucitlerinden sayılan, istatistik, soyut topoloji ve doğrusal programlama konularının içerildiği çok sayıda alana önemli katkılar yapmış çok yönlü bir bilim adamı olan John von Neuman ve ekonomist Oscar Morgenstern birlikte "İktisadi Davranış ve Oyunlar Teorisi" adlı kitabı 1944 yılında yayınladılar ve oyun teorisini ilk defa ekonomi alanına taşıdılar. Neuman ve Morgenstern bu kitapla oyunun kavramsal olarak şekillenmesinde üç önemli katkıda bulundular. Birincisi, oyuncuların oyunu oynamaktan ötürü elde edeceklerini açıklayan, fayda teorisi temeline dayanan bir aksiyom; ikincisi, iki kişilik sıfır toplamlı oyunlar için optimal çözümlerin tanımlanması; üçüncüsü, işbirlikçi oyunların bir versiyonunun

[5] Roger McCain, "Strategy and Conflict: An Introductory Sketch of Game Theory", 1999, http://william-king.www.drexel.edu/game.html (15 Ocak 2006)

gösterilmesidir.[6] Kitapla birlikte konu çok kısa zamanda üniversitelere ders olarak da girmiştir. Özellikle matematik bölümlerinde oyunlar teorisi dersleri açılmıştır. Neuman ile Morgenstern'in kitabının üçte biri toplamı sıfır olan iki kişilik oyunlarla ilgilidir. İkiden fazla oyuncusu olan oyunlarla ilgili bölüm kitapta geniş yer tutmuştur ama tamamlanmamıştır ve bu çeşit oyunlar için bir çözüm olduğu kanıtlanmamıştır. Kitabın son seksen sayfası ise toplamı sıfır olmayan oyunlara ayrılmıştır ve Neuman bu çeşit oyunları da toplamı sıfır olan oyunlara çevirmeyi denemiştir.[7]

F. Zeuthen, "Ekonomik Savaş ve Monopol Problemi" isimli kitabının dördüncü bölümünde, pazarlık problemine bir çözüm aramış, daha sonra onun bulduğu çözümün, Nash'ın pazarlık problemine denk düşen bir çözüm olduğunu, Harsanyi göstermiştir.

Ekonomide, siyaset biliminde, biyolojide ve oyun teorisinde sıfır toplamlı olmayan bir oyunun ilk klasik örneği, matematikçi Albert Tucker tarafından oluşturulmuş "Mahkumlar İkilemi" oyunudur. Deneyi, 1950 yılında, Melvin Dresher ve Merrill Flood tarafından gerçekleştirilmiştir. Howard Raiffa da, mahkumlar çıkmazı konusunda kendi bağımsız deneyini yapmış fakat sonuçlarını yayınlamamıştır.

Modern oyun teorisi alanında çözüm ve denge konsepti olarak en çok kullanılan araçlardan biri, 1950 yılında John Nash tarafından oluşturulmuştur. 1950-1953 yılları arasında oyun teorisi alanında dört makale yazmış olup, bunların ikisi, oligopol piyasalar konusundaki Cournot'un çalışması üzerine oluşturulmuş Nash denge, diğer ikisi pazarlık problemi üzerinedir. Bu dört makale, bilim dalının gelişmesinde büyük etkiye sahiptir. John Nash'ın yaklaşımı, oyun teorisinin sıfır toplamlı oyunlardan sıfır toplamlı olmayan oyunlara doğru geliştirilmesini de sağlamıştır. 1950 yılındaki "N– Kişilik Oyunlarda Denge Noktaları" ve 1951 yılındaki "Anlaşmasız Oyunlar" adlı çalışmalarıyla Nash, işbirliksiz oyunlarda Nash dengeyi sağlayan bir

---

[6] James Friedman, **Game Theory with Applications to Economics**, Boston: Kluver Academic Press, 1991, s.7.
[7] İsmet Berkan, "Nash Dengesi", 2001, http://www.radikal.com.tr/haber (3 Şubat 2006)

stratejinin varlığını kanıtlamıştır. Bu denge stratejisini anlaşmasız oyunlara indirgeme yoluyla, anlaşmalı oyunların çalışma prensiplerini ortaya koymuştur. 1950 yılındaki "Pazarlık Problemi" ve 1953 yılındaki "İki Kişilik Anlaşmalı Oyunlar" adlı çalışmalarıyla pazarlık teorisini oluşturmuştur. Pazarlık çözümünün varlığını kanıtlamış ve birlikteliklerin işbirliksiz modellerinin analizi olan Nash programının uygulamasını yapmıştır.[8] Nash, 1994 yılında ekonomi alanındaki Nobel ödülü ile ödüllendirilmiştir.

Nash, Sharpley ve Shubik iki kişilik oyunlarda tehdit unsurunun oyuna ilave edildiği zaman, pazarlık yapılırken tehdidin etkilerini belirlemeye çalışmışlar fakat ilk olarak Nash tehdit unsurunu iki kişilik pazarlık modelini oluşturmak için kullanmıştır.

1965-1975 tarihleri arasında Reinhard Selten tarafından iki makale yayınlanmıştır. Selten, Nash dengesini, yaygın biçimdeki oyuncuların sıra ile stratejilerini seçtikleri dinamik oyunlarda kullanılabilecek şekilde geliştirmiştir. Oyunun bu bağlamda ele alınması, bir oyuncunun bugün yapıyor olduğu hareketlerin gelecek sonuçlarını düşünmek açısından önemli bir aşamadır. Bugün yapılan hareketlerin bir çok gelecek sonuçları olmasına karşın, Selten, onlar arasından gelecekte oyunun nasıl oynanacağına ilişkin genellemelerin mantıklı bir metodolojisini ileri sürmüştür.[9]

Oyun teorisinin gelişmesinde bir başka aşama, 1967-1968 yılları arasında, Nash'ın fikirlerinin, oyun içinde oyuncuların diğer oyuncuların tercihleri ve seçimleri konusunda eksik bilgiye sahip oldukları durumlara doğru John Harsanyi tarafından genelleştirilmesidir. Gerçektende bir çok ekonomik problem yetersiz bilgi koşullarında oluşmaktadır. Harsanyi, Bayesyen düşünce yapısını vurgulamış ve bilginin tam olmadığı oyunların da bilginin tam olduğu oyunlardan farklı olmadığını savunmuştur. 1973 yılındaki "Ödülün Rassal Olarak Dağılmış Olduğu Oyunlar" adlı makalesinde,

---

[8] Vincent Crawford, "John Nash and the Analysis of the Strategic Behaviour", **Economics Letters**, Vol.75, No:3 (Mayıs 2002), s.381.
[9] Ken Binmore, **Fun and Games a Text on Game Theory**, 2nd ed., New York: John Wiley, 1996, s.24.

Harsanyi, oyunda hiç kimsenin rasgele seçim yapıp karar vermediğini tartışmıştır. Rassallığın ortaya çıkmasının nedenini, oyuncuların hepsinin oyunun sonunda elde edecek oldukları ödülleri bilmiyor olmalarına bağlamıştır. Kendi ödülünü tam olarak bilen her oyuncunun, diğer oyuncuların yapacağına ilişkin kendi tahminine dayanan, rakiplerine karşı yapabileceği optimal hareketi vardır.[10]

Lloyd Sharpley, 1953 yılında yazdığı "N- Kişilik Oyunların Değeri" adlı makalesinde, koalisyon formunda oluşturulmuş her oyunun, oyunla örtüşen bir çözüm fikri ve bir tek değerinin olduğunu göstermiştir. "Rassal Oyunlar" adlı makalesinde, gelecekte elde edilecek olan ödülden sabit bir oranın düşülmesi ile oyun değerinin bulunduğunu ve bu gibi oyunların oynanmasında seçilen optimal stratejilerin, oyunun oynandığı zamana dayandığını, geçmişten bağımsız olduğunu ileri sürmüştür.[11]

W. Kuhn, 1953 yılında yazdığı "Yayılan Formdaki Oyunlar ve Bilgi Problemi" adlı makalesinde, yayılan formda oluşturulan oyunların formülleştirilmesini ve bu şekilde oluşturulmuş oyunların dayandığı bazı temel teoremleri içermektedir. Bu formda oluşturulan oyunlarda, oyuncunun harekete karar vermesi anında bilgi durumunu belirtebilmek olanaklıdır. Kuhn, hatırlamanın kusursuz olduğu oyunlar için karma ve davranışsal stratejilerin eşdeğerliliği konularında çalışmıştır. Kusursuz hatırlamanın olduğu oyunlarda, oyuncuların kendilerini davranışsal stratejilerle sınırlamaları durumunda, stratejik olarak kontrol kaybının olmayacağını göstermiştir. Kuhn, iki el poker oyununu denemiştir.

Oyun teorisinin siyaset bilimine ilk uygulayıcıları, "Bir Kurul Sisteminde Güç Dağılımını Değerlendirme Yöntemi" adlı çalışmalarıyla L. Sharpley ve Martin Shubik olmuşlardır. Sharpley, koalisyon formundaki n kişilik oyunların tek nokta çözümü ile ilgilenmiştir. Oyuncuların her birinin daha önemli bir

---

[10] C. Wilson, "A Model of Insurance Markets with Incomplete Information", **Journal of Economic Theory**, No:74 (Şubat 1999), ss.35-36.
[11] J. Sobel, "Equilibrium Selection in Signaling Games", **Econometrica**, No:65 (Mart 1997), ss.58-59.

değerin ya da değerlerin seçimine götürüldüğü, basit fakat ikna edici bir aksiyom setini geliştirmiştir. Birleşmiş Milletler Güvenlik Konseyi'nin üyelerinin belirlenmesinde Sharpley değeri kullanılmıştır. Sharpley değeri, oyun teorisinin kullanım alanındaki en verimli oyun çözümlerinden biridir.

1950'li yılların sonları, tekrar eden oyun çalışmalarının da yapıldığı yıllardır. Az sayıda satıcının bulunduğu piyasalara anlaşmasız oyun teorisinin uygulandığı ilk kitap olan "Strateji ve Piyasa Yapısı: Rekabet, Oligopol ve Oyun Teorisi", 1959 yılında Martin Shubik tarafından yazıldı. Folk teoremin de kullanıldığı ilk yer olmuştur. Oyunun oynanmasının tekrarlanışı sonsuza giderken denge sonuçları tek defa oyununa uygun fakat onun farklı rasyonel çıktıları ile örtüşmektedir.[12]

Transfer edilemeyen faydanın söz konusu edildiği oyunların gelişi, anlaşmalı oyunlar konusunda geliştirilmiş olan teorinin daha geniş alanlarda kullanımını sağlamıştır. Transfer edilemeyen fayda ve çekirdek ilişkisi, R. Aumann'ın "Ek Ödemenin Olmadığı Anlaşmalı Bir Oyunun Çekirdeği" adlı çalışmasında ele alınmıştır.

1962 yılında Karl Borch tarafından yazılan "Otomobillerin Sigortalanmasında Ortaya Çıkan Bazı Problemlere Oyun Teorisinin Uygulanması" adlı çalışmayla, toplam sigorta primi belirlendiği zaman, farklı otomobil grupları için sigorta priminin belirlenmesinde, oyun teorisinin nasıl kullanılacağı analiz edilmiştir. Borch bu çalışmasında, risk gruplarının hepsi için makul olan primlerin, Sharpley değerinin uygulanmasıyla elde edileceğini ileri sürmüştür. Transfer edilebilir faydanın kullanıldığı oyunda denge noktası varsa çekirdeğin boş olmadığı gösterilmiştir.

Evrimsel olarak kararlı bir strateji düşüncesi kavramını, John Smith 1972 yılında "Oyun Teorisi ve Mücadelenin Evrimi" isimli makalesinde ele almıştır. Evrimsel olarak kararlı bir strateji düşüncesi oluşturulduktan sonra

---

[12] D. Aliprantis and K. Chakrabarti, **Games and Decision Making**, 2nd ed., New York: Macmillan, 2001, s.26.

diğer alanlarda olduğu gibi biyoloji alanında da oyun teorisinin analiz aracı olarak kullanımının arttığı görülmektedir.

Çekirdek ve Sharpley değeri birlikte maliyet dağılımı problemine uygulanmış, tam ve etkin iniş – kalkış ücreti, Birmingham Airport firması için, 1977 yılında S. Littlechild ve G. Thompson tarafından yapılan "Uçağın Yere İndirilme Ücreti: Bir Oyun Teorisi Yaklaşımı" isimli çalışmada hesaplanmıştır.

R. Aumann, 1981 yılında yazdığı "Tekrarlanan Oyunların Analizi" isimli kitabında, "kendiliğinden" düşüncesini, tekrarlanan bir oyundaki oyuncuyu tanımlamada ortaya koymuştur. Çalışmanın ikincisi düşüncesi ise, strateji setlerinin uygun şekilde sınırlandırıldığı oyunlarda, oyuncuların davranışlarıyla birbirlerini etkilediği bir oyun çalışması üzerinedir. Bu fikirler daha sonraları büyüyen bir literatürün yaratılmasına kaynaklık etmiştir.

1982 yılında David Kreps ve Robert Wilson oyun teorisi literatürüne katkı sağlamışlardır. Yetersiz bilginin söz konusu olduğu oyun, bir bilgi setinden başlatılmış ve yayılan formda oluşturulmuştur. Analizde denge fikri alt oyunlara genişletilmiş ve bu denge oyun teorisi çalışmalarında ardışık denge olarak adlandırılmıştır.

A. Rubinstein, 1982 yılında yazdığı "Pazarlık Modelindeki Kusursuz Denge" isimli makalesinde, pazarlık sürecini işbirliksiz bir yaklaşımla tasarlamıştır. Bu modelde ele alınan oyun, alternatif öneriler oyunudur. Oyuncular tarafından ileri sürülen önerilerden birisi kabul edilinceye kadar, oyuncular art arda önermeye devam ederler. Oluşturulacak teklif sayısı sınırlandırılmamıştır ve her ertelemenin oyuncuya bir maliyeti vardır. Yazar, her oyuncu için zaman maliyeti bir iskonto faktörü ile verildiğinde, ikincil oyunun kusursuz dengesinin tek olduğunu belirtmiştir.

Denge yorumlarından biri de, benzer durumların tekrar edilmesi halinde oyuncuların birbirlerini etkilemelerini yönlendiren davranış standardının, öğrenilen bir standart olduğu değerlendirmesidir. Problem, oyuncuların dengeyi nasıl öğreneceğinden doğmaktadır. David Kreps ve Drew Fudenberg, “Bir Öğrenme Teorisi, Deneme ve Denge” adlı çalışmalarıyla öğrenme problemini çözmeyi amaçlamışlardır. Öğrenme öğeleri oyunda kullanılarak model oluşturulmuştur. Oyuncuların strateji seçimlerini rastgele yapıp denemeleri dışında, yayılan formda oluşturulan oyunda “öğrenme” için evrimleşen oyun modellerinin literatüründen yararlanılmıştır.

Tan ve Werlang, 1988 yılında kaleme aldıkları “Oyunların Çözüm Anlayışlarının Bayesyen Temeli” isimli makaleleri ile Nash denge düşüncesinin ötesine geçip, oyuncuların bilgileri konusundaki varsayımları tartışan yazarlar olmuşlardır.

1991 yılında D. Fudenberg, J. Tirole ve D. Kreps en başarılı oyun teorisine giriş çalışmalarını gerçekleştirmişlerdir. D. Fudenberg ve J. Tirole’nin, mükemmel Bayes Dengesi fikrinin tartışıldığı ve birçok oyun teorisi kavramını anlayabilmek için ansiklopedik ve kullanışlı bir referans olan “Mükemmel Bayes Dengesi ve Sıralı Denge” adlı çalışmaları 1991 yılında basılmıştır. D. Kreps’in 1991 yılında yazdığı “Mikro Ekonomik Teori Üzerine Dersler” adlı çalışmasında, oyun teorisiyle mikro ekonomik malzemenin tamamen entegre edilmiş olduğu lisans seviyesindeki ilk kitap olarak, oyun teorisinin amaçlarını mikro ekonominin temelleriyle ilişkilendirmiştir.

1992 yılında R. Aumann ve Segiu Hart tarafından “İktisadi Uygulamaya Yönelik Oyun Teorisinin El Kitabı” adlı çalışma hazırlanmıştır. Aynı yıl Binmore, Dixit, Nalebuff ve Gibbons isimli yazarlar bir çok genel ekonomik problem üzerine oyun teorisi uygulanmasına odaklanmışlardır.

2004 yılında Nobel ekonomi ödülü alan F. Kydland ve E. Prescott, zaman tutarsızlığı problemi ile oyun teorisi arasındaki ilişki üzerinde çalışma yapmışlardır. Zaman tutarsızlığı kavramı, özel sektör ajanları parasal otoritelerin açıkladıkları kuralın takip edileceğini bekledikleri zaman, parasal otoritelerin kuraldan cayma eğilimlerini ifade etmektedir. Belirli bir oyuncu tarafından seçilen strateji, onun, diğer oyuncular tarafından izlenmesi muhtemel olan stratejileri algılamasına bağlı olacaktır. Dinamik bir oyunda her oyuncu, diğer oyuncular tarafından benimsenen stratejileri algılayışına bağlı olarak, kendi amaç fonksiyonunu belirleyecek ve bu fonksiyonu maksimize etmeye çalışacaktır. Hükümet ile özel sektör ajanları arasında oynanan oyunlar, işbirliksiz Stackelberg oyununun bir örneğidir. Stackelberg oyunları, bir lider oyuncunun olduğu ve diğer oyuncuların stratejilerini lideri izleyerek geliştirdikleri hiyerarşik yapıya sahip oyunlardır. Para politikası oyununda hükümet lider oyuncudur. Dolayısıyla hükümet kendi politikasını belirlediğinde, özel sektör ajanları, hükümet tarafından izlenecek olan bu stratejiyi algılayış biçimlerine göre kendi stratejilerini tayin edeceklerdir. Bir Stackelberg oyununda, lider açıkladığı politikaya ilişkin bir ön taahhütte bulunmadığı sürece, politika dinamik olarak tutarsız olacaktır. Çünkü bu durumda lider, diğer oyuncuları yanıltarak kendi kazancını arttırabilecektir. Özel sektör ajanlarının bu durumu algılamalarıyla birlikte zaman tutarlı denge ortaya çıkacaktır. Merkez Bankası düşük parasal büyüme politikası izleyeceğini ilan edip, açıklamaya inanan işçiler düşük ücret artış sözleşmesi imzalarsa ve Merkez Bankası sözünü tutmayıp yüksek parasal büyüme politikası izlerse ortaya yüksek enflasyonun ve işsizlik oranının doğal oranın altında olduğu zaman tutarsız denge çıkacaktır. Ancak rasyonel ajanlar para otoriteleri tarafından yanıltıldıklarını bir dönem sonra anladıkları zaman, ekonomide, işsizlik oranının doğal orana eşit olduğu ve enflasyonun bir önceki döneme göre yüksek seyrettiği zaman tutarlı denge ortaya çıkacaktır. Zaman tutarsızlığı probleminin ortaya çıkmasını engellemek için, para politikasının önceden açıklanan bir kurala bağlı olarak uygulanacağının, legal düzenlemeler veya diğer prosedürlerle taahhüt edilmesi, Merkez Bankası'nın politik baskılara karşı kendini koruyabilmesi için bağımsız olması ve fiyat istikrarının sürdürülebilmesi için de gerekli olan mali disiplinin varolması gerekmektedir.[13]

---

[13] Funda Erdoğan, **Para Politikasının Zaman Tutarsızlığı Problemi**, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu Yayını, 1997, s.46.

2005 yılında Nobel ekonomi ödülü, ekonomik işbirliği ve çatışma konularına oyun teorisi kapsamında getirdikleri açıklamadan ötürü, R. Aumann ve Thomas Schelling'e verildi. Aumann, sonsuza uzanan tekrarlı oyunlar çerçevesinde uzun vadeli işbirliğine dayanan ilişkilerin ortaya çıkaracağı faydalardan bahsetmiştir. Kaynakları ortakça kullanmayı bilen toplulukların daha kârlı duruma geçtiklerini belirtmiştir. Uluslar arası ticaret anlaşmalarının önemine değinmiştir. Schelling ise 1950'lerdeki nükleer tırmanma sürecinde, "Çatışmanın Stratejisi" adlı kitabıyla dikkatleri çekmiştir. Bu kitapta Schelling, bir tarafın kendi durumunu diğer seçeneklerini ortadan kaldırarak güçlendirebileceğini belirtmiştir. Karşı tarafa hücum kapasitesinin bir saldırıya karşı direnme yeteneğinden, yahut belli olmayan bir hücumun bilinen bir hücumdan çok daha etkin olduğu analizlerde gösterilmiştir.[14]

Gittikçe gelişen, dallanıp budaklanan oyunlar teorisi, ekonomi bilimi için olduğu kadar, hukuk, işletme, politika, uluslar arası ilişkiler ve hatta biyoloji gibi bilimler için de vazgeçilmez bir matematiksel araç olmuştur.[15] Ekonomide, özellikle de endüstriyel organizasyon alanında teorik gelişmelere yol açıp yön vermiştir. Oyun teorisi aynı zamanda stratejik karşılaşmaların incelenmesinde standart bir dil haline gelmiştir.

1.2. OYUNLARIN YAPISI

İnsanlık tarihine bakıldığında, grupların ya da bireylerin karşılıklı olarak birbirlerinin davranışlarından etkilendiği, çatışmaların ve işbirliklerinin varolduğu bir tarihle karşı karşıya kalınır. Oyun teorisi, oyun formları ile örtüşen, çatışmanın ve işbirliğinin olduğu durumların mantıksal analizlerini oluşturmaktadır.

Ne zaman ki, bir grup içindeki bir kişinin kaderi kendi davranışlarına bağlı olmakla birlikte, grubun diğer üyelerinin de hareket ve davranışlarına

[14] Hurşit Güneş, "2005 Nobel Ekonomi Ödülü", 2005, http://www.milliyet.com.tr/haber (20 Mart 2006)
[15] Douglas G. Baird and Robert H. Gertner, **Game Theory and the Law**, Chicago: University of Chicago Press, 1996, s.5.

bağlı olursa, grup mensupları arasında karşılıklı olarak bir oyun oynanır. Grup içerisindeki bireylerin karar alma süreçleri, oyun teorisi kapsamında incelenir.

Her oyun, aşağıda belirtilen dört maddelik kurallar seti çerçevesinde oynanır.

1) Oyuncu sayısı, bir oyunun kaç kişi arasında oynandığını belirtir. Bir oyuncu gerçek kişi olabileceği gibi, şirket veya ulus hatta biyolojik tür gibi daha genel kavramlar da olabilir.

2) Oyunun stratejileri, oyuncuların her birinin, izlemek için seçebilecekleri hareketlere dayanan, muhtemel tüm seçenekleri içerir.

3) Her oyuncunun oyundaki seçimlerinin hangi sıra ya da düzene göre oluşturulup oynanacağı belirtilmelidir.

4) Oyunun sonucu, oyuncuların her birinin karşılıklı olarak seçecekleri stratejilerle belirlenir. Tercih edilen her stratejiye göre, her bir oyuncunun elde edebileceği bir ödül ya da kayıp mevcuttur.[16]

Her bir oyun yukarıdaki dört unsuru içermekle birlikte, nitelik ve nicelik yönünden farklılık gösterebilir. Satranç oyununda rakip oyuncunun taşlarının yeri, oyuncuların her ikisi tarafından da bilinir. Oysa briç ya da pokerde durum farklıdır ve her oyuncu yalnızca kendi elindeki kâğıtları bilir. Keza tenis oyununda bir oyuncunun topa nasıl vuracağı, rakip oyuncudan gelen topun durumuna, kendi yerine ve rakibin konumuna bağlı iken, golf de bir oyuncunun topa nasıl ve topu nereye vuracağı rakip oyuncunun davranışlarından bağımsızdır.

Oyunlar; oyuncuların sayısına, oyun sonucunda oyuncular tarafından elde edilen ödüle, oyuncuların oyun hakkındaki bilgilerinin durumuna ve oyuncular arasında bir anlaşma olup olmamasına göre farklılık gösterebilirler. Oyunları meydana getiren unsurlardaki farklılaşmalar, oyuncuların strateji seçimlerini de farklılaştırabilir. Bu farklılıklara dayanılarak oyun teorisi; bilgi

[16] Manfred Holler, **Einführung in die Spieltheorie**, Berlin: Springer Verlag, 2000, s.12.

düzeyine göre tam bilgili oyunlar ve eksik bilgili oyunlar, oyuncu sayısına göre iki kişilik oyunlar ve ikiden fazla kişili oyunlar, anlaşmalı olup olmamasına göre anlaşmalı oyunlar ve anlaşmasız oyunlar, ödül durumuna göre sıfır toplamlı oyunlar ve sıfır toplamlı olmayan oyunlar şeklindeki başlıklar altında analiz edilebilir.[17]

1.3. OYUNLARIN GÖSTERİM BİÇİMLERİ

Anlaşmasız oyunlar, her iki gösterim biçiminde de, hem yayılan formda hem de stratejik formda gösterilebilir. Her gösterim biçimi için de aşağıdaki varsayımlar geçerlidir.

1) Oyun teorisi, oyunun rasyonel oynanması ile ilgilidir. Rasyonel oyuncu, faydasını maksimize etmeye çalışan oyuncudur ve mümkün olan en büyük ödülü elde edecek şekilde oyunu bitirmeyi arzu eder. Buna bağlı olarak, rasyonel bir oyuncu, diğer rasyonel oyuncuların sonuca ulaşma yöntemlerini de bilir. Her bir oyuncu, diğer oyuncuların kendi sonuçlarına en iyi şekilde gideceklerini varsayarak, kendi sonucunu en iyi şekilde analiz eder. Rasyonel oyun oynama, rasyonel oyuncuları varsayar. Rasyonel oyuncular, tam bilgiye sahip olabilirler ve sübjektif olasılık dağılımlarını kullanarak, karşılaşabilecekleri tüm belirsizlikleri sayısallaştırabilirler. Ayrıca bu dağılımlara dayanarak faydalarını maksimize ederler. Bu özel olasılıkların tamamı ortak bilgidir.

2) Tam bilgi, oyuncuların bazı bilgilerin tamamına sahip olduğunun varsayımıdır. Her oyuncunun; oyuncu setini, bütün oyuncuların mevcut hareketlerini ve bu hareketleri tercih olasılıklarını, bütün oyuncular tarafından seçilen stratejilerin sonunda bütün oyuncuların elde edeceği olası ödülleri, oyunun kurallarını ve bu bilgilerin hepsinin ortak bilgi olduğunu bildiği varsayılır. Bu bilgilerden bir ya da birkaçını, oyunculardan biri ya da daha fazla oyuncu bilmezse, oyunda eksik bilgi sözkonusudur.

[17] Scott Bierman, **Game Theory with Economic Applications**, New Jersey: Prentice-Hall, 1999, s.15.

3) Ortak bilgi, oyuncuların hepsinin bildiği kurallara atıf yapar. Oyuncuların hepsinin bu bilgiye sahip olduğu, her oyuncu tarafından bilinir. Tam bilginin söz konusu olduğu oyunlar, her oyuncunun oyunun ve ödüllerin yapısını bilmeleri ve her birinin, diğerlerinin de bu bilgilere sahip olduğunu bilmeleri ile nitelendirilmektedir. Fakat, içinde tam bilginin ortak bilgi olduğu oyunlarla, diğer oyuncuların bu bilgilere sahip olup olmadığının oyuncuların hepsi ya da birkaçı tarafından bilinmediği tam bilginin söz konusu olduğu oyunlar arasında, düşünsel ve kavramsal önemli ayrımlar vardır.[18]

1.3.1. Yayılan Biçim

Bir oyunun yayılan biçimde, bir ağaç formunda oluşturulması metodu, işbirliksiz oyunların gösteriminde kullanılabilmektedir. Yayılan biçimde gösterilen bir oyunda, oyuncuların seçebilecekleri hareketlerin zamanlaması ve onların bu seçimi yaparken, sahip oldukları bilgiler ön plana çıkar.

Oyun stratejik biçimde gösteriliyorsa, oyuncular kararlarını eş anlı olarak alırlar ve bu kararlarının sonucunda, oyunun ödüllerine ulaşırlar. Ancak bir çok durumda, artarda sıralanmış bir seri karar alınır ve ödüllere bu kararların sonucunda ulaşılır. Örneğin, üretimi gerçekleştirme esnasında, ürün, bir seri artarda gelen hareketlerin izlenmesiyle oluşur. Üretici, karar almanın her adımında, çeşitli alternatif üretim süreçlerini kullanmak için karar verecektir. Bir kişinin işini veya kariyerini oluşturmadan önce, onu sonuca götürecek bir seri karar alması gerekmektedir. Benzer şekilde, yaşam döneminin kapsandığı finansal plan, bir kişinin yaşam süresinin çeşitli noktalarında, artarda alınacak kararlar yoluyla yapılır. Birbirinin ardı sıra sıralanmış kararlar vasıtasıyla ortaya çıkan sonuçların gösteriminde, grafiksel yöntem temel rol oynar. Yine bir çok durumda sonuç, yalnızca kişisel olarak artarda alınan kararlara bağlı olmayıp, diğer kişilerin de artarda oluşturdukları kararlara bağlı olabilir. Kısaca denilebilir ki, oyun, oyuncuların kararlarını, eş anlı olarak değil de, artarda oluşturmak zorunda oldukları biçimde olabilir ve

[18] Peter Morris, **Oyun Teorisine Giriş**, çev. Ali Seden, İstanbul: İnkılap Kitapevi, 1996, ss.20-21

oyuncuların ardarda aldıkları kararlara göre sonuçlanabilir. Bu gibi oyunların gösteriminde grafiksel metot yaygın biçimde kullanılır.

Oyun teorisinde, yayılan biçimdeki oyunlar modeller halinde oluşturulurken, iki tip hareket kullanılmıştır. Bunlardan ilki, oyuncunun serbest kararlarından başka hiçbir şeye bağlı olmayan personel hareketidir. Şans hareketi olarak adlandırılan ikinci tip hareket ise, oyuncunun kendi sonuçlarını, bazı mekanik unsurlara bağlı olarak, belirli bir olasılıkla, tesadüfen oluşturan bir seçimdir. Her kişisel hareket oyuncu kararı ile tayin edildiği için, hareketin hangi oyuncuya ait olduğu belirtilmelidir.

Herhangi bir oyunun kuralları; kimin, ne zaman, neyi yapabileceğinin ifade edildiği, oyuna ait iyi tanımlanmış bir grup hareketi ve oyun bittiği zaman kimin ne kadar elde edeceğini belirtmelidir. Oyun teorisinde bu özellikleri taşıyan yapı, bir ağaç olarak adlandırılır ve uygulamalı matematikte özel bir grafik örneğidir. Bu yaklaşıma göre oluşturulmuş bir grafik, oklarla birbirine bağlanmış bir grup karar noktasından oluşur. Yayılan biçimde modellendirilmiş bir oyunun grafiği, daire şeklinde kapalı olmamalıdır.

Yayılan biçimde gösterilmiş bir oyunun ilk hareketinin ayırıcı bir özelliği vardır. Oyun boş bir karar noktasından başlar. Karar noktasındaki düğümün boş olması, bir şans nesnesinin içerildiğini belirtmek açısından da kullanılmaktadır. Boş düğüm, oyuna başlayan oyuncuyu gösterir. Kimi zaman bu başlangıç karar noktası ağacın kökü şeklinde de adlandırılır.

Bir oyunun bir el oynanması; oyunun yayılan biçimde sunulmasında, başlangıç karar noktasından oyunun sonuna götüren okların zincirleme olarak bağlanmasından oluşur. Oyunun bu biçimde gösteriminde, oyun bitimine götüren hareketin başladığı karar noktaları “terminal düğümü” olarak adlandırılır. Her bir ok, bir karar noktasından çıkar ve çıktığı karar noktası oyunculardan yalnızca birine aittir. Bu oklar, oyuncunun bulunduğu karar noktasındaki, oyuncuya ait mümkün hareketleri göstermektedirler. Karar noktalarından her birine yalnızca bir ok ile ulaşılır. Bir karar düğümünün yalnızca bir atası vardır ve kendinden hemen önceki diğer oyuncunun farklı iki hareketi ile aynı karar noktasına varılamaz. Bir karar noktasından çıkan ok sayısı, ait olduğu oyuncunun o noktada yapabileceği olası hareketlerin sayısına eşittir. Her bir ok, terminal noktasından çıkan hariç, başka bir karar noktası ile sonuçlanır. Gelinen karar noktası diğer oyuncunun karar noktasıdır ve oyun sırasının hangi oyuncuya ait olduğunu göstermektedir. Oyun sonuçlandığı zaman oklar yalnızca ödül setini gösterir. Herhangi bir karar noktasından geri dönmeye karar verilirse, oyunun başlangıç noktasına tek bir geri dönüş yolu vardır ve bu yol izlendiğinde başlangıç karar düğümüne ulaşılır.

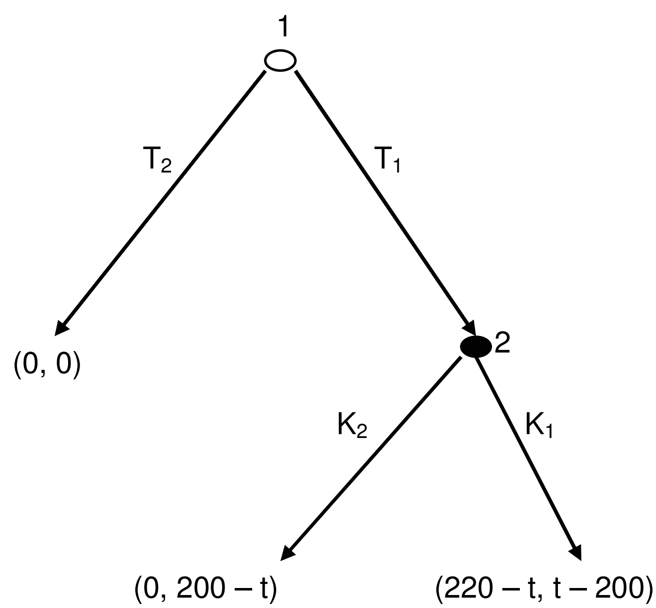
Oyunların yayılan biçimde gösterilmesine çeşitli örnekler verilebilir. Aşağıdaki kısımda belirtilecek olan ilk örnekte iki oyuncu vardır. Birinci oyuncu bir yatırımcı, diğer oyuncu bir firmadır. Oyun, firma ele geçirme oyunudur. Böyle bir durum en iyi şekilde, yatırımcının hareketini ilk aşamada oluşturduğu, firma yönetiminin de ikinci aşamada cevap verdiği bir oyun olarak analiz edilir. Bu oyunda oyuncular eş anlı değil, iki aşamada hareket ederler. Aşamalar halinde oynanan oyunlar, çeşitli adlar altında anılabilmektedirler. Ardışık oyunlar veya çok aşamalı oyunlar ya da yayılan biçimdeki oyunlar olarak isimlendirilebilirler. Oyunların bu tür gösteriminde önemli bir nokta da, oyuncuların seçimlerini oluştururken sahip oldukları bilginin ne kadar olduğuyla ilgili olarak, bilginin kusursuz olduğu ardışık oyunlar ile bilginin kusurlu olduğu ardışık oyunlar arasında bazı farklılıkların olmasıdır.

Örnek: Firma ele geçirme oyunu, iki kişilik bir oyundur ve birinci oyuncu yatırımcı, ikinci oyuncu firmadır.[19] Firmanın hisselerinin cari değeri 200 dolardır. Yatırımcı, firmayı ele geçirebilir ise, yeni yönetim koşulları altında şirketin her bir hissesi 220 dolar değerinde olacaktır. Yatırımcı, firmanın toplam hisselerinin % 51'ini satın alma yoluyla firmayı ele geçirebilmek için, hisse başı, 200 dolardan büyük bir t değeri teklif edebilir.

[19] Andrew Buck, "Extensive Form Games", An Introduction to Game Theory with Economic Applications, 1992, http://courses.temple.edu/economics/lecture8.htm (24 Mayıs 2006)

Yatırımcı, hisse başına 200 dolardan daha yüksek bir teklifi firmaya önerirse, firma bu teklifi kabul edebilir ve her bir hissesini t dolardan satar ya da reddederek hisseleri elinde tutmayı sürdürebilir. Firma, yatırımcının teklifini kabul ederse, hisse başı (t – 200) dolar kazanç elde edebilir. Yatırımcı ise yeni yönetim koşullarında, hisselerin değerini 220 dolara yükselttikten sonra, (220 – t) dolar kadar kâr elde edebilir. Firma yapılan teklifi kabul etmeyip reddederse, hisselerini elinde tutmayı sürdüreceği için, hisse başı (200 – t) dolar bir kayıpla karşı karşıya kalacaktır. Bu pozisyonda yatırımcının kazancı sıfır olacaktır. Yatırımcının bu oyunda iki seçeneği vardır. Birincisi, T_1 ile gösterilen teklif etmek, ikincisi ise T_2 ile gösterilen teklif etmemek stratejileridir. İkinci oyuncu olan firmanın da iki seçeneği vardır. Birincisi, K_1 ile gösterilen, yapılan teklifi kabul etmek, ikincisi ise K_2 ile gösterilen, yapılan teklifi kabul etmemek stratejileridir. Oyunun bitiminde elde edilecek ödüller, sırasıyla, birinci ve ikinci oyuncunun ödüllerini göstermektedir.

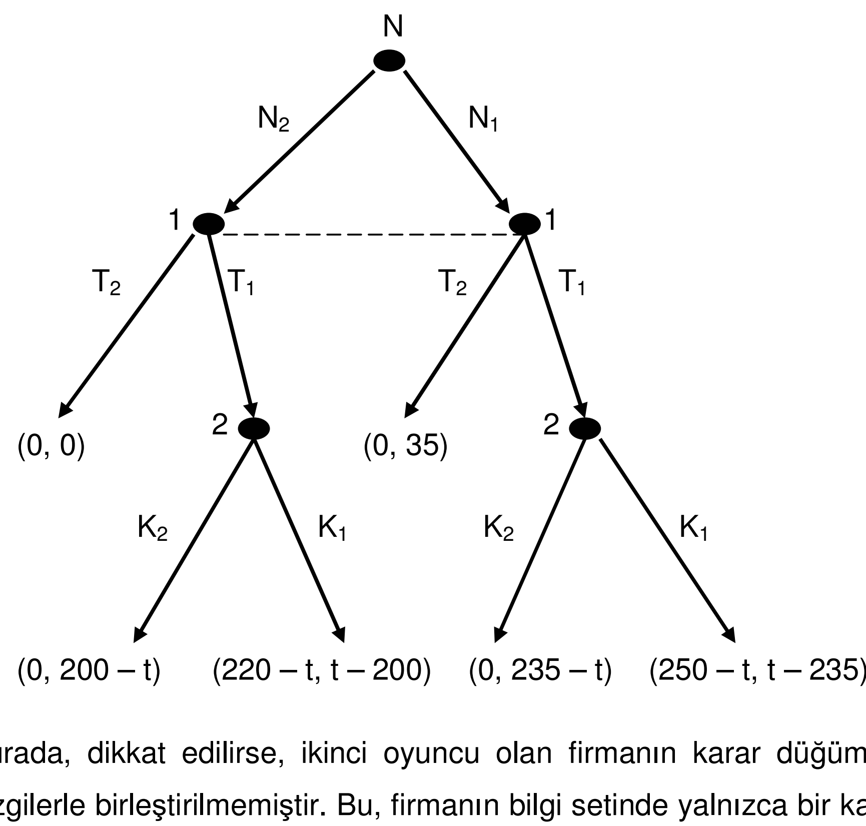
Şekil 1. Firma Ele Geçirme Oyununun Yayılan Formda Gösterimi



<u>Örnek</u>: Yukarıda açıklanan şirket ele geçirme oyununun daha farklı bir versiyonu oluşturulmaktadır. Şimdi, firmanın, hisselerin değerini mevcut yönetim altında 235 dolara ve yatırımcının yönetimi altında 250 dolara yükseltecek, geliştirilme aşamasında bir projesinin olduğu bilinmektedir.

Değiştirilen oyunda, yatırımcı teklifini, firmanın bu proje konusunda başarılı olup olmayacağını bilmeden verecektir. Oyun, yeni durumda, üç kişilik bir oyun olarak tanımlanacaktır ve yeni oyuncu N'nin seçebileceği iki seçenek vardır. Birincisi, N_1 ile gösterilen projeyi başarmak, ikincisi ise, N_2 ile gösterilen projeyi başaramamak stratejileridir. Dikkat edilecek olursa, yeni oyuncu N_1 ya da N_2 seçeneklerinden birini karar verip seçtikten sonra, birinci oyuncunun iki karar noktası vardır ve biri diğerine kesikli çizgilerle bağlanmış durumdadır. Aynı oyuncuya ait karar düğümlerinin kesikli çizgilerle birleştirilmesi ile, söz konusu oyuncunun "bilgi seti" oluşturulur. Bilgi seti, birinci oyuncunun, T_1 veya T_2 kararını alıyorken, bu karar düğümlerinden hangisinin üzerinde olduğunu bilmediği bir durumu ifade etmektedir. Çünkü, birinci oyuncu olan yatırımcı, oyuncu N'nin seçtiği stratejiyi bilmemektedir. Oysa ikinci oyuncu olan firma, birinci oyuncu olan yatırımcının önerisini kabul edip etmeyeceğine karar verirken, projenin sonucunu bilmektedir.

Şekil 2. Kusurlu Bilginin Olduğu Oyunun Yayılan Formda Gösterimi



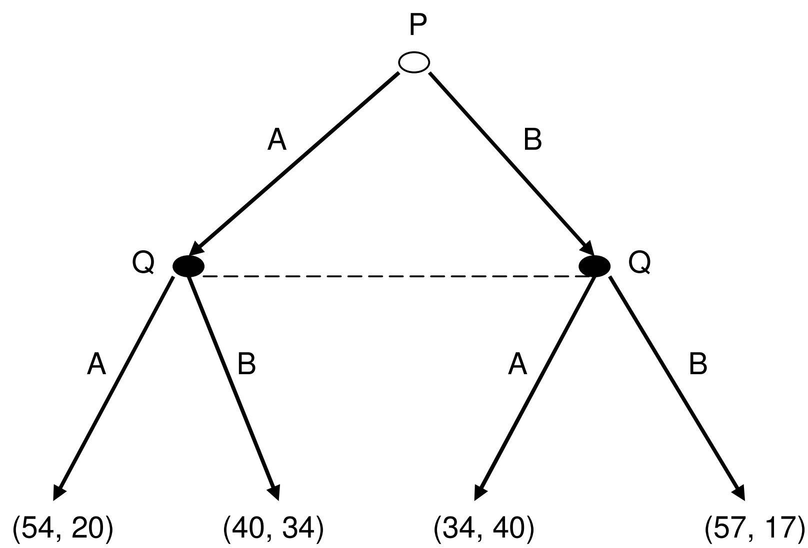
Burada, dikkat edilirse, ikinci oyuncu olan firmanın karar düğümleri kesikli çizgilerle birleştirilmemiştir. Bu, firmanın bilgi setinde yalnızca bir karar düğümü olduğu anlamına gelmektedir. Birinci oyuncu olan yatırımcının bilgi seti, birden daha fazla karar düğümü içerdiği için, yeni oyun, "kusurlu bilginin" söz konusu olduğu bir oyun durumundadır. Oyuncuların her birinin karar noktalarını içeren bilgi setleri, yalnızca bir adet karar düğümü içerir ise, bu oyunlar, "kusursuz bilgili oyunlar" olarak adlandırılır.

Bu oyunda, oyuncu N, N_1 ile gösterilen projenin başarılı olması stratejisini seçerse; birinci oyuncu olan yatırımcı, projenin başarılı olacağını doğru tahmin ederek, T_1 ile gösterilen her hisse başına t tutarında bir teklifi ikinci oyuncu olan firmaya götürürse ve ikinci oyuncu olan firma da, K_1 ile gösterilen bu teklifi kabul etme stratejisini oynarsa, firma hisse başı (t – 235) dolar kazanacaktır. Bu durumda, birinci oyuncu olan yatırımcının hisse başına kazancı, (250 – t) dolar olmaktadır. Firma, yatırımcının T_1 ile gösterilen teklifini, K_2 stratejisini oynayarak kabul etmezse, her bir hisseyi elinde tutmaya devam edeceği için, hisse başı (235 – t) dolar kaybedecektir. Teklifi, firma tarafından kabul edilmeyen yatırımcının durumu, ne kâr ne zarar yani sıfır olacaktır. Eğer proje başarılı olmazsa, yatırımcı projenin başarılı olacağını düşünerek t dolarlık teklifi yaparsa ve firma bu teklifi kabul ederse, bu durum, firmanın hisse başı (t – 200) dolar kazanması ve yatırımcının hisse başı (220 – t) dolar kaybetmesi ile son bulacaktır.

Örnek: A ve B bilgisayar satın almak isteyen iki firmadır. Firmalardan A, 40 adet bilgisayar, B ise 34 adet bilgisayar talep etmektedir. Halihazırda bu iki firmaya bilgisayarlarını satan, P isminde bir firma vardır. Q ise piyasaya girmek isteyen rakip şirketi göstermektedir. Her bir satıcı, yalnızca bir şirketi ziyaret edebilme imkânına sahiptir. Her iki satıcı firma da aynı şirketi ziyaret ederler ise, gidilen firmaya yapılan satışlar paylaşılırken, ziyaret edilmeyen firmaya yapılan satışların tamamını, P ismindeki satıcı firma karşılamaktadır. Satıcı firmalar, farklı şirketleri ziyaret ederler ise, her bir firma ziyaret ettiği firmanın talebini karşılamaktadır.

Her iki firma da A ismindeki aynı alıcı firmayı ziyaret ettiğinde, P adındaki satıcı firmanın toplam satışı 54 adet bilgisayar olmaktadır. Çünkü P firması, A firmasına yapılan satışların yarısını yani 20 adet bilgisayarı ve B adındaki diğer firmaya yapılan satışların tamamını yani 34 adet bilgisayarı karşılamaktadır. Q ismindeki firmanın toplam satışı ise, A firmasına yapılan toplam satışların yarısı yani 20 adet bilgisayar olmaktadır. Her iki satıcı firma da B ismindeki alıcı firmayı ziyaret ettiğinde, P adındaki satıcı firmanın toplam satışı 57 adet bilgisayar olmaktadır. Çünkü P firması, B firmasına yapılan satışların yarısını yani 17 adet bilgisayarı ve A adındaki diğer firmaya yapılan satışların tamamını yani 40 adet bilgisayarı karşılamaktadır. Q ismindeki firmanın toplam satışı ise, B firmasına yapılan toplam satışların yarısı yani 17 adet bilgisayar olmaktadır. Bu oyunun yayılan biçimde gösterimi aşağıda verilmektedir.

Şekil 3. Bilgisayar Satışı Oyununun Yayılan Formda Gösterimi



Bu oyunda, P ismindeki firma ilk hareket eden oyuncuyu belirtirken, diğer oyuncu Q, P'nin hangi alıcıyı ziyaret ettiğinden habersiz olarak kararını vermektedir. Oyuncu Q'nun bilgi seti iki karar düğümü içermektedir. Oyun, kusurlu bilgi kapsamaktadır.

1.3.2. Normal Biçim

Oyunların, normal biçim adıyla da anılmakta olan stratejik biçimde gösterimi, oyuncuların bireysel hareketlerini kısıtlamakla birlikte, dikkati, oyuncuların uygun bir bütünsellik içerisinde oluşturabilecekleri stratejilere çeker. Oyunların stratejik biçimde gösteriminde, her oyuncunun olası stratejileri ile onların stratejilerinin karşılıklı olarak kesişimlerinden elde edilecek ödüller gösterilir. Her yayılan biçimde gösterime denk düşen, stratejik biçimde bir gösterim vardır.

Örnek: K ve L hazır mutfak dolabı satın almak isteyen iki inşaat firmasıdır. Firmalardan K, 100 adet, L ise 96 adet hazır mutfak dolabı talep etmektedir. Piyasada, hazır mutfak dolabı üreten M ve N isminde iki rakip firma vardır. Her bir üretici firma, yalnızca bir şirketi ziyaret edebilme imkânına sahiptir. Her iki üretici firma da aynı şirketi ziyaret ederler ise, gidilen firmaya yapılan satışlar paylaşılırken, ziyaret edilmeyen firmaya yapılan satışların tamamı, o firma ile yakın iş ilişkisi içerisinde bulunan üretici firma tarafından karşılanmaktadır. Üretici firmalar, farklı şirketleri ziyaret ederler ise, her bir firma ziyaret ettiği şirketin talebini karşılamaktadır.

Her iki firma da K isminde aynı alıcı firmayı ziyaret ettiğinde, M adındaki üretici firmanın toplam satışı 146 adet hazır mutfak dolabı olmaktadır. Çünkü M firması, K firmasına yapılan satışların yarısını yani 50 adet hazır mutfak dolabını ve aralarındaki iyi iş ilişkisinden dolayı L adındaki diğer firmaya yapılan satışların tamamını yani 96 adet hazır mutfak dolabını karşılamaktadır. N ismindeki firmanın toplam satışı ise, K firmasına yapılan toplam satışların yarısı yani 50 adet hazır mutfak dolabı olmaktadır. Her iki üretici firma da L ismindeki alıcı firmayı ziyaret ettiğinde, N adındaki üretici firmanın toplam satışı 148 adet hazır mutfak dolabı olmaktadır. Çünkü N firması, L firmasına yapılan satışların yarısını yani 48 adet hazır mutfak dolabını ve aralarındaki iyi iş ilişkisinden dolayı K adındaki diğer firmaya yapılan satışların tamamını yani 100 adet hazır mutfak dolabını karşılamaktadır. M ismindeki firmanın toplam satışı ise, L firmasına yapılan toplam satışların yarısı yani 48 adet hazır mutfak dolabı olmaktadır.

Oyun, iki kişilik sabit toplamlı bir oyundur. K ve L ismindeki alıcı firmaların toplam hazır mutfak talebi 196 adet olmaktadır. Stratejik formda oyunun oluşturulup gösterilmesinde, oyuncular oyun matrisinin satır ve sütununa göre yerleştirilir. Ayrıca, kendi isimlerinden başka, satır ve sütun oyuncuları olarak da anılırlar. Oyunda, her iki oyuncunun seçebileceği iki alternatif hareketten oluşan, rakip oyuncunun seçimine göre karşılıklı olarak her bir oyuncunun olası 4 stratejisi vardır. Oyuncuların, karşılıklı olarak seçeceği olası stratejilere göre elde edeceği ödüller, aşağıdaki oyun matrisinde gösterilmiştir.

Tablo 1. Mutfak Dolabı Satışı Oyununun Stratejik Formda Gösterimi

		N'nin satışları	
		K'yı ziyaret	L'yi ziyaret
M'nin satışları	K'yı ziyaret	(146, 50)	(100, 96)
	L'yi ziyaret	(96, 100)	(48, 148)

Üç kişilik bir oyunun stratejik biçimde gösterilme güçlüğü, oyunculardan herhangi birinin seçeneklerinden her birine göre, kalan iki oyuncunun stratejilerinin gösterildiği oyun matrisleri oluşturularak aşılmıştır. Oyuncu sayısı ve onların seçebilecekleri strateji sayısı daha fazla olduğu zaman sembolik gösterim tercih edilmektedir.

Örnek: Bu oyunda A, B ve C isimlerinde üç oyuncu vardır. Oyuncuların her birinin 4, 5 ve 6 olarak adlandırılan, üçer stratejileri mevcuttur. Oyunda, oyuncuların karşılıklı olarak seçecekleri stratejilerinin sonucunda elde edecekleri ödülleri, satır oyuncusu A'ya, sütun oyuncusu B'ye ve üçüncü oyuncu C'ye denk gelecek şekilde ödül matrisine yerleştirilmiştir.

Oyuncuların, seçecekleri stratejilerine göre ödüllerinin hesaplanmasında, oyuncular stratejilerden her birini birbirlerinden bağımsız olarak tercih etmektedirler. Daha sonra, oyuncular tarafından seçilen en küçük sayı 4 ile çarpılıp, çıkan sonuçtan, her oyuncunun strateji olarak seçtiği sayının değeri çıkarılarak, bütün oyuncuların ödülü hesaplanmaktadır.[20] Aşağıdaki kısımda, oyuncu C' nin strateji tercihlerine göre ödül matrisleri oluşturulup, oyuncu C'nin her bir seçiminin, oyuncu A ve B'nin strateji seçimleriyle karşılıklı etkileşimi sonucu elde edilecek olan ödüller hesaplanmaktadır.

Tablo 2. Oyuncu C nin Strateji 4 ü Tercihi Sonucundaki Ödül Matrisi

		Oyuncu B		
		4	5	6
	4	(12, 12, 12)	(12, 11, 12)	(12, 10, 12)
Oyuncu A	5	(11, 12, 12)	(11, 11, 12)	(11, 10, 12)
	6	(10, 12, 12)	(10, 11, 12)	(10, 10, 12)

Oyuncu A strateji 4'ü, oyuncu B strateji 4'ü ve oyuncu C de strateji 4'ü seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 4 = 12 birim, oyuncu B (4 x 4) – 4 = 12 birim ve oyuncu C de (4 x 4) – 4 = 12 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 4'ü, oyuncu B strateji 5'i ve oyuncu C strateji 4'ü seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 4 = 12 birim, oyuncu B (4 x 4) – 5 = 11 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 4 = 12 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 4'ü, oyuncu B strateji 6'yı ve oyuncu C strateji 4'ü seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 4 = 12 birim, oyuncu B (4 x 4) – 6 = 10 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 4 = 12 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 5'i, oyuncu B strateji 4'ü ve oyuncu C strateji 4'ü seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 5 = 11 birim, oyuncu B (4 x 4) – 4 = 12 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 4 = 12 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 5'i, oyuncu B strateji 5'i ve oyuncu C strateji 4'ü seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 5 = 11 birim, oyuncu B (4 x 4) – 5 = 11 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 4 = 12 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 5'i, oyuncu B strateji 6'yı ve oyuncu C strateji 4'ü seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 5 = 11 birim, oyuncu

[20] Ercan Enç, **Belirsizlik, Rekabet ve İktisadi Karar**, Ankara: İmaj Yayıncılık, 1996, s.62.

B (4 x 4) – 6 = 10 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 4 = 12 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 6'yı, oyuncu B strateji 4'ü ve oyuncu C strateji 4'ü seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 6 = 10 birim, oyuncu B (4 x 4) – 4 = 12 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 4 = 12 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 6'yı, oyuncu B strateji 5'i ve oyuncu C strateji 4'ü seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 6 = 10 birim, oyuncu B (4 x 4) – 5 = 11 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 4 = 12 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 6'yı, oyuncu B strateji 6'yı ve oyuncu C strateji 4'ü seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 6 = 10 birim, oyuncu B (4 x 4) – 6 = 10 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 4 = 12 birim ödül alacaklardır.

Tablo 3. Oyuncu C nin Strateji 5 i Tercihi Sonucundaki Ödül Matrisi

		Oyuncu B		
		4	5	6
	4	(12, 12, 11)	(12, 11, 11)	(12, 10, 11)
Oyuncu A	5	(11, 12, 11)	(15, 15, 15)	(15, 14, 15)
	6	(10, 12, 11)	(14, 15, 15)	(14, 14, 15)

Oyuncu A strateji 4'ü, oyuncu B strateji 4'ü ve oyuncu C strateji 5'i seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 4 = 12 birim, oyuncu B (4 x 4) – 4 = 12 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 5 = 11 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 4'ü, oyuncu B strateji 5'i ve oyuncu C strateji 5'i seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 4 = 12 birim, oyuncu B (4 x 4) – 5 = 11 birim, oyuncu C (4 x 4) – 5 = 11 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 4'ü, oyuncu B strateji 6'yı ve oyuncu C strateji 5'i seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 4 = 12 birim, oyuncu B (4 x 4) – 6 = 10 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 5 = 11 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 5'i, oyuncu B strateji 4'ü ve oyuncu C strateji 5'i seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 5 = 11 birim, oyuncu B (4 x 4) – 4 = 12 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 5 = 11 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 5'i, oyuncu B strateji 5'i ve oyuncu C de strateji 5'i seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 5) – 5 = 15 birim, oyuncu B (4 x 5) – 5 = 15 birim ve oyuncu C de (4 x 5) – 5 = 15 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 5'i, oyuncu B strateji 6'yı ve oyuncu C strateji 5'i seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 5) – 5 = 15 birim, oyuncu B (4 x 5) – 6 = 14 birim ve oyuncu C (4 x 5) – 5 = 15 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 6'yı, oyuncu B strateji 4'ü ve oyuncu C strateji 5'i seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 6 = 10 birim, oyuncu B (4 x 4) – 4 = 12 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 5 = 11 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 6'yı, oyuncu B strateji 5'i ve oyuncu C strateji 5'i seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 5) – 6 = 14 birim, oyuncu B (4 x 5) – 5 = 15 birim ve oyuncu C (4 x 5) – 5 = 15 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 6'yı, oyuncu B strateji 6'yı ve oyuncu C strateji 5'i seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 5) – 6 = 14 birim, oyuncu B (4 x 5) – 6 = 14 birim ve oyuncu C (4 x 5) – 5 = 15 birim ödül alacaklardır.

Tablo 4. Oyuncu C nin Strateji 6 yı Tercihi Sonucundaki Ödül Matrisi

		Oyuncu B		
		4	5	6
	4	(12, 12, 10)	(12, 11, 10)	(12, 10, 10)
Oyuncu A	5	(11, 12, 10)	(15, 15, 14)	(15, 14, 14)
	6	(10, 12, 10)	(14, 15, 14)	(18, 18, 18)

Oyuncu A strateji 4'ü, oyuncu B strateji 4'ü ve oyuncu C strateji 6'yı seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 4 = 12 birim, oyuncu B (4 x 4) – 4 = 12 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 6 = 10 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 4'ü, oyuncu B strateji 5'i ve oyuncu C strateji 6'yı seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 4 = 12 birim, oyuncu B (4 x 4) – 5 = 11 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 6 = 10 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 4'ü, oyuncu B strateji 6'yı ve oyuncu C strateji 6'yı seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 4 = 12 birim, oyuncu B (4 x 4) – 6 = 10 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 6 = 10 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 5'i, oyuncu B strateji 4'ü ve oyuncu C strateji 6'yı seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 5 = 11 birim, oyuncu B (4 x 4) – 4 = 12 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 6 = 10 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 5'i, oyuncu B strateji 5'i ve oyuncu C strateji 6'yı seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 5) – 5 = 15 birim, oyuncu B (4 x 5) – 5 = 15 birim ve oyuncu C (4 x 5) – 6 = 14 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 5'i, oyuncu B strateji 6'yı ve oyuncu C strateji 6'yı seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 5) – 5 = 15 birim, oyuncu B (4 x 5) – 6 = 14 birim ve oyuncu C (4 x 5) – 6 = 14 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 6'yı, oyuncu B strateji 4'ü ve oyuncu C strateji 6'yı seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 4) – 6 = 10 birim, oyuncu B (4 x 4) – 4 = 12 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 6 = 10 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 6'yı, oyuncu B strateji 5'i ve oyuncu C strateji 6'yı seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 5) – 6 = 14 birim, oyuncu B (4 x 5) – 5 = 15 birim ve oyuncu C (4 x 5) – 6 = 14 birim ödül alacaklardır. Oyuncu A strateji 6'yı, oyuncu B strateji 6'yı ve oyuncu C de strateji 6'yı seçtiği zaman; oyuncu A (4 x 6) – 6 = 18 birim, oyuncu B (4 x 6) – 6 = 18 birim ve oyuncu C de (4 x 6) – 6 = 18 birim ödül alacaklardır.

Bu oyun sabit toplamlı bir oyun değildir. Oyuncuların hepsi strateji 6'yı seçerlerse, her biri (4 x 6) – 6 = 18 birim ödül alır ve ödülleri toplamı 54 birim olur. Oyuncuların hepsi strateji 4'ü seçerlerse, her biri (4 x 4) – 4 = 12 birim ödül alır ve ödülleri toplamı 36 birim olur. Oyuncuların hepsi strateji 5'i seçerlerse; her biri (4 x 5) – 5 = 15 birim ödül alır ve ödülleri toplamı 45 birim olur. Oyuncu A strateji 6'yı, oyuncu B strateji 4'ü ve oyuncu C strateji 5'i seçerse; oyuncu A (4 x 4) – 6 = 10 birim, oyuncu B (4 x 4) – 4 = 12 birim ve oyuncu C (4 x 4) – 5 = 11 birim ödül alır ve oyuncuların ödülleri toplamı 33 birim olur.

1.4. OYUN PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

Bu tez çalışması, işbirliksiz oyun çözümleriyle sınırlandırılmıştır. Oyun teorisi içinde yer alan, çıkar çatışmalarının ve karşılıklı etkilenmenin olduğu işbirliksiz oyunların analiz ve çözüm metotları, iki kişilik sıfır toplamlı ve değişken toplamlı oyunlar için oluşturulmuştur. İki kişilik anlaşmasız oyun olmakla birlikte problemin çözümü, oyun sonunda oyuncuların strateji seçimlerine bağlı olarak ödüllerinin sıfır toplamlı veya değişken toplamlı olmasına göre farklılık göstermektedir.

1.4.1. İki Kişilik Sıfır Toplamlı Oyunlar

Oyunların analizinde ve sınıflandırılmasında oyundaki oyuncuların sayısı önemli kriterlerden birisidir. Bir başka kriter de, oyunun sonunda ortaya çıkacak duruma göre, ödüllerdir. Eğer iki kişi arasında oynanmış ise, poker oyununda elin bitiminde ortaya konan varlık el değiştirir. Sıfır toplamlı iki kişilik oyunlarda, bir oyuncunun kazancını diğer oyuncunun kaybı oluşturur. Yani A ismindeki oyuncunun kazancı, B adındaki diğer oyuncunun kaybına eşittir.

Satranç, briç ve poker, iki oyuncu arasında oynandığı zaman sıfır toplamlı ve oyuncular arasında çıkar çatışmalarının güçlü olduğu oyun örneklerindendir. Oyun teorisi, bu tür oyunların çalışılmasından çıkarılmış ve genelleştirilmiş sonuçları içeren soyutlamalardan oluşmaktadır. Buna bağlı olarak adını oyundan almıştır. Oyun teorisi, oyuncuların oyunları nasıl rasyonel oynayacaklarının çalışmasını kapsayan, genel bir teoridir.

Örnek: İki kişilik sıfır toplamlı oyun, A ve B oyuncuları arasında oynanmaktadır. Oyunda, her bir oyuncu 3 stratejiye sahip olmakta ayrıca oyuncuların karşılıklı olarak seçeceği her strateji kombinasyonuna denk gelecek 9 farklı sonuç yer almaktadır.

Tablo 5. İki Kişilik Sıfır Toplamlı Oyunun Sonuç Matrisi

		Oyuncu B		
		B_1	B_2	B_3
	A_1	(8, -8)	(-2, 2)	(-9, 9)
Oyuncu A	A_2	(5, -5)	(4, -4)	(6, -6)
	A_3	(-4, 4)	(3, -3)	(21, -21)

Bu oyunda, oyuncu A'nın ve B'nin seçeceği her bir strateji kombinasyonu ile örtüşen ödüllerin her birinin toplamı sıfıra eşittir. Oyuncu A ne kazanırsa, rakibi olan oyuncu B o miktarı kaybetmektedir. Yahut oyuncu B ne kazanırsa, rakibi olan oyuncu A o miktarı kaybetmektedir. Oyuncu A'nın ve B'nin çıkarları tam olarak çatışır durumdadır.

İki kişilik sıfır toplamlı oyunların oluşturulmasında, oyunculardan birinin ödüllerini kaydetmek yeterlidir. Diğer oyuncunun ödülleri, kaydedilen sayıların ters işaretlileridir. Genel eğilim, satır oyuncusunun ödüllerini kaydetmek şeklindedir. Aşağıdaki oyun matrisinde yalnızca oyuncu A'nın ödülleri vardır.

Tablo 6. Tek Oyuncunun Ödüllerinin Olduğu Sonuç Matrisi

		Oyuncu B		
		B_1	B_2	B_3
	A_1	8	-2	-9
Oyuncu A	A_2	5	4	6
	A_3	-4	3	21

Oyuncu B'nin ödüllerinin silinmesiyle elde edilen yeni oyun matrisinde, oyuncu A değeri en büyük ödülü, rakibi olan oyuncu B ise tersine değeri en küçük olan ödülü istemektedir. Oyunculardan her biri kendi ödülünü maksimum kılmayı arzulamaktadır. Oyuncu A'nın, oyun matrisinde elde edebileceği en büyük ödül 21 olduğu için, rakibi olan oyuncu B'nin B_3 stratejisini seçeceğini umut ederek, bu ödüle denk düşen A_3 stratejisini seçtiği varsayılabilir. Fakat rakibi bunu yapacağını bilir ya da tahmin ederse, B_1 stratejisini oynar ve oyuncu A'nın elde edeceği ödül –4 olur. Diğer yandan oyuncu A, rakibinin böyle davranabileceğini öngörerek A_1 stratejisini seçer ve elde edeceği ödül 8 olur. Rakibi de bunu öngörerek B_3 stratejisini seçmelidir. Bu çıkarsama sürdürülürse, oyuncu A'nın A_3 stratejisini seçmesinin daha doğru olacağı ortaya çıkar ve uslamlama karşılıklı olarak devam eder. Oyuncu A elde edeceği ödülü maksimum kılmaya çalışırken, oyuncu A'nın kazancı rakibinin kaybı olduğu için, rakip durumdaki oyuncu B stratejisini seçerken kaybını minimize etmeye çalışmaktadır.

Oyuncu A, rakibinin seçeceği stratejiyi bilmediğine göre, hangi stratejiyi seçeceğine nasıl karar vereceği önemli bir meseledir. Oyun teorisine göre oyuncuların hepsi akıllıdır, uzak görüşlüdür, rasyoneldir ve kendi kazançlarını maksimize etmeyi amaçlamaktadır. Oyun teorisi bu kabullere dayanarak, karar alma süreçlerinde uygulanan çeşitli yöntemleri, farklı psikolojik kriterlere göre geliştirmiştir.

1.4.1.1. Tam Strateji Yöntemi

Oyun teorisinde denge noktalarının durumuna göre çeşitli strateji tiplerinden bahsedilir. Oyunda bir tek denge noktası varsa hamle sayısı ne olursa olsun oyuncular bütün oyun boyunca tek bir strateji kullanacaklardır. Oyuncuların kullandığı bu tek stratejiye "tam strateji" adı verilmektedir. Tek dengenin varolduğu oyunlara uygulanabilen tam strateji yöntemi, tepe noktası yaklaşımını içine alır.

1.4.1.1.1. Tepe Noktası Yaklaşımı

Tepe noktası yaklaşımı; oyuncuların, rakiplerinin mevcut stratejik alternatiflerinin arasından hangi stratejiyi seçeceklerini bilmedikleri, bu konuda oyuncular açısından bir belirsizliğin olduğu durumlarda, oyunun değerinin belirlenmesinde kullanılan bir çözüm yöntemidir.

Yukarıda gösterilen iki kişilik sıfır toplamlı oyun matrisine göre, oyuncu B strateji seçimini yaparken kaybını minimize etmeye, oyuncu A ise kazancını maksimize etmeye çalışmaktadır. Oyuncu A'nın amacının, elde edebileceği ödülü maksimize etmek olduğunu bilen oyuncu B, strateji seçimlerine bağlı olarak kaybedebileceği maksimum ödülleri bulmak ister.

Bunlar oyun matrisinin sütun maksimumlarıdır. Oyuncu A da rakibinin niyetinin, kendisinin elde edeceği ödülü minimize etmek olduğunu bilmektedir. Böylece satır minimumları bulunur ve oyuncu A için garantilenmiş, en yüksek ödül ile örtüşen strateji tayin edilebilir. Kısaca denilebilir ki; satır minimumları, satır oyuncusunun strateji seçimlerine bağlı olarak kendisi için ortaya çıkabilecek en kötü durumu, sütun maksimumları ise sütun oyuncusunun strateji seçimlerine bağlı olarak başına gelebilecek en kötü durumu gösterir.

Tepe noktası yaklaşımı; satır oyuncusu açısından maximin, sütun oyuncusu açısından minimax prensiplerinin birlikte uygulandığı bir çözüm yöntemidir. Maximin ifadesi, her bir satırın minimum değerleri içerisindeki en büyük ödülü ifade etmektedir. Yani satır oyuncusu açısından maximin prensibi, rakibi olan sütun oyuncusu hangi stratejisini oynarsa oynasın, satır oyuncusunun kazancını bu değerin altına düşüremeyeceğinin belirtildiği, maximin değerini garanti eden bir seçimin ifade edildiği bir yöntemdir. Minimax ifadesi, her bir sütunun maksimum değerleri içerisindeki en küçük ödülü ifade etmektedir. Yani sütun oyuncusu açısından minimax prensibi, satır oyuncusu hangi stratejisini oynarsa oynasın, satır oyuncusunun kazancını belirlenmiş olan bu minimax değerin üzerine çıkarmamayı yani sütun oyuncusunun kaybının bu değerden daha fazla olmayacağını garantileyen bir seçimin ifade edildiği bir yöntemdir.

Tepe noktası yaklaşımı aşağıda gösterilen iki kişilik sıfır toplamlı oyun matrisine uygulanırsa, maximin olarak ifade edilen satır minimumlarının en büyük değeri, A adındaki oyuncunun strateji seçeneğini, minimax olarak ifade edilen sütun maksimumlarının en küçük değeri ile örtüşen strateji, B adındaki oyuncunun seçeneğini gösterir. Her iki değer yani hem maximin hem de minimax değerleri birbirine eşit ise oyunda tek bir denge noktası vardır.[21]

[21] K. Prajit, **Strategies and Games**, New York: W.W. Norton Company, 1999, s.43.

Tablo 7. Tepe Noktası Yaklaşımının Sonuç Matrisinde Gösterimi

		Oyuncu B				
		B_1	B_2	B_3	Satır Minimumları	
	A_1	8	-2	-9	-9	
Oyuncu A	A_2	5	4	6	4	Maximin
	A_3	-4	3	21	-4	
Sütun Maksimumları		8	4	21		
			Minimax			

Oyun analiz edildiğinde; oyuncu A, A_1 stratejisini oynarsa başına gelebileceklerin en kötüsü, rakibi olan oyuncu B'nin B_3 stratejisini oynamasıdır. Bu şekilde oyuncu A –9 birim kaybedebilir. Diğer yandan oyuncu A, A_2 stratejisini oynarsa olabileceklerin en kötüsü, rakibinin B_2 stratejisini oynamasıyla ortaya çıkar. Sonuçta oyuncu A 4 birim ödül elde eder. Oyuncu A, rakibinin B_3 stratejisini oynayacağını umut ederek, ödüllerin en büyüğünü elde etmek için A_3 stratejisini oynarsa, olabileceklerin en kötüsü, rakibin B_1 stratejisini oynamasıdır. Sonuçta oyuncu A –4 birim ödül elde eder. Oyuncu A için rakibinin ne yapacağını hesaba katmadan garantileyebileceği ödüllerin en büyüğü 4 birimdir. Bu metot oyuncu A'nın, A_2 stratejisini oynamasını belirtmektedir.

Oyun, oyuncu B açısından değerlendirildiğinde; rakip oyuncu olan B, B_1 stratejisini oynayıp, oyuncu A da A_1 stratejisini oynarsa, oyuncu B kendisi için –8 birim kaybı garantilemektedir. Oyuncu B, B_2 stratejisini oynayıp, oyuncu A da A_2 stratejisini oynarsa, oyuncu B –4 birim kaybedebilecektir. Oyuncu B, B_3 stratejisini oynayıp, oyuncu A da A_3 stratejisini oynarsa, rakip olan oyuncu B –21 birim kaybı garantilemektedir. Oyuncu B açısından olabilecek en kötülerin en iyisi, kendisine kayıpların en küçüğü olan –4 birimi garantileyen B_2 stratejisidir.

Maximin, oyuncu A'ya, A_2 stratejisini önerir ve minimum kazançların en büyüğünü sağlar. Oyuncu A, A_2 stratejisini oynayarak 4 birim ödül kazanır. Rakip oyuncu olan B, oyuncu A'nın karar kriterini tahmin edebilir fakat oyuncu A, A_2 maximin stratejisini oynadığı zaman, onun kazancını 4 birimin altına çekebilecek hiçbir şey yapamaz. Diğer yandan rakip oyuncu B de, minimax değerini veren B_2 stratejisini oynayarak, oyuncu A'nın kazancının 4 birimin üzerine çıkmamasını garantilemiş olmaktadır. Oyunun tepe noktası çözümü, A_2 ve B_2 stratejileridir. Oyunun değeri $\vee = 4$ birimdir. Maximin değeri, minimax değerine eşit olduğu için denge söz konusudur.

Oyunculardan hiçbirisi, tek taraflı olarak kararını değiştirerek kendi kazancını arttıramamakta veya kaybını daha aza indirememektedir. Oyuncular tek taraflı olarak maximin ve minimax stratejilerinden saptıklarında, satır oyuncusu açısından bakıldığında kazancı daha azalmakta, sütun oyuncusu bakımından ise kaybı daha yüksek olmaktadır.

Örnek: İki kişilik sıfır toplamlı oyun, oyuncu A ve B arasında oynanmaktadır. Oyuncu A, 3 stratejiye sahip olmakta ve stratejileri sırasıyla A_1, A_2 ve A_3 biçiminde adlandırılmaktadır. Oyuncu B ise, 4 stratejiye sahip olmakta ve stratejileri sırasıyla B_1, B_2, B_3 ve B_4 şeklinde isimlendirilmektedir. A ve B oyuncusu, rakibinin hangi stratejiyi seçeceğini bilmediği gibi her biri ancak tek bir stratejiyi kullanabilmektedir. Oyunda tam bir belirsizlik söz konusudur. Aşağıda gösterilen oyun matrisine, sadece satır oyuncusunun ödülleri kaydedilmektedir. Satır oyuncusu A, kazancını maksimize etmek için uğraş verirken, sütun oyuncusu B ise kaybını minimize etmenin yollarını aramaktadır. "Eyer noktası" olarak da adlandırılan tepe noktası yaklaşımı sayesinde, oyunun değeri ve maximin değerinin, minimax değerine eşit olduğu denge stratejileri bulunabilmektedir.

Tablo 8. Farklı Oyun Matrisinde Tepe Noktası Çözümü

		Oyuncu B				
		B_1	B_2	B_3	B_4	Satır Minimumları
	A_1	42	32	18	27	18 Maximin
Oyuncu A	A_2	30	10	13	92	10
	A_3	52	82	16	22	16
Sütun Maksimumları		52	82	18 Minimax	92	

Oyun analiz edildiğinde; oyuncu A, A_1 stratejisini oynarsa ortaya çıkabilecek en kötü durum, rakibi olan oyuncu B'nin B_3 stratejisini oynamasıdır. Sonuçta, oyuncu A 18 birim ödül kazanmaktadır. Diğer taraftan oyuncu A, A_2 stratejisini oynarsa olabilecek en kötü durum, rakibinin B_2 stratejisini oynamasıyla ortaya çıkar ve sonuçta 10 birim ödül elde eder. Oyuncu A, rakibinin B_2 stratejisini oynayacağını tahmin ederek A_3 stratejisini oynarsa, ortaya çıkabilecek en kötü pozisyon, rakibinin B_3 stratejisini oynamasıdır. Sonuç olarak oyuncu A 16 birim ödül kazanmaktadır. Oyuncu A için rakibinin ne yapacağını hesaba katmadan garantileyebileceği ödüllerin en büyüğü 18 birimdir. Oyuncu A için A_1 stratejisini oynamak en mantıklı olanıdır.

Oyun, oyuncu B açısından değerlendirildiğinde; rakip oyuncu olan B, B_1 stratejisini oynayıp, oyuncu A da A_3 stratejisini oynarsa, oyuncu B kendisi için –52 birim kaybı garantilemektedir. Oyuncu B, B_2 stratejisini oynarken oyuncu A da A_3 stratejisini oynarsa, oyuncu B –82 birim kaybedebilecektir. Oyuncu B, B_3 stratejisini oynarken oyuncu A da A_1 stratejisini oynarsa, rakip olan oyuncu B –18 birim kaybı garantilemektedir. Son olarak oyuncu B, B_4 stratejisini oynayıp, oyuncu A da A_2 stratejisini oynarsa, oyuncu B –92 birim kaybedecektir. Oyuncu B açısından, ortaya çıkabilecek en kötü durumların en iyisi, kendisine kayıpların en küçüğü olan –18 birimi garantileyen B_3 stratejisidir.

Sonuç olarak oyuncu A, A_1 stratejisini oynayarak 18 birim ödül kazanır. Rakip oyuncu olan B, oyuncu A'nın kararını doğru tahmin etse bile oyuncu A, A_1 maximin stratejisini oynadığı zaman, onun kazancını 18 birimin altına çekebilecek hiçbir şey yapamaz. Diğer taraftan rakip oyuncu B de, minimax değerini veren B_3 stratejisini oynayarak, oyuncu A'nın kazancının 18 birimin üzerine çıkmamasını garanti etmiş olmaktadır. Oyunun tepe noktası çözümü, maximin ve minimax değerlerinin eşit olduğu A_1 ve B_3 stratejileridir. Oyunun değeri $\vee$ = 18 birim olmaktadır.

<u>Örnek</u>:

Tablo 9. Yağ Firmaları Matrisinde Tepe Noktası Çözümü

B Firması

		B_1	B_2	B_3	Satır Minimumları	
	A_1	13	21	10	10	Maximin
A Firması	A_2	-3	12	1	-3	
	A_3	18	7	-2	-2	
Sütun Maksimumları		18	21	10		
				Minimax		

Bir şehirde bulunan A ve B isimlerindeki zeytinyağı firmaları ürünlerini cam şişelerde, küçük ve büyük boy teneke kutularda pazarlamaktadır. Her iki şirket piyasada iyi tanındığı gibi, birisinin kazancı diğerinin kaybı olmaktadır. Her iki firma, on beş günde bir pazarlayacakları ürünlere, birbirlerine bağlı olmaksızın karar verecektir. Her şirketin, ürünlerini hangi reklam stratejisi ile satışa sunacağı tepe noktası yaklaşımına göre bulunabilmektedir. A firmasının A_1 stratejisi cam şişe reklamı stratejisi, A_2 stratejisi küçük boy teneke kutu reklamı stratejisi, A_3 stratejisi ise büyük boy teneke kutu reklamı stratejisidir. Aynı şekilde B firmasının B_1 stratejisi cam şişe reklamı stratejisi, B_2 stratejisi küçük boy teneke kutu reklamı stratejisi ve B_3 stratejisi de büyük boy teneke kutu reklamı stratejisidir. Yukarıdaki oyun matrisi, A firmasının B firması karşısındaki kazanç ve kayıplarını göstermekte olup, matristeki sayısal değerler 10.000 YTL'ye karşılık gelmektedir.

Oyunun çözümü aşamasında, A firması B firmasının seçimini düşünmeden, satır minimum değerleri arasındaki maximum değeri sağlayan cam şişe zeytinyağı reklamı stratejisini seçerek, en az 100.000 YTL'lik kazancı garanti edebilecektir. B firması ise A firmasının seçimini düşünmeden, sütun maksimum değerleri arasındaki minimum değeri sağlayan büyük boy teneke kutu zeytinyağı reklamı stratejisini seçerek, en fazla 100.000 YTL kaybedebilecektir. Dikkat edilirse maximin ve minimax değerlerinin eşit olduğu noktada oyunun tepe noktası çözümü bulunmaktadır. Oyunun değeri 100.000 YTL olup, denge noktası çözümü A_1 ve B_3 stratejilerinin kesişimi olmaktadır. Sonuç olarak denilebilir ki; A firması cam şişe zeytinyağlarını, B firması ise büyük boy teneke kutu zeytinyağlarını pazarlamalı ve bunların reklamını sürdürmelidir.

Oyun teorisinin amacı, rekabet etmekte olan oyuncular için rasyonel hareket yollarını incelemektir. Oyunlarda, bir oyuncu için optimal strateji, mümkün olan en büyük ortalama kazancı ve rakibi açısından ise mümkün olan en küçük ortalama kaybı garanti edecek stratejidir. Yukarıda belirtilen A firması on beş günde bir ortalama 100.000 YTL kazanırken, B firması ise 100.000 YTL kaybedecektir. Her iki şirket de bulunan optimal stratejilerden saparsa, sonuç bu firmalar için daha kötü olacaktır.

Örnek: A ve B firmaları birbirleriyle rekabet halinde olup, yaz sezonu için üretmiş oldukları terlik modellerini satmaktadırlar. A firması satışlarını arttırabilmek için, A_1 stratejisi olarak ifade edilen radyo, A_2 stratejisi olarak ifade edilen televizyon ve A_3 stratejisi olarak ifade edilen gazete reklamı yapmaktadır. Buna karşılık olarak B firması, B_1 stratejisi olarak gösterilen radyo, B_2 stratejisi olarak gösterilen televizyon, B_3 stratejisi olarak gösterilen gazete reklamı yapmakta ve A firmasından farklı olarak evlere ve işyerlerine B_4 stratejisi olarak gösterilen broşür postalama işlemi ile uğraşmaktadır. Kampanyanın yoğunluğuna bağlı olarak her bir firma diğerinin pazar payından alabilmektedir. Aşağıda gösterilen oyun matrisi, A firmasının B firması karşısında kazandığı ve kaybettiği pazar paylarının yüzdelerini özetlemektedir.

Tablo 10. Terlik Firmaları Matrisinde Tepe Noktası Çözümü

B Firması

		B_1	B_2	B_3	B_4	Satır Minimumları
	A_1	9	-1	10	-2	-2
A Firması	A_2	7	6	7	9	6 Maximin
	A_3	-1	5	-8	6	-8
Sütun Maksimumları		9	6 Minimax	10	9	

Oyunun çözümü her bir oyuncu için kötünün iyisini garanti etmeye dayanır. Eğer A firması A_1 stratejisini seçerse, B firmasının neyi tercih ettiğine bakılmaksızın ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, A firmasının pazarının %2'sini B firmasının elde etmesidir. Benzer şekilde, A firması açısından, A_2 stratejisini seçmesinin en kötü sonucu, A firmasının, B firmasının pazar payının %6'sını alması, A_3 stratejisini tercih etmesinin en kötü sonucu ise A firmasının, pazarının %8'ini B firmasına kaptırmasıdır. Bu sonuçlar satır minimumları başlığı altında sıralanmıştır. Kötünün iyisini başarmak adına A firması A_2 stratejisini seçmektedir. Çünkü bu, maksimin değerine karşılık gelmektedir.

Diğer oyuncu olan B firması şayet B_1 stratejisini seçerse, A firmasının neyi tercih ettiğine bakılmaksızın ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, B firmasının pazarının %9'una A firmasının sahip olmasıdır. Benzer şekilde, B firması açısından, B_2 stratejisini seçmesinin en kötü sonucu, B firmasının, pazarının %6'sını A firmasına kaptırması; B_3 stratejisini seçmesinin en kötü sonucu, B firmasının pazarının %10'unu A firmasının elde etmesi ve B_4 stratejisini seçmesinin en olumsuz sonucu ise B firmasının, pazarının %9'unu A firmasına kaptırmasıdır. Bu sonuçlar sütun maksimumları başlığı etrafında sıralanmıştır. Kötünün iyisini başarmak uğruna B firması B_2 stratejisini seçmektedir. Çünkü bu, minimax değeri ile örtüşmektedir.

Tepe noktası çözümü, firmaların hiçbirinin daha iyi bir stratejiyi seçme olanaklarının mümkün olmadığını gösterir. Oyunun optimum çözümü, iki firmanın da televizyon reklamını kullanması anlamına gelen A_2 ve B_2 stratejilerini gerektirir. Sonuçta A firmasının pazar payı, oyunun değerine eşit olan %6 oranında artmaktadır.

Örnek: İlaç piyasasında yer alan üç firma; A, B ve C olarak adlandırılmaktadır. Ekonomi içinde faaliyet gösteren her özel firma gibi ele alınan firmalar da en çok satışa ve bunun doğal sonucu olarak en yüksek kâra en düşük maliyetle ulaşmak istemektedir. Firmalar satışlarını arttırmak amacıyla, K olarak adlandırılan numune dağıtımı ve L olarak adlandırılan hediyelik eşya dağıtımı tanıtım stratejilerini uygulayabilmektedir. Şirketlerin ilaç pazarındaki paylarına bu stratejiler yön vermektedir. Firmalar ikişer ikişer analiz edilmekte, böylelikle hangi firmaların hangi stratejilerle en çok satışı gerçekleştirebilecekleri ortaya çıkarılmaktadır. A firması 3.250.000 adet numune ve 6.250.000 adet hediyelik eşya, B firması 5.250.000 adet numune ve 4.750.000 adet hediyelik eşya, C firması ise 6.750.000 adet numune ve 6.500.000 adet hediyelik eşya dağıtımı gerçekleştirmektedir. Aşağıda gösterilen oyun matrislerindeki sayısal değerler 1.000.000 adete karşılık gelmektedir.

Tablo 11. A ve B İlaç Firmaları Matrisinde Tepe Noktası Çözümü

		B Firması K	B Firması L	Satır Minimumları	
A Firması	K	-2	-1,5	-2	
	L	1	1,5	1	Maximin
Sütun Maksimumları		1	1,5		
		Minimax			

A firmasının B firmasına göre pazar paylarını ifade eden matris yukarıda gösterilmektedir. Eğer A firması K stratejisini seçerse, B firmasının neyi tercih ettiğine bakılmaksızın ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, A firmasının (3,25 – 5,25) = -2 milyon adete karşılık gelen pazar payını B firmasına kaptırmasıdır. Şayet A firması L stratejisini seçerse, benzer şekilde ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, A firmasının (6,25 – 5,25) = 1 milyon adete karşılık gelen pazar payını B firmasından kapmasıdır. Bu sonuçlar satır minimumları başlığı altında sıralanmıştır. Kötünün iyisini elde etmek adına A firması L stratejisini seçmektedir. Çünkü bu, maximin değeri ile örtüşmektedir.

Diğer oyuncu olan B firması L stratejisini seçerse, A firmasının neyi tercih ettiğine bakılmaksızın ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, B firmasının (6,25 – 4,75) = 1,5 milyon adete karşılık gelen pazar payına A firmasının sahip olmasıdır. Eğer B firması K stratejisini tercih ederse, benzer şekilde ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, B firmasının (6,25 – 5,25) = 1 milyon adete karşılık gelen pazar payını A firmasının elde etmesidir. Bu sonuçlar sütun maksimumları başlığı etrafında sıralanmıştır. Kötünün iyisini elde etmek uğruna B firması K stratejisini tercih etmektedir. Çünkü bu, minimax değerine karşılık gelmektedir.

Oyunun tepe noktası çözümü; A firmasının, hediyelik eşya dağıtımını ifade eden L stratejisini, B firmasının ise numune dağıtımını ifade eden K stratejisini seçmesi neticesinde oluşmaktadır. Sonuç olarak, A firmasının pazar payı, oyunun değerine eşit olan 1 milyon adete denk gelecek biçimde artmakta ve A firması B firmasına göre satışlarını arttırmaktadır.

Tablo 12. A ve C İlaç Firmaları Matrisinde Tepe Noktası Çözümü

		C Firması K	C Firması L	Satır Minimumları	
A Firması	K	-3,5	-3,25	-3,5	
A Firması	L	-0,5	-0,25	-0.5	Maximin
Sütun Maksimumları		-0,5	-0,25		
		Minimax			

A firmasının C firmasına göre pazar paylarını ifade eden matris yukarıda gösterilmektedir. Şayet A firması K stratejisini seçerse, C firmasının neyi tercih ettiğine bakılmaksızın ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, A firmasının (3,25 – 6,75) = -3,5 milyon adete karşılık gelen pazar payını C firmasına kaptırmasıdır. Eğer A firması L stratejisini tercih ederse, benzer şekilde ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, A firmasının (6,25 – 6,75) = -0,5 milyon adete karşılık gelen pazar payına C firmasının sahip olmasıdır. Bu sonuçlar satır minimumları başlığı altında sıralanmıştır. Kötünün iyisini başarmak adına A firması L stratejisini tercih etmektedir. Çünkü bu, maximin değeri ile örtüşmektedir.

Diğer taraftan C firması L stratejisini seçerse, A firmasının neyi tercih ettiğine bakılmaksızın ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, C firmasının (6,25 – 6,50) = -0,25 milyon adete karşılık gelen pazar payını A firmasından kapmasıdır. Eğer C firması K stratejisini tercih ederse, benzer şekilde ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, C firmasının (6,25 – 6,75) = -0,5 milyon adete karşılık gelen pazar payını A firmasından kapmasıdır. Bu sonuçlar sütun maksimumları başlığı etrafında sıralanmıştır. Kötünün iyisini başarmak uğruna C firması K stratejisini seçmektedir. Çünkü bu, minimax değerine karşılık gelmektedir.

Oyunun tepe noktası çözümü; A firmasının, hediyelik eşya dağıtımını ifade eden L stratejisini, C firmasının ise numune dağıtımını ifade eden K stratejisini tercih etmesi neticesinde oluşmaktadır. Sonuç olarak, A firmasının pazar payı, oyunun değerine eşit olan –0,5 milyon adete denk gelecek biçimde azalmakta ve A firması C firmasına göre satışlarını azaltmaktadır.

Tablo 13. B ve C İlaç Firmaları Matrisinde Tepe Noktası Çözümü

		C Firması K	C Firması L	Satır Minimumları	
B Firması	K	-1,5	-1,25	-1,5	Maximin
	L	-2	-1,75	-2	
Sütun Maksimumları		-1,5	-1,25		
		Minimax			

B firmasının C firmasına göre pazar paylarını ifade eden matris yukarıda gösterilmektedir. Eğer B firması L stratejisini tercih ederse, C firmasının neyi tercih ettiğine bakılmaksızın ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, B firmasının (4,75 – 6,75) = -2 milyon adete karşılık gelen pazar payına C firmasının sahip olmasıdır. Şayet B firması K stratejisini seçerse, benzer şekilde ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, B firmasının (5,25 – 6,75) = -1,5 milyon adete karşılık gelen pazar payını C firmasına kaptırmasıdır. Bu sonuçlar satır minimumları başlığı altında toplanmıştır. Kötünün iyisini elde etmek için B firması K stratejisini seçmektedir. Çünkü bu, maximin değerine karşılık gelmektedir.

Diğer yandan C firması L stratejisini tercih ederse, B firmasının neyi seçtiğine bakılmaksızın ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, C firmasının (5,25 – 6,50) = -1,25 milyon adete karşılık gelen pazar payını B firmasından kapmasıdır. Şayet C firması K stratejisini tercih ederse, benzer şekilde ortaya çıkabilecek en kötü sonuç, C firmasının (5,25 – 6,75) = -1,5 milyon adete karşılık gelen pazar payını B firmasından kapmasıdır. Bu sonuçlar sütun maksimumları başlığı etrafında toplanmıştır. Kötünün iyisini başarmak adına C firması K stratejisini tercih etmektedir. Çünkü bu, minimax değeri ile örtüşmektedir.

Oyunun tepe noktası çözümü, B ve C firmalarının, numune dağıtımını ifade eden K stratejisini seçmesi neticesinde oluşmaktadır. Sonuç olarak, B firmasının pazar payı, oyunun değerine eşit olan –1,5 milyon adete denk gelecek biçimde azalmakta ve B firması C firmasına göre satışlarını azaltmaktadır.

1.4.1.2. Karma Strateji Yöntemi

Tam strateji yöntemi içinde yer alan tepe noktası yaklaşımına göre bir oyunun denge değerini bulmak mümkün olmazsa karma strateji yöntemi uygulanabilmektedir. Bu tür oyunlarda oyuncular, sahip oldukları stratejileri olasılık dağılımına göre karma bir biçimde seçip oynamak suretiyle, belli bir miktarın altına düşmeyen bir kazancı ve belli bir miktarın üzerine çıkmayan bir kaybı garanti edebilirler. Karma strateji yöntemi ile ulaşılan oyun değeri, beklenen değer olarak adlandırılır.[22]

Örnek: A oyuncusu A_1 ve A_2, B oyuncusu ise B_1 ve B_2 stratejilerine sahip olmakta ve A oyuncusunun B oyuncusuna göre kazanç matrisi aşağıda gösterilmektedir.

---

[22] D. Straffin, **Game Theory and Strategy**, New York: John Wiley, 1996, s.32.

Tablo 14. Oyun Matrisinde Tepe Noktası Bulunmaması

		Oyuncu B			
		B_1	B_2	Satır Minimumları	
Oyuncu A	A_1	-2	8	-2	
	A_2	7	2	2	Maximin
Sütun Maksimumları		7	8		
		Minimax			

Bir oyunda tepe noktasının olması, her bir oyuncunun denge stratejilerinden daha iyi bir stratejiyi seçme imkânının olmaması anlamına gelmektedir. Satır oyuncusu A maximin değerine karşılık gelen A_2 stratejisini, sütun oyuncusu B ise minimax değerine karşılık gelen B_1 stratejisini tercih ettiği durumda, maximin ve minimax değerleri birbirine eşit olmadığı için oyunda tepe noktası bulunmamaktadır.

Satır oyuncusu A_2, sütun oyuncusu B_1 stratejisini oynadığında, oyuncu A 7 birim kazanmakta, oyuncu B ise 7 birim kaybetmektedir. Oyuncu A, A_2 stratejisini oynarken rasyonel oyuncu olan B durumunu düzeltmek için B_2 stratejisini seçerse 2 birim kaybeder. Oyuncu A, sütun oyuncusu B'nin B_2 stratejisini seçtiğini sezerse, daha iyi duruma gelmek için A_1 stratejisini seçer ve 8 birim kazanır. Oyuncu B ise satır oyuncusu A'nın A_1 stratejisini seçtiğini hissederse, durumunu düzeltmek için B_1 stratejisini seçer ve 2 birim kazanır. Satır oyuncusu A ise sütun oyuncusu B'nin B_1 stratejisini tercih ettiğini sezerse, daha iyi bir pozisyona gelmek için A_2 stratejisini seçer ve 7 birim kazanır. Oyuncu B de 7 birim kaybeder. Bu süreç aynı şekilde işlemeye devam eder. Oyunda denge noktası olmadığından, oyunun değeri karma strateji yöntemiyle hesaplanabilir.

Tablo 15. Oyun Matrisinde Karma Strateji Yöntemi

		Oyuncu B	
		$B_1 = P$	$B_2 = 1 - P$
Oyuncu A	$A_1 = Q$	-2	8
	$A_2 = 1 - Q$	7	2

Karma strateji yönteminde, satır oyuncusu A, Q süre A_1 ve 1 – Q süre A_2 ; sütun oyuncusu B ise P süre B_1 ve 1 – P süre B_2 stratejilerini kullanarak kazançlarını optimize etmek istemektedirler. Buradan hareketle, A oyuncusunun stratejilerini hangi oranda kullanabileceğini hesaplamak için, B oyuncusunun, B_1 stratejisini izlediği zaman oluşacak olan beklenen kazancını; aynı oyuncunun, B_2 stratejisini izlediğinde ortaya çıkacak olan beklenen kazancına eşitlemek gerekir.

$$-2Q + 7(1 - Q) = 8Q + 2(1 - Q) \qquad [1.1]$$

$$-2Q + 7 - 7Q = 8Q + 2 - 2Q$$

$$15Q = 5$$

$$A_1 = Q = 1/3$$

$$A_2 = (1 - Q) = 2/3$$

B oyuncusunun strateji oranları ise, A oyuncusunun, A_1 stratejisini izlediğinde ortaya çıkacak olan beklenen kazancını; aynı oyuncunun, A_2 stratejisini izlediği zaman oluşacak olan beklenen kazancına eşitlemek suretiyle hesaplanabilir.

$$-2P + 8(1 - P) = 7P + 2(1 - P) \qquad [1.2]$$

$$-2P + 8 - 8P = 7P + 2 - 2P$$

$$15P = 6$$

$$B_1 = P = 2/5$$

$$B_2 = (1 - P) = 3/5$$

Oyuncu B, 2/5 olasılıkla B_1 stratejisi izleyeceğine göre, A bu sürenin 1/3'ünde A_1 stratejisini izleyerek 4/15 birim kaybetmekte, 2/3'ünde A_2 stratejisini izleyerek 28/15 birim kazanmaktadır. Oyuncu B, 3/5 olasılıkla B_2 stratejisi izlediği zaman, A bu sürenin 1/3'ünde 24/15 birim, 2/3'ünde ise 12/15 birim kazanmaktadır. A oyuncusunun oyun süresince beklenen kazancı bu açıklamaların toplamına eşittir.

$$\vee = 2/5\ [-2\ (1/3) + 7\ (2/3)] + 3/5\ [8\ (1/3) + 2\ (2/3)]$$

$$\vee = 2/5\ (-2/3 + 14/3) + 3/5\ (8/3 + 4/3)$$

$$\vee = 2/5\ (4) + 3/5\ (4) = 4$$

Oyunun değeri 4 birim olup, bu değer, optimum karma strateji kullanan A oyuncusunun oyun esnasında ortalama 4 birim kazanç sağlayacağını göstermektedir.

Oyun, B oyuncusu açısından da düşünülebilir. Oyuncu A, 1/3 olasılıkla A_1 stratejisini izlediği zaman, B bu sürenin 2/5'inde 4/15 birim kazanmakta, 3/5'inde 24/15 birim kaybetmektedir. Oyuncu A, 2/3 olasılıkla A_2 stratejisini izlediği zaman ise B bu sürenin 2/5'inde 28/15 birim, 3/5'inde 12/15 birim kaybetmektedir. B oyuncusunun oyun süresince beklenen kaybı bu açıklamaların toplamına eşittir.

$$\vee = 1/3\ [-2\ (2/5) + 8\ (3/5)] + 2/3\ [7\ (2/5) + 2\ (3/5)]$$

$$\vee = 1/3\ (-4/5 + 24/5) + 2/3\ (14/5 + 6/5)$$

$$\vee = 1/3\ (4) + 2/3\ (4) = 4$$

Oyunun bu değeri, B oyuncusunun beklenen kaybıdır. Oyun sıfır toplamlı olduğundan, A'nın kazancı B'nin kaybına eşittir.

Örnek: A ve B firmaları klima sektöründe faaliyet göstermektedir. Firmalar kendi mallarının reklamını afiş ve gazete yoluyla yapmaktadır. A firmasının A_1 stratejisi gazete, A_2 stratejisi afiş reklamına; B firmasının da B_1 stratejisi gazete ve B_2 stratejisi afiş reklamına karşılık gelmektedir. Her iki firma gazetelere reklam verdiği zaman, A firması B firmasına göre 150.000 YTL fazla kazanç sağlamaktadır. A firması gazete, B firması afiş yoluyla reklam yaptığında A firmasının fazla kazancı 50.000 YTL olmaktadır. A firması afiş, B firması ise gazete ile reklam yaptığında A firması B firmasına göre 50.000 YTL az kazanç sağlamaktadır. A firması afiş ve B firması da afiş ile reklamlarını yaparsa A firması 250.000 YTL fazla kazanç sağlamaktadır. A firmasının B firmasına göre kazanç matrisi aşağıda gösterilmekte olup, sayısal değerler 1.000 YTL'ye karşılık gelmektedir.

Tablo 16. Klima Firmaları Matrisinde Tepe Noktası Bulunmaması

		B Firması			
		B_1	B_2	Satır Minimumları	
A Firması	A_1	150	50	50	Maximin
	A_2	-50	250	-50	
Sütun Maksimumları		150	250		
		Minimax			

A firması maximin değerine karşılık gelen A_1 stratejisini, B firması ise minimax değerine karşılık gelen B_1 stratejisini seçtiği durumda, maximin ve minimax değerleri birbirine eşit olmadığı için oyunda tepe noktası bulunmamaktadır. Bu yüzden oyuncular, daha iyi bir stratejiyi seçme çabası içinde olmaktadırlar. A firması A_1, B firması ise B_1 stratejisini oynadığında, satır oyuncusu 150.000 YTL fazla kazanmakta, sütun oyuncusu ise 150.000 YTL az kazanmaktadır. A firması, A_1 stratejisini oynarken B firması durumunu düzeltmek için B_2 stratejisini seçerse 50.000 YTL az kazanır. A firması, B firmasının B_2 stratejisini seçtiğini sezerse, daha iyi duruma gelmek için A_2 stratejisini seçer ve 250.000 YTL fazla kazanır. B firması ise A firmasının A_2 stratejisini seçtiğini hissederse, durumunu düzeltmek için B_1 stratejisini seçer ve 50.000 YTL fazla kazanır. A firması ise B firmasının B_1 stratejisini tercih ettiğini sezerse, daha iyi bir pozisyona gelmek için A_1 stratejisini seçer ve 150.000 YTL fazla kazanır. B firması ise 150.000 YTL az kazanır. Süreç aynı biçimde işlemeye devam eder. Oyunun değeri, oyunda denge noktası olmadığından, karma strateji yöntemiyle hesaplanmaktadır.

Tablo 17. Klima Firmaları Matrisinde Karma Strateji Yöntemi

		B Firması	
		$B_1 = P$	$B_2 = 1 - P$
A Firması	$A_1 = Q$	150	50
	$A_2 = 1 - Q$	-50	250

A firmasının kazancı B firmasının kaybı olduğuna göre, satır oyuncusunun stratejilerinin oynanma sıklığı, onun kazancını, belli bir değerin altına düşürmeyen bir olasılık dağılımına göre olmalıdır. Öte yandan, B firmasının stratejilerinin oynanma sıklığı, onun kaybını belli bir değerin üzerine çıkarmamayı garanti eden bir olasılık dağılımına göre olmalıdır. Problemin çözümü, bu değerleri eşitleyen, stratejilerin oynanma sıklığının hesaplanması ile elde edilir.

Karma strateji yönteminde, A firması, Q süre A_1 ve 1 – Q süre A_2; B firması ise P süre B_1 ve 1 – P süre B_2 stratejilerini kullanmaktadır. A firmasının stratejilerini hangi oranda kullanabileceğini hesaplamak için, B firmasının, B_1 stratejisini izlediği zaman oluşacak olan beklenen kazancını; aynı firmanın, B_2 stratejisini izlediğinde ortaya çıkacak olan beklenen kazancına eşitlemek gerekir.

$$150Q - 50\,(1 - Q) = 50Q + 250\,(1 - Q) \qquad [1.3]$$

$$150Q - 50 + 50Q = 50Q + 250 - 250Q$$

$$400Q = 300$$

$$A_1 = Q = 3/4$$

$$A_2 = (1 - Q) = 1/4$$

B firmasının strateji oranları ise, A firmasının, A_1 stratejisini izlediğinde ortaya çıkacak olan beklenen kazancını; aynı firmanın, A_2 stratejisini izlediği zaman oluşacak olan beklenen kazancına eşitlemek suretiyle hesaplanabilir.

$$150P + 50\,(1 - P) = -50P + 250\,(1 - P) \qquad [1.4]$$

$$150P + 50 - 50P = -50P + 250 - 250P$$

$$400P = 200$$

$$B_1 = P = 1/2$$

$$B_2 = (1 - P) = 1/2$$

B firması 1/2 olasılıkla B_1 stratejisini izlediği zaman, A firması bu sürenin 3/4'ünde 56.250 YTL fazla, 1/4'ünde 6.250 YTL az kazanmaktadır. B firması 1/2 olasılıkla B_2 stratejisini izlediği zaman, A firması bu sürenin 3/4'ünde 18.750 YTL, 1/4'ünde 31.250 YTL fazla kazanmaktadır. A firmasının oyun süresince beklenen kazancı, bu açıklamaların toplamına eşittir.

$$\vee = 1/2\,[150\,(3/4) - 50\,(1/4)] + 1/2\,[50\,(3/4) + 250\,(1/4)]$$

$$\vee = [150\,(3/8) - 50\,(1/8)] + [50\,(3/8) + 250\,(1/8)]$$

$$\vee = (56{,}25 - 6{,}25) + (18{,}75 + 31{,}25)$$

$$\vee = 50 + 50 = 100$$

Oyunun değerine göre, bu stratejilerin kullanılmasıyla A firması 100.000 YTL fazla kazanç sağlamaktadır.

Oyun, B firması açısından da düşünülebilir. A firması 3/4 olasılıkla A_1 stratejisini izlediği zaman, B firması bu sürenin 1/2'sinde 56.250 YTL, diğer yarısında 18.750 YTL az kazanmaktadır. A firması 1/4 olasılıkla A_2 stratejisini izlediği zaman, B firması bu sürenin 1/2'sinde 6.250 YTL fazla, diğer yarısında 31.250 YTL az kazanmaktadır. B firmasının oyun süresince beklenen kaybı, bu açıklamaların toplamına eşittir.

$$\vee = 3/4\,[150\,(1/2) + 50\,(1/2)] + 1/4\,[-50\,(1/2) + 250\,(1/2)]$$

$$\vee = [150\,(3/8) + 50\,(3/8)] + [-50\,(1/8) + 250\,(1/8)]$$

$\vee = (56,25 + 18,75) + (-6,25 + 31,25)$

$\vee = 75 + 25 = 100$

Oyunun değerine göre, bu stratejilerin kullanılmasıyla B firması 100.000 YTL az kazanç sağlamaktadır.

1.4.1.3. Williams Oran Metodu

İki kişilik sıfır toplamlı ve her bir oyuncunun iki stratejiye sahip olduğu stratejik formda düzenlenmiş oyunlarda, oyuncuların stratejilerini hangi sıklıkla oynayacaklarının bulunmasında, J. Williams tarafından farklı bir hesap yöntemi geliştirilmiştir.

<u>Örnek</u>: İki kişilik sıfır toplamlı oyunda, A ve B oyuncuları yer almaktadır. A oyuncusu A_1 ve A_2, B oyuncusu ise B_1 ve B_2 stratejilerine sahip olmaktadır. A oyuncusunun B oyuncusuna göre ödül matrisi aşağıda gösterilmektedir. İlk olarak sonuç matrisinde tepe noktası çözümü olup olmadığı araştırılmakta, şayet çözüm bulunamazsa Williams oran metodu yardımıyla oyuncuların karma strateji oranları ve buna bağlı olarak oyunun değeri hesaplanmaktadır.

Tablo 18. Oyun Matrisinde Williams Oran Metodu

		Oyuncu B		
		B_1	B_2	Satır Minimumları
Oyuncu A	A_1	-6	6	-6
	A_2	7	1	1 Maximin
Sütun Maksimumları		7	6 Minimax	

Oyun matrisinde, maximin ve minimax değerleri birbirine eşit olmadığı için tepe noktası çözümü bulunmamaktadır. Oyuncular için en iyi strateji tercihleri karma strateji biçiminde olmakta ve stratejileri oynama sıklığı oran metoduna göre bulunmaktadır. Oran metodu, tepe noktası çözümünün var olduğu oyun matrisine uygulandığı zaman yanlış sonuçlar verebilmektedir.[23]

Williams metoduna göre, birinci satır birinci sütundaki ödülden ikinci satır birinci sütundaki ödül çıkarılarak, sütun oyuncusu B'nin B_2 stratejisini oynama sıklığı hesaplanabilir. Sütun oyuncusunun B_1 stratejisini oynama sıklığı, birinci satır ikinci sütun değerinden ikinci satır ikinci sütun değeri çıkarılarak elde edilir. Ulaşılan sonuçlarda (-) işareti dikkate alınmaz. Buna göre sütun oyuncusunun B_1 stratejisini oynama sıklığı, (6 – 1 = 5) olarak bulunur. Sütun oyuncusunun B_2 stratejisini oynama sıklığı ise (-6 – 7 = -13) olarak hesaplanır.

Satır oyuncusu A'nın A_2 stratejisini oynama sıklığını bulabilmek için, birinci satır birinci sütundaki ödülden birinci satır ikinci sütunda yer alan ödül çıkarılır. Aynı oyuncunun A_1 stratejisini oynama sıklığı, ikinci satır birinci sütunda yer alan ödülden ikinci satır ikinci sütundaki ödül çıkarılarak bulunur. Ulaşılan sonuçlarda (-) işareti önemsenmez. Buna göre satır oyuncusunun A_1 stratejisini oynama sıklığı, (7 – 1 = 6) olarak hesaplanır. Aynı oyuncunun A_2 stratejisini oynama sıklığı ise (-6 – 6 = -12) olarak bulunur.

Sütun oyuncusu B_1 stratejisini oynadığında, satır oyuncusu Williams metoduna göre hesaplanan 6/(6 + 12) oranında A_1 ve 12/(6 + 12) oranında A_2 stratejilerini oynarsa, B oyuncusunun elde edeceği ortalama kayıp, [-6 (1/3) + 7 (2/3)] = 8/3 olarak bulunur. Sütun oyuncusu B_2 stratejisini oynadığında, aynı oranlar yardımıyla yine, B oyuncusunun elde edeceği ortalama kayıp, [6 (1/3) + 1 (2/3)] = 8/3 olarak hesaplanır.

Satır oyuncusu A_1 stratejisini oynadığında, sütun oyuncusu Williams metoduna göre hesaplanan 5/(5 + 13) oranında B_1 ve 13/(5 + 13) oranında B_2 stratejilerini oynarsa, A oyuncusunun elde edeceği ortalama ödül, [-6 (5/18) +

[23] David Kreps, **Game Theory and Economic Modelling**, New York: McGraw Hill, 1991, s.53

6 (13/18)] = 8/3 olarak hesaplanır. Satır oyuncusu A_2 stratejisini oynadığında, aynı oranlar yardımıyla yine, A oyuncusunun elde edeceği ortalama ödül, [7 (5/18) + 1 (13/18)] = 8/3 olarak bulunur.

Örnek:

Tablo 19. Çikolata Firmaları Matrisinde Williams Oran Metodu

		B Firması			
		B_1	B_2	Satır Minimumları	
A Firması	A_1	80	40	40	Maximin
	A_2	-30	90	-30	
Sütun Maksimumları		80	90		
		Minimax			

İki rakip firma olan A ve B çikolata sektöründe faaliyet göstermektedir. A firması malının reklamını A_1 stratejisine karşılık gelen televizyon ve A_2 stratejisine karşılık gelen radyo yoluyla, B firması ise malının reklamını B_1 stratejisine karşılık gelen televizyon ve B_2 stratejisine karşılık gelen radyo yoluyla yapmaktadır. Her iki firma televizyon yoluyla reklam yaptığı zaman, A firması B firmasına göre 80.000 YTL fazla kazanç sağlamaktadır. A firması televizyon, B firması ise radyo yoluyla reklam yaptığında, A firmasının fazla kazancı 40.000 YTL olmaktadır. A firması radyo, B firması televizyon yoluyla reklam yaptığında, A firması B firmasına göre 30.000 YTL az kazanç sağlamaktadır. Her iki firma da radyo yoluyla reklam yaptığında, A firmasının fazla kazancı 90.000 YTL olmaktadır. Yukarıda gösterilen matristeki sayısal değerler 1.000 YTL'ye karşılık gelmektedir. Oyun matrisinde, maximin ve minimax değerleri birbirine eşit olmadığı için tepe noktası çözümü bulunmamaktadır. Oyuncuların, stratejileri oynama sıklığı oran metoduna göre hesaplanabilmektedir.

Sütun oyuncusunun B_1 stratejisini oynama sıklığı, birinci satır ikinci sütun değerinden ikinci satır ikinci sütun değeri çıkarılınca, (40 – 90 = -50) olarak hesaplanır. Ulaşılan sonuçta (-) işareti dikkate alınmaz. Sütun oyuncusunun B_2 stratejisini oynama sıklığı ise birinci satır birinci sütun değerinden ikinci satır birinci sütun değeri çıkarılınca, [80 – (-30) = 110] olarak bulunur.

Satır oyuncusunun A_1 stratejisini oynama sıklığı, ikinci satır birinci sütun değerinden ikinci satır ikinci sütun değeri çıkarılınca, (-30 – 90 = -120) olarak bulunur. Ulaşılan sonuçta (-) işareti önemsenmez. Satır oyuncusunun A_2 stratejisini oynama sıklığı ise birinci satır birinci sütun değerinden birinci satır ikinci sütun değeri çıkarılınca, (80 – 40 = 40) olarak hesaplanır.

Sütun oyuncusu B_1 stratejisini oynadığında, satır oyuncusu 120/(40 + 120) oranında A_1 ve 40/(40 + 120) oranında A_2 stratejilerini oynarsa, B firması A firmasına göre, [80 (120/160) – 30 (40/160)] = 52.500 YTL az kazanç sağlamaktadır. Sütun oyuncusu B_2 stratejisini oynadığında, aynı oranlar yardımıyla yine, B firması A firmasına göre, [40 (120/160) + 90 (40/160)] = 52.500 YTL az kazanç sağlamaktadır.

Satır oyuncusu A_1 stratejisini oynadığında, sütun oyuncusu 50/(50 + 110) oranında B_1 ve 110/(50 + 110) oranında B_2 stratejilerini oynarsa, A firmasının elde edeceği fazla kazanç, [80 (50/160) + 40 (110/160)] = 52.500 YTL olmaktadır. Satır oyuncusu A_2 stratejisini oynadığında, aynı oranlar yardımıyla yine, A firmasının elde edeceği fazla kazanç, [-30 (50/160) + 90 (110/160)] = 52.500 YTL olarak hesaplanmaktadır.

1.4.2. İki Kişilik Sıfır Toplamlı Olmayan Oyunlar

Oyuncuların karşılıklı olarak seçecekleri stratejilere göre elde edecekleri ödüllerin toplamının sıfırdan farklı olduğu oyunlardır. Sıfır toplamlı olmayan oyunların gösterimi, stratejik ya da yayılan formda düzenlenebilir. Oyun yayılan formda düzenlenmiş ise ilk ödüller ilk hareket eden oyuncuya, diğer ödüller öteki oyuncuya ait olacak şekilde sıralanır. Oyun stratejik formda düzenlenmiş ise oyuncuların karşılıklı olarak seçecekleri her bir stratejiyle örtüşen ödüllerin ilki satır oyuncusuna, diğeri sütun oyuncusuna ait olmaktadır.

Sıfır toplamlı olmayan oyunlarda, oyunculardan herhangi birinin kazancı diğer oyuncunun kaybı değildir. Buna bağlı olarak taraflar arasındaki çıkar çatışması, sıfır toplamlı oyunlarda olduğu gibi uzlaşmaz çatışma niteliğinde değildir ve mutlak rekabet yoktur. Oyunlar, oyuncular arasında bazı işbirliği fırsatlarının olduğu durumlarda oynanabilir. Böyle bir işbirliğinin olabilmesi için taraflar arasında iletişimin olması gerekmektedir. Bu nedenle sıfır toplamlı olmayan oyunların analizi, oyuncuların birbirleriyle nasıl iletişim kurabilecekleri konusunda yapılacak olan varsayımların türüne bağlı olacaktır. Bu bakımdan sıfır toplamlı olmayan oyunlarda oyun matrisi tek başına, sıfır toplamlı oyunlardakine benzer yeterli bilgiyi sağlayamaz. Oyuncular arasında bağlayıcı anlaşmaların ve sınırlandırılmış strateji seçimlerinin olup olmaması ayrıca tarafların aralarında yan ödeme yapıp yapmayacakları oyun matrisinden anlaşılamaz. Bu gibi farklılıkların olup olmaması durumuna göre oyunların çözümü de değişiklik gösterebilir. Sıfır toplamlı olmayan oyunlar, sıfır toplamlı oyunlardan farklı olarak, “anlaşmasız ve anlaşmalı oyunlar” şeklinde analiz edilebilir. Diğer yandan, oyuncuların birbirleri hakkında sahip oldukları bilgi düzeyi de, tarafların oyundan elde edebilecekleri ödülleri tayin eden strateji seçimlerini etkilemektedir. Sıfır toplamlı olmayan oyunların denge noktasını bulabilmek için, tam strateji veya karma strateji yöntemi kullanılmaktadır.

1.4.2.1. Tam Strateji Yöntemi

Sıfır toplamlı olmayan işbirliksiz oyunlarda, tek denge noktasını sağlayan strateji kombinasyonunu bulabilmek için tam strateji yöntemi kullanılmaktadır. Üstün seçenek yaklaşımı, bu yöntem içinde yer almaktadır.

1.4.2.1.1. Üstün Seçenek Yaklaşımı

Dominant strateji, rakibinin ne yaptığı önemli olmaksızın, bir oyuncu için optimal olan stratejidir. Yani rakip oyuncu hangi stratejisini seçerse seçsin, bir oyuncunun herhangi bir stratejisinin diğer stratejilerine göre daha yüksek ödül kazandırması üstün strateji seçeneğinin tanımına karşılık olmaktadır.[24] Üstün strateji, sembolik olarak da gösterilebilir. P_i, i oyuncunun ödüllerini; S_{-i}, rakip oyuncunun stratejilerini; S_i, i oyuncunun stratejilerini göstermektedir. $P_i (S_i^*, S_{-i}) \geq P_i (S_i, S_{-i})$ olduğuna göre S_i^*, i oyuncunun üstün stratejisidir. Oyunda yer alan oyuncuların üstün stratejilerinden oluşan bir strateji kombinasyonu, $S^* = (S_1^*, S_2^*, \ldots\ldots\ldots\ldots, S_N^*)$ şeklinde gösterilip, üstün stratejik denge olarak adlandırılır.

Üstün seçenek yaklaşımında, rakip oyuncu hangi stratejisini tercih ederse etsin, bir oyuncunun mevcut stratejileri arasında dominant seçeneği varsa bu oyuncu diğer stratejilerinin hiç birisini oynamaz. Bu durumda, baskın stratejiler dışındaki seçenekler oyun matrisinden çıkarılır.

<u>Örnek</u>: Üstün seçenek yaklaşımı, mahkumların ikilemi oyununa uygulanabilir. A ve B adlarındaki iki şüpheli, bir suçtan ötürü gözaltına alınıp ayrı hücrelere konulurlar. Savcı, bu suçu onların işlediğinden emin olmakta fakat şahısları duruşmada suçlayabilecek yeterli delile sahip olmamaktadır. Bu yüzden savcı, tutuklulara bir oyun oynamaya karar verir ve her bir şüpheliye birbirleriyle iletişim kuramayacakları bir ortamda suçu itiraf etme veya reddetme şeklinde iki seçenek sunar.

Tablo 20. Mahkumların İkilemi Oyununun Sonuç Matrisi

Oyuncu B

		İtiraf	Red
Oyuncu A	İtiraf	(-6, -6)	(0, -11)
	Red	(-11, 0)	(-3, -3)

[24] R. Pindyck, **Microeconomics**, 3rd ed., New York: Macmillan, 1996, s.470.

Oyunun ödül matrisine göre, tutukluların her ikisi de suçu itiraf ederse her biri 6 yıllık hapis cezasına çarptırılmakta, her ikisi de reddederse her biri 3 yıllık hapis cezasına çarptırılmaktadır. Ancak tutuklulardan biri, diğeri hakkında suçlayıcı ifade vererek, kendisinin işlediği suçu itiraf eder ve diğer tutuklu bu suçu reddederse, reddeden 11 yıllık hapis cezasına çarptırılmakta, itiraf eden tutuklu adaletle işbirliği yapmasından ötürü serbest bırakılmaktadır. Oyun, tam bilginin olduğu işbirliksiz bir oyundur.

Her iki oyuncu için de itiraf stratejisi red stratejisinden üstündür. Oyuncu B'nin itiraf eylemi sabit tutulursa, oyuncu A'nın yapabileceği en iyi seçim suçu itiraf etmektir. Çünkü itiraf ederse 6, etmezse 11 yıl hapis yatacaktır. Oyuncu B'nin red eylemi sabit tutulursa, oyuncu A'nın yapabileceği en iyi seçim yine suçu itiraf etmek olacaktır. Çünkü itiraf ederse serbest kalacak, reddederse 3 yıl hapis yatacaktır. Oyuncu B için de aynı durum söz konusudur. Oyuncu A'nın itiraf eylemi sabit tutulursa, oyuncu B'nin yapabileceği en iyi tercih suçu itiraf etmek olacaktır. Çünkü itiraf ederse 6, reddederse 11 yıl hapis yatacaktır. Oyuncu A'nın red eylemi sabit tutulursa, oyuncu B'nin yapabileceği en iyi seçim yine suçu itiraf etmektir. Çünkü itiraf ederse serbest kalacak, reddederse 3 yıl hapis yatacaktır. Görüldüğü gibi üstün seçenek metoduna göre oyunun çözümü, iki oyuncunun da itiraf etme stratejisini seçmesi neticesinde oluşmaktadır. Oyunun değeri, her bir oyuncunun 6 yıllık hapis cezasına çarptırılmasıdır. Fakat bu denge Pareto optimal değildir. Çünkü her iki oyuncu da red stratejisini seçerek daha iyi duruma gelebilmektedir. Üstünlük ilkesi formundaki kişisel rasyonalite ile Pareto ilkesi formundaki grup rasyonalitesi arasındaki zıtlık tamdır. Kişisel rasyonalite, oyunun, oyuncular için ikinci derece optimal olan sonuçla sonlanmasını sağlamaktadır.

Mahkumların ikilemi oyunu, ekonomiyle ve diğer sosyal bilimlerle ilgili analizler açısından da önemlidir. Çünkü bir çok ekonomik ve sosyal olayın çekirdeğinde benzer çıkmazlar yer almaktadır.

<u>Örnek</u>:

Tablo 21. Kombi Firmaları Matrisinde Üstün Seçenek Yaklaşımı

		B Firması R	B Firması G	B Firması T
A Firması	R	(70, 72)	(45, 80)	(30, 120)
	G	(75, 50)	(96, 99)	(82, 125)
	T	(85, 47)	(83, 62)	(95, 97)

A ve B firmaları kombi sektöründe faaliyette bulunmaktadır. Her bir firma R ile gösterilen radyo, G ile gösterilen gazete ve T ile gösterilen televizyon yoluyla reklam yapma stratejilerine sahiptir. Firmaların, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri kârlar, yukarıdaki ödül matrisinde belirtilmektedir. Matriste yer alan sayısal değerler 1.000 YTL'ye karşılık gelmektedir.

Üstün seçenek yaklaşımı yardımıyla oyun çözülebilir. A firması hangi stratejisini oynarsa oynasın, B firmasının sahip olduğu T stratejisi aynı oyuncunun R ve G stratejileri karşısında dominanttır. A firması R stratejisini oynarken B firması R stratejisini oynarsa 72, G stratejisini oynarsa 80, T stratejisini oynarsa 120 değerindeki ödüle ulaşmaktadır. 120 > 72 ve 120 > 80 olmaktadır. A firması G stratejisini oynarken B firması R stratejisini oynarsa 50, G stratejisini oynarsa 99, T stratejisini oynarsa 125 değerindeki ödüle ulaşmaktadır. 125 > 50 ve 125 > 99 olmaktadır. A firması T stratejisini oynarken B firması R stratejisini oynarsa 47, G stratejisini oynarsa 62, T stratejisini oynarsa 97 değerindeki ödüle ulaşmaktadır. 97 > 47 ve 97 > 62 olmaktadır. Sonuç olarak B firmasının T stratejisi aynı firmanın G ve R stratejileri karşısında baskın olduğundan, B firmasının G ve R stratejileri matristen çıkarılır.

Tablo 22. 3 x 1 Matrisinde Üstün Seçenek Yaklaşımı

		B Firması
		T
A Firması	R	(30, 120)
	G	(82, 125)
	T	(95, 97)

Yukarıdaki matriste yer alan B firması T stratejisini oynadığı zaman, A firmasının sahip olduğu T stratejisi aynı oyuncunun R ve G stratejileri karşısında dominant olmaktadır. B firması T stratejisini oynarken A firması R stratejisini oynarsa 30, G stratejisini oynarsa 82, T stratejisini oynarsa 95 değerindeki ödüle ulaşmaktadır. 95 > 30 ve 95 > 82 olmaktadır. Sonuç olarak A firmasının T stratejisi aynı firmanın R ve G stratejileri karşısında baskın olduğundan, A firmasının R ve G stratejileri matristen çıkarılır.

Üstün seçenek yaklaşımına göre oyunun denge noktası, her iki firmanın televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini seçmesi olarak bulunmaktadır. Oyunun değeri; A firması için 95.000 YTL'ye, B firması için 97.000 YTL'ye karşılık gelmektedir. Şayet her iki firma işbirliği içine girip gazete yoluyla reklam yapma stratejisini tercih etmiş olsa, A firması 96.000 YTL, B firması ise 99.000 YTL kâr elde edebilir. Bu, kişisel rasyonalite ile grup rasyonalitesi arasındaki çatışmalara örnek olarak gösterilebilir.

1.4.2.2. Karma Strateji Yöntemi

Sıfır toplamlı olmayan işbirliksiz oyunların analizinde kimi zaman üstün seçenek yaklaşımı yetersiz kalmaktadır. Bu durumda oyunun çözümü karma strateji yöntemi yoluyla sağlanmaktadır. Karma strateji, mümkün sade stratejilerin tesadüfi fakat belirli bir oranda birleştirildiği bir stratejidir.[25]

[25] R. Varian, **Intermediate Microeconomics**, 3rd ed., New York: W.W. Norton Company, 1993, s.473.

Oyuncular hamlelerinin bir kısmında bir strateji, diğer kısmında ise başka strateji uygulama imkânına sahip olduklarından, onların vereceği en doğru karar, belli bir strateji yerine bir stratejiler demeti kullanmaktır. Böylece oyuncular tesadüfi stratejilerin olasılığını tayin edip bu olasılıklara göre tercihlerini oynama yoluna giderler.

<u>Örnek</u>:

Tablo 23. Eşlerin Mücadelesi Oyununda Karma Strateji Yöntemi

		Erkek	
		F = P	O = 1 - P
Bayan	F = Q	(2, 3)	(1, 1)
	O = 1 - Q	(1, 1)	(3, 2)

Cinsiyetlerin mücadelesi oyunu, iki kişilik sıfır toplamlı olmayan bir oyundur.[26] Oyunculardan biri erkek diğeri bayan olup, her biri F ile gösterilen futbol maçına gitme ve O ile gösterilen operaya gitme stratejisine sahiptir. Eşler gidecekleri yere karar verirken koordine olamamaktadırlar. Erkek, eşini alıp maça gitmek isterken, bayan ise kocasıyla beraber operaya gitmek istemektedir. Eşler, farklı sosyal aktiviteleri tercih ettiklerinde, eve birer birim fayda elde ederek dönmüş olmaktadırlar.

Üstün seçenek yaklaşımına göre oyunun çözümü sağlanamamaktadır. Erkek F stratejisini seçerse, bayan da 2 > 1 olduğundan F stratejisini seçecektir. Erkek O stratejisini seçerse, bayan da 3 > 1 olduğundan O stratejisini seçecektir. Görüldüğü gibi bayanın dominant stratejisi yoktur. Aynı durum erkek için de geçerlidir. Bayan F stratejisini tercih ederse, erkek de 3 > 1 olduğundan F stratejisini tercih edecektir. Bayan O stratejisini tercih ederse,

[26] Markus Möbius, "Multiple Equilibria and Battle of the Sexes", 2007, http://my.harward.edu/icb/lecture4.pdf (20 Nisan 2007), s.3

erkek de 2 > 1 olduğundan O stratejisini tercih edecektir. Bu şekilde erkeğin de baskın stratejisinin olmadığı anlaşılmaktadır.

Oyuncuların stratejileri oynama oranları, karma strateji yöntemiyle hesaplanmaktadır. Bayan oyuncunun optimal karma stratejisini hesaplamak için, sıfır toplamlı oyun analizinden farklı olarak, erkek oyuncunun ödülleri dikkate alınır. Erkek oyuncunun F stratejisini oynaması anında bayan oyuncunun Q oranında F ve 1 – Q oranında O stratejisini oynaması neticesinde oluşacak olan sütun oyuncusunun beklenen kazancı; erkek oyuncunun O stratejisini oynaması anında bayan oyuncunun aynı oranlarda F ve O stratejilerini oynaması sonucunda oluşacak olan sütun oyuncusunun beklenen kazancına eşit olmaktadır.

$$3Q + 1\,(1 - Q) = 1Q + 2\,(1 - Q) \qquad [1.5]$$
$$3Q - Q + 1 = Q - 2Q + 2$$
$$F = Q = 1/3$$
$$O = (1 - Q) = 2/3$$

Erkek oyuncu F stratejisini oynarken bayan oyuncu karma strateji oynarsa, erkek oyuncunun beklenen kazancı, [3 (1/3) + 1 (2/3)] = 5/3 olarak hesaplanır. Erkek oyuncu O stratejisini oynarken bayan oyuncu karma strateji oynarsa, erkek oyuncunun beklenen kazancı yine, [1 (1/3) + 2 (2/3)] = 5/3 olarak bulunur.

Erkek oyuncunun strateji oranlarının hesaplanmasında, bayan oyuncunun ödülleri dikkate alınır. Bayan oyuncunun F stratejisini oynaması anında erkek oyuncunun P oranında F ve 1 – P oranında O stratejisini oynaması sonucunda oluşacak olan satır oyuncusunun beklenen kazancı; bayan oyuncunun O stratejisini oynaması anında erkek oyuncunun aynı oranlarda F ve O stratejilerini oynaması neticesinde oluşacak olan satır oyuncusunun beklenen kazancına eşit olmaktadır.

$$2P + 1\,(1 - P) = 1P + 3\,(1 - P) \qquad [1.6]$$

2P – P + 1 = P – 3P + 3

F = P = 2/3

O = (1 – P) = 1/3

Bayan oyuncu F stratejisini oynarken erkek oyuncu karma strateji oynarsa, bayan oyuncunun beklenen kazancı, [2 (2/3) + 1 (1/3)] = 5/3 olarak bulunur. Bayan oyuncu O stratejisini oynarken erkek oyuncu karma strateji oynarsa, bayan oyuncunun beklenen kazancı yine, [1 (2/3) + 3 (1/3)] = 5/3 olarak hesaplanır.

Oyuncular, sahip oldukları strateji oynama oranlarında değişiklik yaparlarsa, bu durumdan kazançlı çıkamazlar.

Örnek: İki rakip firma olan A ve B, beyaz eşya sektöründe faaliyette bulunmakta, bu çerçevede derin dondurucu üretip satmaktadır. Her bir firma, R ile gösterilen radyo yoluyla reklam yapma ve T ile gösterilen televizyon yoluyla reklam yapma stratejilerine sahiptir. Firmaların, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri kârlar, aşağıdaki ödül matrisinde gösterilmektedir. Matriste yer alan sayısal değerler 1.000 YTL'ye karşılık gelmektedir.

Tablo 24. Dondurucu Firmaları Matrisinde Karma Strateji Yöntemi

		B Firması	
		R = P	T = 1 - P
A Firması	R = Q	(40, 82)	(60, 70)
	T = 1 - Q	(55, 86)	(50, 90)

Üstün seçenek yaklaşımına göre oyunun çözümü sağlanamamaktadır. B firması R stratejisini seçerse, A firması 55 > 40 olduğundan T stratejisini seçecektir. B firması T stratejisini seçerse, A firması 60 > 50 olduğundan R stratejisini seçecektir. Görüldüğü gibi A firmasının dominant stratejisi yoktur.

Aynı durum B firması için de geçerlidir. A firması R stratejisini tercih ederse, B firması da 82 > 70 olduğundan R stratejisini tercih edecektir. A firması T stratejisini tercih ederse, B firması da 90 > 86 olduğundan T stratejisini tercih edecektir. Bu şekilde B firmasının da baskın stratejisinin olmadığı anlaşılmaktadır.

Oyuncuların stratejileri oynama oranları, karma strateji yöntemiyle hesaplanmaktadır. A firmasının karma stratejisini hesaplamak için, B firmasının ödülleri dikkate alınır. B firmasının R stratejisini oynaması anında A firmasının Q oranında R ve 1 – Q oranında T stratejisini oynaması neticesinde oluşacak olan sütun oyuncusunun beklenen kazancı; B firmasının T stratejisini oynaması anında A firmasının aynı oranlarda R ve T stratejilerini oynaması sonucunda oluşacak olan sütun oyuncusunun beklenen kazancına eşit olmaktadır.

$$82Q + 86 (1 - Q) = 70Q + 90 (1 - Q) \qquad [1.7]$$

$$82Q - 86Q + 86 = 70Q - 90Q + 90$$

$$R = Q = 1/4$$

$$T = (1 - Q) = 3/4$$

B firması R stratejisini oynarken A firması karma strateji oynarsa, B firmasının beklenen kazancı, [82 (1/4) + 86 (3/4)] = 85.000 YTL olarak hesaplanır. B firması T stratejisini oynarken A firması karma strateji oynarsa, B firmasının beklenen kazancı yine, [70 (1/4) + 90 (3/4)] = 85.000 YTL olarak bulunur.

B firmasının strateji oranlarının hesaplanmasında, A firmasının ödülleri dikkate alınır. A firmasının R stratejisini oynaması anında B firmasının P oranında R ve 1 – P oranında T stratejisini oynaması sonucunda oluşacak olan satır oyuncusunun beklenen kazancı; A firmasının T stratejisini oynaması anında B firmasının aynı oranlarda R ve T stratejilerini oynaması neticesinde oluşacak olan satır oyuncusunun beklenen kazancına eşit olmaktadır.

$$40P + 60\,(1 - P) = 55P + 50\,(1 - P) \qquad [1.8]$$

$$40P - 60P + 60 = 55P - 50P + 50$$

$$R = P = 2/5$$

$$T = (1 - P) = 3/5$$

A firması R stratejisini oynarken B firması karma strateji oynarsa, A firmasının beklenen kazancı, [40 (2/5) + 60 (3/5)] = 52.000 YTL olarak bulunur. A firması T stratejisini oynarken B firması karma strateji oynarsa, A firmasının beklenen kazancı yine, [55 (2/5) + 50 (3/5)] = 52.000 YTL olarak hesaplanır.

İKİNCİ BÖLÜM
FİRMALARIN STRATEJİK DAVRANIŞLARININ MODELLER KAPSAMINDA İNCELENMESİ

2.1. İKTİSAT TEORİSİNİN OYUN TEORİSİYLE ETKİLEŞİMİ

İktisat teorisinin bir dalı olarak mikro iktisat, kendi olanakları çerçevesinde karar veren ve alacağı kararlarla kazancını maksimize etmeye çalışan bireylerin davranışlarını incelemektedir. Bu açıdan bakıldığında birey davranışları bakımından sahip olunan olanaklar ve olanaklar çerçevesinde belirlenen ihtiyaçların giderilmesi şeklinde iki önemli boyut ön plana çıkmaktadır. Söz konusu olanakların temel çerçevesini bireylerin mali yetenekleri belirlemekte ve buradan hareketle malların satın alınması ve hizmetlerin elde edilmesi süreci modellenmektedir. Modellemelerde bütçe kısıtı çerçevesinde faydayı maksimize edebilen mal demetinin belirlenmesi mikro iktisadın temel varsayımı olup, rasyonel davranış açısından önem arz etmektedir.

Firmalar açısından yapılan modellemelerde ise teknolojik yapı, piyasa şartları ve yasal prosedürler gibi unsurların firma stratejilerinin belirlenmesinde önemli etkilere sahip olduğu bilinmektedir. Firmalar, söz konusu unsurlardan hareketle fiyat, üretim ve diğer politikalarını belirlemekle birlikte, bu politikalarda sürekli olarak kârlarını maksimize edebilecek stratejileri aramaktadırlar.[27]

Bireyler açısından faydanın, benzer şekilde firmalar açısından ise kârın maksimizasyonu, mikro iktisat analizlerinin birinci önceliğini oluşturmaktadır. Bu bağlamda mikro iktisat teorisinin ikinci önemli boyutunu denge oluştururken, denge olmaksızın teorik yaklaşımların açıklanması mümkün olamamaktadır. Bu nedenle denge, iktisat teorisinin metodolojik bir unsurudur. Denge yardımıyla ihtimal dahilindeki çeşitli durumlar sınırlandırılabilmekte, bireylerin veya firmaların eş zamanlı davranışları

---

[27] Orhan Çoban, **Endüstri İktisadı ve Oyun Teorisi**, Bursa: Ekin Kitapevi, 2003, s.21.

açıklanabilmektedir. İktisat teorisine göre bu sınırlandırmalardan hareketle denge çözümü elde edilmektedir. Yapılan sınırlandırmalar neticesinde hiçbir birey veya firmanın kendi davranışı ile denge durumunu değiştiremeyeceği varsayılmaktadır. Fakat, tek ajanlı karar süreci söz konusu olduğunda, sadece çevre şartlarına optimal derecede uyumlu bir denge süreci dikkate alınmaktadır. Bu bağlamda mikro iktisatta yer alan monopol bir firma, ürünün fiyatını yükseltme veya arzını azaltma yoluyla kârını arttırma çabası içine girebilir.

Çok ajanlı karar durumlarında çevre şartlarının yanı sıra bireyler arasındaki çeşitli etkileşimler de dikkate alınmakta ve interaktif karar sorununda bireylerin kâr veya faydaları diğer bireylerin davranışlarına bağlı olarak şekillenmektedir. Bu tür interaktif durumları dikkate alan analizlerde son yıllarda önemli ilerlemeler kaydedilmiştir. İnteraktif karar sorunu oyun anlamına gelirken, interaktif karar teorisi şeklinde betimlenen teori ise interaktif karar sorununun tahminine ve açıklanmasına olanak sağlayan bununla birlikte oyun teorisi olarak adlandırılan bir yapıyı oluşturmaktadır. Oyun kavramı bağlamında kuşkusuz ajanlar arasındaki etkileşimde sadece bir oyun söz konusu olmayıp, oligopoller arasındaki rekabet durumunda ve firmalar arasındaki öncü firma olma çabalarında olduğu gibi uygulama açısından da farklı süreçler ortaya çıkmaktadır. Oyun teorisinin bireyler ve firmalar açısından dikkate alınan iki önemli unsuru aşağıda sıralanmaktadır.

1) Bütün oyuncular fayda veya kârlarını maksimize etme çabası içindedirler.

2) Strateji kombinasyonları açısından her strateji, diğer oyuncunun stratejisine karşılık verdiği sürece dengenin oluşumuna katkıda bulunur.

Oyun teorisi modellerinde çeşitli stratejiler tercih edilebilmektedir. Stratejiler, genellikle tam bilgi varsayımından ve ihtimal dahilindeki durumlardan hareketle bireylerin hangi stratejileri tercih edebileceklerini ortaya koymaktadır. Genel bir iktisadi yapı dikkate alındığında, bireylerin strateji kombinasyonları zamanla dengeye ulaşmakta, hiçbir bireyin kendi davranışı ile oluşan bu strateji kombinasyonunu değiştirememesi ve tek taraflı olarak kendi faydasını arttıramaması durumunda, farklı birey stratejileri dengesi elde edilmiş olmaktadır. Bu denge, oyun teorisi alanında yapmış olduğu çalışmalardan dolayı John Nash'e atfen "Nash dengesi" olarak adlandırılmaktadır.[28]

2.2. STATİK OYUN MODELLERİNİN EKONOMİYE UYGULANMASI

Statik oyunlar, veri bir zaman dilimi içerisinde oyuncuların, oyundaki diğer oyuncuların hareketlerini bilmeden eş anlı olarak karar vermesi şeklinde oynanan oyunlardır. Oyuncular bir kerelik karar verirler ve oyun sona erer. Statik oyunlar, stratejiler ve kazançlar üzerine odaklanan normal biçimde gösterilmektedir. Bu oyun türü, tam bilgili ve eksik bilgili statik oyunları içine almaktadır. Oyunculardan her birinin, kendisinin ve rakibinin olası strateji kombinasyonları çerçevesinde ortaya çıkan getirilerini bildiği oyunlar olarak tanımlanan tam bilgili statik oyunlar, Nash dengesi vasıtasıyla çözülebilmektedir.

2.2.1. Nash Dengesi

Nash dengesi kavramının temelinde, en iyi cevap yaklaşımı yer almaktadır. Nash'e göre, iki kişilik bir oyunun çözümüne aday olan strateji çiftini oluşturan oyuncuların stratejilerinin her birinin, rakip oyuncu tarafından oynanacağı tahmin edilen diğer stratejiye en iyi cevap olma niteliğini sağlaması gerekmektedir. Diğer bir deyişle Nash dengesi; rakibinin stratejileri veri iken, her oyuncunun yapabileceğinin en iyisini yaptığına ilişkin bir strateji setidir. İşbirliksiz oyun teorisinin temellerinden birini oluşturan bu dengede, hiçbir oyuncu rakip oyuncunun eylemi sabit alındığında kendi seçimini değiştirmek istemez. Bir başka deyişle hiçbir oyuncu, rakip oyuncunun stratejisi sabit alındığında, kendi eylemini değiştirerek kazancını arttıramaz. Söz konusu Nash dengesinin kendine zorlayıcı ve stratejik istikrar özelliklerini

[28] Roger Myerson, **Nash Equilibrium and the History of Economic Theory**, Illionis: Northwestern University, 1999, s.6'dan Çoban, **a.g.e.**, s.23 (Söz konusu bilgiyi Çoban, Myerson'un kitabından aktarmaktadır.)

öne çıkardığını söylemek, hiçbir oyuncunun kendi strateji tercihindeki bir sapma aracılığıyla belirtilen dengeden çıkma yönünde bir isteği kalmaması üzerine ifade edilebilecek en uygun karşılıktır. Baskınlık çözümünde ise rakip oyuncunun hangi strateji tercihini gerçekleştirdiğine bakılmadan, oyuncuların, bizzat yapabileceklerinden en iyisini ortaya çıkarma çabasında olduğu bir süreç söz konusu olmaktadır. Sonuç olarak ortaya çıkan dominant strateji dengesi, oyunda tek Nash dengesi olmaktadır.

Statik oyun modelinde, her bir oyuncunun, diğer oyuncunun fiili strateji seçimine en iyi cevabı oluşturacak stratejisini seçtiği varsayılırsa, bu özelliği taşıyan strateji çiftleri oyunun çözümü olacaktır. Bu argüman iki unsur içermektedir.

1) Her oyuncu, rakibinin beklenen strateji seçimine en iyi cevabı oluşturacak olan stratejisini seçmelidir.

2) Denge durumunda, oyuncuların, rakiplerinin strateji seçimleri hakkındaki inançları, bu beklentilerin yerine getirilmiş olması anlamında rasyonel olmalıdır.

Bu gerekliliklerin ilki, bir oyuncunun, rakibinin seçeceği stratejiyi tahmin etmeye çalışacağını varsayarken; ikincisi, aynı oyuncunun, rakibinin oyunu hakkındaki beklentilerinin, rakibi tarafından fiilen oynanan stratejiler ile tutarlı olmasını gerektirir.[29]

İki kişilik bir oyun için Nash dengesinin tanımı sembolik olarak gösterilebilir. Birinci oyuncu, $P_1\ (s_1^*,\ s_2^*) \geq P_1\ (s_1,\ s_2^*)$ koşuluna sahip olmaktadır. P_1, bu oyuncunun Nash dengesi esnasındaki kazancına karşılık gelmekte; s_1 ise birinci oyuncunun stratejilerinden, Nash dengesini meydana getirmeyen seçenek olup, $s_1 \in S_1$ şeklinde gösterilmektedir. İkinci oyuncu ise, $P_2\ (s_1^*,\ s_2^*) \geq P_2\ (s_1^*,\ s_2)$ şartını elde etmektedir. P_2, bu oyuncunun Nash dengesi esnasındaki kazancına karşılık gelmekte; s_2 ise ikinci oyuncunun

[29] John Nash, **Essays on Game Theory**, New Jersey: Princeton University Press, 1996, s.288.

stratejilerinden, Nash dengesini meydana getirmeyen seçenek olup, $s_2 \in S_2$ biçiminde gösterilmektedir. Oyunun Nash dengesi çözümünü, (s_1^*, s_2^*) olarak gösterilen strateji kombinasyonu tanımlamaktadır. Bu tanımın, birinci oyuncuyu içine alan kısmında, s_1^* stratejisinin s_2^* stratejisine en iyi tepki olması; ikinci oyuncuya yönelik olan kısmında ise, s_2^* stratejisinin s_1^* stratejisine en iyi cevap olması yer almaktadır.

<u>Örnek</u>: A ve B harfleri ile gösterilen oyuncular, iki kişilik bir statik oyun oynamaktadırlar. A oyuncusu, A_1 ve A_2; B oyuncusu ise, B_1 ve B_2 stratejilerine sahip olmaktadır. Oyuncuların, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri faydalar, aşağıdaki ödül matrisinde belirtilmektedir.

Tablo 25. 2 x 2 lik Oyun Matrisinde Nash Dengesi Çözümü

		Oyuncu B	
		B_1	B_2
Oyuncu A	A_1	($\underline{11}$, 1)	($\underline{6}$, $\underline{3}$)
	A_2	(10, $\underline{2}$)	(4, 1)

Yukarıdaki matriste gösterilen tam bilgili statik oyunun çözümünde, Nash dengesi yöntemi kullanılmaktadır. İlk olarak, B oyuncusunun seçimlerine göre A oyuncusunun en iyi tepkileri bulunmaktadır. Eğer sütun oyuncusu B_1 stratejisini tercih ederse, satır oyuncusu 11 > 10 olduğundan A_1 stratejisini seçecektir. Şayet sütun oyuncusu B_2 stratejisini seçerse, satır oyuncusu 6 > 4 olduğundan yine A_1 stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, A oyuncusunun elde edebileceği faydalara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

Satır oyuncusunun en iyi tepkileri bulunduktan sonra, bu kez A oyuncusunun tercihlerine göre B oyuncusunun en iyi cevapları bulunmaya çalışılacaktır. Eğer satır oyuncusu A_1 stratejisini tercih ederse, sütun oyuncusu 3 > 1 olduğundan B_2 stratejisini seçecektir. Şayet satır oyuncusu A_2 stratejisini seçerse, sütun oyuncusu 2 > 1 olduğundan B_1 stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, B oyuncusunun sahip olabileceği faydalara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

Sonuç olarak, her bir oyuncunun aynı anda yaptığı en iyi seçimden oluşan strateji kombinasyonu Nash dengesini vermektedir. Yukarıdaki kazanç matrisinde yer alan (A_1, B_2) strateji kombinasyonu Nash dengesine karşılık olmaktadır. Oyuncuların bu stratejileri karşılıklı olarak tercih etmeleri neticesinde, satır oyuncusu 6 birim, sütun oyuncusu ise 3 birim fayda kazanmaktadır. Yukarıdaki oyun matrisinde görüldüğü üzere, denge noktasında, her bir oyuncunun faydasına karşılık gelen sayısal değerin altında çizgi bulunmaktadır.

Örnek: Petrol kuyusu açma oyunu, tam bilgili statik oyunlar başlığı altında incelenebilmektedir.[30] Total petrol şirketi, altında 8 milyon varil ham petrol rezervi saptanan bir alanı, iki yıllık süre için kiralamış bulunmaktadır. Yeraltında varolduğu bilinen ham petrol rezervinin bugünkü fiyatlarla toplam değeri 160 milyon dolardır. Bugünkü petrol fiyatlarının, gelecek iki yıl süresince aynı kalacağı beklenmektedir. Total petrol firmasının petrol kuyusu açma kararının, ham petrol fiyatları üzerinde etkisi yoktur. Total petrol şirketi, açacağı petrol kuyusunun genişliği konusunda karar vermek zorundadır. Geniş ağızlı bir petrol kuyusu açmanın şirkete olan maliyeti 52 milyon dolardır. Geniş kuyu, yılda 10 milyon varil ham petrolün yerüstüne çıkarılmasını sağlayacak büyüklükteki bir kuyudur. Geniş kuyu vasıtasıyla, yeraltındaki petrol rezervinin tamamı bir yıl içerisinde çıkarılabilecektir. Dar bir petrol kuyusu açmak ise firmaya yalnızca 32 milyon dolara mal olacaktır

[30] Andrew Buck, "Nash Equilibrium", 1992, http://courses.temple.edu/economics/lecture4.htm (20 Mayıs 2006)

fakat dar kuyunun petrol çıkarma kapasitesi yıllık 4 milyon varildir. Şirket dar kuyu açarsa, yeraltındaki petrolün tamamının çıkarılması iki yılda tamamlanacaktır. Hangi kuyuya karar verilirse verilsin, kuyunun açılmasından sonra ham petrolün yeraltından çıkarılmasının varil başına maliyeti 6 dolardır. Oyunda, Total petrol firmasının yalnızca bir kuyu açacak kadar bir kaynağa sahip olduğu varsayılmaktadır. Bu şirketin gelirleri, kuyu açma ve petrol rezervinden ham petrol pompalama maliyetleri aşağıda gösterilmektedir.

	Dar Kuyu	Geniş Kuyu
Kuyu Açma Maliyeti	$ 32 Milyon	$ 52 Milyon
Çıkarma Maliyeti	$ 48 Milyon	$ 48 Milyon
Toplam Maliyet	$ 80 Milyon	$ 100 Milyon
Gelir	$ 160 Milyon	$ 160 Milyon
Kâr	$ 80 Milyon	$ 60 Milyon

Yukarıda görüldüğü üzere, her bir kuyudan petrol çıkarma maliyeti ($ 6 x 8 milyon varil) = $ 48 milyon olarak hesaplanmaktadır. Geniş kuyu açmanın maliyeti ise dar kuyu açmanın maliyetinden 20 milyon dolar daha fazladır. Şirket, dar kuyu açmaktan vazgeçip geniş kuyu açmaya karar verirse, gelirinde hiçbir değişiklik olmadığı halde toplam maliyeti 20 milyon dolar artmakta ve kârı da aynı meblağda azalmaktadır. Bu nedenle, firmanın, petrolü çıkarmak için vereceği en kârlı karar, dar bir petrol kuyusu açmak olacaktır.

Rakip olan Shell petrol şirketinin de, aynı petrol rezervi üzerindeki, Total firmasının yanındaki toprakları iki yıllığına kiraladığı varsayılabilmektedir. Shell firması da Total şirketinin sahip olduğu kuyu açma ve ham petrolü kuyudan çıkarma maliyetlerine sahiptir. Şirketlerin her ikisi de petrol çıkarmak için kuyu açarsa, sonuçta bu firmalar aynı rezervden petrol pompalayacaktır. Dolayısıyla, her firmanın elde edeceği petrol miktarı, onların açacağı kuyuların büyüklüğüne bağlıdır. Eğer her iki şirket aynı büyüklükte petrol kuyusu açarsa, her biri eşit miktarda yani 4 milyon varil ham petrol çıkarabilecektir. Şirketin biri geniş, diğeri dar bir kuyu açarsa, geniş kuyu açan 6 milyon varil ham petrol elde ederken, dar kuyu açan firma ancak 2 milyon varil petrol pompalayabilecektir.

Total ve Shell firmaları, karşılıklı bağımlılıktan dolayı aralarında bir oyun oynayabilmektedirler. Her firmanın, kuyu açma kararını alırken rakibinin kararını bilmediği ve müşterek kararlarının hemen ortaya çıkacak sonuçlarıyla ilgilendiği varsayıldığı için bu oyun statik bir oyun haline gelmektedir. Bu statik oyunun stratejik formda gösteriminde, karar alan birimlerin sahip olduğu stratejiler ön plana çıkmaktadır. Petrol çıkarma oyununda, oyuncuların her birinin, dar kuyu seçimi ve geniş kuyu seçimi biçiminde iki stratejisi vardır. Stratejilerden bir tanesi bir oyuncuya, diğeri öteki oyuncuya ait olmak üzere oluşturulan listeye strateji profili adı verilmektedir. Petrol çıkarma oyununda, {Dar Kuyu, Geniş Kuyu}, {Dar Kuyu, Dar Kuyu}, {Geniş Kuyu, Dar Kuyu} ve {Geniş Kuyu, Geniş Kuyu} şeklinde dört farklı strateji profili vardır. Her bir strateji profili içindeki stratejilerden ilki satır oyuncusuna, diğeri sütun oyuncusuna aittir.

Her strateji profili, karşılıklı strateji seçimlerine bağlı olarak, oyuncuların elde edeceği ödülleri göstermektedir. Petrol çıkarma oyununda ödüller, şirketlerin, iki yıllığına kiraladıkları alanlardan iki yılda elde edecekleri kârlardır. Şirketlerin her biri 32 milyon dolara mal olan dar kuyu açma stratejisini seçerse, her bir firma 8 milyon varillik toplam ham petrol rezervinin yarısını, ($ 6 x 4 milyon varil) = 24 milyon dolarlık maliyetle pompalayacaktır. Şirketlerin her birinin toplam maliyeti, ($ 32 milyon + $ 24 milyon) = 56 milyon dolar olmaktadır. Her bir firma elde ettiği 4 milyon varil ham petrolü piyasada satarak gelir hanesine [(4 milyon varil x $ 160 milyon)/8 milyon varil] = 80 milyon dolar kaydetmektedir. Kararlarının sonucu olarak her biri, ($ 80 milyon - $ 56 milyon) = 24 milyon dolar kâr elde eder.

Firmalardan biri dar kuyu açma, diğeri geniş kuyu açma stratejisini tercih ederse, 32 milyon dolara mal olan dar kuyu açma stratejisini seçen şirket, 8 milyon varillik ham petrol rezervinin 1/4'ünü, ($ 6 x 2 milyon varil) = 12 milyon dolarlık maliyetle pompalayacaktır. 52 milyon dolara mal olan geniş kuyu açma stratejisini seçen şirket ise 8 milyon varillik ham petrol rezervinin 3/4'ünü, ($ 6 x 6 milyon varil) = 36 milyon dolarlık maliyetle pompalayacaktır. Dar kuyu açma stratejisini tercih eden firmanın toplam maliyeti, ($ 32 milyon + $ 12 milyon) = 44 milyon dolar; geniş kuyu açma stratejisini seçen firmanın toplam maliyeti, ($ 52 milyon + $ 36 milyon) = 88 milyon dolar olmaktadır. Dar kuyu açma stratejisini tercih eden şirket elde ettiği 2 milyon varil ham petrolü piyasada satarak gelir hanesine [(2 milyon varil x $ 160 milyon)/8 milyon varil] = 40 milyon dolar; geniş kuyu açma stratejisini seçen firma ise elde ettiği 6 milyon varil ham petrolü piyasada satarak gelir hanesine [(6 milyon varil x $ 160 milyon)/8 milyon varil] = 120 milyon dolar kaydetmektedir. Sonuçta, dar kuyu açma stratejisini seçen şirket, ($ 40 milyon - $ 44 milyon) = - 4 milyon dolar zarar etmekte; geniş kuyu açma stratejisini tercih eden firma ise ($ 120 milyon - $ 88 milyon) = 32 milyon dolar kâr elde etmektedir.

Firmaların her biri 52 milyon dolara mal olan geniş kuyu açma stratejisini seçerse, her bir şirket 8 milyon varillik ham petrol rezervinin yarısını, ($ 6 x 4 milyon varil) = 24 milyon dolarlık maliyetle pompalayacaktır. Firmaların her birinin toplam maliyeti, ($ 52 milyon + $ 24 milyon) = 76 milyon dolar olmaktadır. Her bir şirket elde ettiği 4 milyon varil ham petrolü piyasada satarak gelir hanesine [(4 milyon varil x $ 160 milyon)/8 milyon varil] = 80 milyon dolar kaydetmektedir. Sonuç olarak her bir firma, ($ 80 milyon - $ 76 milyon) = 4 milyon dolar kâr elde edebilir. Aşağıdaki oyun matrisi, şirketlerin, birbirleriyle iletişim kurmadan aldıkları karşılıklı kararlar sonucunda ortaya çıkacak ödülleri göstermektedir.

Tablo 26. Kuyu Açma Oyununda Nash Dengesi Çözümü

		Total	
		Dar Kuyu	Geniş Kuyu
Shell	Dar Kuyu	(24, 24)	(-4, 32)
	Geniş Kuyu	(32, -4)	(4, 4)

Yukarıdaki matriste gösterilen petrol kuyusu açma oyununun çözümünde, Nash dengesi yöntemi kullanılmaktadır. İlk olarak, Total firmasının seçimlerine göre Shell firmasının en iyi tepkileri bulunmaktadır. Eğer Total şirketi dar kuyu açma stratejisini tercih ederse, Shell şirketi 32>24 olduğundan geniş kuyu açma stratejisini seçecektir. Şayet sütun oyuncusu geniş kuyu açma stratejisini seçerse, satır oyuncusu 4 > -4 olduğundan yine geniş kuyu açma stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, Shell firmasının elde edebileceği kârlara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

Shell firmasının en iyi tepkileri bulunduktan sonra, bu kez satır oyuncusunun tercihlerine göre Total firmasının en iyi cevapları bulunmaya çalışılacaktır. Eğer Shell şirketi dar kuyu açma stratejisini tercih ederse, Total şirketi 32 > 24 olduğundan geniş kuyu açma stratejisini seçecektir. Şayet satır oyuncusu geniş kuyu açma stratejisini seçerse, sütun oyuncusu 4 > -4 olduğundan yine geniş kuyu açma stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, Total firmasının sahip olabileceği kârlara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

Sonuç olarak, kazanç matrisinde yer alan {Geniş Kuyu, Geniş Kuyu} strateji kombinasyonu Nash dengesini vermektedir. Şirketlerin bu stratejileri karşılıklı olarak tercih etmeleri neticesinde, her ikisi de 4 milyon dolar kâr elde etmektedir. Denge noktasında, her bir firmanın kârına karşılık gelen sayısal değerin altında çizgi bulunmaktadır. Fakat bu oyunda, her iki oyuncu için, Nash dengesi sonucundan daha iyi bir Pareto optimal sonuç vardır. Bahsedilen optimal sonuç, {Dar Kuyu, Dar Kuyu} strateji kombinasyonuna karşılık gelmektedir. Eğer firmalar bu stratejileri karşılıklı olarak seçme konusunda bağlayıcı bir anlaşma yaparlarsa, her biri 24 milyon dolar kâra sahip olabilmektedir.

Örnek: Mobilya sektöründe faaliyet gösteren iki rakip firma tam bilgili bir statik oyun oynamaktadır. Bu oyun modelinin varsayımları aşağıda belirtilmektedir.

1) Firmalar ürünlerini sabit bir fiyattan satmaktadırlar.

2) Reklam, piyasadaki toplam talep düzeyini etkilememektedir.

3) Mobilya üretip satan firmalar, D ile gösterilen düşük reklam harcaması ve Y ile gösterilen yüksek reklam harcaması stratejilerini seçip uygulayabilirler.

4) Firmaların piyasa payları, seçecekleri reklam harcaması düzeyine bağlıdır.

Oyunun kazanç matrisini oluşturabilmek için bazı ek değişkenlere gerek vardır. Π_o, endüstrinin kâr düzeyini; m_{jk} ise rakip firma (k = Y, k = D) anlamına gelen k stratejisini seçtiğinde, diğer firmanın (j = Y, j = D) manasına gelen j stratejisini tercih etmesi durumunda ortaya çıkacak olan piyasa payını göstermektedir. Değişik reklam düzeyi seçimlerinde piyasa payı toplamı bire eşit olmakta ve $m_{jk} + m_{kj} = 1$ şeklinde yazılmaktadır. Bu oyunda Π_o = 2.000.000 YTL, yüksek reklam harcamasını ifade eden R_Y = 800.000 YTL, düşük reklam harcamasını gösteren R_D = 400.000 YTL ve firmaların farklı reklam düzeyi seçimlerine göre elde ettikleri piyasa payları sırasıyla m_{YY} = 1/2, m_{YD} = 4/5, m_{DY} = 1/5, m_{DD} = 1/2 olmaktadır. Bu veriler yardımıyla A ve B firmasının kazancını hesaplayabilmek için aşağıya kazanç fonksiyonları yazılabilmektedir.

$\Pi_A (R_Y, R_Y) = m_{YY}\, \Pi_o – R_Y = (1/2) \times 2000 – 800 = 200.000$ YTL

$\Pi_B (R_Y, R_Y) = m_{YY}\, \Pi_o – R_Y = (1/2) \times 2000 – 800 = 200.000$ YTL

$\Pi_A (R_Y, R_D) = m_{YD}\, \Pi_o – R_Y = (4/5) \times 2000 – 800 = 800.000$ YTL

$\Pi_B (R_D, R_Y) = m_{DY}\, \Pi_o – R_D = (1/5) \times 2000 – 400 = 0$

$\Pi_A (R_D, R_Y) = m_{DY}\, \Pi_o – R_D = (1/5) \times 2000 – 400 = 0$

$\Pi_B (R_Y, R_D) = m_{YD}\, \Pi_o – R_Y = (4/5) \times 2000 – 800 = 800.000$ YTL

$\Pi_A (R_D, R_D) = m_{DD}\, \Pi_o – R_D = (1/2) \times 2000 – 400 = 600.000$ YTL

$\Pi_B (R_D, R_D) = m_{DD}\, \Pi_o – R_D = (1/2) \times 2000 – 400 = 600.000$ YTL

Yukarıda gösterildiği gibi her iki firma yüksek reklam harcaması yaparsa, piyasayı yarı yarıya paylaşırlar. Her bir firma 2.000.000 YTL'lik endüstri kârının 1.000.000 YTL'lik kısmını elde ettikten sonra yüksek reklam harcamasına denk gelen 800.000 YTL'yi düşerek 200.000 YTL değerindeki net kâra sahip olabilmektedir.

Şayet A firması yüksek reklam harcaması yaparken B firması düşük reklam harcaması yaparsa, A firması 2.000.000 YTL'lik endüstri kârının 4/5'i olan 1.600.000 YTL'ye sahip olduktan sonra yüksek reklam harcamasına karşılık gelen 800.000 YTL'yi düşerek 800.000 YTL değerindeki net kârı elde edebilirken; B firmasının ise 2.000.000 YTL'lik endüstri kârının 1/5'i olan 400.000 YTL'yi elde ettikten sonra düşük reklam harcamasına denk gelen 400.000 YTL'yi düşmesi sonucunda kazancı sıfıra eşit olmaktadır.

Eğer A firması düşük reklam harcaması yaparken B firması yüksek reklam harcaması yaparsa, A firmasının 2.000.000 YTL'lik endüstri kârının 1/5'i olan 400.000 YTL'ye sahip olduktan sonra düşük reklam harcamasına karşılık gelen 400.000 YTL'yi düşmesi sonucunda net kârı sıfıra eşit olurken; B firması ise 2.000.000 YTL'lik endüstri kârının 4/5'i olan 1.600.000 YTL'yi elde ettikten sonra yüksek reklam harcamasına denk gelen 800.000 YTL'yi düşerek 800.000 YTL değerindeki net kâra sahip olabilmektedir.

Her iki firma düşük reklam harcaması yaparsa da piyasayı yarı yarıya paylaşırlar. Her bir firma 2.000.000 YTL'lik endüstri kârının 1.000.000 YTL'lik kısmına sahip olduktan sonra düşük reklam harcamasına karşılık gelen 400.000 YTL'yi düşerek 600.000 YTL değerindeki net kârı elde edebilmektedir.

Tablo 27. Mobilya Firmaları Matrisinde Nash Dengesi Çözümü

		B Firması: D	B Firması: Y
A Firması	D	(600, 600)	(0, <u>800</u>)
	Y	(<u>800</u>, 0)	(<u>200</u>, <u>200</u>)

Yukarıdaki ödül matrisinde, şirketlerin, karşılıklı olarak tercih edebilecekleri stratejilere göre sahip olacakları kârlar gösterilmektedir. Matriste yer alan sayısal değerler 1.000 YTL'ye denk gelmektedir. Bahsedilen tam bilgili statik oyunun çözümünde, Nash dengesi yöntemi kullanılmaktadır. İlk olarak, B firmasının seçimlerine göre A firmasının en iyi tepkileri bulunmaktadır. Eğer B şirketi düşük reklam harcaması yapma stratejisini tercih ederse, A şirketi 800 > 600 olduğundan yüksek reklam harcaması yapma stratejisini seçecektir. Şayet sütun oyuncusu yüksek reklam harcaması yapma stratejisini seçerse, satır oyuncusu 200 > 0 olduğundan yine yüksek reklam harcaması yapma stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, A firmasının elde edebileceği kârlara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

A firmasının en iyi tepkileri bulunduktan sonra, bu kez satır oyuncusunun tercihlerine göre B firmasının en iyi cevapları bulunmaya çalışılacaktır. Eğer A şirketi düşük reklam harcaması yapma stratejisini tercih ederse, B şirketi 800 > 600 olduğundan yüksek reklam harcaması yapma stratejisini seçecektir. Şayet satır oyuncusu yüksek reklam harcaması yapma stratejisini seçerse, sütun oyuncusu 200 > 0 olduğundan yine yüksek reklam harcaması yapma stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, B firmasının sahip olabileceği kârlara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

Sonuç olarak, kazanç matrisinde yer alan {Y, Y} strateji kombinasyonu Nash dengesini vermektedir. Şirketlerin bu stratejileri karşılıklı olarak tercih etmeleri neticesinde, her ikisi de 200.000 YTL kâr elde etmektedir. Denge noktasında, her bir firmanın kârına karşılık gelen sayısal değerin altında çizgi bulunmaktadır. Ancak bu oyunda, her iki oyuncu için, Nash dengesinden daha iyi bir Pareto optimal sonuç vardır. Bahsedilen optimal sonuç, {D, D} strateji kombinasyonuna karşılık gelmektedir. Eğer firmalar bu stratejileri karşılıklı olarak seçme konusunda bağlayıcı bir anlaşma yaparlarsa, her biri 600.000 YTL kâra sahip olabilmektedir.

Örnek: Bir büyük şehirde 10 tane tavuk besicisi şirket bulunmaktadır. Tavukçuluk sektöründe faaliyet gösteren bu firmalar arasında tam bilgili bir statik oyun oynanmaktadır. Çok sayıda oyuncu bulunsa da oyun iki ajanlı duruma indirgenebilir. Kazanç matrisinde, işletmelerden birisi A, diğer şirketlerin her biri B harfi ile nitelendirilmektedir. Her firmanın aylık 450.000 ya da 500.000 tavuk besleyebilecek ve bunları kesip satabilecek kapasiteye sahip olduğu varsayılmaktadır. Oyun matrisinde, A şirketi, A_1 ile gösterilen 450.000 adet tavuk besleyip satma ve A_2 ile ifade edilen 500.000 tane tavuk besleyip satma stratejilerine; B firmalarının her biri ise B_1 ile gösterilen 450.000 adet tavuk besleyip satma ve B_2 ile ifade edilen 500.000 adet tavuk besleyip satma stratejilerine sahip olmaktadır. Oyuncuların, karşılıklı olarak tercih edebilecekleri stratejilere göre elde edebilecekleri kazançlar, aşağıda hesaplanmaktadır.

Aylık tavuk talebinin yaklaşık 4.750.000 tane olarak belirlendiği piyasada, her işletme 450.000 tavuk besledikten sonra bunları kesip pazara sunduğunda, [(450.000 x 1) + (450.000 x 9)] = 4.500.000 < 4.750.000 olduğundan arz yetersizliği nedeniyle fiyatlar yükselecektir. Bunun sonucunda her firma tavuk başına 2 YTL kâr elde edecektir. Böylece her bir şirketin aylık kazancı, (2 x 450.000) = 900.000 YTL olacaktır.

Eğer A işletmesi 500.000 tavuk besledikten sonra bunları kesip satma kararını uygularken diğer firmaların her biri 450.000 tavuk besleyip satmayı sürdürürlerse, [(500.000 x 1) + (450.000 x 9)] = 4.550.000 < 4.750.000 olmakta ve A şirketinin strateji değişikliği toplam arzı fazla yükseltmediğinden fiyatlar aynı seviyede seyretmeye devam etmektedir. Bunun sonucunda her firma tavuk başına yine 2 YTL kâra sahip olacaktır. Böylece A şirketinin aylık kazancı, (2 x 500.000) = 1.000.000 YTL; diğer işletmelerin her birinin aylık kazancı ise (2 x 450.000) = 900.000 YTL olmaktadır.

Şayet diğer firmaların her biri 500.000 tavuk besledikten sonra bunları kesip satma tercihini uygularken A şirketi 450.000 tavuk besleyip satmaya devam ederse, [(450.000 x 1) + (500.000 x 9)] = 4.950.000 > 4.750.000

olmakta ve diğer işletmelerin her birinin strateji değişikliği toplam arzı aşırı yükselttiğinden fiyatlar düşme eğilimine girecektir. Bunun sonucunda her şirket tavuk başına 1,5 YTL kâr elde edecektir. Böylece A firmasının aylık kazancı, (1,5 x 450.000) = 675.000 YTL; diğer firmaların aylık kazancı ise (1,5 x 500.000) = 750.000 YTL olacaktır.

Son olarak her şirketin, tüm kapasitesini kullanması suretiyle 500.000 tane tavuğu besledikten sonra keserek satışa sunması neticesinde, [(500.000 x 1) + (500.000 x 9)] = 5.000.000 > 4.750.000 olduğundan toplam arzın toplam talebi aşması nedeniyle fiyatlar düşme trendine girmektedir. Bunun sonucunda her işletme tavuk başına yine 1,5 YTL kâra sahip olmaktadır. Böylece her bir firmanın aylık kazancı, (1,5 x 500.000) = 750.000 YTL olacaktır.

Tablo 28. Tavuk Firmaları Matrisinde Nash Dengesi Çözümü

		B Firmaları	
		B_1	B_2
A Firması	A_1	(900, 900)	(675, 750)
	A_2	(1.000, 900)	(750, 750)

Yukarıdaki ödül matrisinde, şirketlerin, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri kârlar gösterilmektedir. Matriste yer alan sayısal veriler 1.000 YTL'ye denk gelmektedir. Tavuk işletmeleri arasında oynanan tam bilgili statik oyunun çözümünde, Nash dengesi yöntemi kullanılmaktadır. İlk olarak, B firmalarından her birinin seçimlerine göre A firmasının en iyi tepkileri bulunmaktadır. Eğer her bir B şirketi, B_1 ile ifade edilen ayda 450.000 tane tavuk besleyip satma stratejisini tercih ederse, A şirketi 1.000 > 900 olduğundan A_2 ile gösterilen aylık 500.000 adet tavuk besleyip satma stratejisini seçecektir. Şayet her bir sütun oyuncusu, B_2 ile gösterilen aylık 500.000 adet tavuk besleyip satma stratejisini seçerse, satır oyuncusu 750 > 675 olduğundan yine A_2 ile ifade edilen ayda 500.000 tane tavuk besleyip satma stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, A firmasının sahip olabileceği kârlara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

A firmasının en iyi tepkileri bulunduktan sonra, bu kez satır oyuncusunun tercihlerine göre B firmalarından her birinin en iyi cevapları bulunmaya çalışılacaktır. Eğer A şirketi, A_1 ile gösterilen aylık 450.000 adet tavuk besleyip satma stratejisini tercih ederse, diğer şirketlerin her biri 900>750 olduğundan B_1 ile ifade edilen ayda 450.000 tane tavuk besleyip satma stratejisini seçecektir. Şayet satır oyuncusu A_2 ile ifade edilen aylık 500.000 adet tavuk besleyip satma stratejisini seçerse, sütun oyuncularının her biri 900 > 750 olduğundan yine B_1 ile gösterilen ayda 450.000 tane tavuk besleyip satma stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, B firmalarının her birinin elde edebileceği kârlara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

Sonuç olarak, kazanç matrisinde yer alan $\{A_2, B_1\}$ strateji kombinasyonu Nash dengesini vermektedir. Şirketlerin bu stratejileri karşılıklı olarak tercih etmeleri neticesinde, A firması 1.000.000 YTL kâra sahip olurken, diğer işletmelerin her biri 900.000 YTL kâr elde etmektedir. Denge noktasında, her bir firmanın kârına karşılık gelen sayısal verinin altında çizgi bulunmaktadır.

Örnek: İki rakip firma olan A ve B, dokumacılık sektöründe faaliyet göstermekte, bu çerçevede halı üretip satmaktadırlar. Bu şirketler arasında tam bilgili bir statik oyun oynanmaktadır. Kazancını arttırmak amacıyla her bir firma, T ile gösterilen televizyon, R ile ifade edilen radyo ve G ile gösterilen gazete yoluyla reklam yapma stratejilerine sahiptir. Şirketlerin, karşılıklı olarak tercih edebilecekleri stratejilere göre sahip olacakları kârlar, aşağıdaki ödül matrisinde gösterilmektedir. 3 x 3 lük oyun matrisinde yer alan sayısal değerler 1.000 YTL'ye karşılık gelmektedir.

Tablo 29. Halı Firmaları Matrisinde Nash Dengesi Çözümü

		B Firması		
		T	R	G
	T	(550, 575)	(420, 380)	(600, 450)
A Firması	R	(410, 530)	(535, 525)	(520, 485)
	G	(400, 625)	(470, 580)	(515, 500)

Halı şirketleri arasında oynanan tam bilgili statik oyunun çözümünde, Nash dengesi metodu kullanılmaktadır. İlk olarak, B firmasının tercihlerine göre A firmasının en iyi tepkileri bulunmaktadır. B şirketi birinci alternatif olarak televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini seçerse, A şirketi de 550>410 ve 550 > 400 olduğundan televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini tercih edecektir. Eğer sütun oyuncusu radyo yoluyla reklam yapma stratejisini tercih ederse, satır oyuncusu da 535 > 470 ve 535 > 420 olduğundan radyo yoluyla reklam yapma stratejisini seçecektir. Şayet B işletmesi gazete yoluyla reklam yapma stratejisini seçerse, A işletmesi 600>520 ve 600 > 515 olduğundan yine televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, A firmasının elde edebileceği kârlara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

A firmasının en iyi tepkileri bulunduktan sonra, bu kez satır oyuncusunun seçimlerine göre B firmasının en iyi cevapları bulunmaya çalışılacaktır. A şirketi ilk önce televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini tercih ederse, B şirketi de 575 > 380 ve 575 > 450 olduğundan televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini seçecektir. Eğer satır oyuncusu radyo yoluyla reklam yapma stratejisini seçerse, sütun oyuncusu 530 > 525 ve 530>485 olduğundan yine televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini tercih edecektir. Şayet A işletmesi gazete yoluyla reklam yapma stratejisini tercih ederse, B işletmesi 625 > 580 ve 625 > 500 olduğundan yine televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini seçecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, B firmasının sahip olabileceği kârlara denk düşen sayısal verilerin altına çizgi çekilebilmektedir.

Sonuç olarak, kazanç matrisinde yer alan {T, T} strateji kombinasyonu Nash dengesini vermektedir. Şirketlerin bu stratejileri karşılıklı olarak tercih etmeleri neticesinde, A firması 550.000 YTL kâr elde edebilirken, B işletmesi 575.000 YTL kâra sahip olmaktadır. Denge noktasında, her bir firmanın kârına karşılık gelen sayısal değerin altında çizgi bulunmaktadır.

Örnek: Birbirleriyle rekabet halinde olan A ve C şirketleri, elektronik eşya sektöründe faaliyette bulunmakta, bu çerçevede yeni model cep telefonları üretip satmaktadırlar. Bu firmalar arasında tam bilgili bir statik oyun oynanmaktadır. Kazancını arttırmak amacıyla her bir şirket, T ile ifade edilen televizyon, R ile gösterilen radyo ve G ile ifade edilen gazete yoluyla reklam yapma stratejisini elde edebilmekte; bunlara ilave olarak yalnızca A firması, B ile gösterilen evlere ve işyerlerine broşür postalama stratejisine sahip olabilmektedir. Firmaların, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri kârlar, aşağıdaki ödül matrisinde gösterilmektedir. 4 x 3 lük oyun matrisinde yer alan sayısal değerler 1.000 YTL'ye karşılık gelmektedir.

Tablo 30. Telefon Firmaları Matrisinde Nash Dengesi Çözümü

		C Firması		
		T	R	G
A Firması	T	(650, <u>700</u>)	(750, 630)	(<u>855</u>, 685)
	R	(590, 720)	(640, 615)	(790, <u>890</u>)
	G	(825, <u>850</u>)	(<u>910</u>, 725)	(830, 795)
	B	(<u>900</u>, <u>885</u>)	(840, 765)	(775, 875)

Cep telefonu şirketleri arasında oynanan tam bilgili statik oyunun çözümünde, Nash dengesi yöntemi kullanılmaktadır. İlk olarak, C firmasının seçimlerine göre A firmasının en iyi cevapları bulunmaktadır. C şirketi birinci alternatif olarak televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini tercih ederse, A şirketi 900 > 650, 900 > 590 ve 900 > 825 olduğundan broşür postalama yoluyla reklam yapma stratejisini seçecektir. Eğer sütun oyuncusu radyo yoluyla reklam yapma stratejisini seçerse, satır oyuncusu 910>750, 910>640 ve 910 > 840 olduğundan gazete yoluyla reklam yapma stratejisini tercih edecektir. Şayet C işletmesi gazete yoluyla reklam yapma stratejisini tercih ederse, A işletmesi 855 > 790, 855 > 830 ve 855 > 775 olduğundan televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini seçecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, A firmasının sahip olabileceği kârlara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

A firmasının en iyi cevapları bulunduktan sonra, bu kez satır oyuncusunun tercihlerine göre C firmasının en iyi tepkileri bulunmaya çalışılacaktır. A şirketi ilk önce televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini seçerse, C şirketi de 700 > 630 ve 700 > 685 olduğundan televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini tercih edecektir. A işletmesi ikinci seçenek olarak radyo yoluyla reklam yapma stratejisini tercih ederse, C işletmesi 890 > 720 ve 890 > 615 olduğundan gazete yoluyla reklam yapma stratejisini seçecektir. Eğer satır oyuncusu gazete yoluyla reklam yapma stratejisini seçerse, sütun oyuncusu 850 > 725 ve 850 > 795 olduğundan yine televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini tercih edecektir. Şayet A firması broşür postalama yoluyla reklam yapma stratejisini tercih ederse, C firması 885>765 ve 885 > 875 olduğundan yine televizyon yoluyla reklam yapma stratejisini seçecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, C şirketinin elde edebileceği kârlara denk düşen sayısal verilerin altına çizgi çekilebilmektedir.

Sonuç olarak, kazanç matrisinde yer alan {B, T} strateji kombinasyonu Nash dengesini vermektedir. Firmaların bu stratejileri karşılıklı olarak tercih etmeleri neticesinde, A şirketi 900.000 YTL kâra sahip olabilirken, C işletmesi

885.000 YTL kâr elde edebilmektedir. Denge noktasında, her bir firmanın kârına karşılık gelen sayısal verinin altında çizgi bulunabilmektedir.

Örnek: Eğlence sektöründe hizmet veren iki gece kulübü işletmesi, yerli ve yabancı turistlere hitap eden sahil kasabasında, yaz sezonu boyunca faaliyet gösterecek birer disko-bar açıp açmama konusunda eşzamanlı olarak karar vermektedirler. Oyunun hipotezleri aşağıda belirtilmektedir.

1) Tam bilgili bir statik oyunun rasyonel ajanları olan her bir firma, G ile gösterilen piyasaya giriş ve D ile ifade edilen piyasanın dışında kalma stratejilerine sahip olmaktadır.

2) Oyuncuların her ikisi de piyasanın dışında kalma stratejisini oynarlarsa, her bir şirketin kazancı sıfır olmaktadır.

3) İktisadi aktörlerden biri piyasaya giriş diğeri piyasa dışında kalma stratejisini tercih ederse; girme stratejisini seçen 600.000 YTL kazanırken, dışarıda kalma stratejisini seçen hiçbir şey kazanamamaktadır.

4) Şirketlerin her ikisi de piyasaya giriş stratejisini seçerlerse, her bir firmanın kârı 300.000 YTL olmaktadır.

5) Piyasadaki toplam talep düzeyi sabit farz edilmektedir.

Tablo 31. Diskolar Matrisinde Nash Dengesi Çözümü

		L Firması	
		G	D
K Firması	G	(300, 300)	(600, 0)
	D	(0, 600)	(0, 0)

Şirketlerin, karşılıklı olarak tercih edebilecekleri stratejilere göre sahip olabilecekleri kârlar yukarıdaki oyun matrisinde gösterilmektedir. 2 x 2 lik ödül matrisinde yer alan sayısal değerler 1.000 YTL'ye denk düşmektedir. Piyasaya giriş oyununun çözümünde, Nash dengesi metodu kullanılmaktadır.

Öncelikle, L firmasının seçimlerine göre K firmasının en iyi cevapları tespit edilmektedir. Eğer L şirketi piyasaya giriş stratejisini tercih ederse, K şirketi de 300 > 0 olduğundan piyasaya giriş stratejisini seçecektir. Şayet sütun oyuncusu piyasanın dışında kalma stratejisini seçerse, satır oyuncusu 600>0 olduğundan yine piyasaya giriş stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, K firmasının sahip olabileceği kârlara karşılık gelen sayısal verilerin altına çizgi çekilebilmektedir.

K işletmesinin en iyi cevapları tespit edildikten sonra, bu defa satır oyuncusunun tercihlerine göre L işletmesinin en iyi tepkileri bulunmaya çalışılacaktır. Eğer K firması piyasaya giriş stratejisini seçerse, L firması da 300 > 0 olduğundan piyasaya giriş stratejisini tercih edecektir. Şayet satır oyuncusu piyasanın dışında kalma stratejisini tercih ederse, sütun oyuncusu 600 > 0 olduğundan yine piyasaya giriş stratejisini seçecektir. Karşılıklı strateji tercihleri sonucunda ortaya çıkan, L şirketinin elde edebileceği kârlara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

Sonuç olarak, kazanç matrisinde yer alan {G, G} strateji kombinasyonu Nash dengesini vermektedir. Firmaların bu stratejileri karşılıklı olarak seçmeleri neticesinde, her bir şirket 300.000 YTL kâra sahip olabilmektedir. Denge noktasında, her bir işletmenin kârına karşılık gelen sayısal verinin altında çizgi bulunmaktadır.

<u>Örnek</u>: Uluslar arası arenada rekabet halinde bulunan iki sigara firması, reklam verip vermeme hususunda eşzamanlı fikir beyan etmektedirler. Oyunun varsayımları aşağıda gösterilmektedir.

1) Tam bilgili bir statik oyunun rasyonel aktörleri olan her bir firma, başlangıçta reklam vermeme stratejisini tercih ederse, şirket başına kârlar 70 milyon dolar olacak biçimde piyasayı yarı yarıya paylaşmaktadırlar.

2) Reklam yapmanın maliyeti 35 milyon dolar olmakta ve reklam veren firma, rakip şirketten 45 milyon dolar transfer etmektedir.

3) Oyunculardan biri reklam verme, diğeri reklam vermeme stratejisini seçerse; reklam yapan ajan [(70 – 35) + 45] = 80 milyon dolar kazanırken, reklam yapmayan aktör [(70 – 45)] = 25 milyon dolar elde etmektedir.

4) Firmaların her ikisi de reklam verme stratejisini tercih ederse, 80 milyon dolarlık kâra sahip olan firmanın yeni kazancı [(80 – 45)] = 35 milyon dolar, 25 milyon dolar kazanç elde eden şirketin de yeni kârı [(25 – 35) + 45] = 35 milyon dolar olmaktadır.

Tablo 32. Sigara Firmaları Matrisinde Nash Dengesi Çözümü

		E Firması	
		Reklam Vermeme	Reklam Verme
D Firması	Reklam Vermeme	(70, 70)	(25, <u>80</u>)
	Reklam Verme	(<u>80</u>, 25)	(<u>35</u>, <u>35</u>)

Firmaların, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre elde edebilecekleri kârlar yukarıdaki sonuç matrisinde belirtilmektedir. 2 x 2 lik oyun matrisinde yer alan sayısal veriler 1.000.000 $’a karşılık gelmektedir. Sigara şirketleri arasında oynanan oyunun çözümünde, Nash dengesi yöntemi kullanılmaktadır. İlk olarak, E firmasının tercihlerine göre D firmasının en iyi cevapları belirlenmektedir. Eğer E şirketi reklam vermeme stratejisini seçerse, rakip şirket 80 > 70 olduğundan reklam verme stratejisini tercih edecektir. Şayet sütun oyuncusu reklam verme stratejisini tercih ederse, satır oyuncusu 35 > 25 olduğundan yine reklam verme stratejisini seçecektir. Karşılıklı strateji tercihleri sonucunda ortaya çıkan, D şirketinin sahip olabileceği kârlara denk düşen sayısal değerlerin altına çizgi çekilebilmektedir.

D firmasının en iyi tepkileri tespit edildikten sonra, bu kez satır oyuncusunun seçimlerine göre E şirketinin en iyi cevapları bulunmaya çalışılacaktır. Eğer D şirketi reklam vermeme stratejisini tercih ederse, E firması 80 > 70 olduğundan reklam verme stratejisini seçecektir. Şayet satır oyuncusu reklam verme stratejisini seçerse, sütun oyuncusu 35 > 25 olduğundan yine reklam verme stratejisini tercih edecektir. Karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan, E şirketinin elde edebileceği kârlara karşılık gelen sayısal verilerin altına çizgi çekilebilmektedir.

Sonuç olarak, ödül matrisinde yer alan {Reklam Verme, Reklam Verme} strateji kombinasyonu Nash dengesini vermektedir. Firmaların bu stratejileri karşılıklı olarak tercih etmeleri neticesinde, her bir şirket 35 milyon dolarlık kâra sahip olabilmektedir. Denge noktasında, her bir firmanın kârına denk düşen sayısal değerin altında çizgi bulunmaktadır. Ancak bu oyunda, her iki oyuncu için, Nash dengesi sonucundan daha iyi bir Pareto optimal çözüm vardır. Söz edilen optimal sonuç, {Reklam Vermeme, Reklam Vermeme} strateji kombinasyonuna karşılık gelmektedir. Eğer şirketler bu stratejileri karşılıklı olarak seçme konusunda yazılı bir anlaşma yaparlarsa, her biri 70 milyon dolarlık kâr elde edebilmektedir.

Örnek: Gümrük Birliği'nde yer alan A ve B ülkesi içindeki birer firma parfüm üretip satmaktadırlar. B ülkesi içindeki şirket, iç piyasadaki tüketicilere q_2 kadar ürün üretmekte ve fazla arz ettiği e_2 miktarını, A ülkesindeki talebin fazla ve üretimin yetersiz olmasından dolayı buraya ihraç etmektedir. A ülkesindeki firma ise iç piyasadaki tüketicilere yönelik olarak q_1 kadar ürün arz etmektedir. Firmalar, bu miktarları eş zamanlı olarak tercih etmektedirler. Birlik üyesi iki ülke arasındaki uluslar arası ticaret ilişkisinde, gümrük vergisi oranları yer almamaktadır. Ters talep eğrisi, $P = a - bQ$ denklemi vasıtasıyla gösterilmektedir. P, iki ülkedeki piyasa fiyatına; Q ise toplam çıktıya karşılık gelmektedir. Denklemdeki $a=156$ ve $b=6$, görüldüğü gibi pozitif parametrelere eşit olmaktadır. Firmaların her ikisi için de, marjinal maliyeti temsil eden $c=12$ pozitif parametreye denk düşmektedir. Her bir firma için üretim maliyeti ise marjinal maliyet ile q aracılığıyla belirtilen şirketin ürün miktarının çarpımına eşit olan cq vasıtasıyla hesaplanmaktadır.

Bu ekonomik ilişkideki denge üretim miktarlarını bulabilmek için ilk olarak her bir şirketin kâr fonksiyonu elde edilmekte, daha sonra bu fonksiyonların türevi sıfıra eşitlenerek firmaların kâr maksimizasyonunu sağlayan denge üretim miktarlarına sahip olunabilmektedir. B ülkesindeki firmanın kâr fonksiyonunu yazabilmek için iç piyasaya ürettiği q_2, A ülkesine ihraç ettiği e_2 ve A ülkesindeki şirketin ürettiği q_1 miktarları dikkate alınmaktadır.

$$\Pi_B = [a - bq_2]\, q_2 - cq_2 + [a - b(e_2 + q_1)]\, e_2 - ce_2$$
$$\Pi_B = aq_2 - b(q_2)^2 - cq_2 + ae_2 - b(e_2)^2 - be_2q_1 - ce_2$$

Yukarıda, B ülkesindeki firmanın kâr fonksiyonu gösterilmekte, aşağıda ise sırasıyla q_2 ve e_2 miktarlarına göre alınan türevler sıfıra eşitlenerek denge arz miktarları hesaplanmaya çalışılmaktadır.

$$(\Pi_q)' = a - 2bq_2 - c = 0$$
$$(q_2)^* = (a - c) / 2b = (156 - 12) / (2 \times 6) = 12$$
$$(\Pi_e)' = a - 2be_2 - bq_1 - c = 0$$
$$(e_2)^* = (a - bq_1 - c) / 2b \qquad [2.1]$$

A ülkesindeki şirketin kâr fonksiyonunu gösterebilmek için iç piyasaya arz ettiği q_1 ve bu ülkenin B ülkesindeki firmadan ithal ettiği e_2 miktarları göz önünde tutulmaktadır.

$$\Pi_A = [a - b(q_1 + e_2)]\, q_1 - cq_1$$
$$\Pi_A = aq_1 - b(q_1)^2 - bq_1e_2 - cq_1$$

Yukarıda, A ülkesindeki firmanın kâr fonksiyonu yazılı olmakta, aşağıda ise q_1 miktarına göre alınan türev sıfıra eşitlenerek denge üretim miktarı bulunmaya çalışılmaktadır.

$$(\Pi_q)' = a - 2bq_1 - be_2 - c = 0$$
$$(q_1)^* = (a - be_2 - c) / 2b \qquad [2.2]$$

Matematikte uygulanmakta olan yerine koyma metoduna göre [2.2] numaralı denklem aşağıda [2.1] numaralı denklemin içine yerleştirilerek e_2 denge üretim miktarı hesaplanabilmektedir.

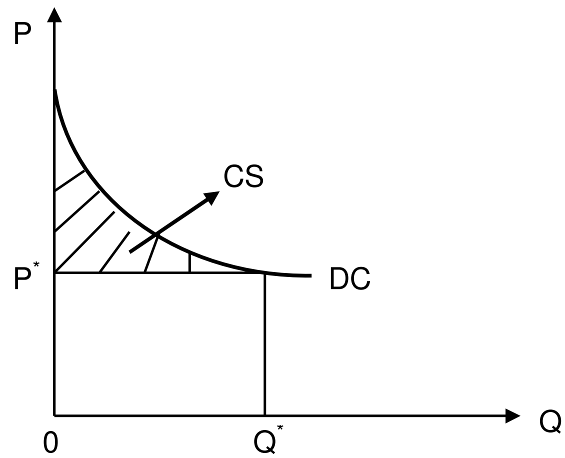
$(e_2)^* = (a – b[(a – be_2 – c) / 2b] – c) / 2b$
$4b^2e_2 = 2ab – ab + b^2e_2 + bc – 2bc$
$3b^2e_2 = ab – bc$
$(e_2)^* = (a – c) / 3b = (156 – 12) / (3 \times 6) = 8$

Yukarıda hesaplanan $(e_2)^*$ denge üretim miktarı, aşağıda [2.2] numaralı denklemin içine koyularak $(q_1)^*$ denge arz miktarı bulunabilmektedir.

$(q_1)^* = (a – 8b – c) / 2b = [156 – (8 \times 6) – 12] / (2 \times 6) = 8$

Firmaların arz ettiği denge üretim miktarları, ülkelerin toplam refahını tespit edebilme de etkin bir rol oynamaktadır. Toplam refahın hesaplanabilmesi için tüketici artığı kavramının açıklanmasında yarar vardır. Tüketicilerin, belli miktar ürünü, düşündükleri fiyatın altında satın alması sonucunda ellerinde para kalmasını izah eden bu kavram, matematiksel gösterimde, talep eğrisinin altındaki fakat denge fiyat çizgisinin üstündeki alana tekabül etmektedir. Aşağıda tüketici artığı şekil üzerinde gösterilmekte ve daha sonra integral yöntemiyle hesaplanmaktadır.

Şekil 4. Tüketici Artığının Gösterimi



$$CS = \int_0^{Q^*}[P(Q)-P(Q^*)]dQ = \int_0^{Q^*}[(a-bQ)-(a-bQ^*)]dQ$$

$$CS = \int_0^{Q^*}(-bQ+bQ^*)dQ = (\frac{-bQ^2}{2}+bQ^*Q)\ \Big|_0^{Q^*}$$

$$CS = [b(Q^*)^2 - \frac{b(Q^*)^2}{2}] - [bQ^*(0) - \frac{b(0)^2}{2}] = \frac{b(Q^*)^2}{2}$$

B ülkesinin toplam refahı; aynı ülkedeki yukarıda bulunan yekün tüketici rantı ile bu ülkedeki firmanın gelirleri ile maliyetleri arasındaki farktan ibaret olan iç ve dış piyasa kârlarının toplamından oluşmaktadır.

$$TW_B = \left[\frac{b(q_2)^2}{2} + (a-bq_2)q_2 - cq_2 + [a-b(e_2+q_1)]e_2 - ce_2\right]$$

$$TW_B = \left[\frac{6(12)^2}{2} + [156-6(12)]12 - 12(12) + [156-6(8+8)]8 - 12(8)\right]$$

$$TW_B = \left[\frac{6(144)}{2} + (156-72)12 - 144 + (156-96)8 - 96\right]$$

$$TW_B = [6(72) + 84(12) - 144 + 60(8) - 96]$$

$$TW_B = (432 + 1008 - 144 + 480 - 96) = 1680$$

A ülkesinin toplam refahı; aynı ülkedeki yekün tüketici rantı ile bu ülkedeki firmanın geliri ile maliyeti arasındaki farktan ibaret olan iç piyasa kârının toplamından oluşmaktadır.

$$TW_A = \left[\frac{b(q_1+e_2)^2}{2} + [a-b(q_1+e_2)]q_1 - cq_1\right]$$

$$TW_A = \left[\frac{6(8+8)^2}{2} + [156-6(8+8)]8 - 12(8)\right]$$

$$TW_A = \left[\frac{6(256)}{2} + (156-96)8 - 96\right]$$

$$TW_A = [6(128) + 60(8) - 96]$$

$$TW_A = (768 + 480 - 96) = 1152$$

2.2.2. Eksik Bilgili Statik Oyunlarda Denge

Statik Bayesyen oyunlar olarak da adlandırılan eksik bilgili statik oyunlar; en az bir oyuncunun, diğer oyuncunun karşılıklı strateji seçimleri sonucunda ortaya çıkan kazancını bilmediği oyunlar şeklinde izah edilmekte ve Bayesyen Nash dengesi aracılığıyla çözülmektedir. N oyunculu bir statik Bayesyen oyunun normal formda gösterimi aşağıdaki bazı kavramları belirtmektedir.

1) İlk olarak oyuncuların hareket alanları, $\{A_1, A_2, \ldots\ldots\ldots.., A_n\}$ biçiminde olmaktadır. Her bir oyuncunun hareket alanı içinde, oyun esnasında oynayabileceği stratejiler yer almaktadır.

2) Oyuncuların tip alanları, $\{T_1, T_2, \ldots\ldots\ldots., T_n\}$ şeklinde yazılmaktadır. Örnek olarak düşük ve yüksek maliyetli strateji harcamaları, tip alanları içerisinde $T_1 = \{C_H, C_L\}$ ve $T_2 = \{C_H, C_L\}$ şeklinde betimlenmektedir. Bu alanlar içerisindeki ifadeler sayısal olarak da yazılabilir.

3) Oyuncuların sonuç fonksiyonları, $\{U_1, U_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, U_n\}$ biçiminde yazılmaktadır. Oyuncu i, kendi kişisel tipini bilmekte ve bu sayede kendine özgü sonuç fonksiyonunu saptayabilmektedir. Aynı oyuncunun sonuç fonksiyonu, $u_i\ (a_1, a_2, \ldots\ldots\ldots, a_n; t_i)$ biçiminde tasvir edilmektedir. Fonksiyonda $a_1 \in A_1$, $a_2 \in A_2$, ..., $a_n \in A_n$ olmakta ve $t_i \in T_i$ ise i oyuncusunun T_i ile gösterilen olası tip topluluğunun bir üyesi olan t_i'yi ifade etmektedir. Her bir oyuncu, diğer oyuncuların tipleri konusunda kararsız olduğundan bu oyuncuların sonuç fonksiyonları hakkında da emin olamamaktadır.

4) Herhangi bir oyuncu, öteki oyuncuların tipleri ile ilgili inanç sahibidir. Oyuncuların inançları, $\{P_1, P_2, \ldots\ldots\ldots., P_n\}$ şeklinde yazılan koşullu olasılıklardan oluşmaktadır. Oyuncu i'nin, (n – 1) oyuncu hakkındaki inancı $p_i(t_{-i} / t_i)$ biçiminde belirtilmektedir. Burada, $t_{-i} = (t_1, t_2, \ldots., t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots., t_n)$ ve $t_1 \in T_1$, $t_2 \in T_2$, ..., $t_n \in T_n$ olmaktadır. Oyuncu i'nin yukarıdaki inancı; aynı oyuncunun kendine özgü tipi t_i göz önünde tutulurken, diğer oyuncuların olası tipleri ile ilgili oyuncu i'nin kararsızlık içinde olduğunu tanımlamaktadır.

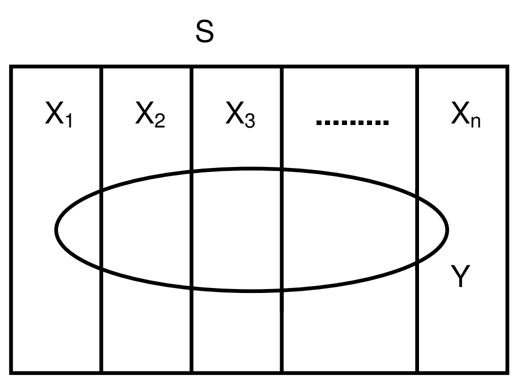
İki oyuncunun yaptığı düşük ve yüksek maliyetli strateji harcamaları koşullu olasılık biçiminde örnek olarak yazılabilir. Oyuncu 1'in inançları olan olasılıklar; p_1 ($C_2 = C_H$ / $C_1 = C_H$), p_1 ($C_2 = C_H$ / $C_1 = C_L$), p_1 ($C_2 = C_L$ / $C_1 = C_H$), p_1 ($C_2 = C_L$ / $C_1 = C_L$) ve oyuncu 2'nin olasılıkları; p_2 ($C_1 = C_H$ / $C_2 = C_H$), p_2($C_1 = C_H$ / $C_2 = C_L$), p_2 ($C_1 = C_L$ / $C_2 = C_H$), p_2 ($C_1 = C_L$ / $C_2 = C_L$) olarak gösterilmektedir. Bu inançlar içindeki harfli ifadeler sayısal olarak da yazılabilir.

5) (S_1^*, S_2^*, ..., S_n^*) şeklinde gösterilen stratejiler, eksik bilgi içeren statik oyunun bir tam strateji Bayesyen Nash dengesidir. Bunun için ön şart; her bir oyuncu i ve $t_i \in T_i$ biçiminde belirtilip stratejileri etkileyen i'nin tiplerinin her biri için aşağıdaki harfli ifade açılımını maksimum yapan $S_i \in A_i$ değerinin olasılıklar yardımıyla çözülen S_i^* (t_i) denge strateji değerine eşit olmasıdır.[31]

$$\underset{S_i \in A_i}{Max} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} u_i\left(S_1^*(t_1),....,S_{i-1}^*(t_{i-1}),S_i,S_{i+1}^*(t_{i+1}),....,S_n^*(t_n);t_i \right) \times p_i\left(t_{-i} \middle| t_i\right)$$

Eksik bilgili statik oyunların Bayesyen Nash dengesini bulabilmek için Bayes teoremi hakkında bilgi sahibi olmak gerekmektedir. Aşağıda, bu kuralı açıklamaya yardım eden şekil yer almaktadır.

Şekil 5. Bayes Teoreminin Gösterimi



Kaynak: Enis Sınıksaran, **Teori ve Uygulamalarıyla İstatistiksel Yöntemler**, İstanbul: Filiz Kitapevi, 2001, s.106.

---

[31] J. Mertens, "Formulation of Bayesian Analysis for Games with Incomplete Information", **International Journal of Game Theory**, No:15, 1996, ss.86-87.

Çeşitli sebeplerin aynı sonucu verebildiği durumlarda, bazen sonuç bilindiği halde, bunun hangi sebepten meydana gelmiş olduğu bilinmeyebilir. Sözkonusu sonucun hangi olasılıkla hangi sebepten ortaya çıktığı araştırılmak istendiğinde ise Bayes Teoreminden yararlanılır. Diğer bir deyişle Bayes kuralı, sonuç belli iken geriye doğru analiz yapma imkânı sağlar.[32] Yukarıdaki şekilde, S örnek uzayı, “n” tane birbiriyle bağlantısız parçaya ayrılmıştır. Bu bağlamda, S örnek uzayı n adet olayın birleşimi olarak ifade edilebilir. $S = X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup \ldots\ldots \cup X_n$ biçiminde gösterilebilir. Y ise bu örnek uzayda tanımlı herhangi bir olay olmaktadır. Y olayının gerçekleştiği bilindiğinde, X_i olayının, ona bağlı olarak meydana gelme olasılığı aşağıda hesaplanabilmektedir. $P(X_i / Y)$ olasılığına, X_i'nin Y'ye bağlı şartlı olasılığı adı verilmektedir. $P(X_iY)$, X_i ve Y'nin birlikte ortaya çıkma olasılığını ifade etmektedir. Aşağıdaki formülde i = 1, 2, 3, ..., n olmaktadır.

$$P(X_i|Y) = \frac{P(X_iY)}{P(Y)} \qquad [2.3]$$

Yukarıdaki Venn diyagramından da görüldüğü gibi Y olayı, aşağıdaki biçimde belirtilmektedir.

$$Y = \{(YX_1) \cup (YX_2) \cup (YX_3) \cup \ldots\ldots \cup (YX_n)\}$$

Y olayının olasılığı, yukarıdaki harfli ifade vasıtasıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$P(Y) = P(YX_1) + P(YX_2) + P(YX_3) + \ldots\ldots + P(YX_n) \qquad [2.4]$$

Öte yandan, [2.3] numaralı olasılığa benzer şekilde fakat bu sefer Y'nin X_i'ye bağlı koşullu olasılığı aşağıda gösterilmektedir.

$$P(Y|X_i) = \frac{P(YX_i)}{P(X_i)}$$

Bu şartlı olasılık, aşağıdaki biçimde de ifade edilebilir.

$$P(YX_i) = P(Y|X_i)P(X_i) \qquad [2.5]$$

[32] Özer Serper, **Uygulamalı İstatistik**, İstanbul: Filiz Kitapevi, 1993, s.174.

[2.4] ve [2.5] numaralı ifadelerden elde edilen sonuçlar, yerine koyma metoduna göre [2.3] numaralı harfli ifadenin içine yerleştirilirse aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir.

$$P(X_i|Y)=\frac{P(X_i)P(Y|X_i)}{P(X_1)P(Y|X_1)+P(X_2)P(Y|X_2)+P(X_3)P(Y|X_3)+\ldots\ldots+P(X_n)P(Y|X_n)}$$

$$P(X_i|Y)=\frac{P(X_i)P(Y|X_i)}{\sum_{m=1}^{n}P(X_m)P(Y|X_m)}$$

<u>Örnek</u>: İki tesiste birden sigara üretilmekte olup, toplam üretimin %60'ı Y tesisinde, geri kalanı da Z tesisinde yapılmaktadır. Y fabrikasında üretilen sigaraların %5'inin, Z fabrikasında üretilen sigaraların %10'unun bozuk olduğu bilindiğine göre, bozuk bir sigaranın Z fabrikasında üretilmiş olması olasılığı aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

P(Y) = Bozuk veya kusursuz herhangi bir sigaranın Y tesisinde üretilmiş olması olasılığı = 0,60

P(Z) = Bozuk veya kusursuz herhangi bir sigaranın Z tesisinde üretilmiş olması olasılığı = 0,40

P(B / Y) = Y fabrikasında üretilen bir sigaranın bozuk sigara olması olasılığı = 0,05

P(B / Z) = Z fabrikasında üretilen bir sigaranın bozuk sigara olması olasılığı = 0,10

$$P(Z|B)=\frac{P(Z)P(B|Z)}{P(Z)P(B|Z)+P(Y)P(B|Y)}=\frac{(0{,}40)(0{,}10)}{(0{,}40)(0{,}10)+(0{,}60)(0{,}05)}=0{,}5714$$

Bu sonuç, bozuk bir sigaranın Z fabrikasında üretilmiş olması olasılığının % 57,14'e eşit olduğunu ifade eder. Bozuk bir sigaranın Y fabrikasında üretilmiş olması olasılığı ise (1 – 0,5714) = % 42,86 olarak hesaplanmaktadır.

<u>Örnek</u>: Üç firmanın ampul ürettiği bir piyasada, toplam üretimin % 45'i A, % 30'u B ve % 25'i C firmasından sağlanmaktadır. Bu şirketlerden çıkan malların sırasıyla % 20'si, %10'u ve % 4'ü kusurlu olmaktadır. Üretilen mallar arasından rassal olarak biri seçiliyor ve bunun kusurlu olduğu görülüyor. Sözkonusu kusurlu malın A firmasında üretilen mallardan olma olasılığı aşağıda hesaplanmaktadır.

P(A) = Kusurlu veya sağlam herhangi bir ampulün A şirketinde üretilmiş olma olasılığı = 0,45

P(B) = Kusurlu veya sağlam herhangi bir ampulün B şirketinde üretilmiş olma olasılığı = 0,30

P(C) = Kusurlu veya sağlam herhangi bir ampulün C şirketinde üretilmiş olma olasılığı = 0,25

P(K / A) = A firmasında üretilen bir ampulün kusurlu bir ampul olma olasılığı = 0,20

P(K / B) = B firmasında üretilen bir ampulün kusurlu bir ampul olma olasılığı = 0,10

P(K / C) = C firmasında üretilen bir ampulün kusurlu bir ampul olma olasılığı = 0,04

$$P(A|K) = \frac{P(A)P(K|A)}{P(A)P(K|A) + P(B)P(K|B) + P(C)P(K|C)}$$

$$P(A|K) = \frac{(0{,}45)(0{,}20)}{(0{,}45)(0{,}20) + (0{,}30)(0{,}10) + (0{,}25)(0{,}04)} = 0{,}6923$$

Bu sonuç, kusurlu bir ampulün A firmasında üretilmiş olma olasılığının % 69,23'e eşit olduğunu göstermektedir.

<u>Örnek</u>: Bir kargo işletmesinin A bölgesinde 7 Ford 3 Man, B bölgesinde 4 Ford 5 Man ve C bölgesinde 8 Ford 4 Man kamyonu bulunmaktadır. Bir seyahat sırasında işletmenin genel müdürü, üç bölge araçlarının da aynı olasılıkla kullandıkları bir karayolunda kendi firmasına ait bir Ford görmüştür. Bu kamyonun C bölgesine ait bir araç çıkma olasılığı aşağıda hesaplanmaktadır.

P(A) = Ford veya Man herhangi bir kamyonun kullanılan karayolunda A bölgesine ait araç olma olasılığı = 1/3

P(B) = Ford veya Man herhangi bir kamyonun kullanılan karayolunda B bölgesine ait araç olma olasılığı = 1/3

P(C) = Ford veya Man herhangi bir kamyonun kullanılan karayolunda C bölgesine ait araç olma olasılığı = 1/3

P(F / A) = A bölgesine ait bir kamyonun kullanılan karayolunda Ford araç olma olasılığı = 7/(7 + 3) = 7/10

P(F / B) = B bölgesine ait bir kamyonun kullanılan karayolunda Ford araç olma olasılığı = 4/(4 + 5) = 4/9

P(F / C) = C bölgesine ait bir kamyonun kullanılan karayolunda Ford araç olma olasılığı = 8/(8 + 4) = 8/12

$$P(C|F) = \frac{P(C)P(F|C)}{P(C)P(F|C) + P(A)P(F|A) + P(B)P(F|B)}$$

$$P(C|F) = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{8}{12}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{8}{12}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{7}{10}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{9}\right)} = \frac{60}{163}$$

Bu sonuç, karayolunda görülen kamyonun C bölgesine ait bir araç çıkma olasılığının (60/163)'e eşit olduğunu belirtmektedir.

Aşağıda, eksik bilgi içeren statik oyunlardaki Bayesyen Nash dengesinin Bayes kuralı yardımıyla çözümüne ilişkin örnekler verilmektedir.

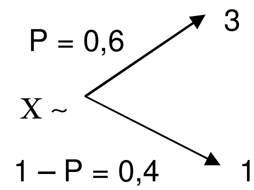
Örnek: K ve L harfleri ile gösterilen oyuncular, iki kişilik eksik bilgili bir statik oyun oynamaktadırlar. K oyuncusu, A ve B; L oyuncusu ise C ve D stratejilerine sahip olmaktadır. Oyuncuların, karşılıklı olarak tercih edebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri faydalar, aşağıdaki ödül matrisinde gösterilmektedir.

Tablo 33. Tek Değişkenli Statik Bayesyen Oyunun Gösterimi

		Oyuncu L		
		C	D	
Oyuncu K	A	(4 + X, 4)	(X, 3)	P
	B	(6, 0)	(2, 2)	1 - P

Oyunun analizi, ilk önce satır oyuncusuna yönelik olarak yapılmaktadır. Eş zamanlı olarak satır oyuncusunun A, sütun oyuncusunun C stratejisini oynaması sonucunda oyuncu K (4 + X) birim fayda; satır oyuncusunun A, sütun oyuncusunun D stratejisini oynaması sonucunda ise aynı oyuncu bu sefer (X) birim fayda elde etmektedir. Ödül matrisindeki X değişkeni satır oyuncusunun tipini belirtmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Satır oyuncusu mutlu ise X değişkeni 3, mutsuz ise aynı değişken 1 değerini almaktadır. Eğer X = 3 ise oyuncu L, C stratejisini oynarken satır oyuncusu (4 + 3 = 7) > 6 olduğundan A stratejisini; sütun oyuncusu D stratejisini oynarken oyuncu K (X = 3) > 2 olduğundan yine A stratejisini oynamalıdır. Bu durum, X = 3 iken sütun oyuncusu hangi stratejiyi oynarsa oynasın satır oyuncusunun A stratejisini oynayacağını yani A stratejisinin B stratejisi karşısında dominant bir strateji olduğunu ifade etmektedir. Şayet X = 1 ise oyuncu L, C stratejisini oynarken satır oyuncusu (4 + 1 = 5) < 6 olduğundan B stratejisini; sütun oyuncusu D stratejisini oynarken oyuncu K (X = 1) < 2 olduğundan yine B stratejisini oynamalıdır. Bu durum, X = 1 iken sütun oyuncusu hangi stratejiyi oynarsa oynasın satır oyuncusunun B stratejisini oynayacağını yani B stratejisinin A stratejisi karşısında dominant bir strateji olduğunu göstermektedir.

Oyun, sütun oyuncusuna yönelik olarak da analiz edilebilir. Oyuncu L, satır oyuncusunun tipini kesin bir biçimde bilmemekte yalnızca onu belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, sütun oyuncusu X değişkeninin P = 0,6 olasılıkla 3, (1 – P) = 0,4 olasılıkla 1 değerini aldığına inanmaktadır.



Şayet oyuncu K, A stratejisini oynarsa, oyuncu L (4 > 3) olduğundan C stratejisini oynamalıdır. Eğer satır oyuncusu B stratejisini seçerse, sütun oyuncusu (2 > 0) olduğundan bu defa D stratejisini tercih etmelidir. Görüldüğü gibi, satır oyuncusunun strateji seçimleri karşısında oyuncu L farklı stratejileri oynamakta olup bu durum sütun oyuncusunun dominant stratejisinin olmadığını anlatmaktadır. Bu sebepten dolayı oyuncu L'nin inançları önem kazanmaktadır. Eğer sütun oyuncusu C stratejisini oynarken X = 3 olacağına inanırsa, oyuncu K (0,6) olasılıkla A stratejisini oynamalı ve bu sayede oyuncu L (4 x 0,6 = 2,4); aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken X=1 olacağına inanırsa, satır oyuncusu (0,4) olasılıkla B stratejisini oynamalı ve bu sayede oyuncu L (0 x 0,4 = 0) hiçbir faydaya sahip olamamaktadır. Oyuncu L'nin, C stratejisini tercih etmesi neticesinde beklenen kazancı EU(C)=2,4+0=2,4 birim fayda olmaktadır. Şayet sütun oyuncusu D stratejisini oynarken X = 3 olacağına inanırsa, oyuncu K (0,6) olasılıkla A stratejisini tercih etmeli ve bu sayede oyuncu L (3 x 0,6 = 1,8); aynı oyuncu aynı stratejiyi seçerken X = 1 olacağına inanırsa, satır oyuncusu (0,4) olasılıkla B stratejisini tercih etmeli ve bu sayede sütun oyuncusu (2 x 0,4 = 0,8) birim fayda elde etmektedir. Oyuncu L'nin, D stratejisini seçmesi neticesinde beklenen kazancı EU(D) = 1,8 + 0,8 = 2,6 birim fayda olarak bulunmaktadır. EU(D) = 2,6 > EU(C) = 2,4 olduğundan, sütun oyuncusu L için satır oyuncusu K' nın strateji seçimlerine en iyi cevap D stratejisini oynamak olacaktır.

Yukarıdaki eksik bilgili statik oyunun tam strateji Bayesyen Nash dengesi, {(A, X = 3; B, X = 1), D} strateji kombinasyonuna karşılık gelmektedir. Bu ifade, sütun oyuncusu L, D stratejisini oynadığında satır oyuncusu K’nın aynı stratejiye karşı kendi tipi olan X değişkeni 3 ise A, 1 ise B stratejisini seçerek en iyi tepkiyi vereceğini; satır oyuncusu K, sütun oyuncusu L’nin inançlarına göre 0,6 olasılıkla A ve 0,4 olasılıkla B stratejisini tercih ettiğinde sütun oyuncusu L’nin aynı strateji karışımına karşı D stratejisini oynayarak en iyi cevabı vereceğini anlatmaktadır.

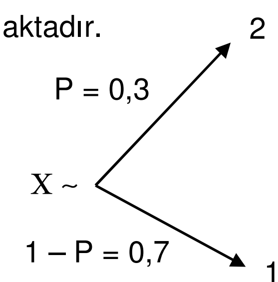
Örnek: İki rakip firma olan A ve B, orman ürünleri sektöründe faaliyette bulunmakta, bu çerçevede rabıta üretip satmaktadırlar. Her iki firma da ET ile gösterilen üretim esnasında eski teknoloji kullanımı ve YT ile ifade edilen üretim esnasında yeni teknoloji kullanımı stratejilerine sahiptir. Bu firmalar arasında eksik bilgi içeren bir statik oyun oynanmaktadır. Şirketlerin, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre kazanacakları kârlar, aşağıdaki sonuç matrisinde belirtilmektedir. 2 x 2 lik oyun matrisinde yer alan sayısal veriler 100.000 YTL’ye denk düşmektedir.

Tablo 34. Rabıta Firmaları Arasındaki Statik Bayesyen Oyun

		B Firması	
		ET	YT
A Firması	ET	(4, 3X)	(3, 3 + X)
	YT	(2, 1 + 3X)	(5, 6)
		P	1 – P

Oyunun analizi, ilk önce sütun oyuncusuna yönelik olarak yapılmaktadır. Eş zamanlı olarak B firmasının ET, A firmasının da ET stratejisini oynaması sonucunda sütun oyuncusu B (3X) YTL kâra; B şirketinin aynı stratejiyi, A şirketinin ise YT stratejisini seçmesi neticesinde sütun oyuncusu B bu defa (100.000 + 3X) YTL kâra; B firmasının YT, satır oyuncusu A firmasının ise ET stratejisini tercih etmesi sonucunda aynı oyuncu bu kez (300.000 + X) YTL kâra sahip olmaktadır. Ödül matrisindeki X değişkeni sütun oyuncusu B firmasının tipini belirtmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Sütun oyuncusu düşük maliyetli teknoloji harcaması yaptıysa X değişkeni 200.000 YTL, yüksek maliyetli teknoloji harcaması yaptıysa aynı değişken 100.000 YTL değerini almaktadır. Eğer X=2 ise satır oyuncusu A, ET stratejisini oynarken sütun oyuncusu B firması da (3 x 2 = 6) > (3 + 2 = 5) olduğundan ET stratejisini; A firması YT stratejisini oynarken B firması [1 + (3 x 2) = 7] > 6 olduğundan yine ET stratejisini oynamalıdır. Bu durum, X = 2 iken satır oyuncusu olan A firması hangi stratejiyi oynarsa oynasın B firmasının ET stratejisini seçeceğini yani ET stratejisinin YT stratejisi karşısında dominant bir strateji olduğunu ifade etmektedir. Şayet X = 1 ise satır oyuncusu olan A firması ET stratejisini oynarken sütun oyuncusu olan B firması (3 x 1 = 3) < (3 + 1 = 4) olduğundan YT stratejisini; A firması YT stratejisini oynarken B firması [1 + (3 x 1) = 4] < 6 olduğundan yine YT stratejisini oynamalıdır. Bu durum, X = 1 iken satır oyuncusu olan A firması hangi stratejiyi oynarsa oynasın B firmasının YT stratejisini tercih edeceğini yani YT stratejisinin ET stratejisi karşısında baskın bir strateji olduğunu göstermektedir.

Oyun, satır oyuncusu olan A şirketine yönelik olarak da analiz edilebilir. A firması, sütun oyuncusu olan B firmasının tipini kesin bir şekilde bilmemekte yalnızca onu belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, satır oyuncusu X değişkeninin P = 0,3 olasılıkla 2, (1 – P) = 0,7 olasılıkla 1 değerini aldığına inanmaktadır.



Şayet B firması, ET stratejisini oynarsa, A firması da (4 > 2) olduğundan ET stratejisini oynamalıdır. Eğer sütun oyuncusu YT stratejisini tercih ederse, satır oyuncusu da (5 > 3) olduğundan bu kez YT stratejisini seçmelidir. Görüldüğü gibi, B firmasının strateji tercihleri karşısında A firması farklı stratejileri oynamakta olup bu durum satır oyuncusunun dominant stratejisinin olmadığını izah etmektedir. Bu nedenden dolayı A firmasının inançları önem arz etmektedir. Eğer satır oyuncusu olan A firması ET stratejisini oynarken X=2 olacağına inanırsa, sütun oyuncusu olan B firması da (0,3) olasılıkla ET stratejisini oynamalı ve bu sayede A firması (400.000 x 0,3 = 120.000); aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken X = 1 olacağına inanırsa, B firması (0,7) olasılıkla bu defa YT stratejisini seçmeli ve bu sayede A firması (300.000x0,7 = 210.000) YTL kâr elde etmektedir. A firmasının ET stratejisini tercih etmesi sonucunda beklenen kazancı, EU(ET) = 120.000 + 210.000 = 330.000 YTL olmaktadır. Şayet A firması YT stratejisini oynarken X = 2 olacağına inanırsa, B firması (0,3) olasılıkla ET stratejisini tercih etmeli ve bu sayede A firması (200.000 x 0,3 = 60.000); aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken X = 1 olacağına inanırsa, B firması da (0,7) olasılıkla YT stratejisini oynamalı ve bu sayede A firması (500.000 x 0,7 = 350.000) YTL kâr sağlamaktadır. A firmasının YT stratejisini seçmesi sonucunda beklenen kazancı, EU(YT)=60.000 + 350.000 = 410.000 YTL olarak bulunmaktadır. EU(YT)=410.000 > EU(ET) = 330.000 olduğundan, A firması için B firmasının strateji tercihlerine en iyi tepki YT stratejisini oynamak olacaktır.

Yukarıdaki statik Bayesyen oyunun tam strateji Bayesyen Nash dengesi, {YT, (ET, X = 2; YT, X = 1)} strateji kombinasyonuna denk düşmektedir. Bu ifade, A firması YT stratejisini oynadığında B firmasının aynı stratejiye karşı kendi tipi olan X değişkeni 2 ise ET, 1 ise YT stratejisini seçerek en iyi cevabı vereceğini; B firması, A firmasının inançlarına göre 0,3 olasılıkla ET ve 0,7 olasılıkla YT stratejisini seçtiğinde, A firmasının aynı strateji karışımına karşı YT stratejisini oynayarak en iyi tepkiyi vereceğini göstermektedir.

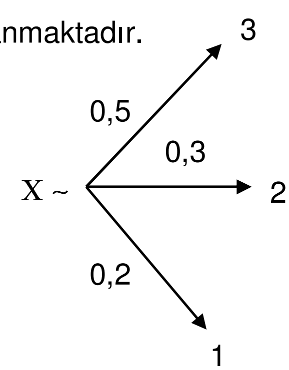
Örnek: Birbirleriyle rekabet halinde olan A ve B firmaları, kuyumculuk sektöründe faaliyet göstermekte, bu çerçevede takı üretip satmaktadırlar. Her bir firma, D ile ifade edilen dergi ve T ile gösterilen televizyon aracılığıyla reklam yapma stratejilerine sahiptir. Bu şirketler arasında eksik bilgili bir statik oyun oynanmaktadır. Şirketlerin, karşılıklı olarak tercih edebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri kârlar, aşağıdaki ödül matrisinde gösterilmektedir. 2 x 2 lik sonuç matrisinde yer alan sayısal değerler 100.000 YTL'ye karşılık gelmektedir.

Tablo 35. Takı Firmaları Arasındaki Statik Bayesyen Oyun

		B Firması	
		D	T
A Firması	D	(5,7 + X; 7,9)	(8,1; 9,6)
	T	(3,8 + 2X; 8,4)	(6,2 + X; 8)

Oyunun analizi, ilk önce satır oyuncusu olan A firmasına yönelik olarak yapılmaktadır. Eş zamanlı olarak A şirketinin D, B şirketinin de D stratejisini oynaması sonucunda A firması (570.000 + X) YTL kâr; satır oyuncusunun T, sütun oyuncusunun yine D stratejisini seçmesi neticesinde A şirketi (380.000+ 2X) YTL kâr; A firmasının T, sütun oyuncusu olan B firmasının da aynı stratejiyi tercih etmesi sonucunda A firması bu kez (620.000 + X) YTL kâr elde etmektedir. Oyun matrisindeki X değişkeni A şirketinin tipini belirtmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Satır oyuncusu düşük maliyetli reklam harcaması yaptıysa X değişkeni 300.000 YTL, orta maliyetli reklam harcaması yaptıysa aynı değişken 200.000 YTL, yüksek maliyetli reklam harcaması yaptıysa bu değişken 100.000 YTL değerini almaktadır. Oyunda X = 3 ise B firması D stratejisini oynarken A şirketi (5,7+3= 8,7) < [3,8 + (2 x 3) = 9,8] olduğundan T stratejisini; B firması T stratejisini oynarken A şirketi 8,1 < (6,2 + 3 = 9,2) olduğundan yine T stratejisini seçmelidir. Bu durum, X = 3 iken sütun oyuncusu olan B firması hangi stratejiyi oynarsa oynasın A şirketinin T stratejisini oynayacağını yani T stratejisinin D stratejisi karşısında dominant bir strateji olduğunu göstermektedir. Eğer X = 2 ise B firması D stratejisini oynarken A şirketi (5,7+2 = 7,7) < [3,8 + (2 x 2) = 7,8] olduğundan T stratejisini; B firması T stratejisini oynarken A firması 8,1 < (6,2 + 2 = 8,2) olduğundan yine T stratejisini tercih etmelidir. Bu durum, X = 2 iken B şirketi hangi stratejiyi oynarsa oynasın satır oyuncusu olan A firmasının T stratejisini oynayacağını yani T stratejisinin D stratejisi karşısında baskın bir strateji olduğunu belirtmektedir. Şayet X = 1 ise B şirketi D stratejisini oynarken A firması da (5,7+1 = 6,7) > [3,8 + (2 x 1) = 5,8] olduğundan D stratejisini; B firması T stratejisini oynarken A şirketi 8,1 > (6,2 + 1 = 7,2) olduğundan yine D stratejisini oynamalıdır. Bu durum, X = 1 iken B firması hangi stratejiyi oynarsa oynasın A firmasının D stratejisini seçeceğini yani D stratejisinin T stratejisi karşısında dominant bir strateji olduğunu ifade etmektedir.

Oyun, sütun oyuncusu olan B şirketine yönelik olarak da analiz edilebilir. B firması, satır oyuncusu olan A şirketinin tipini kesin bir şekilde bilmemekte yalnızca onu belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, sütun oyuncusu X değişeninin 0,5 olasılıkla 3, 0,3 olasılıkla 2 ve 0,2 olasılıkla 1 değerini aldığına inanmaktadır.



Şayet A firması D stratejisini oynarsa, B şirketi (7,9 < 9,6) olduğundan T stratejisini oynamalıdır. Eğer satır oyuncusu T stratejisini tercih ederse, sütun oyuncusu (8,4 > 8) olduğundan bu defa D stratejisini seçmelidir. Görüldüğü gibi, A firmasının strateji seçimleri karşısında B şirketi farklı stratejileri oynamakta olup bu durum sütun oyuncusunun baskın bir stratejisinin olmadığını açıklamaktadır. Bu sebepten dolayı B firmasının inançları önem kazanmaktadır. Eğer sütun oyuncusu olan B şirketi D stratejisini oynarken X=3 olacağına inanırsa, satır oyuncusu olan A firması 0,5 olasılıkla T stratejisini oynamalı ve bu sayede B firması (840.000 x 0,5 = 420.000); B firması D stratejisini oynarken X = 2 olacağına inanırsa, A şirketi 0,3 olasılıkla yine T stratejisini seçmeli ve bu sayede B şirketi (840.000 x 0,3 = 252.000); aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken X = 1 olacağına inanırsa, A firması 0,2 olasılıkla bu kez D stratejisini tercih etmeli ve bu sayede B firması (790.000x0,2 = 158.000) YTL kâra sahip olmaktadır. B şirketinin D stratejisini seçmesi neticesinde beklenen kazancı, EU(D)=420.000+252.000+158.000= 830.000 YTL olarak hesaplanmaktadır. Şayet B firması T stratejisini oynarken X = 3 olacağına inanırsa, A şirketi de 0,5 olasılıkla T stratejisini oynamalı ve bu sayede B firması (800.000 x 0,5 = 400.000); B firması T stratejisini oynarken X = 2 olacağına inanırsa, A firması da 0,3 olasılıkla yine T stratejisini tercih etmeli ve bu sayede B şirketi (800.000 x 0,3 = 240.000); aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken X = 1 olacağına inanırsa, A şirketi 0,2 olasılıkla bu defa D stratejisini seçmeli ve bu sayede B firması (960.000x0,2=192.000) YTL kâr elde etmektedir. B şirketinin T stratejisini tercih etmesi sonucunda beklenen kazancı, EU(T)=400.000+240.000+ 192.000 = 832.000 YTL olarak bulunmaktadır. EU(T) = 832.000 > EU(D) = 830.000 olduğundan, B şirketi için A şirketinin strateji seçimlerine karşı en iyi cevap T stratejisini oynamak olacaktır.

Yukarıdaki statik Bayesyen oyunun tam strateji Bayesyen Nash dengesi, {(T, X = 3; T, X = 2; D, X = 1), T} strateji kombinasyonuna karşılık gelmektedir. Bu ifade, B firması T stratejisini oynadığında A firmasının aynı stratejiye karşı kendi tipi olan X değişkeni 3 ise T, 2 ise T, 1 ise D stratejisini oynayarak en iyi tepkiyi vereceğini; A şirketi, B şirketinin inançlarına göre 0,5 olasılıkla T, 0,3 olasılıkla yine T ve 0,2 olasılıkla D stratejisini tercih ettiğinde, B şirketinin aynı strateji karışımına karşı T stratejisini oynayarak en iyi cevabı vereceğini anlatmaktadır.

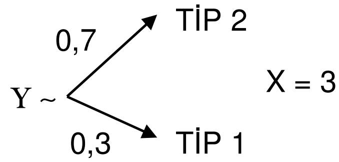
Örnek: M ve N harfleri ile ifade edilen oyuncular, iki kişilik eksik bilgili bir statik oyun oynamaktadırlar.[33] Satır oyuncusu olan M, A ve B; sütun oyuncusu olan N ise C ve D stratejilerine sahip olmaktadır. Oyuncuların, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri faydalar, aşağıdaki sonuç matrisinde belirtilmektedir. Ödül matrisinde bulunan soldaki sayısal değerler M oyuncusuna, sağdaki sayısal veriler ise N oyuncusuna ait olmaktadır.

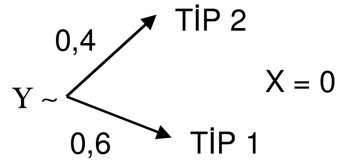
[33] Alper Koç, “Oyun Teorisi Ders Notları”, (Teksir, İktisat Fakültesi, 1996), s.20.

Tablo 36. İki Değişkenli Statik Bayesyen Oyunun Gösterimi

		Oyuncu N	
		C	D
Oyuncu M	A	(4 + X, 4 + Y)	(X, 3)
	B	(5, 3 – Y)	(2, 4)

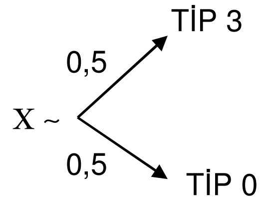
Oyunun analizi, ilk olarak oyuncu M'ye yönelik olarak yapılmaktadır. Eş zamanlı olarak, M oyuncusunun A, N oyuncusunun C stratejisini oynaması neticesinde satır oyuncusu (4 + X) birim fayda; oyuncu M'nin A, oyuncu N'nin D stratejisini seçmesi sonucunda ise aynı oyuncu bu kez (X) birim fayda kazanmaktadır. Oyun matrisindeki X değişkeni satır oyuncusu olan M'nin tipini belirtmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Bu değişken, 3 veya 0 değerini alabilmektedir. Eğer X = 3 ise oyuncu N, C stratejisini oynarken satır oyuncusu (4 + 3 = 7) > 5 olduğundan A stratejisini; sütun oyuncusu D stratejisini oynarken M oyuncusu 3 > 2 olduğundan yine A stratejisini oynamalıdır. Bu durum, X = 3 iken oyuncu N hangi stratejiyi oynarsa oynasın oyuncu M'nin A stratejisini tercih edeceğini yani A stratejisinin B stratejisi karşısında baskın bir strateji olduğunu göstermektedir. Şayet X = 0 ise sütun oyuncusu C stratejisini oynarken satır oyuncusu (4 + 0 = 4) < 5 olduğundan B stratejisini; N oyuncusu D stratejisini oynarken oyuncu M 0 < 2 olduğundan yine B stratejisini oynamalıdır. Bu durum, X = 0 iken sütun oyuncusu olan N hangi stratejiyi oynarsa oynasın satır oyuncusu olan M'nin B stratejisini seçeceğini yani B stratejisinin A stratejisi karşısında dominant bir strateji olduğunu ifade etmektedir. Bu esnada, oyuncu M, oyuncu N'nin tipini kesin bir biçimde bilmemekte yalnızca onu kendi tipiyle ilişkilendirmek suretiyle belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, eğer X = 3 ise satır oyuncusu, sütun oyuncusunun tipine karşılık gelen Y değişkeninin (0,7) olasılıkla 2, (0,3) olasılıkla 1 değerini aldığına inanmaktadır. Şayet X = 0 ise aynı oyuncu Y değişkeninin bu defa (0,4) olasılıkla 2, (0,6) olasılıkla 1 değerini aldığını düşünmektedir.





Bu inançlar, koşullu olasılıklar şeklinde sıralı olarak yazılabilmektedir. P(Y=2/X=3)=0,7, P(Y=1/X=3)=0,3, P(Y=2/X=0)=0,4 ve P(Y=1/X=0)=0,6 şartlı olasılıklarından, sütun oyuncusu hakkında yapılacak Bayes teoremine ilişkin yorumlarda faydalanılacaktır.

Oyun, sütun oyuncusu olan N'ye yönelik olarak da analiz edilebilir. Eş anlı olarak, N oyuncusunun C, M oyuncusunun A stratejisini oynaması sonucunda sütun oyuncusu (4 + Y) birim fayda; oyuncu N'nin C, oyuncu M'nin B stratejisini tercih etmesi neticesinde ise aynı oyuncu bu defa (3 – Y) birim fayda elde etmektedir. Sonuç matrisindeki Y değişkeni sütun oyuncusu olan N'nin tipini ifade etmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Bu değişken, 2 veya 1 değerini alabilmektedir. Eğer Y = 2 ise aktör M, A stratejisini oynarken aktör N (4 + 2 = 6) > 3 olduğundan C stratejisini; M oyuncusu B stratejisini oynarken N oyuncusu (3 – 2 = 1) < 4 olduğundan bu kez D stratejisini oynamalıdır. Görüldüğü gibi, Y = 2 iken satır oyuncusunun strateji seçimleri karşısında oyuncu N farklı stratejileri oynamakta olup bu durum sütun oyuncusunun baskın stratejisinin olmadığını anlatmaktadır. Şayet Y = 1 ise ajan M, A stratejisini oynarken ajan N (4+1=5)> 3 olduğundan C stratejisini; oyuncu M, B stratejisini oynarken oyuncu N (3 – 1 = 2) < 4 olduğundan bu defa D stratejisini seçmelidir. Görüldüğü gibi, Y = 1 iken satır oyuncusunun strateji tercihleri karşısında sütun oyuncusu farklı stratejileri oynamakta olup bu durum oyuncu N'nin dominant stratejisinin olmadığını izah etmektedir. Bu sebepten dolayı, sütun oyuncusu olan N'nin inançları önem kazanmaktadır. Oyuncu N, satır oyuncusunun tipini kesin bir şekilde bilmemekte sadece onu belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, sütun oyuncusu X değişkeninin (0,5) olasılıkla 3, (0,5) olasılıkla 0 değerini aldığına inanmaktadır. P(X = 3) = 0,5 ve P(X = 0) = 0,5, inançların olasılıklar biçimindeki gösterimidir.



Fakat asıl önemli olan husus, sütun oyuncusu olan N'nin, kendi tipiyle ilişkilendirmek suretiyle satır oyuncusu olan M'nin tipini belli olasılıklara göre tahmin etmesidir. Bu olasılık dağılımlarını bulabilme de Bayes kuralı ön plana çıkmaktadır.

$$P(X = 3 | Y = 2) = \frac{P(X = 3 \text{ve} Y = 2)}{P(Y = 2)}$$

$$P(X = 3 \text{ve} Y = 2) = P(Y = 2 | X = 3) P(X = 3)$$

$$P(Y = 2) = P(Y = 2 \text{ve} X = 3) + P(Y = 2 \text{ve} X = 0)$$

$$P(Y = 2) = P(Y = 2 | X = 3) P(X = 3) + P(Y = 2 | X = 0) P(X = 0)$$

$$P(X = 3 | Y = 2) = \frac{P(Y = 2 | X = 3) P(X = 3)}{P(Y = 2 | X = 3) P(X = 3) + P(Y = 2 | X = 0) P(X = 0)}$$

$$P(X = 3 | Y = 2) = \frac{(0,7)(0,5)}{(0,7)(0,5) + (0,4)(0,5)} = \frac{0,35}{0,55} = \frac{7}{11}$$

$$P(X = 0 | Y = 2) = 1 - P(X = 3 | Y = 2) = 1 - \frac{7}{11} = \frac{4}{11}$$

Eğer Y = 2 ise oyuncu N, oyuncu M'nin tipine denk düşen X değişkeninin (7/11) olasılıkla 3, (4/11) olasılıkla 0 değerini aldığını düşünmektedir.

$$P(X = 3 | Y = 1) = \frac{P(X = 3 \text{ve} Y = 1)}{P(Y = 1)}$$

$$P(X = 3 \text{ve} Y = 1) = P(Y = 1 | X = 3) P(X = 3)$$

$$P(Y = 1) = P(Y = 1 \text{ve} X = 3) + P(Y = 1 \text{ve} X = 0)$$

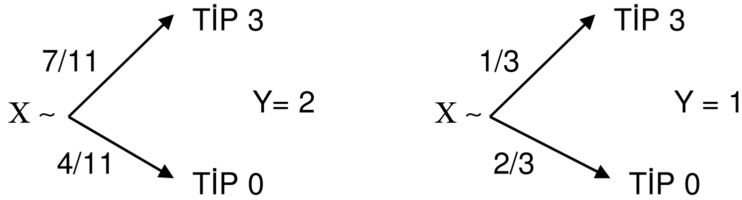
$$P(Y = 1) = P(Y = 1 | X = 3) P(X = 3) + P(Y = 1 | X = 0) P(X = 0)$$

$$P(X = 3 | Y = 1) = \frac{P(Y = 1 | X = 3) P(X = 3)}{P(Y = 1 | X = 3) P(X = 3) + P(Y = 1 | X = 0) P(X = 0)}$$

$$P(X = 3 | Y = 1) = \frac{(0,3)(0,5)}{(0,3)(0,5) + (0,6)(0,5)} = \frac{0,15}{0,45} = \frac{1}{3}$$

$$P(X=0|Y=1)=1-P(X=3|Y=1)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

Şayet Y = 1 ise sütun oyuncusu, satır oyuncusunun tipine karşılık gelen X değişkeninin (1/3) olasılıkla 3, (2/3) olasılıkla 0 değerini aldığına inanmaktadır.



Şayet Y = 2 ise oyuncu N, C stratejisini oynarken X = 3 olacağına inanırsa, oyuncu M (7/11) olasılıkla A stratejisini oynamalı ve bu sayede sütun oyuncusu [6 x (7/11) = 42/11]; aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken X=0 olacağına inanırsa, satır oyuncusu (4/11) olasılıkla B stratejisini seçmeli ve bu sayede oyuncu N [1 x (4/11) = 4/11] birim fayda elde etmektedir. Sütun oyuncusunun C stratejisini tercih etmesi sonucunda beklenen kazancı, EU(C)= [(42/11) + (4/11)] = 46/11 olarak bulunmaktadır. Oyuncu N'nin tipi Y=2 iken aynı oyuncu D stratejisini oynarken X = 3 olacağını düşünürse, satır oyuncusu (7/11) olasılıkla A stratejisini oynamalı ve bu sayede sütun oyuncusu [3 x (7/11) = 21/11]; oyuncu N aynı stratejiyi oynarken X = 0 olacağını tahmin ederse, oyuncu M (4/11) olasılıkla B stratejisini tercih etmeli ve bu sayede sütun oyuncusu [4 x (4/11) = 16/11] birim faydaya sahip olmaktadır. Sütun oyuncusunun D stratejisini seçmesi neticesinde beklenen kazancı, EU(D) = [(21/11) + (16/11)] = 37/11 olarak hesaplanmaktadır. EU(C)= (46/11) > EU(D) = (37/11) olduğundan, Y = 2 iken oyuncu N için oyuncu M'nin strateji seçimlerine karşı en iyi cevap C stratejisini oynamak olacaktır.

Eğer Y = 1 ise sütun oyuncusu C stratejisini oynarken X = 3 olacağına inanırsa, satır oyuncusu (1/3) olasılıkla A stratejisini oynamalı ve bu sayede oyuncu N [5 x (1/3) = 5/3]; aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken X = 0 olacağına inanırsa, oyuncu M (2/3) olasılıkla B stratejisini tercih etmeli ve bu sayede sütun oyuncusu [2 x (2/3) = 4/3] birim fayda kazanmaktadır. Oyuncu N'nin C stratejisini oynaması neticesinde beklenen kazancı, EU(C)=[(5/3)+(4/3)] = 3 olmaktadır. Sütun oyuncusunun tipi Y = 1 iken aynı oyuncu D stratejisini oynarken X = 3 olacağını tahmin ederse, oyuncu M (1/3) olasılıkla A stratejisini seçmeli ve bu sayede oyuncu N [3 x (1/3) = 1]; sütun oyuncusu aynı stratejiyi oynarken X = 0 olacağını düşünürse, satır oyuncusu (2/3) olasılıkla B stratejisini oynamalı ve bu sayede oyuncu N [4 x (2/3) = 8/3] birim fayda elde etmektedir. Sütun oyuncusunun D stratejisini tercih etmesi neticesinde beklenen kazancı, EU(D) = [1 + (8/3) = 11/3] olarak hesaplanmaktadır. EU(D) = (11/3) > EU(C) = (8/3) olduğundan, Y = 1 iken oyuncu N için oyuncu M'nin strateji tercihlerine karşı en iyi tepki D stratejisini oynamak olacaktır.

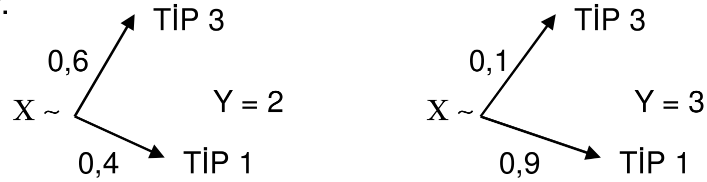
Yukarıdaki eksik bilgi içeren statik oyunda, satır oyuncusu olan M için hareket alanı A = {A, B}, tip alanı T = {3, 0} ve inançlar $P(t_N = 2 / t_M = 3) = 0,7$, $P(t_N = 1 / t_M = 3) = 0,3$, $P(t_N = 2 / t_M = 0) = 0,4$, $P(t_N = 1 / t_M = 0) = 0,6$ olurken; sütun oyuncusu olan N için hareket alanı A = {C, D}, tip alanı T = {2, 1} ve Bayes teoremi yardımıyla bulunan inançlar $P(t_M=3/t_N=2)=7/11$, $P(t_M=0/t_N=2)=4/11$, $P(t_M = 3 / t_N = 1) = 1/3$, $P(t_M = 0 / t_N = 1) = 2/3$ olmaktadır. Bu statik Bayesyen oyunun tam strateji Bayesyen Nash dengesi, {(A,X=3;B,X=0), (C, Y = 2; D, Y = 1)} şeklinde gösterilmektedir.

Örnek: Birbirleriyle rekabet halinde olan A ve B şirketleri, meşrubat sektöründe faaliyette bulunmakta, bu çerçevede meyve suyu üretip satmaktadırlar. Her bir firma, R ile gösterilen radyo ve T ile ifade edilen televizyon vasıtasıyla reklam yapma stratejilerine sahiptir. Bu şirketler arasında eksik bilgi içeren bir statik oyun oynanmaktadır. Firmaların, karşılıklı olarak tercih edebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri yıllık net kârlar, aşağıdaki ödül matrisinde gösterilmektedir. 2 x 2 lik sonuç matrisinde yer alan sayısal veriler 100.000 YTL'ye denk düşmektedir. Sonuç matrisinde bulunan soldaki sayısal değerler A şirketine, sağdaki sayısal veriler ise B firmasına ait olmaktadır.

Tablo 37. Meşrubat Firmaları Arasındaki Statik Bayesyen Oyun

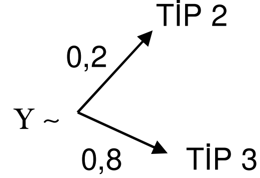
		B Firması	
		R	T
A Firması	R	(8,9 – X, 4,1 + Y)	(2,8 + 2X, 1,5 + 2Y)
	T	(3,6 + X, 8,4 – Y)	(7,7 – X, 3,8 + Y)

Oyunun analizi, ilk önce sütun oyuncusu olan B şirketine yönelik olarak yapılmaktadır. Eş anlı olarak B firmasının R, A firmasının da R stratejisini oynaması sonucunda sütun oyuncusu (4,1 + Y) YTL kâra; B şirketinin aynı stratejiyi A şirketinin ise T stratejisini seçmesi neticesinde sütun oyuncusu bu kez (8,4 – Y) YTL kâra; B firmasının T, satır oyuncusunun R stratejisini tercih etmesi sonucunda aynı oyuncu (1,5 + 2Y) YTL kâra; sütun oyuncusunun T, A şirketinin de T stratejisini oynaması neticesinde aynı oyuncu bu defa (3,8 + Y) YTL kâra sahip olmaktadır. Ödül matrisindeki Y değişkeni B firmasının tipini belirtmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Bu değişken, 200.000 YTL veya 300.000 YTL değerini alabilmektedir. Eğer Y = 2 ise A şirketi R stratejisini oynarken B firması da (4,1 + 2 = 6,1) > [1,5 + (2 x 2) = 5,5] olduğundan R stratejisini; A firması T stratejisini oynarken B şirketi (8,4 – 2 =6,4) > (3,8 + 2 = 5,8) olduğundan yine R stratejisini oynamalıdır. Bu durum, Y = 2 iken satır oyuncusu olan A şirketi hangi stratejiyi oynarsa oynasın B firmasının R stratejisini seçeceğini yani R stratejisinin T stratejisi karşısında dominant bir strateji olduğunu ifade etmektedir. Şayet Y = 3 ise A firması R stratejisini oynarken sütun oyuncusu olan B şirketi (4,1 + 3 = 7,1) < [1,5 + (2 x 3) = 7,5] olduğundan T stratejisini; A şirketi T stratejisini oynarken B firması (8,4 – 3 = 5,4) < (3,8 + 3 = 6,8) olduğundan yine T stratejisini oynamalıdır. Bu durum, Y = 3 iken satır oyuncusu hangi stratejiyi oynarsa oynasın B şirketinin T stratejisini tercih edeceğini yani T stratejisinin R stratejisi karşısında baskın bir strateji olduğunu açıklamaktadır. Bu esnada, sütun oyuncusu, satır oyuncusunun tipini kesin bir şekilde bilmemekte sadece onu kendi tipiyle ilişkilendirmek suretiyle belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, eğer Y = 2 ise B firması, A firmasının tipine karşılık gelen X değişkeninin (0,6) olasılıkla 3, (0,4) olasılıkla 1 değerini aldığına inanmaktadır. Şayet Y = 3 ise aynı oyuncu X değişkeninin (0,1) olasılıkla 3, (0,9) olasılıkla 1 değerini aldığını düşünmektedir.



Bu inançlar, koşullu olasılıklar biçiminde sıralı olarak yazılabilmektedir. P(X=3/ Y=2)=0,6, P(X=1/Y=2)=0,4, P(X=3/Y=3)=0,1 ve P(X=1/Y=3)=0,9 şartlı olasılıklarından, A firması hakkında yapılacak Bayes teoremine ilişkin yorumlarda faydalanılacaktır.

Oyun, satır oyuncusu olan A firmasına yönelik olarak da analiz edilebilir. Eş zamanlı olarak, A şirketinin R, B şirketinin de R stratejisini oynaması sonucunda satır oyuncusu (8,9 – X) YTL kâr; A firmasının aynı stratejiyi, B firmasının ise T stratejisini seçmesi neticesinde satır oyuncusu bu defa (2,8 + 2X) YTL kâr; A şirketinin T, sütun oyuncusunun R stratejisini tercih etmesi sonucunda aynı oyuncu (3,6 + X) YTL kâr; satır oyuncusunun T, B şirketinin de T stratejisini oynaması neticesinde aynı oyuncu bu kez (7,7 – X) YTL kâr kazanmaktadır. Sonuç matrisindeki X değişkeni A firmasının tipini ifade etmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Bu değişken, 300.000 YTL ya da 100.000 YTL değerini alabilmektedir. Eğer X = 3 ise B firması R stratejisini oynarken A firması (8,9 – 3 = 5,9) < (3,6 + 3 = 6,6) olduğundan T stratejisini; B şirketi T stratejisini oynarken satır oyuncusu [2,8 + (2 x 3) = 8,8] > (7,7 – 3 = 4,7) olduğundan bu defa R stratejisini oynamalıdır. Görüldüğü gibi, X = 3 iken sütun oyuncusunun strateji seçimleri karşısında A firması farklı stratejileri oynamakta olup bu durum oyuncu A’nın dominant stratejisinin olmadığını anlatmaktadır. Şayet X = 1 ise B şirketi R stratejisini oynarken A şirketi de (8,9 – 1 = 7,9) > (3,6 + 1 = 4,6) olduğundan R stratejisini; oyuncu B, T stratejisini oynarken A firması da [2,8 + (2 x 1) = 4,8] < (7,7 – 1 = 6,7) olduğundan bu kez T stratejisini tercih etmelidir. Görüldüğü gibi, X = 1 iken oyuncu B’nin strateji tercihleri karşısında A şirketi farklı stratejileri oynamakta olup bu durum satır oyuncusunun baskın stratejisinin olmadığına parmak basmaktadır. Bu nedenden dolayı, A firmasının inançları önem kazanmaktadır. A şirketi, B firmasının tipini kesin bir biçimde bilmemekte yalnızca onu belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, satır oyuncusu Y değişkeninin (0,2) olasılıkla 2, (0,8) olasılıkla 3 değerini aldığına inanmaktadır. P(Y = 2) = 0,2 ve P(Y = 3) = 0,8, inançların olasılıklar şeklindeki gösterimidir.



Ama asıl önemli olan husus, satır oyuncusu olan A firmasının, kendi tipiyle ilişkilendirmek suretiyle sütun oyuncusu olan B firmasının tipini belli olasılıklara göre tahmin etmesidir. Bu olasılık dağılımlarını bulmaya Bayes teoremi yardımcı olmaktadır.

$$P(Y=2|X=3)=\frac{P(Y=2 \text{ve} X=3)}{P(X=3)}$$

$$P(Y=2 \text{ve} X=3)=P(X=3|Y=2)P(Y=2)$$

$$P(X=3)=P(X=3 \text{ve} Y=2)+P(X=3 \text{ve} Y=3)$$

$$P(X=3)=P(X=3|Y=2)P(Y=2)+P(X=3|Y=3)P(Y=3)$$

$$P(Y=2|X=3)=\frac{P(X=3|Y=2)P(Y=2)}{P(X=3|Y=2)P(Y=2)+P(X=3|Y=3)P(Y=3)}$$

$$P(Y=2|X=3)=\frac{(0{,}6)(0{,}2)}{(0{,}6)(0{,}2)+(0{,}1)(0{,}8)}=\frac{0{,}12}{0{,}20}=\frac{3}{5}$$

$$P(Y=3|X=3)=1-P(Y=2|X=3)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$$

Eğer X = 3 ise A firması, B firmasının tipine karşılık gelen Y değişkeninin (3/5) olasılıkla 2, (2/5) olasılıkla 3 değerini aldığını düşünmektedir.

$$P(Y=2|X=1)=\frac{P(Y=2 \text{ve} X=1)}{P(X=1)}$$

$$P(Y=2 \text{ve} X=1)=P(X=1|Y=2)P(Y=2)$$

$$P(X=1)=P(X=1 \text{ve} Y=2)+P(X=1 \text{ve} Y=3)$$

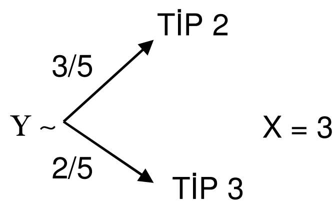
$$P(X=1)=P(X=1|Y=2)P(Y=2)+P(X=1|Y=3)P(Y=3)$$

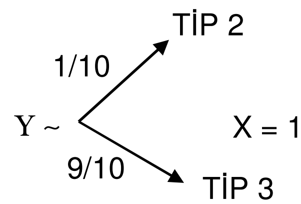
$$P(Y=2|X=1)=\frac{P(X=1|Y=2)P(Y=2)}{P(X=1|Y=2)P(Y=2)+P(X=1|Y=3)P(Y=3)}$$

$$P(Y=2|X=1)=\frac{(0,4)(0,2)}{(0,4)(0,2)+(0,9)(0,8)}=\frac{0,08}{0,80}=\frac{1}{10}$$

$$P(Y=3|X=1)=1-P(Y=2|X=1)=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$$

Şayet X = 1 ise A şirketi, B şirketinin tipine denk düşen Y değişkeninin (1/10) olasılıkla 2, (9/10) olasılıkla 3 değerini aldığına inanmaktadır.





Şayet X = 3 ise satır oyuncusu olan A firması R stratejisini oynarken Y= 2 olacağına inanırsa, sütun oyuncusu olan B firması da (3/5) olasılıkla R stratejisini oynamalı ve bu sayede A şirketi [590.000 x (3/5) = 354.000]; aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken Y = 3 olacağını düşünürse, B şirketi (2/5) olasılıkla bu kez T stratejisini seçmeli ve bu sayede A firması [880.000 x (2/5) = 352.000] YTL kâr elde etmektedir. Satır oyuncusunun R stratejisini tercih etmesi sonucunda beklenen kazancı, EU(R)=354.000+352.000=706.000 YTL olarak hesaplanmaktadır. A şirketinin tipi X = 3 iken aynı oyuncu T stratejisini oynarken Y = 2 olacağını tahmin ederse, B şirketi (3/5) olasılıkla R stratejisini oynamalı ve bu sayede A firması [660.000 x (3/5) = 396.000]; satır oyuncusu aynı stratejiyi oynarken Y = 3 olacağına inanırsa, B firması da (2/5) olasılıkla T stratejisini tercih etmeli ve bu sayede A firması [470.000 x (2/5) = 188.000] YTL kâra sahip olmaktadır. A şirketinin T stratejisini oynaması neticesinde beklenen kazancı, EU(T) = 396.000 + 188.000 = 584.000 YTL olarak bulunmaktadır. EU(R) = 706.000 > EU(T) = 584.000 olduğundan, X = 3 iken A firması için B firmasının strateji seçimlerine karşı en iyi tepki R stratejisini oynamak olacaktır.

Eğer X = 1 ise A şirketi R stratejisini oynarken Y = 2 olacağına inanırsa, B şirketi de (1/10) olasılıkla R stratejisini oynamalı ve bu sayede A firması [790.000 x (1/10) = 79.000]; aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken Y=3 olacağını tahmin ederse, sütun oyuncusu (9/10) olasılıkla bu defa T stratejisini tercih etmeli ve bu sayede A şirketi [480.000 x (9/10) = 432.000] YTL kâr sahibi olmaktadır. Satır oyuncusunun R stratejisini seçmesi neticesinde beklenen kazancı; EU(R) = 79.000 + 432.000 = 511.000 YTL olmaktadır. A firmasının tipi X = 1 iken aynı oyuncu T stratejisini oynarken Y=2 olacağını düşünürse, B firması (1/10) olasılıkla R stratejisini oynamalı ve bu sayede satır oyuncusu [460.000 x (1/10) = 46.000]; oyuncu A aynı stratejiyi oynarken Y = 3 olacağına inanırsa, B firması da (9/10) olasılıkla T stratejisini seçmeli ve bu sayede A firması [670.000 x (9/10) = 603.000] YTL kâr iktisap etmektedir. Satır oyuncusunun T stratejisini tercih etmesi sonucunda beklenen kazancı, EU(T) = 46.000 + 603.000 = 649.000 YTL olarak bulunmaktadır. EU(R) = 511.000 < EU(T) = 649.000 olduğundan, X=1 iken A şirketi için B şirketinin strateji tercihlerine karşı en iyi cevap T stratejisini oynamak olacaktır.

Yukarıdaki eksik bilgili statik oyunda, sütun oyuncusu olan B firması için hareket alanı A = {R, T}, tip alanı T = {2, 3} ve inançlar $P(t_A=3 / t_B=2)=0{,}6$, $P(t_A = 1 / t_B = 2) = 0{,}4$, $P(t_A = 3 / t_B = 3) = 0{,}1$, $P(t_A = 1 / t_B = 3) = 0{,}9$ olurken; satır oyuncusu olan A firması için hareket alanı A = {R, T}, tip alanı T = {3, 1} ve Bayes kuralı aracılığıyla bulunan inançlar $P(t_B = 2 / t_A = 3) = 3/5$, $P(t_B=3/t_A=3) = 2/5$, $P(t_B = 2 / t_A = 1) = 1/10$, $P(t_B = 3 / t_A = 1)= 9/10$ olmaktadır. Bu statik Bayesyen oyunun tam strateji Bayesyen Nash dengesi, {(R,X=3;T,X=1), (R,Y=2;T,Y=3)} şeklinde gösterilmektedir.

Örnek: Hizmet sektöründe faaliyet gösteren R ve C işletmeleri, restaurantçılık işini ifa etmekte olup, bu çerçevede gıda ve içecek maddeleri satmaktadırlar. Her bir işletme, G ile gösterilen gazete yoluyla reklam yapma ve S ile ifade edilen ev ve işyerlerine paket servis yapma stratejilerine sahiptir. Bu şirketler arasında eksik bilgili bir statik oyun oynanmaktadır. Şirketlerin, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri yıllık net kârlar aşağıdaki sonuç matrisinde gösterilmektedir. 2 x 2 lik ödül matrisinde yer alan sayısal değerler 100.000 YTL'ye karşılık gelmektedir.

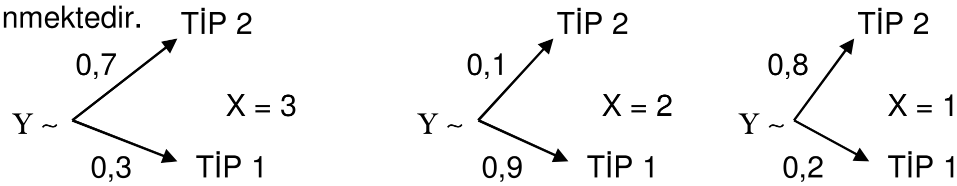
Ödül matrisinde bulunan soldaki sayısal veriler R firmasına, sağdaki sayısal değerler ise C firmasına ait olmaktadır.

Tablo 38. Restaurant Firmaları Arasındaki Statik Bayesyen Oyun

		C Firması	
		G	S
R Firması	G	(5,4 – X, 3,6 + Y)	(8,3 – 2X, 1,9 + 2Y)
	S	(2,7 + X, 1,2 + 3Y)	(1,1 + 2X, 3,5 + Y)

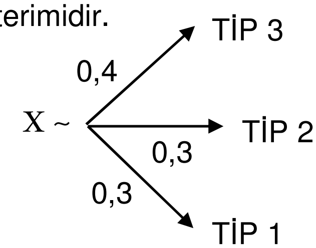
Oyunun analizi, ilk olarak satır oyuncusu olan R firmasına yönelik olarak yapılmaktadır. Eş zamanlı olarak, R şirketinin G, C şirketinin de G stratejisini oynaması sonucunda R işletmesi (540.000–X) YTL kâr; R firmasının aynı stratejiyi, C firmasının ise S stratejisini seçmesi neticesinde satır oyuncusu bu defa (830.000–2X) YTL kâr; R şirketinin S, sütun oyuncusunun G stratejisini tercih etmesi sonucunda aynı oyuncu (270.000+X) YTL kâr; satır oyuncusunun S, C işletmesinin de S stratejisini oynaması neticesinde aynı oyuncu bu kez (110.000+2X) YTL kâr elde etmektedir. Ödül matrisindeki X değişkeni R işletmesinin tipini belirtmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Bu değişken, 300.000 YTL veya 200.000 YTL veyahut 100.000 YTL değerini alabilmektedir. Oyunda X=3 ise C firması G stratejisini oynarken R işletmesi (5,4–3=2,4)<(2,7+3=5,7) olduğundan S stratejisini; C şirketi S stratejisini oynarken R firması da [8,3 – (2 x 3) = 2,3] < [1,1 + (2 x 3) = 7,1] olduğundan yine S stratejisini oynamalıdır. Bu durum, X = 3 iken sütun oyuncusu hangi stratejiyi oynarsa oynasın R şirketinin S stratejisini seçeceğini yani S stratejisinin G stratejisi karşısında baskın bir strateji olduğunu göstermektedir. Eğer X = 2 ise C işletmesi G stratejisini oynarken satır oyuncusu (5,4-2=3,4)<(2,7+2=4,7) olduğundan S stratejisini; sütun oyuncusu S stratejisini oynarken R işletmesi de [8,3 – (2 x 2) = 4,3] < [1,1 + (2 x 2) = 5,1] olduğundan yine S stratejisini seçmelidir. Bu durum, X = 2 iken C işletmesi hangi stratejiyi oynarsa oynasın

R firmasının S stratejisini oynayacağını yani S stratejisinin G stratejisi karşısında dominant bir strateji olduğunu belirtmektedir. Şayet X = 1 ise C firması G stratejisini oynarken R firması da (5,4 – 1 = 4,4) > (2,7 + 1 = 3,7) olduğundan G stratejisini; C işletmesi S stratejisini oynarken satır oyuncusu [8,3 – (2 x 1) = 6,3] > [1,1 + (2 x 1) = 3,1] olduğundan yine G stratejisini tercih etmelidir. Bu durum, X = 1 iken C firması hangi stratejiyi oynarsa oynasın R firmasının G stratejisini tercih edeceğini yani G stratejisinin S stratejisi karşısında baskın bir strateji olduğunu ifade etmektedir. Bu esnada, R işletmesi, C işletmesinin tipini kesin bir şekilde bilmemekte yalnızca onu kendi tipiyle ilişkilendirmek suretiyle belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, X = 3 ise satır oyuncusu, sütun oyuncusunun tipine denk düşen Y değişkeninin (0,7) olasılıkla 2, (0,3) olasılıkla 1 değerini aldığına inanmaktadır. Eğer X = 2 ise R şirketi Y değişkeninin (0,1) olasılıkla 2, (0,9) olasılıkla 1 değerini aldığını tahmin etmektedir. Şayet X = 1 ise aynı oyuncu Y değişkeninin (0,8) olasılıkla 2, (0,2) olasılıkla 1 değerini aldığını düşünmektedir.



Bu inançlar, şartlı olasılıklar biçiminde sıralı olarak yazılabilmektedir. P(Y=2/X=3)=0,7, P(Y = 1 / X = 3) = 0,3, P(Y = 2 / X=2)=0,1, P(Y=1/X=2)=0,9, P(Y=2/X=1)=0,8 ve P(Y = 1 / X = 1) = 0,2 koşullu olasılıklarından, C işletmesi hakkında yapılacak Bayes teoremine ilişkin yorumlarda faydalanılacaktır.

Oyun, sütun oyuncusu olan C firmasına yönelik olarak da analiz edilebilir. Eş anlı olarak, C şirketinin G, R şirketinin de G stratejisini oynaması neticesinde C firması (360.000 + Y) YTL kâra; C işletmesinin aynı stratejiyi, R işletmesinin ise S stratejisini tercih etmesi sonucunda sütun oyuncusu bu kez (120.000 + 3Y) YTL kâra; C firmasının S, satır oyuncusunun G stratejisini seçmesi neticesinde aynı oyuncu (190.000 + 2Y) YTL kâra; sütun oyuncusunun S, R firmasının da S stratejisini oynaması sonucunda aynı işletme bu defa (350.000 + Y) YTL kâra sahip olmaktadır. Sonuç matrisindeki Y değişkeni C şirketinin tipini belirtmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Bu değişken, 200.000 YTL ya da 100.000 YTL değerini alabilmektedir. Eğer Y = 2 ise R işletmesi G stratejisini oynarken C işletmesi (3,6 + 2 = 5,6) < [1,9 + (2 x 2) = 5,9] olduğundan S stratejisini; satır oyuncusu S stratejisini oynarken C firması [1,2 + (3 x 2) = 7,2] > (3,5 + 2 = 5,5) olduğundan bu defa G stratejisini oynamalıdır. Görüldüğü gibi, Y = 2 iken R firmasının strateji tercihleri karşısında C firması farklı stratejileri oynamakta olup bu durum sütun oyuncusunun dominant stratejisinin olmadığı manasına gelmektedir. Şayet Y = 1 ise oyuncu R, G stratejisini oynarken oyuncu C de (3,6+1=4,6) > [1,9 + (2 x 1) = 3,9] olduğundan G stratejisini; R şirketi S stratejisini oynarken C şirketi de [1,2 + (3 x 1) = 4,2] < (3,5 + 1 = 4,5) olduğundan bu kez S stratejisini seçmelidir. Görüldüğü gibi, Y = 1 iken satır oyuncusunun strateji seçimleri karşısında C işletmesi farklı stratejileri oynamakta olup bu durum sütun oyuncusunun baskın stratejisinin olmadığı anlamına gelmektedir. Bu sebepten dolayı, C firmasının inançları önem arz etmektedir. C şirketi, R şirketinin tipini kesin bir biçimde bilmemekte sadece onu belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, sütun oyuncusu X değişkeninin (0,4) olasılıkla 3, (0,3) olasılıkla 2 ve (0,3) olasılıkla 1 değerini aldığına inanmaktadır. P(X = 3) = 0,4, P(X = 2) = 0,3 ve P(X = 1) = 0,3, inançların olasılıklar şeklindeki gösterimidir.



Fakat asıl önemli olan nokta, sütun oyuncusu olan C firmasının, kendi tipiyle ilişkilendirmek suretiyle satır oyuncusu olan R firmasının tipini belli olasılıklara göre tahmin etmesidir. Bu olasılık dağılımlarını hesaplamaya Bayes kuralı yardım etmektedir.

$$P(X = 3 | Y = 2) = \frac{P(X = 3 \text{ve} Y = 2)}{P(Y = 2)}$$

$$P(X = 3 \text{ve} Y = 2) = P(Y = 2 | X = 3) P(X = 3)$$

$$P(Y = 2) = P(Y = 2 \text{ve} X = 3) + P(Y = 2 \text{ve} X = 2) + P(Y = 2 \text{ve} X = 1)$$

$$P(Y = 2) = P(Y = 2 | X = 3) P(X = 3) + P(Y = 2 | X = 2) P(X = 2) + P(Y = 2 | X = 1) P(X = 1)$$

$$P(X=3|Y=2)=\frac{P(Y=2|X=3)P(X=3)}{P(Y=2|X=3)P(X=3)+P(Y=2|X=2)P(X=2)+P(Y=2|X=1)P(X=1)}$$

$$P(X=3|Y=2)=\frac{(0,7)(0,4)}{(0,7)(0,4)+(0,1)(0,3)+(0,8)(0,3)}=\frac{0,28}{0,55}=\frac{28}{55}$$

$$P(X=2|Y=2)=\frac{P(X=2veY=2)}{P(Y=2)}$$

$$P(X=2|Y=2)=\frac{P(Y=2|X=2)P(X=2)}{P(Y=2|X=3)P(X=3)+P(Y=2|X=2)P(X=2)+P(Y=2|X=1)P(X=1)}$$

$$P(X=2|Y=2)=\frac{(0,1)(0,3)}{(0,7)(0,4)+(0,1)(0,3)+(0,8)(0,3)}=\frac{0,03}{0,55}=\frac{3}{55}$$

$$P(X=1|Y=2)=1-[P(X=3|Y=2)+P(X=2|Y=2)]=1-\left(\frac{28}{55}+\frac{3}{55}\right)=\frac{24}{55}$$

Eğer Y = 2 ise C şirketi, R firmasının tipine karşılık gelen X değişkeninin (28/55) olasılıkla 3, (3/55) olasılıkla 2 ve (24/55) olasılıkla 1 değerini aldığına inanmaktadır.

$$P(X=3|Y=1)=\frac{P(X=3veY=1)}{P(Y=1)}$$

$$P(X=3veY=1)=P(Y=1|X=3)P(X=3)$$

$$P(Y=1)=P(Y=1veX=3)+P(Y=1veX=2)+P(Y=1veX=1)$$

$$P(Y=1)=P(Y=1|X=3)P(X=3)+P(Y=1|X=2)P(X=2)+P(Y=1|X=1)P(X=1)$$

$$P(X=3|Y=1)=\frac{P(Y=1|X=3)P(X=3)}{P(Y=1|X=3)P(X=3)+P(Y=1|X=2)P(X=2)+P(Y=1|X=1)P(X=1)}$$

$$P(X=3|Y=1)=\frac{(0,3)(0,4)}{(0,3)(0,4)+(0,9)(0,3)+(0,2)(0,3)}=\frac{0,12}{0,45}=\frac{4}{15}$$

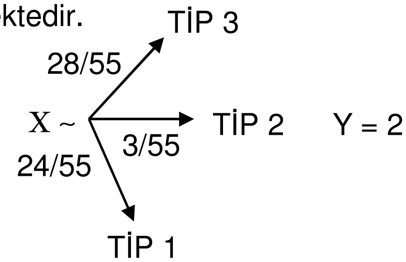
$$P(X=2|Y=1)=\frac{P(X=2veY=1)}{P(Y=1)}$$

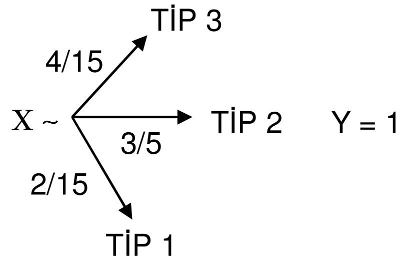
$$P(X=2|Y=1)=\frac{P(Y=1|X=2)P(X=2)}{P(Y=1|X=3)P(X=3)+P(Y=1|X=2)P(X=2)+P(Y=1|X=1)P(X=1)}$$

$$P(X=2|Y=1)=\frac{(0,9)(0,3)}{(0,3)(0,4)+(0,9)(0,3)+(0,2)(0,3)}=\frac{0,27}{0,45}=\frac{3}{5}$$

$$P(X=1|Y=1)=1-[P(X=3|Y=1)+P(X=2|Y=1)]=1-\left(\frac{4}{15}+\frac{3}{5}\right)=\frac{2}{15}$$

Şayet Y = 1 ise C işletmesi, R işletmesinin tipine denk düşen X değişkeninin (4/15) olasılıkla 3, (3/5) olasılıkla 2 ve (2/15) olasılıkla 1 değerini aldığını düşünmektedir.





Şayet Y = 2 ise sütun oyuncusu olan C firması G stratejisini oynarken X = 3 olacağını tahmin ederse, satır oyuncusu olan R firması (28/55) olasılıkla S stratejisini oynamalı ve bu sayede C şirketi [720.000 x (28/55) = 366.520]; C şirketi G stratejisini oynarken X = 2 olacağını düşünürse, R işletmesi (3/55) olasılıkla yine S stratejisini seçmeli ve bu sayede C firması [720.000 x (3/55) = 39.270]; aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken X = 1 olacağına inanırsa, oyuncu R de (24/55) olasılıkla bu kez G stratejisini tercih etmeli ve bu sayede oyuncu C [560.000 x (24/55) = 244.344] YTL kâr kazanmaktadır. Sütun oyuncusunun G stratejisini seçmesi sonucunda beklenen kazancı, EU(G) = 366.520 + 39.270 + 244.344 = 650.134 YTL olarak bulunmaktadır. C firmasının tipi Y = 2 iken aynı oyuncu S stratejisini oynarken X = 3 olacağına inanırsa, R şirketi de (28/55) olasılıkla S stratejisini tercih etmeli ve bu sayede oyuncu C [550.000 x (28/55) = 280.000]; sütun oyuncusu S stratejisini oynarken X = 2 olacağını düşünürse, oyuncu R de (3/55) olasılıkla yine S stratejisini seçmeli ve bu sayede C işletmesi [550.000x(3/55) = 30.000]; C şirketi aynı stratejiyi oynarken X = 1 olacağını tahmin ederse, satır oyuncusu (24/55) olasılıkla bu defa G stratejisini oynamalı ve bu sayede C işletmesi [590.000 x (24/55) = 257.448] YTL kâr sahibi olmaktadır. Sütun oyuncusunun S stratejisini tercih etmesi neticesinde beklenen kazancı, EU(S) = 280.000 + 30.000 + 257.448 = 567.448 YTL olmaktadır. EU(G) = 650.134 > EU(S) = 567.448 olduğundan, Y = 2 iken C firması için R şirketinin strateji tercihlerine karşı en iyi tepki G stratejisini oynamak olacaktır.

Eğer $Y = 1$ ise C işletmesi G stratejisini oynarken $X = 3$ olacağına inanırsa, R işletmesi (4/15) olasılıkla S stratejisini oynamalı ve bu sayede sütun oyuncusu [420.000 x (4/15) = 112.000]; C şirketi G stratejisini oynarken $X = 2$ olacağını tahmin ederse, satır oyuncusu da (3/5) olasılıkla yine S stratejisini seçmeli ve bu sayede C işletmesi [420.000 x (3/5) = 252.000]; aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken $X = 1$ olacağını düşünürse, oyuncu R (2/15) olasılıkla bu defa G stratejisini tercih etmeli ve bu sayede C firması [460.000 x (2/15) = 61.332] YTL kâr elde etmektedir. C işletmesinin G stratejisini oynaması sonucunda beklenen kazancı, EU(G)=112.000+252.000 +61.332= 425.332 YTL olarak hesaplanmaktadır. C şirketinin tipi $Y = 1$ iken aynı oyuncu S stratejisini oynarken $X = 3$ olacağını tahmin ederse, R firması da (4/15) olasılıkla S stratejisini seçmeli ve bu sayede sütun oyuncusu [450.000 x (4/15) = 120.000]; oyuncu C, S stratejisini oynarken $X = 2$ olacağını düşünürse, satır oyuncusu da (3/5) olasılıkla yine S stratejisini tercih etmeli ve bu sayede C firması [450.000 x (3/5) = 270.000]; C işletmesi aynı stratejiyi oynarken $X = 1$ olacağına inanırsa, oyuncu R (2/15) olasılıkla bu kez G stratejisini oynamalı ve bu sayede C şirketi [390.000x(2/15)= 52.000] YTL kâra sahip olmaktadır. C firmasının S stratejisini seçmesi neticesinde beklenen kazancı, EU(S) = 120.000+270.000+52.000 = 442.000 YTL olmaktadır. EU(G) = 425.332 < EU(S) = 442.000 olduğundan, $Y = 1$ iken C işletmesi için R şirketinin strateji seçimlerine karşı en iyi cevap S stratejisini oynamak olacaktır.

Yukarıdaki eksik bilgi içeren statik oyunda, satır oyuncusu olan R firması için hareket alanı A = {G, S}, tip alanı T = {3, 2, 1} ve inançlar $P(t_C=2/t_R=3)=0{,}7$, $P(t_C=1/t_R=3)=0{,}3$, $P(t_C=2/t_R=2)=0{,}1$, $P(t_C = 1 / t_R = 2) = 0{,}9$, $P(t_C = 2 / t_R = 1) = 0{,}8$, $P(t_C = 1 / t_R = 1) = 0{,}2$ olurken; sütun oyuncusu olan C firması için hareket alanı A = {G, S}, tip alanı T = {2, 1} ve Bayes teoremi vasıtasıyla bulunan inançlar $P(t_R = 3 / t_C = 2) = 28/55$, $P(t_R = 2 / t_C = 2)= 3/55$, $P(t_R = 1 / t_C = 2) = 24/55$, $P(t_R = 3 / t_C = 1) = 4/15$, $P(t_R = 2 / t_C = 1) = 3/5$, $P(t_R=1/t_C=1)= 2/15$ olmaktadır. Bu statik Bayesyen oyunun tam strateji Bayesyen Nash dengesi, {(S, X = 3; S, X = 2; G, X = 1), (G, Y = 2; S, Y = 1)} şeklinde gösterilmektedir.

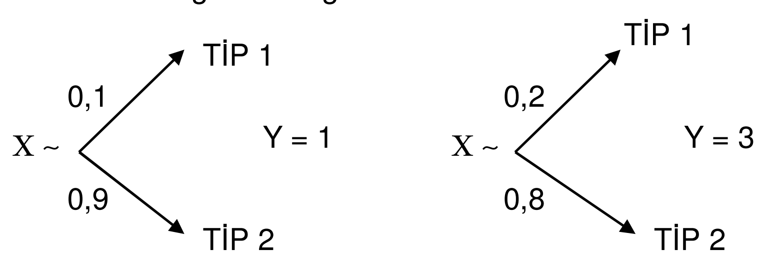
<u>Örnek</u>: İki rakip şirket olan D ve E, kunduracılık sektöründe faaliyet göstermekte, bu çerçevede ayakkabı imal edip satmaktadırlar. Her bir firma, YV ile ifade edilen yüksek verimli işçi çalıştırma ve DV ile gösterilen düşük prodüktiviteli işçi istihdam etme stratejilerine sahiptir. Bu işletmeler arasında eksik bilgi içeren bir statik oyun oynanmaktadır. Firmaların, karşılıklı olarak tercih edebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri yıllık net kârlar aşağıdaki ödül matrisinde gösterilmektedir. 2 x 2 lik sonuç matrisinde yer alan sayısal veriler 100.000 YTL'ye denk düşmektedir. Oyun matrisinde bulunan soldaki sayısal değerler D şirketine, sağdaki sayısal veriler ise E şirketine ait olmaktadır.

Tablo 39. Ayakkabı Firmaları Arasındaki Statik Bayesyen Oyun

		E Firması	
		YV	DV
D Firması	YV	(1,5 + 3X, 8,6 – 2Y)	(3,7 + X, 2,3 + 2Y)
	DV	(4,9 + X, 6,4 – Y)	(2,2 + 2X, 3,1 + Y)

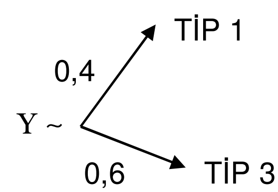
Oyunun analizi, ilk önce sütun oyuncusu olan E şirketine yönelik olarak yapılmaktadır. Eş anlı olarak, E işletmesinin YV, D işletmesinin de YV stratejisini oynaması sonucunda E firması (860.000 – 2Y) YTL kâr; E şirketinin aynı stratejiyi, D şirketinin ise DV stratejisini tercih etmesi neticesinde sütun oyuncusu bu kez (640.000 – Y) YTL kâr; E firmasının DV, satır oyuncusunun YV stratejisini seçmesi sonucunda aynı oyuncu (230.000+2Y) YTL kâr; sütun oyuncusunun DV, D şirketinin de DV stratejisini oynaması neticesinde aynı oyuncu bu defa (310.000 + Y) YTL kâr elde etmektedir. Sonuç matrisindeki Y değişkeni E işletmesinin tipini belirtmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Bu değişken, 100.000 YTL ya da 300.000 YTL değerini alabilmektedir. Eğer Y = 1 ise D firması YV stratejisini oynarken E şirketi de [8,6 – (2 x 1) = 6,6] > [2,3 + (2 x 1) = 4,3] YV stratejisini; D işletmesi DV stratejisini oynarken E firması (6,4 – 1 = 5,4) >

(3,1 + 1 = 4,1) olduğundan yine YV stratejisini oynamalıdır. Bu durum, Y = 1 iken satır oyuncusu olan D şirketi hangi stratejiyi oynarsa oynasın E firmasının YV stratejisini tercih edeceğini yani YV stratejisinin DV stratejisi karşısında dominant bir strateji olduğunu izah etmektedir. Şayet Y = 3 ise D firması YV stratejisini oynarken oyuncu E [8,6–(2x3)=2,6] < [2,3+(2 x 3) = 8,3] olduğundan DV stratejisini; satır oyuncusu DV stratejisini oynarken E şirketi de (6,4 – 3 = 3,4) < (3,1 + 3 = 6,1) olduğundan yine DV stratejisini oynamalıdır. Bu durum, Y = 3 iken D işletmesi hangi stratejiyi oynarsa oynasın sütun oyuncusunun DV stratejisini seçeceğini yani DV stratejisinin YV stratejisi karşısında baskın bir strateji olduğunu açıklamaktadır. Bu esnada, E işletmesi, D işletmesinin tipini kesin bir biçimde bilmemekte yalnızca onu kendi tipiyle ilişkilendirmek suretiyle belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, eğer Y = 1 ise E firması, D firmasının tipine karşılık gelen X değişkeninin (0,1) olasılıkla 1, (0,9) olasılıkla 2 değerini aldığını düşünmektedir. Şayet Y = 3 ise aynı oyuncu X değişkeninin (0,2) olasılıkla 1, (0,8) olasılıkla 2 değerini aldığına inanmaktadır.



Bu inançlar, koşullu olasılıklar şeklinde sıralı olarak yazılabilmektedir. P(X=1/Y=1)=0,1, P(X=2/Y=1)=0,9, P(X=1/Y=3)=0,2 ve P(X=2/Y=3)=0,8 şartlı olasılıklarından, D firması hakkında yapılacak olan Bayes teoremine ilişkin yorumlarda faydalanılacaktır.

Oyun, satır oyuncusu olan D şirketine yönelik olarak da analiz edilebilir. Eş zamanlı olarak, D işletmesinin YV, E firmasının da YV stratejisini oynaması neticesinde oyuncu D (150.000 + 3X) YTL kâr; D firmasının aynı stratejiyi, E şirketinin ise DV stratejisini seçmesi sonucunda satır oyuncusu bu kez (370.000 + X) YTL kâr; D firmasının DV, sütun oyuncusunun YV stratejisini tercih etmesi neticesinde aynı oyuncu (490.000 + X) YTL kâr; satır oyuncusunun DV, oyuncu E'nin de DV stratejisini oynaması sonucunda aynı oyuncu bu defa (220.000 + 2X) YTL kâr sahibi olmaktadır. Ödül matrisindeki X değişkeni D işletmesinin tipini ifade etmekte ve bu oyuncu doğal olarak kendi tipini bilmektedir. Bu değişken, 100.000 YTL veya 200.000 YTL değerini alabilmektedir. Eğer X = 1 ise E şirketi YV stratejisini oynarken D firması [1,5 + (3 x 1) = 4,5] < (4,9 + 1 = 5,9) olduğundan DV stratejisini; E firması DV stratejisini oynarken oyuncu D (3,7 + 1 = 4,7) > [2,2 + (2 x 1)= 4,2] olduğundan bu kez YV stratejisini oynamalıdır. Görüldüğü gibi, X = 1 iken sütun oyuncusunun strateji tercihleri karşısında D şirketi farklı stratejileri oynamakta olup bu durum satır oyuncusunun baskın bir stratejisinin olmadığını göstermektedir. Şayet X = 2 ise oyuncu E, YV stratejisini oynarken D firması da [1,5 + (3 x 2) = 7,5] > (4,9 + 2 = 6,9) olduğundan YV stratejisini; sütun oyuncusu DV stratejisini oynarken D işletmesi de (3,7 + 2 = 5,7) < [2,2 + (2 x 2) = 6,2] bu defa DV stratejisini tercih etmelidir. Görüldüğü gibi, X = 2 iken E firmasının strateji seçimleri karşısında oyuncu D farklı stratejileri oynamakta olup bu durum satır oyuncusunun dominant stratejisinin olmadığını anlatmaktadır. Bu sebepten dolayı, D firmasının inançları önem kazanmaktadır. D işletmesi, E şirketinin tipini kesin bir şekilde bilmemekte sadece onu belli olasılıklara göre tahmin etmektedir. Bu bağlamda, satır oyuncusu Y değişkeninin (0,4) olasılıkla 1, (0,6) olasılıkla 3 değerini aldığına inanmaktadır. P(Y=1)= 0,4 ve P(Y = 3) = 0,6, inançların olasılıklar biçimindeki gösterimidir.



Fakat asıl önemli olan husus, satır oyuncusu olan D şirketinin, kendi tipiyle ilişkilendirmek suretiyle sütun oyuncusu olan E firmasının tipini belli olasılıklara göre tahmin etmesidir. Bu olasılık dağılımlarını hesaplamaya Bayes kuramı yardım etmektedir.

$$P(Y=1|X=1)=\frac{P(Y=1 \text{ve} X=1)}{P(X=1)}$$

$$P(Y=1 \text{ve} X=1)=P(X=1|Y=1)P(Y=1)$$

$$P(X=1)=P(X=1 \text{ve} Y=1)+P(X=1 \text{ve} Y=3)$$

$$P(X=1)=P(X=1|Y=1)P(Y=1)+P(X=1|Y=3)P(Y=3)$$

$$P(Y=1|X=1)=\frac{P(X=1|Y=1)P(Y=1)}{P(X=1|Y=1)P(Y=1)+P(X=1|Y=3)P(Y=3)}$$

$$P(Y=1|X=1)=\frac{(0{,}1)(0{,}4)}{(0{,}1)(0{,}4)+(0{,}2)(0{,}6)}=\frac{0{,}04}{0{,}16}=\frac{1}{4}$$

$$P(Y=3|X=1)=1-P(Y=1|X=1)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

Eğer X = 1 ise D firması, E işletmesinin tipine denk düşen Y değişkeninin (1/4) olasılıkla 1, (3/4) olasılıkla 3 değerini aldığına inanmaktadır.

$$P(Y=1|X=2)=\frac{P(Y=1\text{ve}X=2)}{P(X=2)}$$

$$P(Y=1\text{ve}X=2)=P(X=2|Y=1)P(Y=1)$$

$$P(X=2)=P(X=2\text{ve}Y=1)+P(X=2\text{ve}Y=3)$$

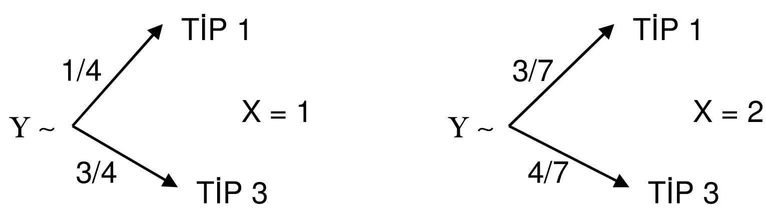
$$P(X=2)=P(X=2|Y=1)P(Y=1)+P(X=2|Y=3)P(Y=3)$$

$$P(Y=1|X=2)=\frac{P(X=2|Y=1)P(Y=1)}{P(X=2|Y=1)P(Y=1)+P(X=2|Y=3)P(Y=3)}$$

$$P(Y=1|X=2)=\frac{(0{,}9)(0{,}4)}{(0{,}9)(0{,}4)+(0{,}8)(0{,}6)}=\frac{0{,}36}{0{,}84}=\frac{3}{7}$$

$$P(Y=3|X=2)=1-P(Y=1|X=2)=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$$

Şayet X = 2 ise D şirketi, E şirketinin tipine karşılık gelen Y değişkeninin (3/7) olasılıkla 1, (4/7) olasılıkla 3 değerini aldığını düşünmektedir.



Şayet X = 1 ise satır oyuncusu olan D firması YV stratejisini oynarken Y = 1 olacağını tahmin ederse, sütun oyuncusu olan E şirketi de (1/4) olasılıkla YV stratejisini oynamalı ve bu sayede D işletmesi [450.000 x (1/4) = 112.500]; aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken Y = 3 olacağına inanırsa, E firması (3/4) olasılıkla bu kez DV stratejisini tercih etmeli ve bu sayede D şirketi [470.000 x (3/4)= 352.500] YTL kâr kazanmaktadır. Satır oyuncusunun YV stratejisini seçmesi sonucunda beklenen kazancı, EU(YV)=112.500+ 352.500 = 465.000 YTL olarak bulunmaktadır. D işletmesinin tipi X = 1 iken aynı oyuncu DV stratejisini oynarken Y = 1 olacağını düşünürse, E firması (1/4) olasılıkla YV stratejisini oynamalı ve bu sayede D şirketi [590.000x (1/4) = 147.500]; satır oyuncusu aynı stratejiyi oynarken Y = 3 olacağına inanırsa, E işletmesi de (3/4) olasılıkla DV stratejisini seçmeli ve bu sayede D firması [420.000 x (3/4) = 315.000] YTL kâra sahip olmaktadır. Satır oyuncusunun DV stratejisini tercih etmesi neticesinde beklenen kazancı, EU(DV)=147.500+ 315.000 = 462.500 YTL olmaktadır. EU(YV) = 465.000 > EU(DV) = 462.500 olduğundan, X = 1 iken D şirketi için E firmasının strateji tercihlerine karşı en iyi cevap YV stratejisini oynamak olacaktır.

Eğer X = 2 ise D işletmesi YV stratejisini oynarken Y = 1 olacağını tahmin ederse, sütun oyuncusu da (3/7) olasılıkla YV stratejisini oynamalı ve bu sayede D firması [750.000 x (3/7) = 321.428]; aynı oyuncu aynı stratejiyi oynarken Y = 3 olacağını düşünürse, E işletmesi (4/7) olasılıkla bu defa DV stratejisini seçmeli ve bu sayede D şirketi [570.000 x (4/7) = 325.714] YTL kâr elde etmektedir. Satır oyuncusunun YV stratejisini tercih etmesi sonucunda beklenen kazancı, EU(YV) = 321.428 + 325.714 = 647.142 YTL olarak hesaplanmaktadır. D firmasının tipi X = 2 iken aynı oyuncu DV stratejisini oynarken Y = 1 olacağına inanırsa, sütun oyuncusu (3/7) olasılıkla YV stratejisini oynamalı ve bu sayede D işletmesi [690.000 x (3/7)= 295.714]; oyuncu D aynı stratejiyi oynarken Y = 3 olacağını tahmin ederse, E şirketi de (4/7) olasılıkla DV stratejisini tercih etmeli ve bu sayede D firması [620.000 x (4/7) = 354.285] YTL kâr sahibi olmaktadır. Satır oyuncusunun DV stratejisini oynaması neticesinde beklenen kazancı, EU(DV) = 295.714 + 354.285 = 649.999 YTL olmaktadır. EU(YV)= 647.142 < EU(DV) = 649.999 olduğundan, X = 2 iken D firması için E işletmesinin strateji seçimlerine karşı en iyi tepki DV stratejisini oynamak olacaktır.

Yukarıdaki eksik bilgili statik oyunda, sütun oyuncusu olan E şirketi için hareket alanı A = {YV, DV}, tip alanı T = {1, 3} ve inançlar $P(t_D=1/t_E=1)=0,1$,

$P(t_D=2/t_E=1)=0,9$, $P(t_D=1/t_E=3)=0,2$, $P(t_D=2/t_E=3)=0,8$ olurken; satır oyuncusu olan D firması için hareket alanı A = {YV, DV}, tip alanı T = {1, 2} ve Bayes kuralı vasıtasıyla bulunan inançlar $P(t_E = 1/t_D = 1) = 1/4$, $P(t_E = 3/t_D = 1) = 3/4$, $P(t_E=1/t_D=2)=3/7$, $P(t_E=3/t_D=2)=4/7$ olmaktadır. Bu statik Bayesyen oyunun tam strateji Bayesyen Nash dengesi, {(YV,X=1;DV,X=2),(YV,Y=1;DV,Y=3)} şeklinde gösterilmektedir.

2.3. EKONOMİNİN DİNAMİK OYUN MODELLERİNE UYARLANMASI

Dinamik oyunlar, karar almanın bir dizimselliğe sahip olduğu türden oyunlardır. Bu anlamda, çok sayıda zaman diliminde kararlar alınmakta ve oyuncular belirli bir sıralamaya göre hareket etmektedir. Dinamik oyunlar arasında en meşhur örnek satrançtır. Bu oyun türü, kusursuz ve kusurlu bilgili dinamik oyunlar şeklinde ikiye ayrılabilmektedir. Sonraki oyuncunun, kendisinden önce hareket edenlerin davranışlarını bilerek hareket ettiği oyunlar biçiminde tanımlanan kusursuz bilgili dinamik oyunlar, iktisadi ilişkilerin tarihsel bir süreçte geliştiği durumlara uygundur. Bir piyasada yerleşik olan firmaların, kararlarını, piyasaya yeni şirketlerin girip girmeyeceği hesapları üzerine kurması buna bir örnektir. Ayrıca piyasadaki yerleşik firmalar arasındaki pazarlık süreci de dinamik oyunlar ile incelenmeye uygundur. Kusursuz bilgili dinamik oyunların çözüm konseptine bakıldığında, alt oyun mükemmel Nash dengesi üzerine kurulduğu görülmektedir.

2.3.1. İkincil Oyun Mükemmel Nash Dengesi

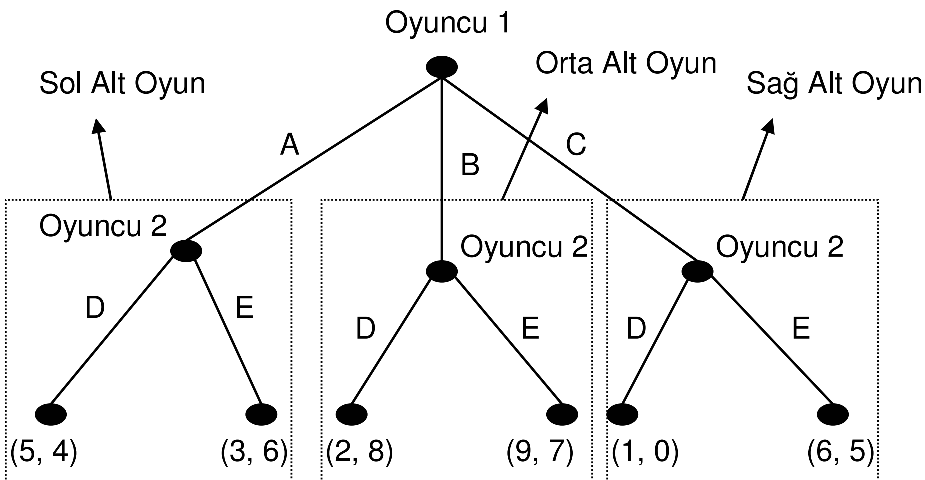
1965 yılında Reinhard Selten, Nash dengesini, oyuncuların sıra ile stratejilerini tercih ettikleri dinamik oyunlarda kullanılabilecek şekilde geliştirmiştir. İkincil oyun mükemmel Nash dengesi ifadesinde yer alan alt oyun kavramının özellikleri aşağıda belirtilmektedir.

1) Oyun ağacında bulunan bir alt oyun, bir karar noktasını kapsayan bir bilgi setinde başlamaktadır.

2) Kusursuz bilginin olduğu bir oyunda, ikincil bir oyun, başlangıç ve bitim noktaları hariç orjinal oyunun karar noktalarının ve hareketlerinin bazılarından oluşur. Alt oyun, orjinal oyunun içerisinde, ondan daha küçük bir oyun olarak düşünülebilir. Kimi zaman bir alt oyun, orijinal oyundaki oyuncuların tamamını içermeyebilir. İki hareket ve bir karar noktasından oluşan, yalnızca bir oyuncunun olduğu alt oyunlar da mevcuttur. Alt oyun bir oyun olduğu için bir başlangıç karar noktası içermekte ve bu nokta asıl oyunun ikincil kökü durumundadır. Özetle bir alt oyun, ikincil kök ve ondan sonra gelen ardılların hepsinden oluşmaktadır. Ayrıca alt oyundaki oyuncuların bitim noktasındaki ödülleri, orijinal oyundaki ödülleri ile aynıdır.

3) Bir alt oyun, asıl oyunun hiçbir bilgi setini kesmemektedir. Yani, bilgi setinin bir düğüm noktası bir alt oyuna ait olurken bu bilgi setinin tüm karar noktaları da aynı ikincil oyuna ait olmak zorundadır.[34]

Şekil 6. İki Oyunculu Bir Oyun Ağacının Gösterimi



Yukarıdaki, iki oyunculu yayvan biçimde gösterilen kusursuz bilgili dinamik oyunda başlangıç noktası oyuncu 1'in altında yer alan noktadır. Oyunun bitim noktaları ise iki oyuncunun elde edeceği faydaların üstünde olan noktalardır. Bu noktalarda, soldaki sayısal değer oyuncu 1'in, sağdaki sayısal veri ise oyuncu 2'nin faydası olmaktadır. A – D yolu, başlangıç karar noktası ile terminal noktası arasındaki iki kenara, A yolu ise oyunun kökü ile

[34] K. Dixit and J. Nalebuff, **Stratejik Düşünme**, çev. Nermin Arık, İstanbul: Sabancı Üniversitesi Yayını, 2003, s.78.

oyuncu 2’nin karar noktası arasındaki dala karşılık gelmektedir. Oyunun analizini yapabilmek için önce oyuncuların stratejileri ve bu stratejileri oynadıkları zaman elde edecekleri faydalar tayin edilmelidir. Stratejilerin belirlenebilmesi için oyuncuların yapabilecekleri hareketlerin listesi oluşturulmalıdır. Çünkü dinamik oyunda strateji bir hareket değil, oyun anında oluşabilecek tüm olası durumlar karşısında bir oyuncunun hareketlerinin bütünsel bir tanımıdır. Bu oyunda oyuncu 1 için bir karar noktası vardır. Bu nedenle aynı oyuncu için bir strateji; A, B, C hareketlerinden birini seçmekten ibarettir. Oysa oyuncu 2 için bir strateji, üç karar noktası olması sonucu, oyuncu 1’in önceden yapacağı davranışa bağlı olarak D veya E kararından oluşmaktadır. Oyuncu 2 için olası stratejilerden biri; oyuncu 1 A kararını benimserse D, B kararını benimserse D ve C kararını benimserse E davranışını gerçekleştirmek olacaktır. Bu biçimde oyuncu 2’nin sekiz stratejisi mevcut olmaktadır. Aşağıda iki oyunculu dinamik oyunun stratejik formu verilmektedir.

Tablo 40. İki Oyunculu Dinamik Oyunun Stratejik Formu

		Oyuncu 1		
		A	B	C
	DDD	(4, $\underline{5}$)	($\underline{8}$, 2)	(0, 1)
	DDE	(4, 5)	($\underline{8}$, 2)	($\underline{5}$, $\underline{6}$)
	DED	(4, 5)	(7, $\underline{9}$)	(0, 1)
	DEE	(4, 5)	(7, $\underline{9}$)	($\underline{5}$, 6)
Oyuncu 2	EDD	($\underline{6}$, $\underline{3}$)	($\underline{8}$, 2)	(0, 1)
	EDE	($\underline{6}$, 3)	($\underline{8}$, 2)	($\underline{5}$, $\underline{6}$)
	EED	($\underline{6}$, 3)	(7, $\underline{9}$)	(0, 1)
	EEE	($\underline{6}$, 3)	(7, $\underline{9}$)	($\underline{5}$, 6)

Yukarıdaki matriste, oyuncuların olası her strateji profili sayesinde sahip olacakları faydalar gösterilmektedir. Bu stratejik form daha önce anlatılmış olan Nash dengesi metoduyla çözülmektedir. Bilindiği gibi Nash dengesi, diğer oyuncuların veri denge strateji kullanımına göre her oyuncunun stratejisinin optimal olduğu bir strateji profilidir. Herhangi bir oyuncu tarafından yapılan strateji değişikliği optimal altı ödüle neden olmaktadır. Oyuncu 2, DDE stratejisini tercih ederse oyuncu 1, C stratejisini oynamak zorunda kalacaktır. Şayet oyuncu 1, C stratejisini seçerse oyuncu 2 DDE stratejisini oynayarak diğer herhangi bir strateji tercihine göre daha iyi olur. Bu nedenle strateji profili (DDE, C) bir Nash dengesidir. İkinci olarak, oyuncu 1, A stratejisini oynarsa oyuncu 2, EDD stratejisini tercih ederek diğer strateji seçimlerine göre daha iyi olmaktadır. Eğer oyuncu 2, EDD stratejisini seçerse, oyuncu 1 A stratejisini oynamalıdır. Bu sebeple (EDD, A) strateji profili bir Nash dengesidir. Son olarak, oyuncu 2, EDE stratejisini oynarsa oyuncu 1, C stratejisini seçmelidir. Şayet oyuncu 1, C stratejisini tercih ederse oyuncu 2, EDE stratejisini seçerek diğer strateji tercihlerine göre daha iyi olmaktadır. Strateji profili (EDE, C) bir Nash dengesidir. Üç sonuçtan hangisinin daha muhtemel olduğunun tespit edilebilmesi için Zermelo'nun geliştirdiği geriye doğru tümevarım yöntemi kullanılmaktadır. Böylece çoklu Nash dengesinden biri seçilebilir. Geriye doğru tümevarım yöntemi beş aşamadan meydana gelmektedir.

1) Oyunun bitim noktasından başlanır ve bitim noktasından önceki karar noktasına doğru gidilir. Bu karar noktası oyunculardan herhangi birine aittir. Oyunculardan bazılarına ait olan, terminal noktasından önceki bu karar noktaları; esas, önemsiz ya da karma-bileşik olarak adlandırılmaktadır. Bir düğüm noktasının dallarının herbiri tam olarak bir bitim noktasına uzanıyorsa bu esas karar noktasıdır. Yalnızca bir tane kenarı olan esas bir düğüm noktası önemsiz karar noktasıdır. Bir karar noktası esas karar noktası değil ise karma-bileşiktir. Bir önemsiz karar noktasına ulaşıldıktan sonra, karma-bileşik veya bir esas karar noktasına ya da gidilebildiği kadar yukarıya hareket edilir.

2) Birinci adımda ulaşılan herbir esas karar noktasında optimal hareket; bu karar noktasından varılan herbir bitim noktasında, karar noktasının sahibi olan oyuncunun elde edeceği ödüllerin birbiriyle karşılaştırılmasıyla bulunur. Karar noktasında birden daha fazla optimal olan

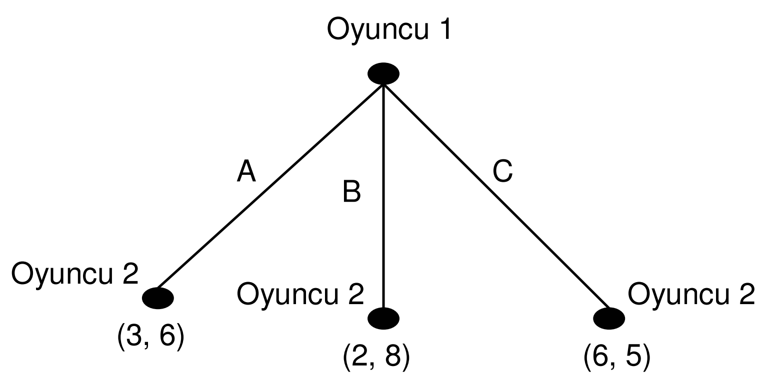
karar söz konusu ise tahsis edilen ödüllerin yeniden değerlendirilmesi ve bu zinciri kıracak bir yol bulmak gerekir. Modeli kuran, zincirin, oyunun doğru bir formülasyonundan oluştuğuna inanıyorsa bir seçimi diğerine göre daha çok muhtemel hale getiren bir sosyal geleneğin olup olmadığını tespit etmeye gerek vardır. Böyle bir gelenek varsa bu zincir bozularak kırılmış olur. Başvurulacak bir uzlaşma ya da gelenek yoksa oyuncuların bu karar noktasındaki davranışlarının tahmin edilemez olduğu kabul edilir.

3) İkinci aşamada yapılan tetkik sonunda, esas karar noktalarından çıkmış optimal olmayan dallar silinir. Bu esas karar noktalarının herbiri, önemsiz karar noktasına dönüşür.

4) Bu safhaya gelindiğinde orijinal oyun daha basit bir oyun haline dönüşmüş olur. Üçüncü adımda oyun ağacının köküne ulaşılmışsa işlemler tamamlanmış olur. Fakat henüz oyun ağacının köküne ulaşılmamışsa yukarıdaki işlemler gelinen karar noktasında tekrar edilir. Bu işlemler oyun ağacının köküne ulaşılıncaya kadar sürdürülür.

5) Her oyuncu için aynı oyuncunun düğüm noktalarının herbirinde optimal kararlar bir arada toplanır. Kararların bu koleksiyonu, o oyuncunun oyundaki optimal stratejisini oluşturur.[35]

Şekil 7. İki Oyunculu Oyunun Budanmış Oyun Ağacı



İki oyunculu dinamik oyunda yukarıdaki şekilde görüldüğü üzere geriye doğru tümevarım yöntemi uygulanmaya başlanmıştır. Bu oyunda, oyuncu 2'nin karar noktalarından başlayan 3 tane alt oyun bulunmaktadır. Oyuncu

[35] P. Reny, "Backward Induction and Sequantial Equilibrium", **Econometrica**, No:67, 1998, s.82.

1'in oynayabileceği stratejilere göre oyuncu 2, budanmamış oyun ağacının solundaki alt oyunda (4 < 6) olduğundan E stratejisini; ortasındaki alt oyunda (8 > 7) olduğundan D stratejisini; sağındaki alt oyunda ise (0<5) olduğundan E stratejisini tercih edecektir. Buna bağlı olarak, oyuncu 2'nin üç karar noktasındaki optimal olmayan hareketleri oyun ağacından budanarak, oyuncu 1'e ait önemsiz olmayan bir esas karar noktası bırakılmıştır. Oyuncu 1, kendisinden sonra rasyonel olan oyuncu 2'nin optimal bir strateji oynayacağını varsaymaktadır. Buna dayanarak, oyuncu 1, A stratejisini seçerse oyuncu 2, E stratejisini oynayacak ve oyuncu 1, 3 birim fayda elde edecektir. Oyuncu 1, B stratejisini tercih ederse oyuncu 2, D stratejisini oynayacak ve oyuncu 1, 2 birim faydaya sahip olacaktır. Oyuncu 1, C stratejisini oynarsa oyuncu 2, E stratejisini seçecek ve bunun sonucunda oyuncu 1, 6 birim fayda kazanacaktır. 2 < 3 < 6 olduğundan oyuncu 1 için optimal strateji C hareketidir. Böylelikle dinamik oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesi {C, E} strateji profili olmaktadır. Oyuncu 1, 6 birim fayda elde ederken oyuncu 2, 5 birim faydaya sahip olmaktadır.

Örnek: Oracle, yazılım işiyle uğraşan bir bilgisayar firmasıdır ve son zamanlarda geliştirdiği yeni bilgisayar oyunu için hangi pazarlama stratejisini kullanacağına karar verecektir.[36] Şirket yaptığı araştırmalar sonunda, oyunu pazarlamak için kullanabileceği strateji sayısını ikiye indirmiştir. Bunlardan ilki, güçlü ve maliyeti yüksek bir tanıtım kampanyası yürüterek birinci yılda çok satış yapmak suretiyle ikinci yıl piyasa doyum noktasına yaklaştığı için daha az satış yapmak olacaktır. Diğeri ise basit ve ucuz bir kampanya ile ilk yıl daha az satışlarla yetinerek, ikinci yıl, oyunu kullananların memnuniyeti sonucu arkadaş ve dostlarına tavsiyesi yoluyla daha büyük satışlara ulaşmak olacaktır. Her iki kampanya şeklinin de üçüncü yıl satışları üzerinde etkisi yoktur. Çünkü piyasa tam olarak doyuma ulaşmış olacaktır. Oracle firmasının her iki kampanyaya göre iki yıl sonunda sahip olabileceği net kârlar aşağıda gösterilmektedir.

[36] John Duffy, "Sequential Move Games", Introduction to Game Theory, 2003, http://www.pitt.edu/~jduffy/econ1200/lecture2.htm (5 Ocak 2007)

Tablo 41. Monopol Durumdaki Oracle Firmasının Kârları

	Pahalı Kampanya	Ucuz Kampanya
1. Yıl Brüt Kâr	$ 75.000.000	$ 45.000.000
2. Yıl Brüt Kâr	$ 35.000.000	$ 65.000.000
Toplam Brüt Kâr	$ 110.000.000	$ 110.000.000
Reklam Maliyeti	- $ 33.000.000	- $ 16.000.000
Toplam Net Kâr	$ 77.000.000	$ 94.000.000

Piyasaya girmeyi düşünen ve yukarıdaki oyunu tanıtımından sonraki bir yıl içerisinde taklit edebilecek teknik donanıma sahip Otacle adında başka bir firma daha vardır. Bu şirket oyunun benzerini üretirse, ikinci yıl piyasayı iki firma aralarında paylaşacaktır. Bu esnada, Otacle firmasının tanıtım maliyetinin $ 20.500.000 olduğu kabul edilmektedir. Aşağıda, Otacle şirketinin ikinci yıl piyasaya girmesi durumunda Oracle firmasının kendi tanıtım kampanyalarına göre elde edeceği kârlar gösterilmektedir.

Tablo 42. Otacle'nin Piyasaya Girişi Halinde Oracle'nin Kârları

	Pahalı Kampanya	Ucuz Kampanya
1. Yıl Brüt Kâr	$ 75.000.000	$ 45.000.000
2. Yıl Brüt Kâr	$ 17.500.000	$ 32.500.000
Toplam Brüt Kâr	$ 92.500.000	$ 77.500.000
Reklam Maliyeti	- $ 33.000.000	- $ 16.000.000
Toplam Net Kâr	$ 59.500.000	$ 61.500.000

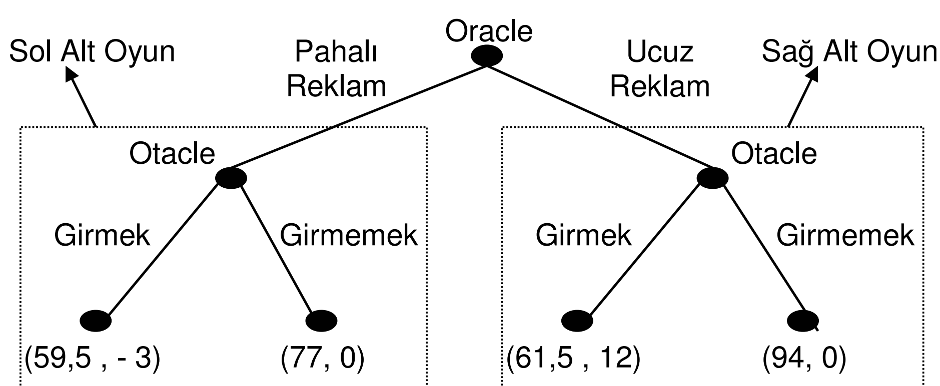
Aşağıda, Oracle şirketinin tanıtım kampanyaları mevcut iken piyasaya girişi durumunda Otacle firmasının sahip olacağı kâr ve zarar belirtilmektedir.

Tablo 43. Otacle Şirketinin Kârının ve Zararının Gösterimi

	Pahalı Kampanya	Ucuz Kampanya
1. Yıl Brüt Kâr	$ 0	$ 0
2. Yıl Brüt Kâr	$ 17.500.000	$ 32.500.000
Toplam Brüt Kâr	$ 17.500.000	$ 32.500.000
Reklam Maliyeti	- $ 20.500.000	- $ 20.500.000
Toplam Net Kâr / Zarar	- $ 3.000.000	$ 12.000.000

İki şirket, aralarındaki karşılıklı etkilenmeden dolayı bir oyun oynamaktadır. Bu oyunda, Oracle firmasının hareketlerinden biri pahalı kampanyayı benimsemek diğeri ise ucuz kampanyaya önem vermektir. Otacle şirketinin hareketlerinden biri oyunu kopyalayıp piyasaya girmek diğeri ise oyunu kopyalamayıp piyasanın dışında kalmaktır. Kusursuz bilgili dinamik oyunda ilk hareketi Oracle şirketi, ikinci hareketi ise Oracle firmasının hareketini bilen Otacle şirketi yapmakta ve buna istinaden piyasaya girip girmeme konusunda bir karar vermektedir. Oyunun bu düzeninden dolayı, Otacle kendi hareketini Oracle'ye göre koşullayabilecektir. Aşağıda gösterilen dinamik oyun ağacındaki bitim noktalarının solundaki ödüller Oracle şirketine, sağındaki ödüller ise Otacle firmasına ait olmaktadır.

Şekil 8. Yazılım Firmaları Arasındaki Oyun Ağacı



Bahsedilen oyun statik olsa, her oyuncunun strateji seti, kendisinin hareketlerine eşit olmak zorundadır. Aşağıda, yazılım şirketleri arasındaki oyunun statik olarak düşünülmüş hali gösterilmektedir.

Tablo 44. Yazılım Firmaları Arasındaki Oyunun Statik Varsayılması

		Oracle	
		Pahalı Kampanya	Ucuz Kampanya
Otacle	Piyasaya Girmek	(-3, 59,5)	(12, 61,5)
	Piyasaya Girmemek	(0, 77)	(0, 94)

Yukarıdaki oyun matrisi, tam bilgili statik oyunlardaki Nash dengesi metoduna göre çözülebilir. Oracle ucuz kampanya stratejisini kullanırsa, Otacle şirketinin yapabileceğinin en iyisi 12 > 0 olduğundan piyasaya girmeyi seçmek olacaktır. Diğer taraftan, Otacle piyasaya girme stratejisini tercih ederse, Oracle şirketinin yapabileceğinin en iyisi 59,5 < 61,5 olduğundan ucuz kampanyayı benimsemek olacaktır. Firmaların karşılıklı birbirlerine verdikleri tepkiler bir Nash dengesi oluşturmaktadır. Ama bu durum gerçeği yansıtmamaktadır. Çünkü oyuncuların davranışlarını belirlemeye çalışırken strateji ve hareketi karıştırmak kötü tahminlere yol açabilmektedir. Bu, Nash denge düşüncesinin oyunun stratejik formuna uygulanması gereğini oluşturur. Oyunun dinamik olması, hareket ve strateji arasındaki bire birlik bir örtüşmeyi ayırmaktadır. Oracle firmasının bir karar noktası bulunmaktadır. Bu nedenle Oracle için bir strateji, iki hareketinden yani pahalı ya da ucuz tanıtım kampanyasından birini seçmekten ibarettir. Fakat Otacle için bir strateji, iki karar noktası olması sonucu, Oracle şirketinin önceden alacağı reklam kampanyası kararına bağlı olarak piyasaya girme veya girmeme kararından meydana gelir. Otacle için olası stratejilerden biri, Oracle pahalı reklam kampanyasını benimserse piyasaya girmek ve ucuz tanıtım kampanyasını benimsediğinde piyasaya girmemek şeklindedir. Bu tarzda

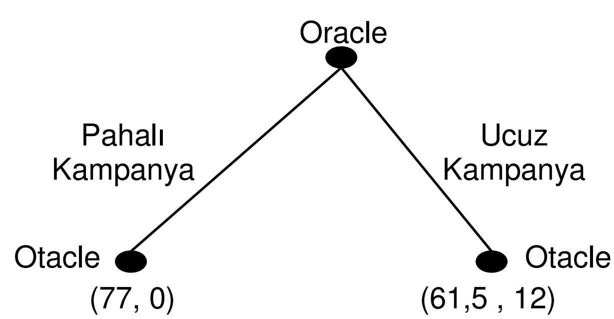
Otacle firmasının dört stratejisi vardır. Firmaların stratejileri yazılım oyununun stratejik formunda belirtilmekte ve bu form aşağıda gösterilmektedir.

Tablo 45. Yazılım Oyununun Stratejik Form Gösterimi

		Oracle	
		Pahalı Kampanya	Ucuz Kampanya
Otacle	(Girmek, Girmek)	(-3, 59,5)	(12, 61,5)
	(Girmek, Girmemek)	(-3, 59,5)	(0, 94)
	(Girmemek, Girmek)	(0, 77)	(12, 61,5)
	(Girmemek, Girmemek)	(0, 77)	(0, 94)

Otacle (Girmek, Girmek) stratejisini oynarsa, Oracle ucuz kampanya stratejisini tercih edecektir. Eğer Oracle ucuz kampanya stratejisini tercih ederse, Otacle (Girmek, Girmek) stratejisini seçerek diğer herhangi bir stratejiyi oynamasına göre daha iyi olur. Bu sebeple, strateji profili {(Girmek, Girmek), Ucuz Kampanya} bir Nash dengedir. Oracle pahalı kampanyayı seçerse, Otacle (Girmemek, Girmek) stratejisini tercih ederek diğer strateji tercihlerine göre daha iyi olmaktadır. Şayet Otacle (Girmemek, Girmek) stratejisini oynarsa, Oracle pahalı kampanya stratejisini seçmelidir. {(Girmemek, Girmek), Pahalı Kampanya} strateji profili de bir Nash dengedir. Bu çoklu Nash dengesinden hangisinin daha mümkün olduğunun tespit edilebilmesi için geriye doğru tümevarım yöntemi uygulanmaktadır. Bu sayede alt oyun mükemmel Nash dengesi bulunmaktadır.

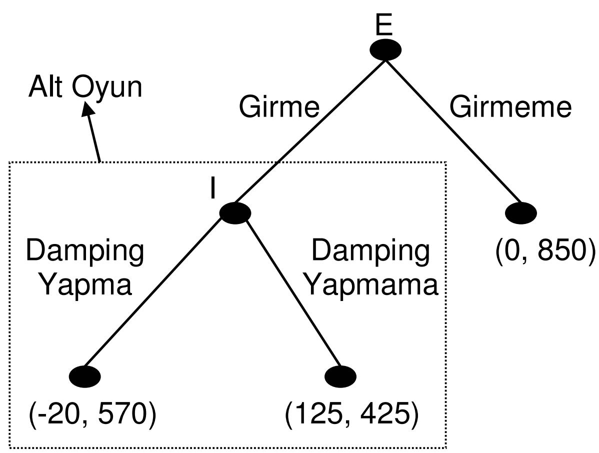
Şekil 9. Yazılım Firmaları Arasındaki Budanmış Oyun Ağacı



Yazılım şirketleri arasında oynanan dinamik oyunda yukarıdaki şekilde görüldüğü üzere geriye doğru tümevarım metodu uygulanmaya başlanmıştır. Bu oyunda, Otacle firmasının karar noktalarından başlayan 2 adet alt oyun bulunmaktadır. Oracle'nin oynayabileceği stratejilere göre Otacle, budanmamış oyun ağacının solundaki alt oyunda –3<0 olduğundan piyasaya girmemek stratejisini; sağındaki alt oyunda ise 12 > 0 olduğundan piyasaya girmek stratejisini seçecektir. Buna bağlı olarak, Otacle şirketinin iki karar noktasındaki optimal olmayan hareketleri oyun ağacından budanarak, Oracle firmasına ait önemsiz olmayan bir esas karar noktası bırakılmıştır. Oracle, kendisinden sonra rasyonel olan Otacle firmasının optimal bir strateji oynayacağını farzetmektedir. Buna dayanarak, Oracle pahalı kampanya stratejisini seçerse, Otacle piyasaya girmeme stratejisini tercih edecek ve Oracle şirketi $ 77.000.000 kazanacaktır. Oracle ucuz kampanya stratejisini oynarsa, Otacle piyasaya girme stratejisini seçecek ve Oracle firması $61.500.000 elde edecektir. $ 77.000.000 > $ 61.500.000 olduğundan Oracle firması için optimal strateji pahalı tanıtım kampanyası hareketidir. Nash dengesinin stratejileri oyunun her alt oyununda bir Nash dengesini oluşturuyorsa, dinamik oyunun Nash dengesi alt oyun mükemmeldir. Bu tanıma göre bu oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesi, {Pahalı Kampanya, Piyasaya Girmemek} strateji kombinasyonu olmaktadır. Oracle şirketi $77.000.000 sahibi olurken, Otacle firması hiçbir şey kazanamamaktadır.

Örnek: Giriş caydırmacası oyunu, dinamik oyunların kapsamında yer almaktadır. Turistik bir beldede monopol vaziyette faaliyet gösteren I oteli 850.000 YTL kâr elde etmektedir. E oteli de aynı kesimde hizmet ifa edip etmemeye karar vermeye çalışmaktadır. Eğer bu otel yörede faaliyette bulunmaya kalkışmazsa hiçbir şey kazanamamaktadır. Şayet E oteli bu piyasaya girmeye karar verirse, bunu farkeden I oteli konaklama fiyatında damping yapıp yapmama kararı vermek zorundadır. I oteli fiyatta indirime gitmemeye karar verirse, kendisi piyasayı E oteliyle yarı yarıya paylaşmak suretiyle (850.000 / 2 = 425.000) YTL sahibi olurken E oteli giriş maliyetinin 300.000 YTL olmasından dolayı (425.000 – 300.000 = 125.000) YTL elde etmektedir. I oteli fiyatta iskonto yapmaya karar verirse, tatil lüks mal olarak düşünüldüğünden ve talep esnekliği yüksek olduğundan kendisi 570.000 YTL kazanırken I oteli (850.000 – 570.000 – 300.000 = -20.000) YTL zarar etmektedir. Aşağıda gösterilen kusursuz bilgili dinamik oyun ağacında, terminal noktalarının solundaki değerler E oteline, sağındaki veriler ise I oteline ait olmaktadır.

Şekil 10. Oteller Arasındaki Oyunun Oyun Ağacı



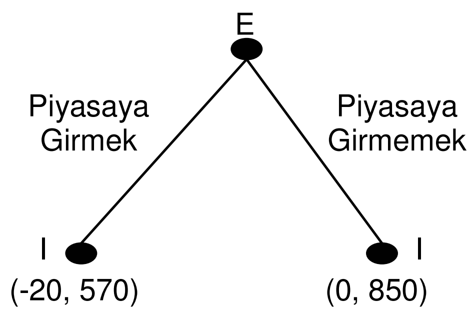
Yukarıdaki dinamik oyunun analizini yapabilmek için öncelikli olarak stratejiler belirlenmelidir. E otelinin bir karar noktası mevcuttur. Bu sebeple E oteli için bir strateji, piyasaya girip girmeme hareketinden birini tercih etmekten ibarettir. I otelinin de bir karar noktası vardır. I oteli için ise bir strateji, E otelinin piyasaya girme kararına bağlı olarak fiyat dampingi yapıp yapmama hareketinden birini seçmekten ibarettir. Stratejilerin belirtildiği oyunun stratejik formu aşağıda gösterilmektedir.

Tablo 46. Oteller Arasındaki Oyunun Stratejik Formu

		I	
		Damping Yapma	Damping Yapmama
E	Piyasaya Girmek	(-20, 570)	(125, 425)
	Piyasaya Girmemek	(0, 850)	(0, 850)

I oteli damping yapma stratejisini oynarsa, E oteli piyasaya girmeme stratejisini tercih etmek zorunda kalacaktır. Diğer yönden E oteli piyasaya girmeme stratejisini seçerse, I oteli fiyat dampingi yapma stratejisini oynamak suretiyle diğer stratejisini tercih etmek kadar sonuç elde etmektedir. Bu nedenle {Girmeme, Damping Yapma} strateji kombinasyonu bir Nash dengesidir. Geriye doğru tümevarım metoduyla da aynı Nash dengesine ulaşmak mümkündür.

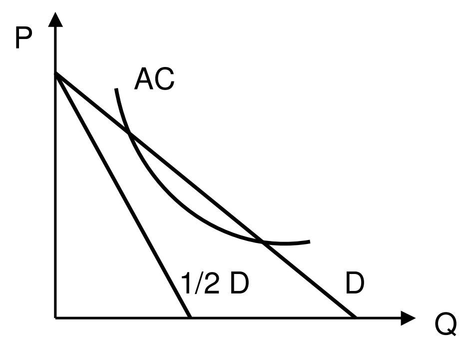
Şekil 11. Oteller Arasındaki Oyunun Budanmış Oyun Ağacı



Oteller arasında oynanan dinamik oyunda yukarıdaki şekilde görüldüğü üzere geriye doğru tümevarım yöntemi uygulanmaya başlanmıştır. Bu oyunda, I otelinin karar noktasından başlayan bir tane alt oyun bulunmaktadır. E otelinin oynayabileceği stratejiye göre I oteli, budanmamış oyun ağacındaki alt oyunda 570 > 425 olduğundan fiyat dampingi yapma stratejisini seçecektir. Buna bağlı olarak, I otelinin karar noktasındaki optimal olmayan hareketi oyun ağacından budanarak, E oteline ait önemsiz olmayan bir esas karar noktası bırakılmıştır. E oteli, kendisinden sonra rasyonel olan I otelinin optimal bir strateji oynayacağını varsaymaktadır. Buna dayanarak, E oteli piyasaya girme stratejisini seçerse, I oteli fiyat dampingi yapma stratejisini tercih edecek ve E oteli 20.000 YTL zarar sahibi olacaktır. E oteli piyasaya girmeme stratejisini oynarsa hiçbir şey elde edememektedir. –20.000 < 0 olduğundan E oteli için optimal strateji piyasaya girmeme hareketidir. Bu oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesi, {Piyasaya girmeme} stratejisi olarak bulunmaktadır. E oteli hiçbir şey kazanamazken, I oteli 850.000 YTL elde etmektedir.

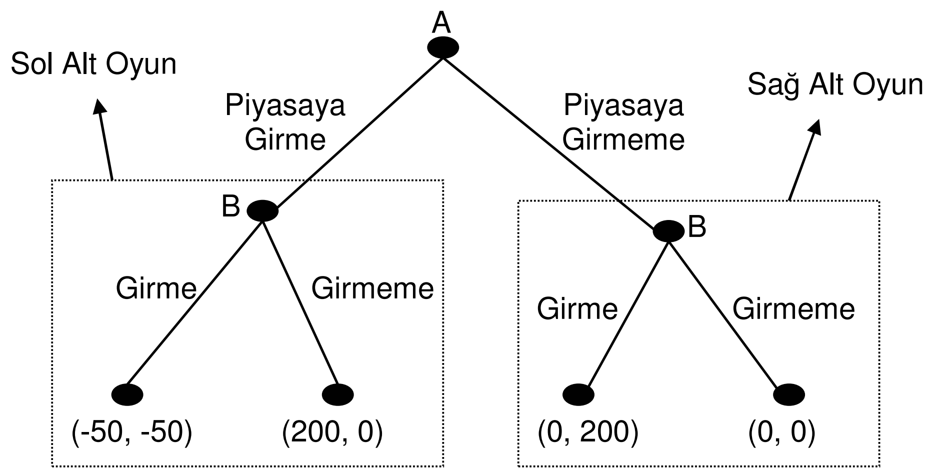
<u>Örnek</u>: Doğal tekel yatırım oyunu, dinamik oyun biçiminde irdelenebilir. Bir piyasada doğal tekel oluşmasının ana nedeni, yalnızca bir firmanın ekonomik kâr elde edebilecek kadar piyasa ölçeğinin büyük olmasından kaynaklanmaktadır. Piyasa ölçeği, hem talep düzeyine hem de firma maliyet düzeyine bağlıdır. Kamu hizmeti kuruluşu olan elektrik dağıtım şirketi ve özelleştirilen Türk Telekom doğal tekele örnek olarak verilebilir. Aşağıdaki şekil, bir doğal tekeli göstermektedir. AC ortalama maliyeti, D ise ortalama geliri ifade etmektedir. D > AC olduğundan doğal tekel durumunda firma kâr elde etmektedir. Piyasada iki şirket faaliyette bulunmaya kalkışırsa, her birinin ortalama geliri (1/2 D) olmaktadır. 1/2 D < AC olduğundan her iki firma da zarar etmektedir.

Şekil 12. Doğal Tekelin Gösterimi



Altyapı maliyetinin 300.000.000 YTL ve toplam gelirin 500.000.000 YTL kabul edildiği dinamik oyunda, A firması ilk hareket eden olup telefonculuk hizmeti piyasasına girip girmemeye karar verecektir. B firması da ikinci hareket eden olup A şirketinin davranışını öğrendikten sonra piyasaya girip girmeme konusunda karar verecektir. Bu yaklaşıma göre, A şirketi piyasaya girmeye karar verdikten sonra B şirketi de piyasaya girmeye karar verirse, toplam talebi yarı yarıya paylaşmalarından ötürü her biri [(500.000.000 / 2) – 300.000.000 = -50.000.000] YTL zarar etmektedir. A firmasının bu kararından sonra B firması piyasaya girmemeye karar verirse, birinci oyuncu (500.000.000 – 300.000.000 = 200.000.000) YTL kâr etmekte, ikinci oyuncu ise hiçbir şey kazanamamaktadır. A firması piyasaya girmemeye karar verdikten sonra B firması piyasaya girmeye karar verirse, birinci oyuncu hiçbir şey elde edemezken ikinci oyuncu (500.000.000 – 300.000.000 = 200.000.000) YTL kâr etmektedir. A şirketinin bu kararından sonra B şirketi de piyasaya girmemeye karar verirse, hiç biri kazanç sahibi olamamaktadır. Aşağıdaki oyun ağacında, soldaki değerler A firmasına, sağdaki değerler ise B firmasına ait olmaktadır.

Şekil 13. Doğal Tekel Yatırım Oyununun Oyun Ağacı



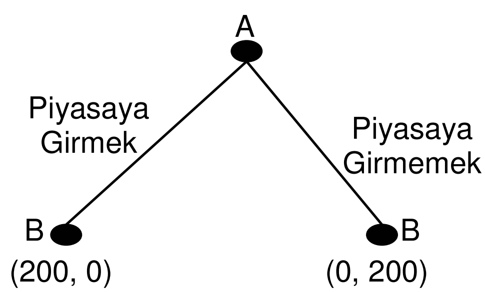
Yukarıdaki dinamik oyunun analizini yapabilmek için ilk önce stratejiler tespit edilmelidir. A şirketinin bir karar noktası vardır. Bu nedenle A firması için bir strateji, piyasaya girip girmeme hareketinden birini seçmekten ibarettir. B firmasının ise iki karar noktası bulunmaktadır. B şirketi için olası stratejilerden biri, A firması piyasaya girme stratejisini benimserse piyasaya girmemek ve piyasaya girmeme stratejisini benimsediğinde piyasaya girmek şeklindedir. Bu tarzda B firmasının dört stratejisi mevcuttur. Bunlara göre, doğal tekel yatırım oyununun stratejik formu aşağıda gösterilmektedir.

Tablo 47. Doğal Tekel Yatırım Oyununun Stratejik Formu

		A Şirketi	
		Girmek	Girmemek
	(Girmek, Girmek)	(-50, -50)	(200, 0)
B Şirketi	(Girmek, Girmemek)	(-50, -50)	(0, 0)
	(Girmemek, Girmek)	(0, 200)	(200, 0)
	(Girmemek, Girmemek)	(0, 200)	(0, 0)

B firması (Girmek, Girmek) stratejisini oynarsa, A şirketi piyasaya girmeme stratejisini tercih edecektir. A firması piyasaya girmeme stratejisini seçerse, B şirketi (Girmek, Girmek) stratejisini oynamak suretiyle diğer herhangi bir strateji seçiminin neticesine göre daha iyi olur. Strateji profili {(Girmek, Girmek), Girmemek} bir Nash dengesidir. İkinci olarak, A firması piyasaya girme stratejisini tercih ederse, B firması (Girmemek, Girmek) stratejisini oynamak suretiyle diğer strateji seçimlerinin sonucuna göre daha iyi olmaktadır. B şirketi (Girmemek, Girmek) stratejisini oynarsa, A şirketi piyasaya girme stratejisini tercih etmek zorunda kalacaktır. {(Girmemek, Girmek), Girmek} strateji profili de bir Nash dengesidir. Son olarak, B firması (Girmemek, Girmemek) stratejisini seçerse, A firması piyasaya girme stratejisini oynamak mecburiyetinde kalacaktır. A şirketi piyasaya girme stratejisini oynarsa, B şirketi (Girmemek, Girmemek) stratejisini seçmek suretiyle diğer strateji tercihlerinin neticesine göre daha iyi olur. {(Girmemek, Girmemek), Girmek} strateji kombinasyonu da bir Nash dengesidir. Çoklu Nash dengesinden hangisinin daha mümkün olduğu geriye doğru tümevarım yöntemiyle tayin edilebilmektedir.

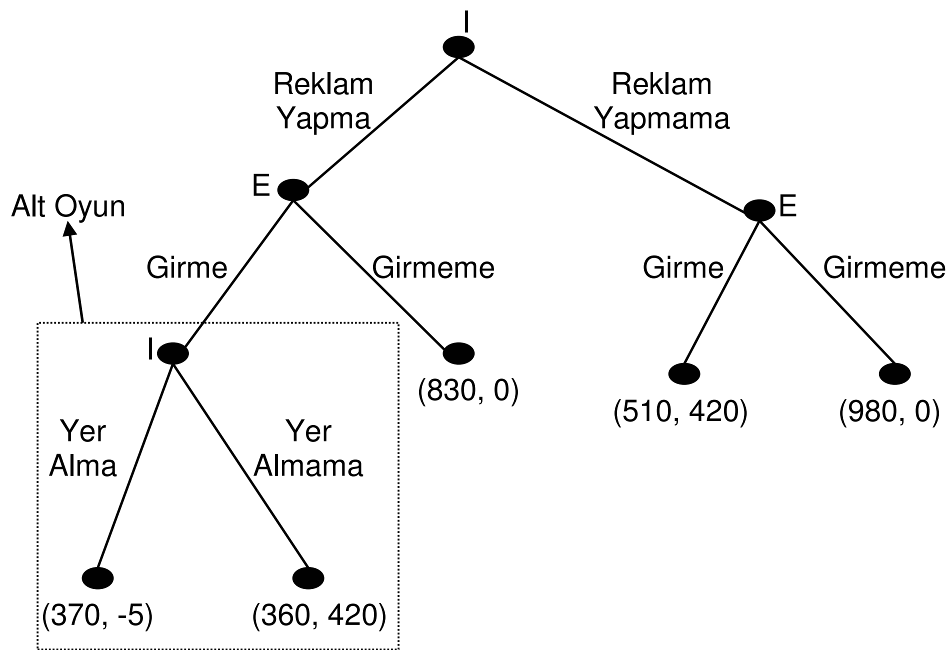
Şekil 14. Doğal Tekel Yatırım Oyununun Budanmış Ağacı



Telefonculuk hizmeti ile uğraşan firmalar arasında oynanan dinamik oyunda yukarıdaki şekilde görüldüğü üzere geriye doğru tümevarım yöntemi uygulanmaya başlanmıştır. Bu oyunda, B şirketinin karar noktalarından başlayan 2 tane alt oyun bulunmaktadır. A şirketinin oynayabileceği stratejilere göre B firması, budanmamış oyun ağacının solundaki alt oyunda -50 < 0 olduğundan yatırım yapmama stratejisini; sağındaki alt oyunda ise 200 > 0 olduğundan yatırım yapma stratejisini tercih edecektir. Buna bağlı olarak, B firmasının iki karar noktasındaki optimal olmayan hareketleri oyun ağacından budanarak, A firmasına ait önemsiz olmayan bir esas karar noktası bırakılmıştır. A şirketi, kendisinden sonra rasyonel olan B şirketinin optimal bir strateji oynayacağını varsaymaktadır. Buna dayanarak, A firması piyasaya girme stratejisini seçerse, B firması yatırım yapmama stratejisini oynayacak ve A şirketi 200.000.000 YTL kâr elde edecektir. A firması piyasaya girmeme stratejisini tercih ederse, B firması yatırım yapma stratejisini oynayacak ve A şirketi hiçbir şey kazanamayacaktır. 200.000.000>0 olduğundan A firması için optimal strateji piyasaya girme hareketidir. Bu oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesi, {Piyasaya Girmek, Yatırım Yapmamak} strateji profili olmaktadır. A şirketi 200.000.000 YTL sahibi olurken, B firması hiçbir şey elde edememektedir.

Örnek: Giriş caydırmacası oyunu, çocuk bezi üretimi piyasasına uygulanabilmektedir. I firması bu piyasada halihazırda bulunmakta ve ürettiği emici çocuk bezlerini satabilme hususunda reklam yapıp yapmama stratejilerine sahip olabilmektedir. E şirketi ise ilk hareket eden I firmasının davranışını gördükten sonra piyasaya girip girmeme konusunda karar verecektir. İlk oyuncu reklam yapmama stratejisini seçtikten sonra ikinci oyuncu piyasaya girmeme stratejisini oynarsa, I şirketi 980.000 YTL kâr ederken E firması hiçbir şey kazanamamaktadır. Birinci oyuncunun bu kararından sonra E şirketi piyasaya girme stratejisini seçerse, I firması 510.000 YTL, ikinci oyuncu ise 420.000 YTL kâr etmektedir. İlk hareket eden oyuncu reklam yapmaya karar verdikten sonra ikinci hareketi yapan aktör piyasaya girmeme stratejisini tercih ederse, reklam maliyeti 150.000 YTL olduğundan monopol durumdaki I şirketi (980.000 – 150.000 = 830.000) YTL kâr ederken, E şirketi hiçbir şey kazanamamaktadır. Birinci oyuncunun bu davranışından sonra ikinci oyuncu piyasaya girmeye karar verirse, I firması ikinci hareket eden E firması ile reklam yeri alıp almama aracılığıyla mücadele edip etmemeyi düşünmektedir. I şirketi reklam yeri sahibi olursa, reklam yerinin maliyeti 225.000 YTL olduğundan kendisi (745.000 – 150.000 – 225.000 = 370.000) YTL kâr, E firması ise – 5.000 YTL zarar etmektedir. I firması reklam yeri satın almazsa, aynı oyuncu (510.000–150.000 = 360.000) YTL, E şirketi ise 420.000 YTL kâr etmektedir. Kusursuz bilgili dinamik oyunun aşağıdaki oyun ağacında, soldaki veriler I firmasına, sağdaki veriler ise E şirketine ait olmaktadır.

Şekil 15. Çocuk Bezi Firmaları Arasındaki Oyunun Ağacı



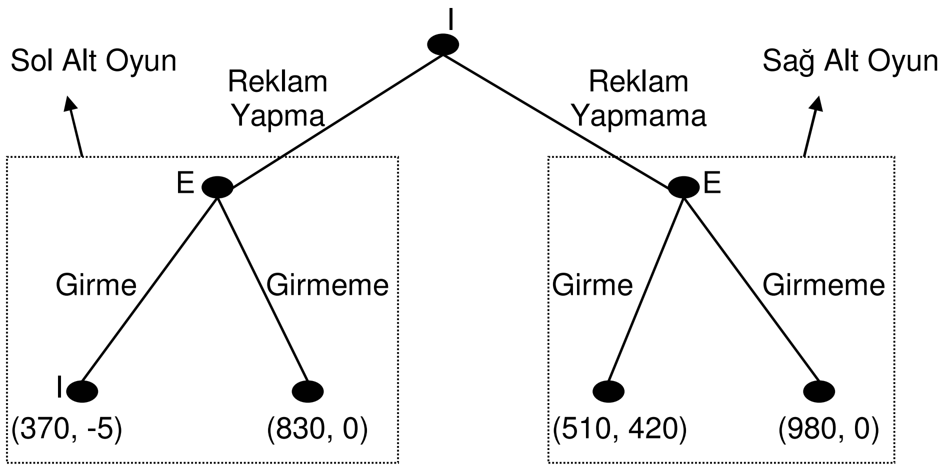
Yukarıdaki dinamik oyunun analizini yapabilmek için ilk önce stratejiler tayin edilmelidir. I firmasının iki karar noktası bulunmaktadır. Bu sebeple aynı firmanın olası stratejilerinden biri, E şirketinin piyasaya girme hareketine bağlı olarak reklam yapma ve reklam yeri alma biçimindedir. E firmasının da iki karar noktası mevcuttur. Bu şirketin olası stratejilerinden biri, I firması reklam yapma ve reklam yeri alma stratejisini benimserse piyasaya girmemek, reklam yapmama ve reklam yeri almama stratejisini benimsediğinde piyasaya girmek şeklindedir. Bu tarzda her bir firmanın dört stratejisi vardır. Çocuk bezi şirketleri arasındaki dinamik oyunun stratejik formu aşağıda gösterilmektedir. Bu oyun matrisinde, reklam yapma ve reklam yeri satın alma ifadeleri için sırasıyla MA, PS; reklam yapmama ve reklam yeri satın almama tabirleri için ise sırasıyla NMA, NPS simgeleri kullanılmaktadır. Firmaların, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre elde edebilecekleri kârların yer aldığı ödül matrisinde, soldaki sayısal değerler E, sağdakiler ise I şirketine ait olmaktadır. 4 x 4 lük sonuç matrisinde bulunan sayısal veriler 1.000 YTL'ye denk düşmektedir.

Tablo 48. Giriş Caydırmacası Oyununun Stratejik Formu

		I			
		(MA, PS)	(MA, NPS)	(NMA, PS)	(NMA, NPS)
	(Girme, Girme)	(-5, 370)	(420, 360)	(420, 510)	(420, 510)
E	(Girme, Girmeme)	(-5, 370)	(420, 360)	(0, 980)	(0, 980)
	(Girmeme, Girme)	(0, 830)	(0, 830)	(420, 510)	(420, 510)
	(Girmeme, Girmeme)	(0, 830)	(0, 830)	(0, 980)	(0, 980)

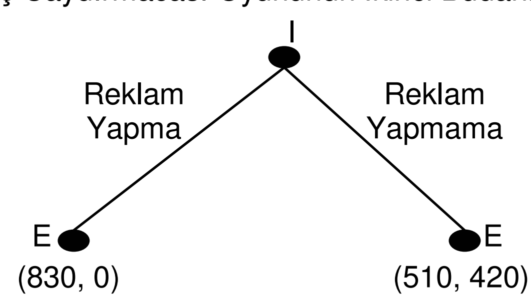
İlk olarak, E şirketi (Girme, Girme) stratejisini oynarsa, I firması (Reklam Yapmama, Reklam Yeri Alma) stratejisini tercih edebilecektir. I firması (Reklam Yapmama, Reklam Yeri Alma) stratejisini seçerse, E şirketi (Girme, Girme) stratejisini oynamak suretiyle herhangi bir strateji seçiminin sonucuna göre daha iyi olur. Strateji profili {(Girme, Girme), (Reklam Yapmama, Reklam Yeri Alma)} bir Nash dengesidir. İkinci olarak, I şirketi (Reklam Yapmama, Reklam Yeri Almama) stratejisini tercih ederse, E firması (Girme, Girme) stratejisini oynamak suretiyle diğer strateji tercihlerinin neticesine göre daha iyi olmaktadır. E firması (Girme, Girme) stratejisini oynarsa, I şirketi (Reklam Yapmama, Reklam Yeri Almama) stratejisini seçebilecektir. {(Girme, Girme), (Reklam Yapmama, Reklam Yeri Almama)} strateji profili de bir Nash dengesidir. Son olarak, E şirketi (Girmeme, Girme) stratejisini seçerse, I firması (Reklam Yapma, Reklam Yeri Alma) stratejisini oynayabilecektir. I firması (Reklam Yapma, Reklam Yeri Alma) stratejisini oynarsa, E şirketi (Girmeme, Girme) stratejisini seçmek suretiyle diğer strateji tercihlerinin sonucuna göre daha iyi olur. {(Girmeme, Girme), (Reklam Yapma, Reklam Yeri Alma)} strateji kombinasyonu da bir Nash dengesidir. Çoklu Nash dengesinden hangisinin daha mümkün olduğu geriye doğru tümevarım metoduyla belirlenebilmektedir.

Şekil 16. Giriş Caydırmacası Oyununun İlk Budanmış Ağacı



Çocuk bezi üretimi ile uğraşan şirketler arasında oynanan dinamik oyunda yukarıdaki şekilde görüldüğü üzere geriye doğru tümevarım metodu uygulanmaya başlanmıştır. Bu oyunda, I firmasının alttaki karar noktasından başlayan 1 adet alt oyun bulunmaktadır. Kendisinin ve E şirketinin oynayabileceği stratejilere göre I firması, budanmamış oyun ağacının altındaki alt oyunda 370 > 360 olduğundan reklam yeri alma stratejisini tercih edecektir. Buna bağlı olarak, I firmasının alt karar noktasındaki optimal olmayan hareketi oyun ağacından budanarak, E şirketine ait önemsiz olmayan iki esas karar noktası bırakılmıştır.

Şekil 17. Giriş Caydırmacası Oyununun İkinci Budanmış Ağacı



Kusursuz bilgili bu dinamik oyunda, geriye doğru tümevarım metodunun yukarıdaki şekille ilişkilendirilmesi suretiyle uygulanması devam etmektedir. İlk budanmış oyun ağacında, E firmasının karar noktalarından başlayan 2 tane alt oyun bulunmaktadır. I şirketinin oynayabileceği stratejilere göre E firması, birinci budanmış oyun ağacının solundaki alt oyunda –5 < 0 olduğundan piyasaya girmeme stratejisini; sağındaki alt oyunda ise 420 > 0 olduğundan piyasaya girme stratejisini seçecektir. Buna bağlı olarak, E şirketinin iki karar noktasındaki optimal olmayan hareketleri budanarak, I firmasına ait önemsiz olmayan bir esas karar noktası bırakılmıştır. I şirketi, kendisinden sonra rasyonel olan E şirketinin optimal bir strateji oynayacağını farzetmektedir. Buna dayanarak, I firması reklam yapma stratejisini tercih ederse, E firması piyasaya girmeme stratejisini oynayacak ve I şirketi 830.000 YTL kâr edecektir. I firması reklam yapmama stratejisini seçerse, E firması piyasaya girme stratejisini oynayacak ve I şirketi 510.000 YTL kâr sahibi olacaktır. 830.000 > 510.000 olduğundan I şirketi için optimal strateji reklam yapma hareketidir. Bu oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesi, {Reklam Yapma, Piyasaya Girmeme} strateji profili olmaktadır. I firması 830.000 YTL kazanırken, E şirketi hiçbir şey elde edememektedir.

2.3.2. Pazarlık Modeli

Bu model, dinamik oyunların kapsamı içinde yer alan önemli bir oluşumdur. Pazarlık modelinde, oyuncular önerilerini zaman içinde peşi sıra yapmaktadırlar. Zamanın bir iskonto faktörü olarak düşünüldüğü modelde, bugün elde edilen kazancın gelecekte elde edilecek kazançtan daha değerli olduğu temel kavram olarak ele alınmıştır.[37] Bir firma ile işçi sendikası arasındaki ücret pazarlığı süreci bu modele örnek olarak verilebilir. Ancak bu süreçte sendika, firmanın kazanç fonksiyonunu tam olarak bilemediği için eksik bilgiye sahip olabilir. Şirket ise gelecek dönemdeki talep ve kâr konusunda daha çok bilgiye sahip olabilir. Dolayısıyla firma daha iyi bir pazarlık gücü yakalayabilir. Aşağıda ise oyuncuların tam bilgi altında olduğu pazarlık modellerine ilişkin örnekler gösterilmektedir.

Örnek: A ve B oyuncusu, 1 YTL'yi paylaşma hususunda uzlaşmaya çalışmaktadırlar. Oyunun aşamaları sırasıyla aşağıda belirtilmektedir.

---

[37] M. Osborne and A. Rubinstein, **A Course in Game Theory**, Massachusetts: The MIT Press, 1996, s.36.

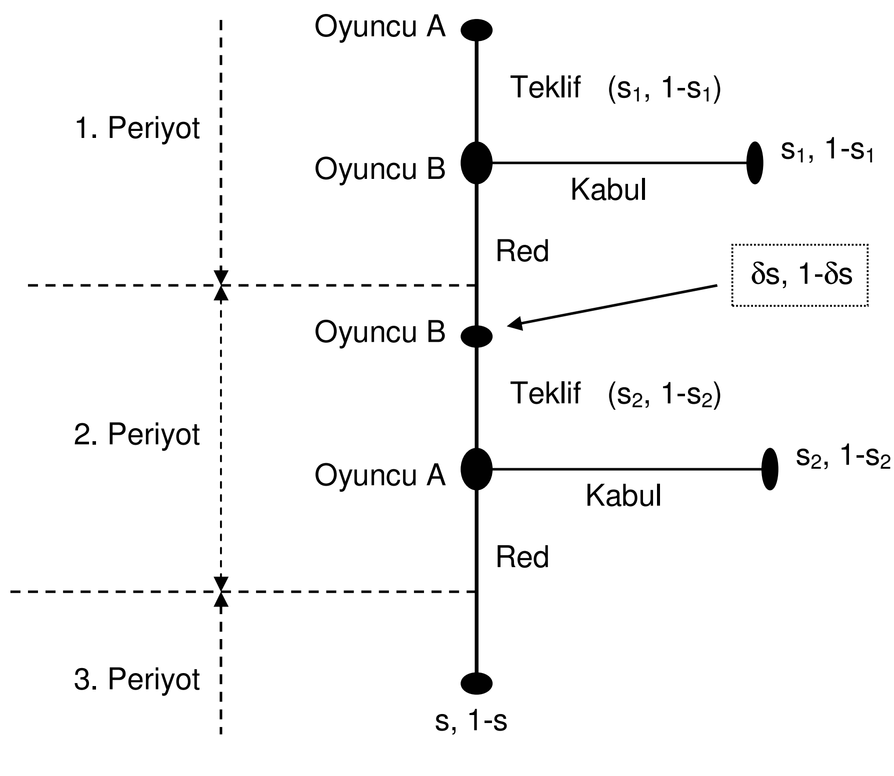
1) Birinci periyodun başlangıcında A oyuncusu 1 YTL'nin s_1 kadarını almayı ve $1-s_1$ kadarını B oyuncusuna bırakmayı teklif etmektedir. Oyuncu B bu teklifi ya kabul edecek ya da reddetmek suretiyle oyun ikinci periyottan devam edecektir.

2) İkinci periyodun başlangıcında B oyuncusu A oyuncusuna 1 YTL'nin s_2 kadarını önerirken $1-s_2$ kadarını kendisine bırakmayı düşünmektedir. Oyuncu A bu öneriyi ya kabul edecek ya da reddetmek suretiyle oyun üçüncü periyottan sürecektir.

3) Üçüncü periyodun başlangıcında A oyuncusu s, B oyuncusu ise 1-s kadar pay almakta ve böylece oyun bitmektedir.

4) Oyuncular sonuçlarını δ vasıtasıyla iskonto etmektedirler. Bu değer, $0<\delta<1$ olmaktadır.

Şekil 18. Üç Dönemli Pazarlık Modelinin Gösterimi



Yukarıdaki üç dönemli pazarlık modeli geriye doğru tümevarım yöntemiyle çözülebilmektedir. Dinamik oyun ilk önce ikinci periyot için analiz edilmektedir. Oyuncu A, $s_2 \geq \delta s$ ise B oyuncusunun teklifini kabul edecektir. Buradaki δs, A oyuncusunun üçüncü periyottaki indirgenmiş kazancı olmaktadır. Oyuncu B ise iki seçenekle karşı karşıya kalmaktadır. Bunlardan ilki A oyuncusuna $s_2 = \delta s$ önerisinde bulunmasıdır. Bu sayede kendisi $1\text{-}s_2 = 1\text{-}\delta s$ kadar kazanç elde etmektedir. İkinci alternatif olarak A oyuncusuna $s_2<\delta s$ teklifini götürebilir. Bu teklifi oyuncu A'nın reddetmesi nedeniyle kendisi üçüncü periyottaki $\delta(1\text{-}s)$ şeklindeki indirgenmiş kazanca sahip olmaktadır. Sonuçta $1\text{-}\delta s > \delta(1\text{-}s)$ olduğundan oyuncu B, A oyuncusuna $(s_2^*,\ 1\text{-}s_2^*)$ biçiminde bir teklifte bulunmalıdır. Burada $s_2^* = \delta s$ olmaktadır.

İkinci periyodun ayrıştırması yapıldıktan sonra oyun birinci periyot için analiz edilmektedir. Oyuncu B, $1\text{-}s_1 \geq \delta(1\text{-}s_2^*) = \delta(1\text{-}\delta s)$ veya $s_1 \leq 1\text{-}\delta(1\text{-}s_2^*)$ ise A oyuncusunun önerisini kabul edecektir. Buradaki $\delta(1\text{-}\delta s)$, B oyuncusunun ikinci periyottaki indirgenmiş kazancı olmaktadır. Oyuncu A ise iki seçenekle karşı karşıya kalmaktadır. Bunlardan ilki B oyuncusuna $1\text{-}s_1 = \delta(1\text{-}s_2^*) = \delta(1\text{-}\delta s)$ teklifinde bulunmasıdır. Bu sayede kendisi $s_1 = 1\text{-}\delta(1\text{-}s_2^*) = 1\text{-}\delta+\delta\delta s$ kadar kazanç elde etmektedir. İkinci alternatif olarak B oyuncusuna $1\text{-}s_1 < \delta(1\text{-}\delta s)$ önerisini götürebilir. Bu öneriyi oyuncu B'nin reddetmesi sebebiyle kendisi ikinci periyottaki $\delta\delta s$ biçimindeki indirgenmiş kazanca sahip olmaktadır. Sonuçta $1\text{-}\delta+\delta\delta s > \delta\delta s$ olduğundan oyuncu A, B oyuncusuna $(s_1^*,\ 1\text{-}s_1^*)$ şeklinde bir öneride bulunmalıdır. Burada $s_1^* = 1\text{-}\delta+\delta\delta s$ olmaktadır.

Örnek: İnşaat firmaları olan A ve B, bir metropolde ortak olarak yapmayı düşündükleri alışveriş merkezinden elde edecekleri kârı paylaşma konusunda anlaşmaya varmaya çalışmaktadırlar. A şirketi teknolojisi, B şirketi ise uzman personeli yardımıyla girişime katılabilir ve girişimin başarısında etkili olabilir. Oyunun varsayımları sırasıyla aşağıda belirtilmektedir.

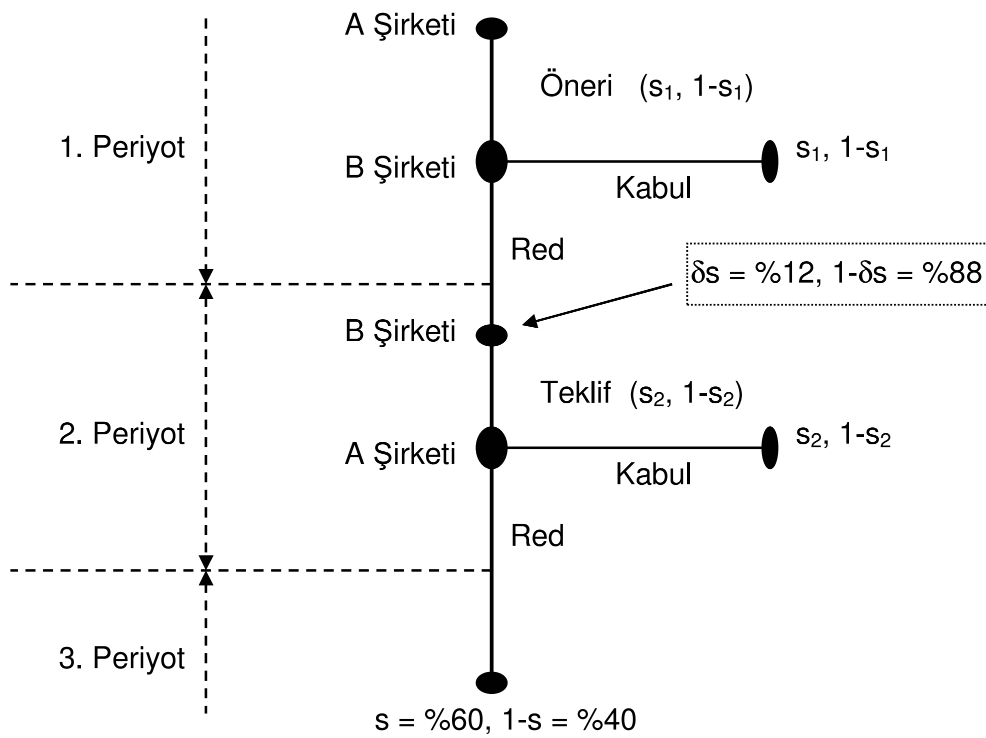
1) Birinci periyodun başlangıcında A şirketi toplam kârın s_1 kadarına sahip olmayı ve $1\text{-}s_1$ kadarını B şirketine bırakmayı önermektedir. B firması bu öneriyi ya kabul edecek veya reddetmek suretiyle oyun ikinci periyottan sürecektir.

2) İkinci periyodun başlangıcında B şirketi A firmasına toplam kârın s_2 kadarını teklif ederken $1-s_2$ kadarını kendisine bırakmayı hayal etmektedir. A şirketi bu teklifi ya kabul edecek ya da reddetmek suretiyle oyun üçüncü periyottan devam edecektir.

3) Üçüncü periyodun başlangıcında toplam kârdan A firması s = %60, B şirketi ise 1-s = %40 kadar pay almakta ve böylece oyun sona ermektedir.

4) Firmalar kâr paylarını δ = %20 aracılığıyla iskonto etmektedirler.

Şekil 19. İnşaat Firmaları Arasındaki Pazarlık Modeli



Yukarıdaki inşaat şirketleri arasındaki pazarlık modeli geriye doğru tümevarım metoduyla çözülebilmektedir. Dinamik oyun ilk önce ikinci periyot için incelenmektedir. A firması, $s_2 \geq \delta s$ ise B firmasının önerisini kabul edecektir. Buradaki δs, A şirketinin üçüncü periyottaki indirgenmiş kâr payı olmaktadır. B şirketi ise iki seçenekle karşı karşıya kalmaktadır. Bunlardan ilki A firmasına $s_2 = \delta s$ = (%20) x (%60) = %12 teklifinde bulunmasıdır. Bu sayede kendisi $1-s_2 = 1-\delta s$ = 1-(%12) = %88 kadar kâr payı elde etmektedir. İkinci alternatif olarak A şirketine $s_2 < \delta s$ önerisini götürebilir. Bu teklifi A firmasının kabul etmemesi sebebiyle kendisi üçüncü periyottaki $\delta(1-s)$ =

(%20) x (%40) = %8 biçimindeki indirgenmiş kâr payına sahip olmaktadır. Sonuçta 1-δs = %88 > δ(1-s) = %8 olduğundan B şirketi A firmasına (s_2^* = δs, 1-s_2^* = 1-δs) şeklinde bir teklifte bulunmalıdır.

İkinci periyodun analizi yapıldıktan sonra oyun birinci periyot için ayrıştırılmaktadır. B firması, 1-s_1 $\geq$ δ(1-s_2^*) = δ(1-δs) ya da s_1 $\leq$ 1-δ(1-s_2^*) ise A şirketinin teklifini kabul edecektir. Buradaki δ(1-δs), B firmasının ikinci periyottaki indirgenmiş kâr payı olmaktadır. A şirketi ise iki seçenekle karşı karşıya kalmaktadır. Bunlardan ilki B firmasına 1-s_1 = δ(1-s_2^*) = δ(1-δs) = (%20) x (%88) = %17,6 önerisinde bulunmasıdır. Bu sayede kendisi s_1 = 1-δ+$\delta\delta$s = 1-δ(1-s_2^*) = 1-(%17,6) = %82,4 kadar kâr payı elde etmektedir. İkinci alternatif olarak B şirketine 1-s_1 < δ(1-δs) teklifini götürebilir. Bu teklifi B firmasının reddetmesi nedeniyle kendisi ikinci periyottaki $\delta\delta$s = (%20) x (%12) = %2,4 şeklindeki indirgenmiş kâr payına sahip olmaktadır. Sonuçta 1-δ+$\delta\delta$s = 1-(%20)+(%2,4) = %82,4 > $\delta\delta$s = %2,4 olduğundan A şirketi B firmasına (s_1^* = 1-δ+$\delta\delta$s, 1-s_1^* = δ-δs) biçiminde bir öneride bulunmalıdır.

2.3.3. Kusurlu Bilgili Dinamik Oyunlarda Denge

Bir oyuncunun, sahip olduğu stratejilerden birini tercih ettikten sonra diğer oyuncunun bu kararı bilmeksizin elindeki stratejilerden birini seçmesi durumunda ortaya çıkan yapı, mükemmel bilgiye sahip olmayan dinamik oyun olarak isimlendirilmektedir. Bu tür oyunlar için yapılabilecek diğer bir tanım ise eş zamanlı hareket eden oyunculardan oluşan statik oyunların yayvan biçimdeki gösterimi şeklinde olmaktadır. Kusurlu bilgili dinamik oyunlarda bilgi seti kavramı önemli bir yer işgal etmektedir. Bilgi setinin özellikleri aşağıda sıralanmaktadır.

1) Bir oyuncu için bir bilgi seti karar noktalarının toplamından meydana gelmektedir. Kusurlu bilgili dinamik oyunlarda bulunan ve kesik çizgi ile gösterilen bilgi seti ise en az iki karar noktasını içermekte ve oyuncu bu düğüm noktalarında hareket halinde bulunmaktadır. Ayrıca oyunun hareketi

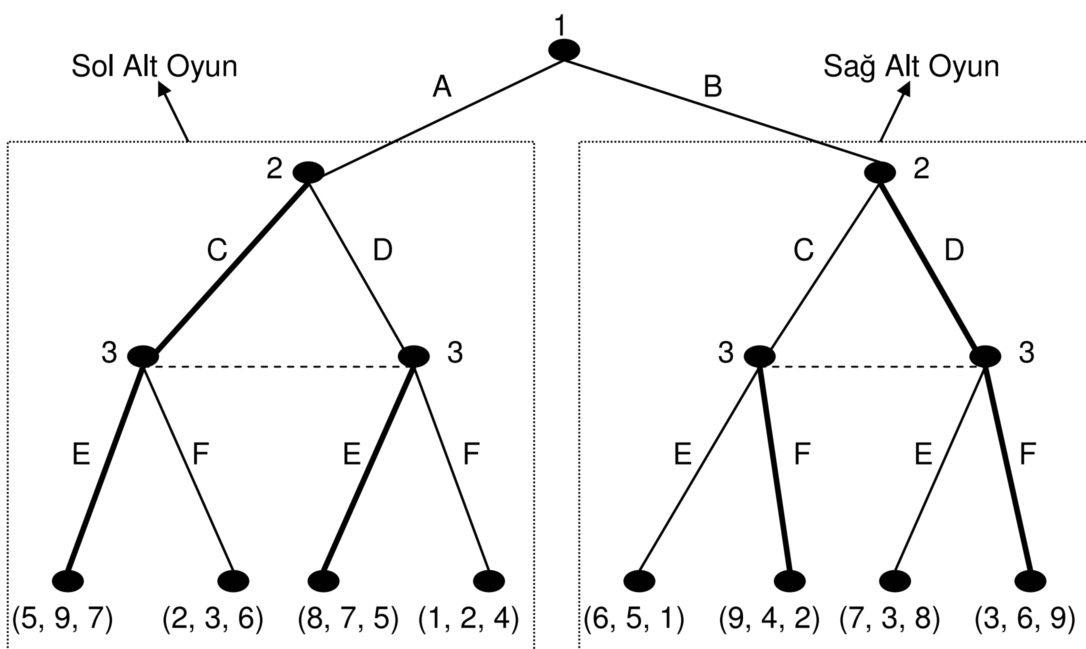
bilgi setindeki bir düğüm noktasına uzandığı sırada kesik çizgi üzerinde yer alan hareketli oyuncu bilgi setinde hangi karar noktasına erişilip erişilmediğini bilmemektedir.

2) Bir bilgi setindeki tüm karar noktaları aynı oyuncuya ait olmalıdır.

3) Bilgi setindeki her bir düğüm noktasında, oyuncu, uygulanabilir aksiyonların aynı setine sahip olmalıdır.[38]

Örnek: Oyuncu 1 ile oyuncu 2 arasında mükemmel bilgili, oyuncu 2 ile oyuncu 3 arasında ise kusurlu bilgili dinamik oyun oynanmaktadır. Oyuncu 1 A ve B, oyuncu 2 C ve D, oyuncu 3 ise E ve F stratejilerine sahip olmaktadır. Aşağıda gösterilecek olan yayılan biçimdeki oyunda, bitim noktalarının başındaki sayısal değerler oyuncu 1'e, ortasındaki veriler oyuncu 2'ye, sonundaki fayda rakamları ise oyuncu 3'e ait olmaktadır.

Şekil 20. Üç Oyunculu Kusurlu Bilgili Oyunun Ağacı



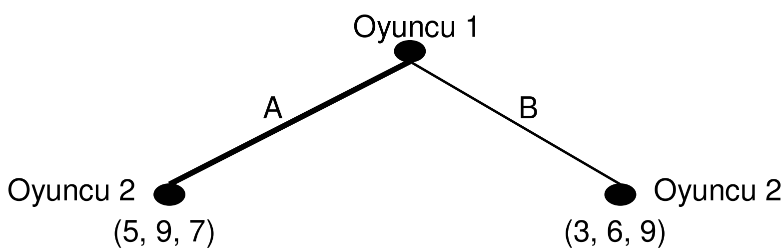
Yukarıdaki mükemmel bilgiye sahip olmayan dinamik oyun ağacındaki oyuncuların denge stratejilerinin ve sonuçlarının çözümü için geriye doğru

[38] Xinming Liu, "Dynamic Games of Complete and Imperfect Information", Game Theory, 2003, http://www.andrew.cmu.edu/user/xinming/gametheory/lecture16.pdf (12 Şubat 2007), s.10.

tümevarım yöntemi kullanılmaktadır. İlk olarak, oyuncu 1'in seçebileceği stratejiye göre sol alt oyun analiz edilmektedir. Buna göre oyuncu 2; C stratejisini de oynasa 7 > 6 olduğundan oyuncu 3 E stratejisini, D stratejisini de oynasa 5 > 4 olduğundan oyuncu 3 aynı stratejiyi tercih edecektir. Bu sebeple oyun ağacında oyuncu 3'ün E stratejileri kalın çizgilerle belirtilmekte, F stratejileri ise önemsenmemektedir. Geriye doğru tümevarım metodunun bir sonraki aşamasında ise aynı alt oyunda oyuncu 3'ün E hareketini seçeceğini bilen oyuncu 2 9 > 7 olduğundan C stratejisini oynamalıdır. Bu yüzden oyuncu 2'nin C stratejisi kalın çizgiyle gösterilmekte, D stratejisi ise oyun ağacından budanmaktadır.

İkinci olarak, oyuncu 1'in tercih edebileceği stratejiye göre sağ alt oyun analiz edilmektedir. Buna göre oyuncu 2; C stratejisini de oynasa 2 > 1 olduğundan oyuncu 3 F stratejisini, D stratejisini de oynasa 9 > 8 olduğundan oyuncu 3 aynı stratejiyi seçecektir. Bu nedenle oyun ağacının sağ alt oyununda F stratejileri kalın çizgilerle belirtilmekte, E stratejileri ise oyun ağacından silinmektedir. Geriye doğru tümevarım yönteminin bir sonraki safhasında ise aynı alt oyunda oyuncu 3'ün F davranışını tercih edeceğini bilen oyuncu 2 6 > 4 olduğundan D stratejisini oynamalıdır. Bu yüzden oyuncu 2'nin D stratejisi kalın çizgiyle gösterilmekte, C stratejisi ise oyun ağacından budanmaktadır.

Şekil 21. Kusurlu Bilgili Oyunun Budanmış Oyun Ağacı



Son olarak, oyuncu 1, kendi tercih edebileceği stratejilere göre oyuncu 2'nin ve oyuncu 3'ün hangi stratejileri oynayabileceğini tahmin etmektedir. Eğer oyuncu 1 A stratejisini seçerse, oyuncu 2 C, oyuncu 3 ise E stratejisini tercih edecek ve sonuçta oyuncu 1 5 birim fayda elde edecektir. Şayet oyuncu 1 B stratejisini oynarsa, oyuncu 2 D, oyuncu 3 ise F stratejisini seçecek ve neticede oyuncu 1 3 birim faydaya sahip olacaktır. 5 > 3 olduğundan oyuncu 1 için yukarıdaki şekilde kalın çizgiyle gösterilen A stratejisini tercih etmek optimal bir davranıştır. Oyuncular bazında bu dinamik oyunun dengesi, {A, C, E} strateji kombinasyonu olmaktadır. Bu sayede oyuncu 1 5 birim, oyuncu 2 9 birim ve oyuncu 3 7 birim fayda kazanmaktadır.

Örnek: A ve B firmalarının her biri bankaya 100.000.000 YTL para yatırmaktadır. Yatırım bankası bu mevduatları uzun vadeli konut projesine yönelik olarak harcamaktadır. Şayet banka proje olgunlaşmadan önce yatırımını tasfiye ederse, şirketler toplam 140.000.000 YTL meblağı geri kazanabilmektedir. Eğer bankanın yatırımı olgunlaşırsa, proje firmalara toplam 300.000.000 YTL tutarında gelir sağlayabilecektir. Şirketlerin bankadan para çekme pozisyonlarına göre iki aşamalı kusurlu bilgi içeren bir dinamik oyun oluşturulabilir.

İlk periyotta, bankanın yatırımı olgunlaşmadan önce işletmelerin yaptığı davranış tarzları ve her birinin elde ettiği sonuçlar dikkate alınacaktır.

1) İki firma aralarında eş zamanlı hareket oyunu oynamaktadır. Bu, kusurlu bilgili dinamik oyun biçiminde gösterilmektedir.

2) Eğer her iki şirket de bankadan para çekmeye kalkışırsa, her biri 140.000.000 / 2 = 70.000.000 YTL alacak ve oyun sona erecektir.

3) Şayet sadece biri bankadan para çekme hareketinde bulunursa, bu davranışı gerçekleştiren işletme 100.000.000 YTL alırken diğeri 140.000.000 – 100.000.000 = 40.000.000 YTL kazanacak ve oyun bitecektir.

4) Hiçbiri bankadan para çekmezse, projenin olgunlaşması nedeniyle oyun ikinci aşamaya sarkacaktır.

İkinci periyotta, bankanın yatırımının olgunlaşmasından sonra firmaların yaptığı hareket biçimleri ve buna bağlı olarak her birinin sahip olduğu ödüller incelenecektir.

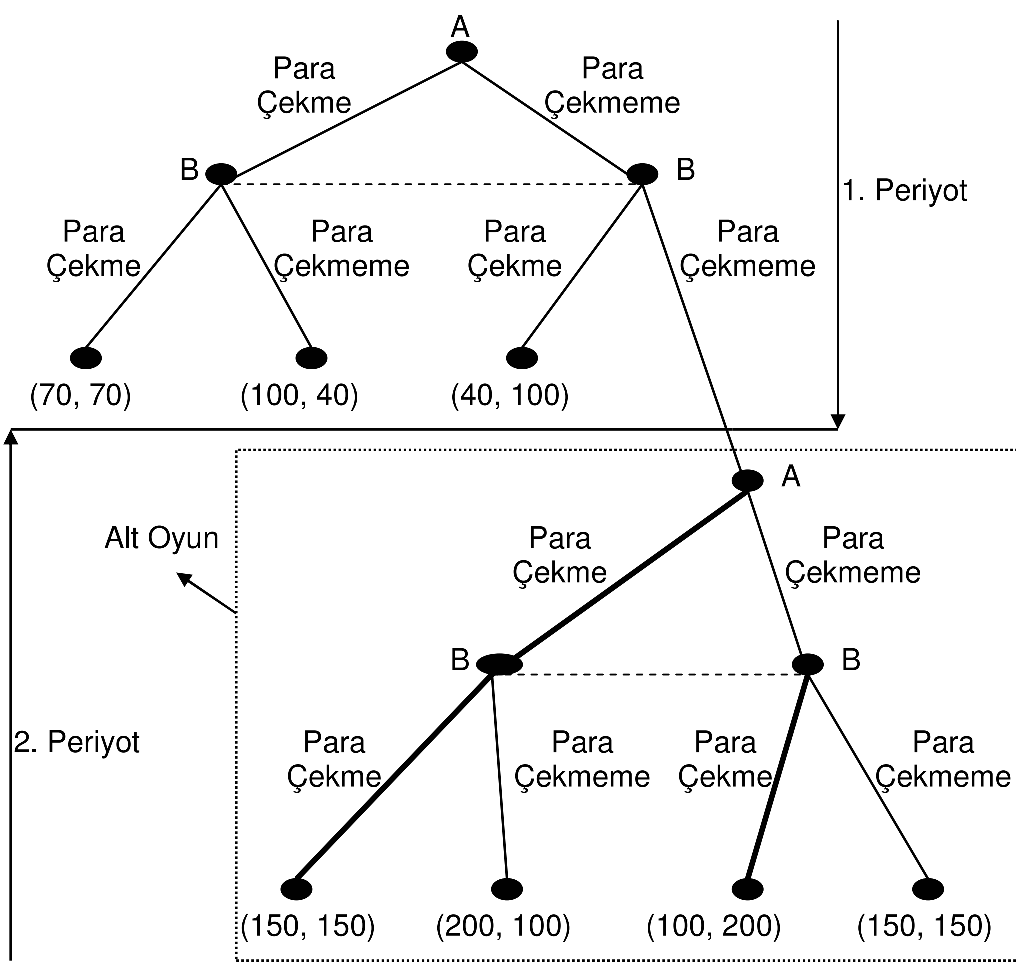
1) İki şirket aralarında eş anlı hareket oyunu oynamaktadır. Bu statik oyun, kusurlu bilgi içeren dinamik oyun şeklinde gösterilmektedir.

2) Şayet her iki işletme de bankadan para çekmeye kalkışırsa, her biri 300.000.000 / 2 = 150.000.000 YTL sahibi olacak ve oyun bitecektir.

3) Eğer yalnızca biri bankadan para çekme davranışını gerçekleştirirse, bu hareketi yapan firma 300.000.000 – 100.000.000 = 200.000.000 YTL elde ederken diğeri 100.000.000 YTL alacak ve oyun sona erecektir.

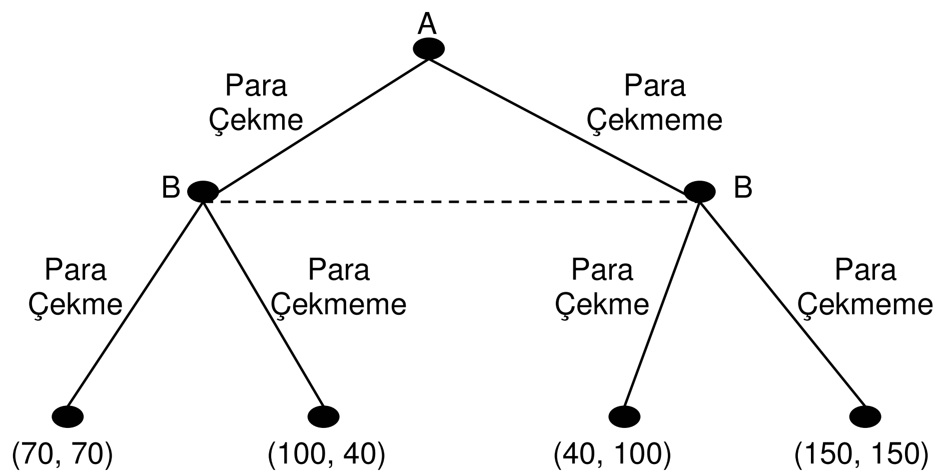
4) Hiçbiri bankadan para çekmezse, banka her bir şirkete 300.000.000/2 = 150.000.000 YTL gelir sağlayacak ve oyun bu biçimde bitecektir.

Şekil 22. İki Aşamalı Kusurlu Bilgili Oyunun Ağacı



Yukarıdaki kusurlu bilgi içeren dinamik oyun ağacındaki oyuncuların denge stratejilerinin ve sonuçlarının çözümü için geriye doğru tümevarım metodu kullanılabilmektedir. İlk önce, ikinci periyotta yer alan alt oyun analiz edilmektedir. Buna göre A şirketi; para çekme stratejisini de oynasa 150>100 olduğundan B firması da para çekme stratejisini, para çekmeme stratejisini de oynasa 200 > 150 olduğundan B şirketi aynı stratejiyi tercih edecektir. Bu nedenle oyun ağacının alt oyununda bulunan B işletmesine ait para çekme stratejileri kalın çizgilerle gösterilmekte, para çekmeme stratejileri ise göz ardı edilmektedir. Geriye doğru tümevarım yönteminin bir sonraki aşamasında ise aynı alt oyunda B firmasının para çekme hareketini seçeceğini bilen A şirketi de 150 > 100 olduğundan para çekme stratejisini oynamalıdır. Bu yüzden A işletmesinin para çekme stratejisi kalın çizgiyle belirtilmekte, para çekmeme stratejisi ise oyun ağacından silinmektedir.

Şekil 23. İki Aşamalı Kusurlu Bilgili Oyunun Budanmış Hali



Mükemmel bilgiye sahip olmayan iki aşamalı dinamik oyunun yukarıdaki budanmış oyun ağacına da geriye doğru tümevarım yöntemi uygulanmaya çalışılmaktadır. Buna dayanarak A firması para çekme stratejisini oynarsa, B şirketi de 70 > 40 olduğundan aynı stratejiyi; A işletmesi para çekmeme stratejisini seçerse, B firması da 150 > 100 olduğundan aynı davranış tarzını tercih edecektir. Fakat oyun kusurlu bilgi içerdiğinden oyuncu B, oyuncu A'nın hangi hareket tarzını benimseyeceğini kestirememektedir. Bundan dolayı B işletmesi oynayacağı stratejiye tam olarak karar verememekte ve aynı firmanın oyun ağacından hangi stratejisinin silineceği tespit edilememektedir. Diğer taraftan kusurlu bilgili dinamik oyun A şirketi açısından incelendiğinde, bu firma kendi oynayabileceği stratejilere göre B işletmesinin para çekme ve para çekmeme davranışlarından hangisini seçeceğini tahmin edememektedir. Bu sebepten oyuncu A tercih edebileceği davranış tarzını kesin bir biçimde tayin edememekte ve aynı firmanın oyun ağacından hangi stratejisinin budanacağı belirlenememektedir. Bu şartlar altında denge çözümünün tamamlanabilmesi için mükemmel bilgiye sahip olmayan dinamik oyun, şirketlerin stratejilerinin budanmış ağaçtaki hareketlerine eşit olduğu normal biçimde gösterilmeli ve burada karma strateji metodu uygulanmalıdır.

Tablo 49. Firmalar Arasındaki Kusurlu Bilgili Oyunun Normal Biçimi

		B Firması		
		Para Çekme	Para Çekmeme	
A Firması	Para Çekme	(70, 70)	(100, 40)	P
	Para Çekmeme	(40, 100)	(150, 150)	1 - P
		Q	1 - Q	

İki aşamalı kusurlu bilgili dinamik oyunun budanmış hali, şirketlerin eş zamanlı hareket ettikleri statik oyun olarak kabul edilmektedir. Bu statik oyunda yukarıda gösterildiği gibi çoklu Nash dengesi bulunmakta ve firmaların denge strateji çözümleri karma strateji Nash dengesi yöntemine göre tespit edilmektedir. B şirketinin karma stratejisini hesaplamak için, A işletmesinin ödülleri dikkate alınır. A firmasının para çekme stratejisini oynaması anında B firmasının Q oranında para çekme ve 1 – Q oranında para çekmeme stratejisini seçmesi neticesinde oluşacak olan satır oyuncusunun beklenen kazancı; A şirketinin para çekmeme stratejisini oynaması anında B işletmesinin aynı oranlarda para çekme ve para çekmeme stratejilerini tercih etmesi sonucunda oluşacak olan satır oyuncusunun beklenen kazancına eşit olmaktadır.

$$70Q + 100\,(1 - Q) = 40Q + 150\,(1 - Q) \qquad [2.6]$$

$$70Q + 100 - 100Q = 40Q + 150 - 150Q$$

Para Çekme = Q = 5/8

Para Çekmeme = 1 – Q = 3/8

A firması para çekme stratejisini oynarken B firması karma strateji oynarsa, A işletmesinin beklenen kazancı, [70 (5/8) + 100 (3/8)] = 81.250.000 YTL olarak hesaplanır. A şirketi para çekmeme stratejisini oynarken B şirketi karma strateji oynarsa, A firmasının beklenen kazancı yine, [40 (5/8) + 150 (3/8)] = 81.250.000 YTL olarak bulunur.

A işletmesinin strateji oranlarının tayin edilmesinde, B şirketinin ödülleri dikkate alınır. B firmasının para çekme stratejisini oynaması anında A firmasının P oranında para çekme ve 1 – P oranında para çekmeme stratejisini seçmesi sonucunda oluşacak olan sütun oyuncusunun beklenen kazancı; B işletmesinin para çekmeme stratejisini oynaması anında A şirketinin aynı oranlarda para çekme ve para çekmeme stratejilerini tercih etmesi neticesinde oluşacak olan sütun oyuncusunun beklenen kazancına eşit olmaktadır.

$$70P + 100\,(1 - P) = 40P + 150\,(1 - P) \qquad [2.7]$$

$$70P + 100 - 100P = 40P + 150 - 150P$$

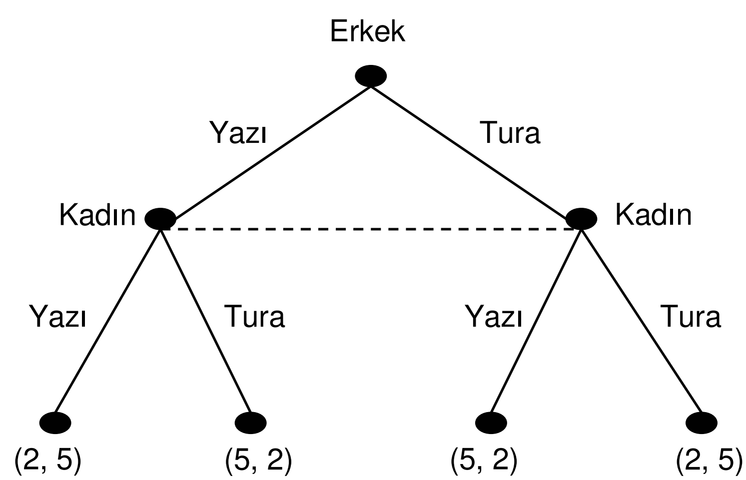
Para Çekme = P = 5/8

Para Çekmeme = 1 – P = 3/8

B firması para çekme stratejisini oynarken A firması karma strateji oynarsa, B şirketinin beklenen kazancı, [70 (5/8) + 100 (3/8)] = 81.250.000 YTL olarak hesaplanır. B işletmesi para çekmeme stratejisini oynarken A işletmesi karma strateji oynarsa, B firmasının beklenen kazancı yine [40 (5/8) + 150 (3/8)] = 81.250.000 YTL olarak bulunur.

Örnek: Evli bir çift televizyonda yayınlanan yerli diziyi veya halter müsabakasını seyredip seyretmemeyi saptamaya çalışmaktadır. Bayan yerli bir diziyi izlerse 5 birim, halter müsabakasını takip ederse 2 birim fayda elde etmektedir. Erkek ise yerli bir diziyi seyrederse 2 birim, halter şampiyonasını izlerse 5 birim fayda kazanmaktadır. Bu iki oyuncu ne yapacaklarına karar vermeye ilginç bir yol öne sürmektedir. İlk önce, sehpanın üzerinde duran televizyon rehberinin alt tarafına erkek oyuncu, üst tarafına ise kadın oyuncu madeni bir para koymaktadır. Bu işlem sırasında evli çiftin birbirinden kopya çekmediği varsayılmaktadır. Daha sonra, oyuncular üçe kadar sayıp bozuk paralarının hangi tarafının üste geldiğini eş zamanlı olarak açığa vurmaktadır. Eğer madeni paraların yüzleri eşse, yani her ikisinin de yazı veya tura olması durumunda, televizyondaki hangi programın takip edileceğine bayan oyuncu karar vermektedir. Şayet bozuk paraların yüzleri farklıysa, televizyonda ne seyredileceğine dair erkek oyuncunun fikri ön plana çıkmaktadır.

Şekil 24. Kusurlu Bilgili Para Eşleşmesi Oyununun Ağacı



Mükemmel bilgiye sahip olmayan para eşleşmesi dinamik oyununun yukarıdaki ağacında bulunan oyuncuların denge stratejilerinin ve sonuçlarının çözümü için geriye doğru tümevarım yöntemi kullanılabilmektedir.[39] Buna göre erkek oyuncu yazı stratejisini tercih ederse, bayan oyuncu da 5 > 2 olduğundan aynı stratejiyi; bay oyuncu tura stratejisini oynarsa, kadın oyuncu da 2 < 5 olduğundan aynı hareket tarzını seçecektir. Ama oyun kusurlu bilgi içerdiğinden bayan oyuncu, erkek oyuncunun hangi davranış tarzını

[39] Jürgen Eichberger, **Game Theory for Economists**, Melbourne: Academic Press, 1993, s.426.

benimseyeceğini tahmin edememektedir. Bu nedenden kadın oyuncu oynayacağı stratejiye tam olarak karar verememekte ve aynı oyuncunun oyun ağacından hangi stratejisinin budanacağı tespit edilememektedir. Diğer yandan kusurlu bilgili dinamik oyun erkek oyuncu açısından incelendiğinde, bu oyuncu kendi oynayabileceği hareket tarzlarına dayanarak bayan oyuncunun yazı ve tura stratejilerinden hangisini seçeceğini kestirememektedir. Bundan dolayı bay oyuncu tercih edebileceği hareketi kesin bir şekilde tayin edememekte ve aynı oyuncunun oyun ağacından hangi stratejisinin silineceği belirlenememektedir. Bu şartlar altında denge çözümünün oluşturulabilmesi için kusurlu bilgi içeren dinamik oyun stratejik biçimde gösterilmeli ve burada karma strateji metodu yürürlüğe konmalıdır.

Tablo 50. Kusurlu Bilgili Para Eşleşmesi Oyununun Normal Biçimi

Kadın

		Y	T	
Erkek	Y	$(2, \underline{5})$	$(\underline{5}, 2)$	P
	T	$(\underline{5}, 2)$	$(2, \underline{5})$	1 - P
		Q	1 - Q	

Kusurlu bilgili para eşleşmesi dinamik oyunu, oyuncuların eş anlı hareket ettikleri bir statik oyuna dönüştürülmektedir. Bu statik oyunda yukarıda gösterildiği gibi Nash dengesi bulunmamakta ve oyuncuların denge strateji çözümleri karma strateji Nash dengesi yöntemine göre tayin edilmektedir. Erkek oyuncunun karma stratejisini hesaplamak için kadın oyuncunun faydaları dikkate alınır. Bayan oyuncunun yazı stratejisini oynaması anında bay oyuncunun P oranında yazı ve 1 – P oranında tura stratejisini tercih etmesi sonucunda oluşacak olan sütun oyuncusunun beklenen faydası; kadın oyuncunun tura stratejisini oynaması anında erkek oyuncunun aynı oranlarda yazı ve tura stratejilerini seçmesi neticesinde oluşacak olan sütun oyuncusunun beklenen faydasına eşit olmaktadır.

$$5P + 2\,(1 - P) = 2P + 5\,(1 - P) \qquad [2.8]$$

$5P + 2 – 2P = 2P + 5 – 5P$

Yazı = $P = 1/2$

Tura = $1 – P = 1/2$

Bayan oyuncu yazı stratejisini oynarken bay oyuncu karma strateji oynarsa, kadın oyuncunun beklenen faydası, [5 (1/2) + 2 (1/2)] = 3,5 birim olarak bulunur. Kadın oyuncu tura stratejisini oynarken erkek oyuncu karma strateji oynarsa, bayan oyuncunun beklenen faydası yine [2 (1/2) + 5 (1/2)] = 3,5 birim olarak hesaplanır.

Bayan oyuncunun strateji oranlarının belirlenmesinde, bay oyuncunun faydaları dikkate alınır. Erkek oyuncunun yazı stratejisini oynaması esnasında kadın oyuncunun Q oranında yazı ve 1 – Q oranında tura stratejisini seçmesi sonucunda oluşacak olan satır oyuncusunun beklenen faydası; bay oyuncunun tura stratejisini oynaması esnasında bayan oyuncunun aynı oranlarda yazı ve tura stratejilerini tercih etmesi neticesinde oluşacak olan satır oyuncusunun beklenen faydasına eşit olmaktadır.

$$2Q + 5 (1 – Q) = 5Q + 2 (1 – Q) \qquad [2.9]$$

$2Q + 5 – 5Q = 5Q + 2 – 2Q$

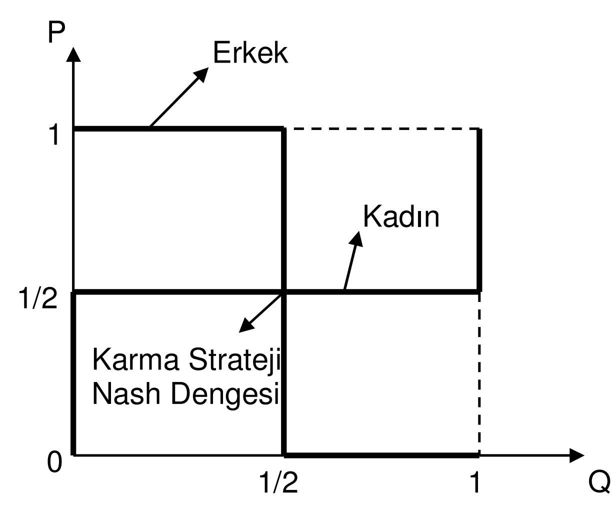
Yazı = $Q = 1/2$

Tura = $1 – Q = 1/2$

Bay oyuncu yazı stratejisini oynarken bayan oyuncu karma strateji oynarsa, erkek oyuncunun beklenen faydası, [2 (1/2) + 5 (1/2)] = 3,5 birim olarak bulunur. Erkek oyuncu tura stratejisini oynarken kadın oyuncu karma strateji oynarsa, bay oyuncunun beklenen faydası yine [5 (1/2) + 2 (1/2)]= 3,5 birim olarak hesaplanır.

Sonuçta {(1/2Y, 1/2T), (1/2Y, 1/2T)}, para eşleşmesi oyununun karma strateji Nash dengesini oluşturmaktadır. Sol parantezdeki veriler bay oyuncuya, sağ parantezdeki veriler ise bayan oyuncuya ait olmaktadır. Her bir oyuncu karma strateji oynanmasına bağlı olarak 3,5 birim fayda elde etmektedir. Aşağıdaki şekil üzerinde karma strateji Nash dengesi gösterilmektedir. Bunun için öncelikle P'nin alabileceği sayısal değerler vasıtasıyla kadın oyuncunun beklenen faydalarını karşılaştırmak suretiyle aynı oyuncunun nasıl bir yol izleyeceği tespit edilmektedir. P = 0,4 < 1/2 durumunda 5P + 2 (1 – P) = 3,2 < 2P + 5 (1 – P) = 3,8 olduğundan sütun oyuncusu tura stratejisini oynamalı ve Q = 0 olmalıdır. P = 0,6 > 1/2 durumunda 5P + 2 (1 – P) = 3,8 > 2P + 5 (1 – P) = 3,2 olduğundan sütun oyuncusu bu defa yazı stratejisini seçmeli ve Q = 1 olmalıdır. P = 1/2 halinde ise 5P + 2 (1 – P) = 2P + 5 (1 – P) = 3,5 olduğundan bayan oyuncu bu kez karma strateji oynamalı ve 0 < Q < 1 olmalıdır. Bu işlemlerden sonra Q'nun alabileceği sayısal değerler yardımıyla erkek oyuncunun beklenen yararlarını karşılaştırmak suretiyle aynı oyuncunun nasıl bir yol izleyeceği tayin edilmektedir. Q = 0,4 < 1/2 durumunda 2Q + 5 (1 – Q) = 3,8 > 5Q + 2 (1 – Q) = 3,2 olduğundan satır oyuncusu yazı stratejisini oynamalı ve P = 1 olmalıdır. P = 0,6 > 1/2 durumunda 2Q + 5 (1 – Q) = 3,2 < 5Q + 2 (1 – Q) = 3,8 olduğundan satır oyuncusu bu defa tura stratejisini tercih etmeli ve P = 0 olmalıdır. Q = 1/2 halinde ise 2Q + 5 (1 – Q) = 5Q + 2 (1 – Q) = 3,5 olduğundan bay oyuncu bu kez karma strateji oynamalı ve 0 < P< 1 olmalıdır. Aşağıdaki şekilde kadın ve erkek oyuncuya ait olan, yukarıdaki ifadelere karşılık gelen kalın çizgiler gösterilmektedir. Bu çizgilerin kesiştikleri noktada karma strateji Nash dengesi mevcuttur.

Şekil 25. Para Eşleşmesi Oyununun Karma Strateji Dengesi



<u>Örnek</u>: Lastik sektöründe faaliyet gösteren bir firma ile işçisi arasında gözetleme oyunu oynanmaktadır. Bu oyunda şirketin stratejileri çalışanını gizli kamera ile izleyip izlememe, işçinin aksiyonları ise fabrikada büyük bir gayretle çalışıp çalışmama diye sıralanmaktadır. Denetleme oyunu ilk olarak işçi açısından ele alınmaktadır. Bu bağlamda istihdam edilenin aylık ücreti 2.000 YTL'yi kapsamaktadır. Ayrıca işçinin, iş faaliyetinden ötürü maruz kalacağı rahatsızlıklar ile ilgili sağlık kuruluşuna ödeyeceği 400 YTL de efor maliyeti olarak adlandırılmaktadır. Oyun firma açısından da incelenmektedir. Buna dayanarak istihdam edilenin ürettiği ürünün parasal değeri 12.000 YTL olmakta şayet işçi kaytarıyorsa şirket hiçbir kazanç elde edememektedir. İlave olarak işletmenin ücretliyi kamerayla izleme maliyeti de 200 YTL'yi bulmaktadır. Bu veriler ışığında, eş zamanlı hareket eden şirket ve işçinin, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre sahip olacakları sonuçlar aşağıda düzenlenmektedir.

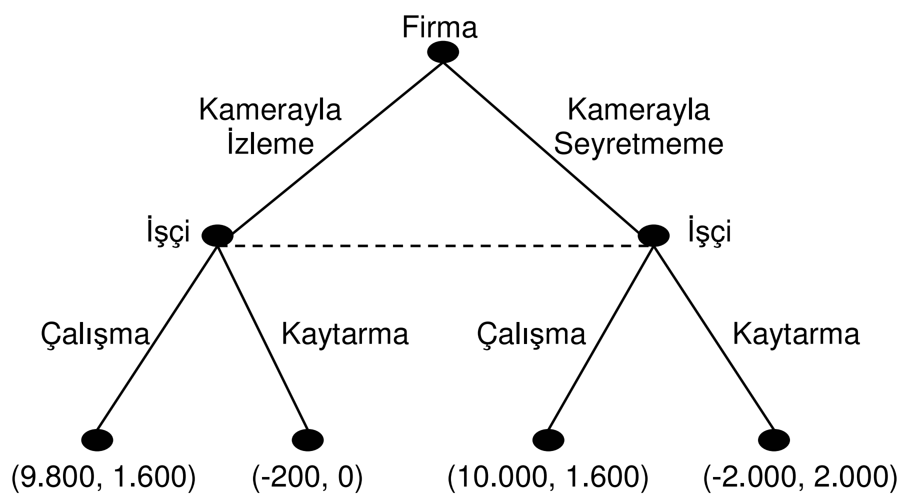
1) Eğer işçi sıkı bir biçimde çalışıyorsa, firma bunu gizli kamera ile seyretse de seyretmese de, istihdam edilen aylık ücreti ile efor maliyeti arasındaki fark kadar yani (2.000 – 400) = 1.600 YTL kazanç sahibi olmaktadır.

2) İstihdam edilen gayretli bir şekilde çalışırken şirket bunu gizli kamera ile izliyorsa, istihdam eden, işçinin ürettiği fiziki ürünün parasal değerinden çalışanın aylık ücret ve kamerayla görüntülenme maliyetlerinin toplamının çıkarılması sayesinde bulunan sonuç kadar yani [12.000 - (2.000 + 200)] = 9800 YTL kazanç elde etmektedir. İşçinin faaliyette bulunması esnasında firma yetkilisi bunu gizli kamera ile izlemiyorsa, işveren, çalışanın yarattığı ürünün parasal değeri ile istihdam edilenin aylık ücreti arasındaki (12.000 – 2000) = 10.000 YTL'lik fark kadar kâr etmektedir.

3) Şayet çalışan kaytarırken şirket bu durumu gizli kamera ile takip ederse, işverenin iş akdini feshetmesi suretiyle işçi fabrikadan çıkartılmakta ve hiçbir kazanca sahip olamamaktadır. Bu sırada firma da çalışanın kötü performansından dolayı hiçbir kazanç elde edememekte üstüne üstük kamera kullanma nedeniyle -200 YTL zarar etmektedir.

4) İstihdam edilen kaytarırken işveren bu durumu gizli kamera ile takip etmezse, çalışan 2.000 YTL aylık ücret almayı sürdürecektir. Bu esnada istihdam eden, işçinin yetersiz aktivitesinden ötürü hiçbir kazanca sahip olamamakta üstüne üstük aylık ücreti ödeme sebebiyle –2.000 YTL zarar etmektedir.

Şekil 26. Kusurlu Bilgili Dinamik Gözetleme Oyununun Ağacı



Mükemmel bilgiye sahip olmayan dinamik denetleme oyununun yukarıdaki ağacında bulunan oyuncuların denge stratejilerinin ve sonuçlarının çözümü için geriye doğru tümevarım metodu kullanılabilmektedir. Buna dayanarak firma kamerayla izleme stratejisini seçerse, işçi 1.600 > 0 olduğundan çalışma stratejisini; şirket kamerayla seyretmeme stratejisini oynarsa, istihdam edilen 2.000 > 1.600 olduğundan bu defa kaytarma stratejisini tercih edecektir. Fakat oyun kusurlu bilgi içerdiğinden işçi, firmanın hangi hareket tarzını benimseyeceğini kestirememektedir. Bu sebepten istihdam edilen oynayacağı stratejiye tam olarak karar verememekte ve aynı oyuncunun oyun ağacından hangi stratejisinin silineceği tespit edilememektedir. Diğer taraftan kusurlu bilgili dinamik oyun şirket açısından incelendiğinde, bu oyuncu kendi oynayabileceği davranış tarzlarına göre işçinin çalışma ve kaytarma stratejilerinden hangisini tercih edeceğini tahmin edememektedir. Bu nedenden firma seçebileceği davranışı kesin bir biçimde tayin edememekte ve aynı oyuncunun oyun ağacından hangi stratejisinin budanacağı belirlenememektedir. Bu koşullar altında denge çözümünün oluşturulabilmesi için kusurlu bilgi içeren dinamik oyun normal biçimde gösterilmeli ve burada karma strateji yöntemi ön plana çıkarılmalıdır.

Tablo 51. Kusurlu Bilgili Gözetleme Oyununun Stratejik Biçimi

		İşçi		
		Çalışma	Kaytarma	
Firma	Kamerayla İzleme	(9.800, 1.600)	(-200, 0)	P
	Kamerayla Seyretmeme	(10.000, 1.600)	(-2.000, 2.000)	1 - P
		Q	1 - Q	

Kusurlu bilgili dinamik denetleme oyunu, oyuncuların eş anlı hareket ettikleri statik bir oyuna çevrilmektedir. Bu statik oyunda yukarıda gösterildiği gibi tam strateji Nash dengesi bulunmamakta ve oyuncuların denge strateji çözümleri karma strateji Nash dengesi metoduna göre ortaya çıkarılmaktadır. İşçinin strateji oranlarının tespit edilmesinde, firmanın sonuçları dikkate alınır. Şirketin kamerayla izleme stratejisini oynaması esnasında istihdam edilenin Q oranında çalışma ve 1 – Q oranında kaytarma stratejisini tercih etmesi sonucunda oluşacak olan satır oyuncusunun beklenen kazancı; firmanın kamerayla seyretmeme stratejisini oynaması esnasında işçinin aynı oranlarda çalışma ve kaytarma stratejilerini seçmesi neticesinde oluşacak olan satır oyuncusunun beklenen kazancına eşit olmaktadır.

$$9.800Q - 200\,(1 - Q) = 10.000Q - 2.000\,(1 - Q) \qquad [2.10]$$

$$9.800Q - 200 + 200Q = 10.000Q - 2.000 + 2.000Q$$

$$\text{Çalışma} = Q = 9/10$$

$$\text{Kaytarma} = 1 - Q = 1/10$$

Şirket kamerayla izleme stratejisini oynarken istihdam edilen karma strateji oynarsa, firmanın beklenen kazancı, [9.800 (9/10) – 200 (1/10)] =

8.800 YTL olarak hesaplanır. İşletme kamerayla seyretmeme stratejisini oynarken işçi karma strateji oynarsa, şirketin beklenen kazancı yine [10.000 (9/10) – 2.000 (1/10)] = 8.800 YTL olarak bulunur.

Firmanın karma stratejisini belirleyebilmek için işçinin sonuçları kullanılır. İstihdam edilenin çalışma stratejisini oynaması anında şirketin P oranında kamerayla izleme ve 1 – P oranında kamerayla seyretmeme stratejisini seçmesi sonucunda oluşacak olan sütun oyuncusunun beklenen kazancı; işçinin kaytarma stratejisini oynaması anında firmanın aynı oranlarda kamerayla izleme ve kamerayla seyretmeme stratejilerini tercih etmesi neticesinde oluşacak olan sütun oyuncusunun beklenen kazancına eşit olmaktadır.

$$1.600P + 1.600\,(1 - P) = 0P + 2.000\,(1 - P) \qquad [2.11]$$

$$1.600P + 1.600 - 1.600P = 0P + 2.000 - 2.000P$$

Kamerayla İzleme = P = 2/10

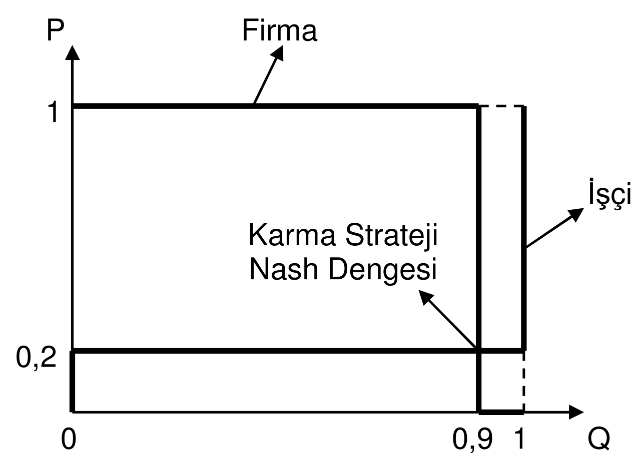
Kamerayla Seyretmeme = Q = 8/10

İşçi çalışma stratejisini oynarken işletme karma strateji oynarsa, istihdam edilenin beklenen kazancı, [1.600 (2/10) + 1.600 (8/10)] = 1.600 YTL olarak tespit edilir. İstihdam edilen kaytarma stratejisini oynarken firma karma strateji oynarsa, işçinin beklenen kazancı yine [0 (2/10) + 2.000 (8/10)] = 1.600 YTL olarak tayin edilir.

Sonuçta {(2/10 Kİ, 8/10 KS), (9/10 Ç, 1/10 K)}, gözetleme oyununun karma strateji Nash dengesini oluşturmaktadır. Sol parantezdeki veriler firmaya, sağ parantezdeki veriler ise işçiye ait olmaktadır. Karma strateji oynanmasına bağlı olarak şirket 8.800 YTL, istihdam edilen ise 1.600 YTL kazanç elde etmektedir. Aşağıdaki şekil üzerinde karma strateji Nash dengesi belirtilmektedir. Bunun için öncelikle Q'nun alabileceği sayısal değerler vasıtasıyla firmanın beklenen kazançlarını karşılaştırmak suretiyle aynı oyuncunun nasıl bir yol izleyeceği tespit edilmektedir. $Q = 0{,}85 < 0{,}9$ durumunda $9.800Q - 200\,(1 - Q) = 8.300 > 10.000Q - 2.000\,(1 - Q) = 8.200$

olduğundan satır oyuncusu kamerayla izleme stratejisini oynamalı ve P = 1 olmalıdır. Q = 0,95 > 0,9 durumunda 9.800Q – 200 (1 – Q) = 9.300 < 10.000Q – 2.000 (1 – Q) = 9.400 olduğundan satır oyuncusu bu defa kamerayla seyretmeme stratejisini tercih etmeli ve P = 0 olmalıdır. Q = 0,9 halinde ise 9.800Q – 200 (1 – Q) = 10.000Q – 2.000 (1 – Q) = 8.800 olduğundan şirket bu kez karma strateji oynamalı ve 0 < P < 1 olmalıdır. Bu işlemlerden sonra P'nin alabileceği sayısal değerler aracılığıyla işçinin beklenen kazançlarını karşılaştırmak suretiyle aynı oyuncunun nasıl bir yol izleyeceği tayin edilmektedir. P = 0,1 < 0,2 durumunda 1.600P + 1.600(1 – P) = 1.600 < 0P + 2.000 (1 – P) = 1.800 olduğundan sütun oyuncusu kaytarma stratejisini oynamalı ve Q = 0 olmalıdır. P = 0,3 > 0,2 durumunda 1.600P + 1.600 (1 – P) = 1.600 > 0P + 2.000 (1 – P) = 1.400 olduğundan sütun oyuncusu bu defa çalışma stratejisini seçmeli ve Q = 1 olmalıdır. P = 0,2 halinde ise 1.600P + 1.600 (1 – P) = 0P + 2.000 (1 – P) = 1.600 olduğundan istihdam edilen bu kez karma strateji oynamalı ve 0 < Q < 1 olmalıdır. Aşağıdaki şekilde firmaya ve işçiye ait olan, yukarıdaki ifadelere denk düşen kalın çizgiler gösterilmektedir. Bu çizgilerin kesiştiği noktada karma strateji Nash dengesi bulunmaktadır.

Şekil 27. Gözetleme Oyununun Karma Strateji Dengesi



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
OLİGOPOL PİYASASINDA DENGE ANALİZİ

3.1. OLİGOPOL PİYASASININ TANIMI VE ÖZELLİKLERİ

Oligopol piyasası, az sayıdaki satıcının sonsuz sayıdaki alıcı kitlesiyle karşı karşıya geldiği bir piyasa türüdür. Bu piyasanın temel özellikleri aşağıda sıralanmaktadır.

1) Tekelci rekabet piyasası gibi oligopol piyasası da piyasa yapıları içerisinde tam rekabet piyasası ile monopol piyasası arasında yer alır. Ancak oligopol piyasasında, monopolcü rekabet piyasasına oranla daha az rekabet olduğu için oligopol piyasası tam rekabet piyasasına değil tekel piyasasına daha yakındır.

2) Piyasada yalnızca birkaç şirket faaliyet göstermektedir. Oligopol piyasasının kaç firmadan oluşması gerektiği konusunda tam bir sayı telaffuz etmek doğru değildir. Bir piyasanın oligopol piyasası olarak nitelendirilmesi için o piyasada en az iki şirketin bulunması ve söz konusu firmaların rakip durumda olması gerekmektedir. Sadece iki firmanın bulunduğu oligopol piyasaları düopol, üç firmanın bulunduğu piyasalar ise triopol şeklinde adlandırılmaktadır.

3) Oligopolcü firmalar ham petrol, demir-çelik ve çimento gibi homojen mallar veya televizyon, bilgisayar, otomobil, çamaşır makinesi ve motosiklet gibi farklılaştırılmış mallar satabilirler. Her oligopolcü, marjinal maliyetinin marjinal gelirine eşit olduğu çıktı düzeyinde üretim yapmak ister.

4) Oligopol piyasasında az sayıda firma olduğu için diğer firmaların piyasaya girişini kısıtlayan önemli engellerin olması gerekir. Bu engeller arasında en mühimleri; patent hakları, ölçek ekonomileri, hammadde kaynaklarına sahip olma, büyük sermaye, yüksek maliyetler ile edinilebilen teknoloji kullanımı ve bilerek ya da bilmeyerek piyasaya girişi engelleyen devlet faaliyetleridir. Piyasaya girişi engelleyen bu etkenlerin çoğu tekelcinin de uzun dönemde ekonomik kâr elde etmesini sağlayan etkenlerdir.

5) Piyasanın işleyişi hakkında gerçek bilgilere ulaşmak hayli zordur.

6) Oligopol piyasasında faaliyette bulunan az sayıda büyük firma rakip konumundadır. Şirketler, karşılıklı bağımlılık içerisinde olduklarından dolayı üretim kararları ve fiyat stratejileri konusunda birbirlerine kayıtsız kalamazlar.[40]

3.2. OLİGOPOLLERİN SINIFLANDIRILMASI

Oligopoller, çeşitli ölçütlere göre kategorilere ayrılabilirler. Farklı kriterlere göre sınıflandırılan oligopoller aşağıda belirtilmektedir.

1) Saf oligopol, oligopol piyasasında faaliyette bulunan firmaların ürünlerinin homojen olduğu oligopoldür. Çimento, çelik ve alüminyum sanayileri saf oligopole örnek olarak gösterilebilir. Saf oligopolde, firmaların birbirlerine bağlılık dereceleri çok yüksektir. Çünkü bir firma tarafından alınacak fiyat düşürme kararı, rakip firmaların da aynı malı üretmeleri nedeniyle, rakip firmaların satışlarını önemli ölçüde etkileyecektir. Bu nedenle rakip firmalar tepkilerini benzer bir davranış eğilimiyle gösterirler.

2) Farklılaştırılmış oligopol, oligopol piyasasında faaliyet gösteren şirketlerin ürünlerinin homojen olmadığı oligopoldür. Bu oligopol türünde, saf oligopolün aksine, fiyat değişmeleri rakip firmalar üzerinde daha az etki yaratır. Kısaca farklılaştırmanın derecesi arttıkça, firmalar arasında karşılıklı bağımlılık azalır. Farklılaştırılmış oligopol, gerçek yaşamda en fazla rastlanan piyasa türüdür.

3) Tam oligopol; firmalar arasındaki bağımlılığın çok güçlü olması nedeniyle oligopolcü firmaların bir grup olarak kârlarını maksimize ettikleri oligopoldür.

4) Kısmi oligopol; şirketler arasındaki bağımlılığın zayıf olması sebebiyle oligopolcü şirketlerin kârlarını bir grup halinde maksimize edemedikleri oligopoldür.[41]

[40] Orhan Türkay, **Mikro İktisat Teorisi**, Ankara: Turhan Kitapevi, 1996, ss. 297-298.
[41] Kemal Yıldırım, **İktisada Giriş**, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Basımevi, 2003, s. 204.

3.3. OYUN TEORİSİNİN PİYASALARLA İLİŞKİSİ

Piyasa, rasyonel olduğu varsayılan iktisadi birimleri karşılıklı ihtiyaçları gidermek için buluşturan ve söz konusu birliktelik ile ortaya çıkan tüm etkileşimler sayesinde sürekli farklı dinamiklere dönüştürülüp, yeni kurallar bütünüyle işlerliğine devam eden bir mekanizmadır.[42]

Oyun teorisinin, birey ve kurum gibi karar alıcılar arası ilişkileri inceleyen, söz konusu birimlerin aralarındaki karşılıklı çatışmaların modellenmesi iddiasında olan bir yaklaşım olduğu göz önüne alındığında, piyasa olgusunun tüm iktisadi hayatı kapsayan ilişkiler bütünü olarak söz konusu çatışma analizi için ne kadar zengin bir bilgi kümesi sunduğu açıktır. Özellikle, piyasalarda alıcı ve satıcıların örgütlenme yapılarını inceleyen endüstri iktisadında firmalar tarafından rekabet anlamında tercih edilen stratejilerin oyun teorisi çerçevesinde modellenmesi, piyasa aktörlerinin karşılıklı etkileşimlerinin tanımlanması için önemli bir yaklaşım olmaktadır.

Tekelci piyasalar bağlamında tek kişilik oyun, basit bir bağımsız tercih problem serisine dönüşeceği için oyun teorisince modellenmeye elverişli değildir. Ancak bir mal ya da hizmetin tek satıcısı ve bu satıcının karşısında tek alıcının olduğu iki yanlı monopol durumu, işveren-işçi etkileşimi örneğinde olabileceği gibi söz konusu pazarlık dinamikleriyle oyun teorisince ele alınabilir.

Tam rekabet piyasalarında ise atomisite koşulu gereği alıcı ve satıcıların sonsuz tane olması nedeniyle strateji tercihlerinin karşılıklı etki yaratacak güce sahip olmaması söz konusu olmakta ve oyun teorisinin kullanımından bahsetmek mümkün olamamaktadır. Bireyler, böyle bir tam rekabet piyasasında ya toplam etkilerinin farkında değildirler ya da söz konusu ayrışmış yapıda toplam bireysel etkilerini önemsememektedirler.

---

[42] Rudiger Dornbusch and David Begg, **Economics**, 4th ed., London: McGraw-Hill Book Company, 1994, s.9.

Karşılıklı etkileşim şartı sağlanabildiği için yukarıda değinilen piyasa çeşitlerinin aksine oligopol piyasalarında oyun teorisi denge çözümlerinin incelenmesi mümkün olabilmektedir. Ayrıca bu manada, gücün, tamamen tek bir kutupta toplanması durumunda nasıl pazar başarısızlığına yol açan statik etkileşimsiz bir sürece girdiğinin veya tamamen ufak parçalara ayrılması durumunda nasıl kendini önemsemeyen bir etkinsizleşmeye dönüştüğünün örneği olması açısından piyasaların karşılıklı etkileşim koşulunda ele alınması önemlidir.

Oligopol piyasasında satıcıların az sayıda olmaları, birden fazla fakat birbirlerini etkileyebilecek sayıda olmalarını ifade etmektedir. Bu piyasada firma sayısının az olması yanında her şirketin davranışının karşılıklı bağımlılık ilkesiyle rakiplerin davranışlarına bağlı olması, oligopol piyasasında dengeyi açıklayacak birçok teorinin ortaya çıkmasına sebep olmuştur. Söz konusu klasik teorilerin, oyun teorisi denge çözümleriyle beraber ele alınması, piyasaların açıklanması yolunda ufuk genişletici bir açılım olacaktır.

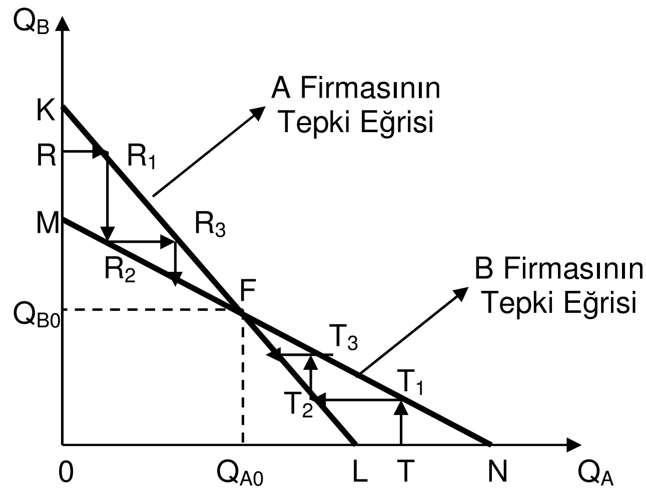
3.4. COURNOT MODELİNE DAYALI DENGE ÇÖZÜMLERİ

Matematik bilimiyle de ilgilenen Fransız ekonomist Augustin Cournot tarafından 1838 yılında ortaya atılan model, oligopolistik piyasalardaki şirket davranışlarını inceleyen önemli yaklaşımlardan biridir. Cournot, birbirine rakip olan iki firma davranışını ele alan bir düopol modeli geliştirmiştir. Modelde, şirketlerin homojen mal olarak nitelendirilebilecek maden suları ürettiği ve üretim kararının aynı zamanda alındığı farzedilmektedir.

Cournot'a göre, düopol piyasasında faaliyet gösteren firmalar üretim miktarlarını karşılıklı olarak ayarlarlar. Bu durum, aşağıdaki şekil yardımı ile açıklanabilir. Şekilde yatay eksen A firmasının arz miktarını, dikey eksen ise B firmasının arz miktarını göstermektedir. Öte yandan KL, A şirketinin, MN ise B şirketinin tepki eğrisidir. Tepki eğrisi, firmaların karşılıklı arz miktarlarını nasıl ayarladıklarını göstermek için göz önüne alınan bir eğridir. KL doğrusu, B'nin arzına karşılık A'nın arz edeceği miktarı göstermektedir. B firması hiç mal arz etmediğinde A firmasının toplam arz miktarı OL kadardır. Diğer bir ifade ile A şirketi piyasada monopol konumunda olduğunda OL kadar mal arz edebilmektedir. MN doğrusu da, A'nın arzına karşılık B'nin arz edeceği miktarı göstermektedir. A firmasının piyasaya hiç mal arz etmemesi sebebiyle B şirketi monopol konumunda olduğundan OM kadar mal arz etmektedir. Her iki firmaya ait tepki eğrilerinin kesiştiği F noktası Cournot denge noktası olarak ifade edilir. F noktası, her firmanın, rakip firmanın üretimini artık değiştirmeyeceğini varsaydığı denge durumunu göstermektedir. Cournot denge noktasında, firmalar karşılıklı olarak maksimum düzeyde kâr elde etmelerine olanak sağlayan üretim seviyesinin ne olduğunu net bir şekilde belirlemiş olurlar. Denge noktasına gelindiğinde, her iki firmada elde ettikleri pazar payı ile yetinip bu noktadan sapmak istemezler.

Denge noktasına ulaşılma süreci A şirketi açısından ele alınarak izah edilebilir. Başlangıçta A'nın arz miktarının OT kadar olduğu varsayılmaktadır. Bu üretim miktarını kendisi için veri alan B firması TT_1 kadar üretim yapacaktır. Bu kez A firması üretimini ayarlayacak ve T_2 noktasına gerileyecektir. Yeni durumda A şirketi üretimini $T_1 - T_2$ mesafesi kadar kısmıştır. A firmasının üretimini kıstığını gören B firması yeniden üretimini arttıracak ve T_3 noktasına gelecektir. Buna karşılık A şirketi de üretimini kısacak ve nihayet iki firmanın karşılıklı manevraları F noktasında son bulacaktır. Denge noktasına geliş süreci B firması açısından ele alınarak da açıklanabilir. Başlangıçta B şirketinin OR kadar mal ürettiği farz edilmektedir. Bu üretim miktarını kendisi için veri alan A firması RR_1 kadar üretim yapacaktır. Bu defa B şirketi üretimini revize ederek R_2 noktasına gerileyecektir. Yeni durumda B firması üretimini $R_1 - R_2$ uzunluğu kadar azaltmıştır. B firmasının üretimini azalttığını gören A şirketi üretimini biraz daha arttırarak R_3 noktasına gelecektir. Buna karşılık B firması da üretimini kısacaktır. Bu süreç, istikrarlı bir denge noktası olan F'de son bulacaktır.

Şekil 28. Düopol Piyasasında Cournot Dengesi

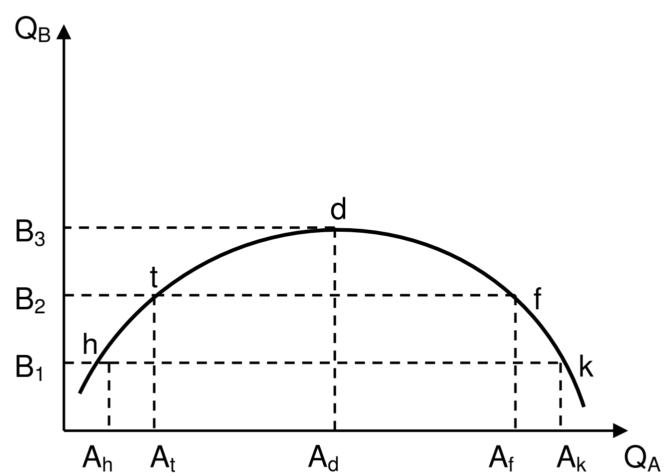


Kaynak: Seyfettin Erdoğan, **İktisada Giriş**, İstanbul: Avcı Ofset, 2006, s.224.

3.4.1. Eş Kâr Eğrileri ve Cournot Nash Dengesinin Tespiti

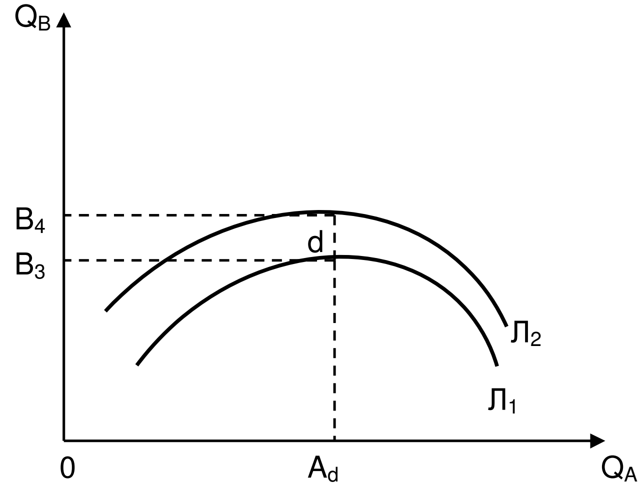
Şirketlerin eş kâr eğrilerinin yardımıyla oluşturulan tepki eğrilerine karşılık gelen tepki fonksiyonlarının aracılığıyla Cournot Nash dengesini bulmak mümkündür. Bu ifadeden de anlaşılacağı üzere eş kâr eğrileri kavramı, Cournot Nash dengesinin çözümünde önemli bir yer tutar. Bu nedenden ötürü eş kâr eğrileri hakkında kısaca bilgi vermekte yarar vardır.

Şekil 29. Cournot Modelinde A Firmasına Ait Eş Kâr Eğrisi



Yukarıdaki A şirketine ait eş kâr eğrisi, aynı firmaya belirli bir kâr sağlayan her iki firma üretim düzeyi bileşimlerinden oluşmakta ve yatay eksene göre içbükey olmaktadır. Bahsedilen eş kâr eğrisi, aynı kâr düzeyinde kalabilmek için A firmasının B şirketinin miktar politikasına nasıl tepki verdiğini göstermektedir. Bu bilgilerden sonra A firmasına ait eş kâr eğrisinin analizi yapılabilir. Yukarıdaki şekle uygun olarak B firmasının B_1 üretim düzeyini tercih ettiği varsayılabilir. Bu durumda A firması aynı kâr seviyesini sağlayan A_h ya da A_k üretim düzeylerini seçebilecektir. İlk olarak, A şirketinin k noktasındaki A_k üretim seviyesini seçmesi yorumlanabilir. Buna dayanarak B firmasının üretim düzeyini B_2 noktasına yükseltmesi karşısında, kâr düzeyini korumak için A şirketinin üretimini f noktasına düşürmesi gerekmektedir. A firmasının üretimini azaltmaması halinde ise piyasada mal bollaşmasına bağlı olarak fiyatların düşmesi sonucunda aynı firmanın kârı azalacaktır. O halde d noktasına kadar A şirketi, B'nin üretim artırımlarına, üretimini azaltarak tepkide bulunmalıdır. Son olarak, A firmasının h noktasındaki A_h üretim düzeyini tercih etmesi incelenebilir. Bu baz alınarak B şirketi üretim seviyesini B_2 noktasına çıkartırsa, aynı kâr düzeyinde kalabilmek için A firması da üretimini t noktasına yükseltmelidir. Piyasadaki mal bollaşmasına dayalı fiyat düşmelerinden A şirketinin etkilenmeme sebebi olarak aynı firmanın üretim miktarını arttırarak maliyetlerini düşürmek istemesi gösterilebilir.

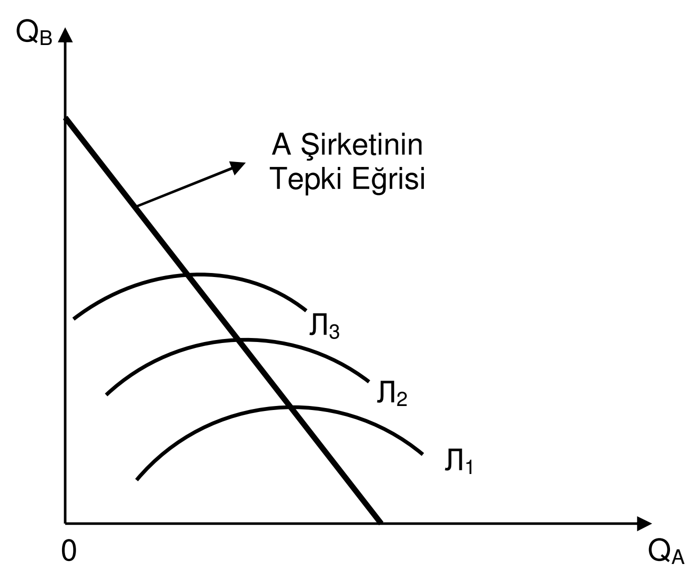
Şekil 30. Cournot Modelinde A Şirketine Ait Eş Kâr Eğrileri



Yukarıdaki şekilde, A firmasının eş kâr eğrisinin yatay eksenden uzaklaştığı görülmektedir. B firmasının üretim seviyesini d noktasının üzerine çıkartmasına bağlı olarak hangi eş kâr eğrisinin A şirketinin üretim seviyesine göre daha çok kâr sağladığı araştırılabilmektedir.[43] Birinci durumda, rakip şirket üretim düzeyini B_4 noktasına yükseltmekte, A firması ise üretimini sabit tutmaktadır. Sonuç olarak fiyat düşüşü nedeniyle A şirketinin kârı azalmaktadır. İkinci durumda, rakip firma üretimini arttırırken, A şirketi de üretimini yükseltebilir. Böyle bir halde, talep esnekliğinin katı olması veya bozulan optimum faktör bileşiminin yol açtığı maliyet artışı yüzünden A firmasının kârı düşmektedir. Son olarak, B şirketi üretim seviyesini yükseltirken, A firması üretimini azaltabilir. Bu durumda, talebin esnek olması ya da maliyet artışları sebebiyle A firmasının kârı azalmaktadır. Üç pozisyonda kârın düşmesi sonucunu verdiğinden $Л_1 > Л_2$ olmaktadır.

A şirketinin eş kâr eğrilerinin tepe noktalarının birleştirilmesinden aynı firmaya ait tepki eğrisi elde edilir. O halde A firmasının tepki eğrisi, rakip şirketin üretimi dikkate alınarak elde edebileceği maksimum kâr düzeyini belirleyen eş kâr eğrilerinin tepe noktalarının geometrik yeridir.

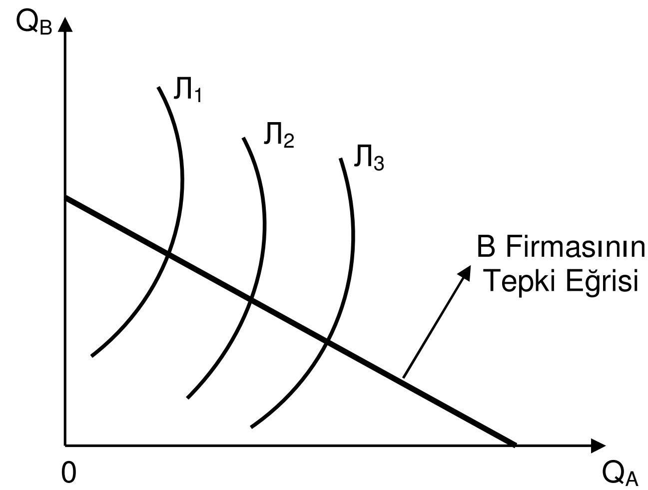
Şekil 31. Cournot Modelinde A Firmasına Ait Tepki Eğrisi



[43] Sanlı Ateş, "Oligopol Ders Notları", Mikro İktisat II, 2003, http://idari.cu.edu.tr/sanli/syllabustr.htm (4 Mart 2007), s.16.

B firmasının eş kâr eğrileri ise dikey eksene göre içbükey olup eksenden uzaklaştıkça aynı şirketin kâr düzeyi düşmektedir. Bu firmanın tepki eğrisi ise A şirketinin üretimi dikkate alınarak sahip olabileceği maksimum kâr düzeyini belirleyen eş kâr eğrilerinin tepe noktalarının geometrik yeridir.

Şekil 32. Cournot Modelinde B Şirketine Ait Tepki Eğrisi



İki firmanın tepki eğrisinin kesiştiği yerde Cournot Nash dengesi meydana gelmektedir.[44] Cournot Nash dengesini tayin edebilmek için düopol piyasasında eş zamanlı biçimde homojen mal üreten firmaları ilgilendiren matematiksel fonksiyonlar belirlenmelidir. Bununla bağlantılı olarak ilk önce şirketlerin üretim seviyeleri q_A ve q_B şeklinde gösterilmektedir. Cournot modelindeki piyasa fiyatı, endüstrideki firmaların ürettiği toplam üretim miktarı ile tespit edilmekte ve $P(Q) = a - Q$ olarak tanımlanmaktadır. Buna göre $Q = q_A + q_B$ ve fiyatın negatif belirlenememesi şartından dolayı $Q < a$ olma mecburiyetindedir. Ayrıca şirketler tarafından üretilen mal miktarlarının hepsinin talebinin mevcut olduğu varsayılmıştır. Sonraki aşamada ise modelin maliyet kısmı ele alınmaktadır. Orijinal modelde üretim maliyetleri ihmal edilmesine rağmen günümüz ekonomilerinde böyle bir imkân doğmamaktadır. Sabit maliyetlerin yok farz edildiği bir ortamda A firmasının

[44] Robert Gibbons, **Applied Game Theory of Economists**, New Jersey: Princeton University Press, 1996, s.19.

q_A seviyesinde üretim gerçekleştirdiğinde toplam maliyeti $C_A(q_A) = cq_A$ biçiminde hesaplanmakta ve c < a olma koşuluyla marjinal maliyet c'ye eşit olmaktadır. Her bir oyuncu için mümkün olan stratejiler ise üretebilecekleri ürün miktarlarına karşılık gelmektedir. Her bir şirketin strateji uzayı, $q_{A,\,B} \geq 0$ koşulu gereği $S_{A,\,B} = [0, \infty)$ şeklinde gösterilebilir. Strateji s_A, A şirketinin üretim düzeyini temsil etmekle beraber, Q = a olduğunda P(Q) = 0 olacağı için büyük miktarda üretim de söz konusu olamamaktadır.

Yukarıdaki ifadelere dayanarak A firmasının kârını hem kendi hem de rakip şirketin üretim miktarının fonksiyonu olarak tanımlamak suretiyle denge çözümü gerçekleştirilebilir. Bu bağlamda (s_A^*, s_B^*) strateji çiftinin, A şirketi için S_A içindeki her s_A stratejisine göre $u_A(s_A^*, s_B^*) \geq u_A(s_A, s_B^*)$ koşuluyla Nash dengesini oluşturduğu anlaşılmaktadır. Bu şartlar altındaki statik oyunda A firmasına maksimum kâr sağlayan fonksiyon aşağıdaki tarzda yazılabilir.

$$\underset{0 \leq q_A^* < \infty}{\mathrm{M}ax} \quad \Pi_A\left(q_A^*, q_B^*\right) = q_A^*\left(a - \left(q_A^* + q_B^*\right) - c\right)$$

Benzer akıl yürütmeyle aynı strateji çiftinin B şirketine de maksimum kâr sağladığı tespit edilmekte ve sonuç olarak (q_A^*, q_B^*) miktar çifti Cournot Nash dengesini vermektedir.

Firmaların denge miktar çiftinin bulunabilmesi için öncelikle tepki fonksiyonları belirlenmelidir. A şirketine ait tepki fonksiyonu, aynı firmanın kâr fonksiyonunun onun üretebileceği denge miktarına göre birinci dereceden türevinin alınmasıyla elde edilir.

$$\Pi_A = \mathrm{P}q_A - cq_A = q_A\left(a - \left(q_A + q_B\right)\right) - cq_A \qquad [3.1]$$

$$\Pi_A = aq_A - q_A^2 - q_A q_B - cq_A$$

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial q_A} = a - 2q_A - q_B - c = 0$$

$$q_A = \frac{a - q_B - c}{2} \qquad [3.2]$$

B firmasına ait tepki fonksiyonu ise, aynı şirketin kâr fonksiyonunun onun üretebileceği denge miktarına göre birinci dereceden türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesiyle bulunur.

$$\Pi_B = Pq_B - cq_B = q_B(a - (q_A + q_B)) - cq_B \qquad [3.3]$$

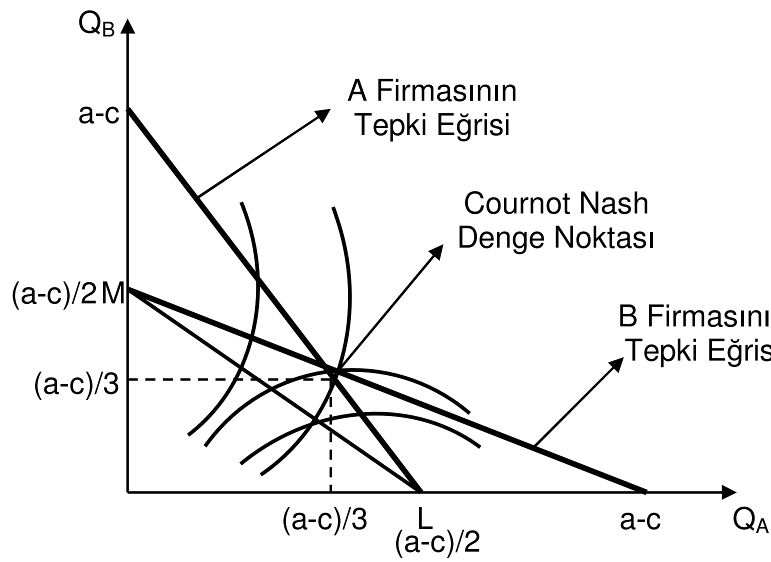
$$\Pi_B = aq_B - q_B q_A - q_B^2 - cq_B$$

$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial q_B} = a - q_A - 2q_B - c = 0$$

$$q_B = \frac{a - q_A - c}{2} \qquad [3.4]$$

Cournot Nash dengesini veren (q_A^*, q_B^*) miktar çifti, $q_A^* = (a - q_B^* - c)/2$ ve $q_B^* = (a - q_A^* - c)/2$ eşitliklerini gerçekleştirmek zorundadır. Buna göre [3.4] numaralı denklem, [3.2] numaralı denklemde yerine koyulursa $q_A^*=(a-c)/3$ olarak bulunur. Bu sonuç [3.4] numaralı eşitlikte yerine koyulursa $q_B^*=(a-c)/3$ olarak hesaplanır.

Şekil 33. Tepki Eğrileriyle Cournot Nash Dengesinin Gösterimi



Kaynak: Graham Romp, **Game Theory, Introduction and Applications**, London: Oxford University Press, 1997, s.61.

Yukarıdaki şekilde de görüldüğü üzere Cournot Nash dengesi, eş kâr eğrilerinin eksenlere paralel olduğu noktalardan geçen şirketlerin tepki eğrilerinin kesiştiği yerde ortaya çıkmaktadır. Cournot Nash dengesinde her bir firma rakip şirketin üretim düzeyi hakkındaki veri inançlarına dayanarak kârlarını eş zamanlı olarak maksimum yapma arzusu içindedirler. Yani her iki firma eş anlı olarak tepki eğrilerinin üzerinde olmak zorundadırlar. Tepki eğrilerinin bir kez kesiştiği ve üretim miktarı stratejisinin (a-c)/3 olduğu noktada her iki firma için denge sağlanmıştır. Ayrıca şekil incelendiğinde tepki eğrilerinin eksenleri kestiği noktaların tepki fonksiyonları vasıtasıyla saptandığı anlaşılabilir. A şirketinin [3.2] numaralı tepki fonksiyonunda q_B=0 iken q_A=(a-c)/2 ve q_A=0 iken q_B=a-c olarak bulunur. B şirketinin [3.4] numaralı tepki fonksiyonunda ise q_A=0 iken q_B=(a-c)/2 ve q_B=0 iken q_A=a-c olarak hesaplanır. Bu fonksiyonlar ayrıca her bir firmanın arz düzeyinin diğer şirketin arz seviyesiyle negatif ilişki içinde olduğunu göstermektedir. Şirketler söz konusu ortamda birbirlerinin stratejik ikamesi durumundadırlar.

Cournot Nash dengesini oluşturan $q_A=q_B$=(a-c)/3 üretim miktarları A şirketine ait [3.1] ve B firmasına ait [3.3] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yazılırsa, her iki firmanın kârı da $\Pi_A=\Pi_B=(a-c)^2/9$ olarak bulunur. Fakat Cournot Nash dengesi, Pareto etkinsiz bir noktadır. Bunun sebebini açıklayabilmek için öncelikle şirketlerin monopol durumda oldukları zaman yapacakları üretim miktarını ve sahip olabilecekleri kârı belirlemek gerekmektedir.

$$\underset{0\le q_M<\infty}{\mathrm{M}ax}\ \Pi_M = \mathrm{P}q_M - cq_M = q_M(a-q_M) - cq_M \qquad [3.5]$$

$$\Pi_M = aq_M - q_M^2 - cq_M$$

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial q_M} = a - 2q_M - c = 0$$

$$q_M = \frac{a-c}{2} \qquad [3.6]$$

[3.6] numaralı denklem, [3.5] numaralı fonksiyonda yerine yerleştirilirse monopol firmanın kârı $\Pi_M=(a-c)^2/4$ olarak hesaplanır. Buna dayanarak şirketlerin her birinin monopol kârının, onların Cournot Nash dengesindeki kârından büyük olduğu saptanmakta ve bu durum $[(a\text{-}c)^2/4]>[(a\text{-}c)^2/9]$ biçiminde gösterilmektedir. Ayrıca tekel durumunda piyasadaki toplam üretim Cournot Nash dengesindekine göre az olmakta ve bu hal $[(a\text{-}c)/2] < [2(a\text{-}c)/3]$ şeklinde belirtilmektedir. Cournot Nash dengesini belirleyen şekilde, B şirketinin tepki eğrisinin dikey ekseni, A firmasının tepki eğrisinin ise yatay ekseni kestiği M ve L noktalarında her bir firma monopol halindeki arz miktarını gerçekleştirmekte ve tekelci kârına sahip olmaktadır. Bu noktaların birleştirilmesiyle anlaşma eğrisi elde edilmektedir. Şirketlerin, eşit üretim yaparak monopolcü kârını yarı yarıya paylaştıkları anlaşma eğrisi üzerindeki nokta Pareto etkindir. Çünkü bu üretim bileşeninde her bir firmanın kazanacağı kâr, Cournot Nash dengesindeki kârdan daha yüksektir. Buna göre $q_A=q_B=(a\text{-}c)/4$ miktarında üretim gerçekleştiren şirketlerin her birinin kârı, monopolcü kârının yarısına eşit olan $\Pi_A=\Pi_B=(a\text{-}c)^2/8$ bulunur. Bu esnada piyasadaki toplam arz miktarı, Cournot Nash dengesindekinden az olmakta ve bu sonuç $[2(a\text{-}c)/4] < [2(a\text{-}c)/3]$ şeklinde gösterilmektedir. İşbirliği içindeki şirketlerin her birinin kârı ise Cournot Nash dengesindekine göre fazla olmakta ve bu netice $[(a\text{-}c)^2/8] > [(a\text{-}c)^2/9]$ biçiminde belirtilmektedir. Ancak işbirliği dengesi sürekli değildir. Her iki firmanın da üretimlerini çoğaltarak kârlılıklarını arttırma dürtüsünden dolayı nihai durum kendini zorlayıcı Nash dengesine ulaşmak olacaktır.

Nash dengesi kullanılarak elde edilen (a-c)/3 üretim seviyesi, yukarıdaki düopol modelin yegane çözümüdür. Fransız iktisatçı Cournot da 1838 yılında aynı üretim bileşeni dengesini tespit etmiştir. Fakat Cournot, modelinde dengeyi, şirketlerin dengede değilken nasıl tepki verdiklerinin analizini yaparak elde etmiştir. Her iki metot da aynı dengeyi verdiğinden, genelde Cournot Nash dengesi diye anılmaktadır. Her ne kadar hem Cournot çözümü hem de Nash denge tahmini aynı üretim düzeylerini belirliyor olsalar da, Nash dengesi kavramı teorik olarak daha güçlüdür. Özellikle, Cournot metodolojisi, iki temel zayıflık içermektedir. İlk olarak, bu metodoloji, oyunda başlangıç yapısı itibariyle her iki şirketin üretim miktarlarını eş zamanlı seçtiklerini dile getirmektedir. Fakat her bir firmanın diğer şirketin üretim seviyesine tepki vermeye muktedir olması, dile getirilen durumla çelişki arz etmektedir. İkinci olarak, söz konusu metodolojide, her iki firma rakibinin hâli hazırda piyasaya sürmüş olduğu miktarı değiştirmeyeceğini varsayarak kendine en yüksek kârı sağlayan üretim hacmini saptamaktadır. Şirketlerin söz edilen hipotezi gerçekleşmemekte, bir firmanın saptadığı üretim miktarına karşı rakip firma tepki göstererek, üretim düzeyini yeni duruma göre kârını maksimum kılacak şekilde değiştirmektedir.[45] Yani, şirketlerin, Nash dengesinden uzakta olmaları sonucunda ortaya çıkan dinamik etkileşim süreci bu varsayımın doğruluğunu ortadan kaldırmaktadır. Nash dengesi kavramı ise dinamik işlemler ortaya koymadığı gibi keyfi davranışsal varsayımlar da ileri sürmemektedir. Böylece, firma, denge üretim miktarını rakip şirketin davranışları hakkındaki rasyonel inançları üzerine kurmaktadır.

<u>Örnek</u>: Düopol piyasasında faaliyet gösteren A ve B şirketleri homojen bir mal olan hazır kapıyı üretip satmaktadırlar. Her bir firma, rakip firmanın tercih ettiği miktarı bilmeksizin üretim seviyesine karar vermektedir. Piyasa talep fonksiyonunun P = 140 – Q ve her iki şirketin birim üretim maliyetinin c=8 olduğu farz edilmektedir. Bu bilgilerin ışığı altında Cournot Nash dengesi araştırılmaktadır. Denge miktarlarını bulabilmek için öncelikle kapı üreticisi şirketlere ait tepki fonksiyonları tayin edilmelidir. Bunun için ilk olarak A firmasının kâr fonksiyonunun, onun arz edebileceği denge miktarına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi gereklidir.

$$\Pi_{\mathrm{A}} = TR_A - TC_A = [140 - (q_A + q_B)]q_A - 8q_A \qquad [3.7]$$

$$\Pi_{\mathrm{A}} = 140q_A - q_A^2 - q_A q_B - 8q_A$$

$$\frac{\partial \Pi_{\mathrm{A}}}{\partial q_A} = 132 - 2q_A - q_B = 0$$

$$q_A = 66 - \frac{q_B}{2} \qquad [3.8]$$

Daha sonra B şirketinin kâr fonksiyonunun, onun üretebileceği denge miktarına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi zaruridir.

[45] Zeynel Dinler, **Mikro Ekonomi**, 14.b., Bursa: Ekin Kitapevi, 2002, s.376.

$$\Pi_B = TR_B - TC_B = [140 - (q_A + q_B)]q_B - 8q_B \qquad [3.9]$$

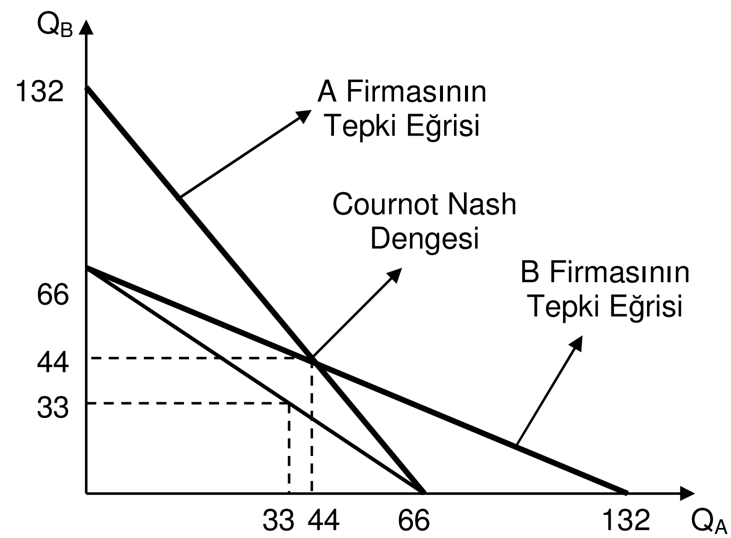
$$\Pi_B = 140q_B - q_A q_B - q_B^2 - 8q_B$$

$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial q_B} = 132 - q_A - 2q_B = 0$$

$$q_B = 66 - \frac{q_A}{2} \qquad [3.10]$$

[3.10] numaralı denklem [3.8] numaralı tepki fonksiyonunda yerine yerleştirilirse $q_A^* = 44$ olarak tespit edilir. Bu netice [3.10] numaralı tepki fonksiyonunda yerine koyulursa $q_B^* = 44$ olarak saptanır.

Şekil 34. Kapı Üreticileri Piyasasında Cournot Nash Dengesi



Yukarıdaki şekil incelendiğinde, şirketlerin tepki eğrilerinin eksenleri kestiği noktalar, tepki fonksiyonları aracılığıyla tespit edilmektedir. A firmasının [3.8] numaralı tepki fonksiyonunda q_B=0 iken q_A=66 ve q_A=0 iken q_B=132 olarak saptanır. B firmasının [3.10] numaralı tepki fonksiyonunda ise q_A=0 iken q_B=66 ve q_B=0 iken q_A=132 olarak bulunur. Buna ilaveten, tepki eğrilerinin kesiştiği q_A=q_B=44 üretim seviyelerinde Cournot Nash dengesi meydana gelmektedir.

Cournot Nash dengesini oluşturan üretim miktarları, A firmasına ait [3.7] ve B şirketine ait [3.9] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yazılırsa, her iki şirketin kârı da Π_A=Π_B=1936 olarak hesaplanır. Fakat bu denge noktası, Pareto etkinsizdir. Bunun sebebini izah edebilmek için ilk olarak firmaların tekel durumda oldukları zaman sağlayacakları üretim miktarını ve elde edebilecekleri kârı belirlemek şarttır.

$$\Pi_M = TR_M - TC_M = (140 - q_M)q_M - 8q_M \qquad [3.11]$$

$$\Pi_M = 140q_M - q_M^2 - 8q_M$$

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial q_M} = 132 - 2q_M = 0$$

$$q_M = 66$$

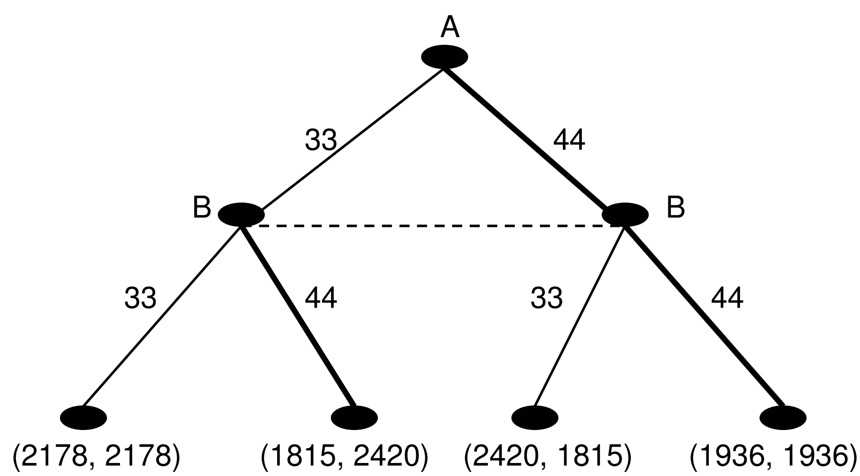
Monopol şirketin üretim miktarı olan 66 adet hazır kapı [3.11] numaralı kâr fonksiyonunda yerine koyulursa, aynı şirketin kârı Π_M = 4356 YTL olarak hesaplanır. Cournot Nash dengesini belirleyen şekilde, A şirketinin tepki eğrisinin yatay ekseni, B firmasının tepki eğrisinin ise dikey ekseni kestiği noktalarda her bir şirket tekel durumundaki arz miktarını gerçekleştirmekte ve monopolcü kârına sahip olmaktadır. Bu noktaların birleştirilmesiyle anlaşma eğrisi ortaya çıkarılmaktadır. Firmaların, eşit üretim yaparak tekelci kârını yarı yarıya paylaştıkları işbirliği eğrisi üzerindeki nokta Pareto etkindir. Zira bu arz bileşeninde her bir şirketin kazanacağı kâr, Cournot Nash dengesindeki kârdan daha yüksektir. Buna göre firmaların her birinin arz ettiği q_A=q_B=33 adet hazır kapı miktarı, A şirketine ait [3.7] ve B şirketine ait [3.9] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yerleştirilirse, her bir şirketin kârı, monopolcü kârının yarısına eşit olan Π_A=Π_B=2178 YTL olarak hesaplanır. Görüldüğü üzere işbirliği halindeki üretim seviyesi Cournot Nash dengesinden az olmakta ve bu netice 33 < 44 biçiminde yazılmaktadır. Anlaşma içindeki firmaların her birinin kârı ise Cournot Nash dengesindekine göre fazla olmakta ve bu sonuç 2178 > 1936 şeklinde gösterilmektedir. Ancak anlaşma dengesinde devamlılık yoktur. Çünkü şirketlerin üretimlerini arttırarak kârlılıklarını çoğaltma isteği Cournot statik oyununda tam strateji Nash dengesinin oluşmasına neden olacaktır. Bu eş zamanlı hareket oyunu, oyun kuramı kapsamındaki stratejik formda gösterilebilir. Firmaların karşılıklı olarak seçebileceği stratejilerin [3.7] ve [3.9] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine konulmasına göre elde edeceği kazançlar aşağıda gösterilmektedir. Tam strateji Nash dengesi yöntemine göre çözüme ulaşılabilir.

Tablo 52. Hazır Kapı Firmaları Matrisinde Nash Dengesi

		B Firması	
		33	44
A Firması	33	(2178, 2178)	(1815, 2420)
	44	(2420, 1815)	(1936, 1936)

Cournot eş anlı hareket oyunu, kusurlu bilgili dinamik oyuna dönüştürülmek suretiyle yayılan biçimde gösterilebilir. Geriye doğru tümevarım metoduyla denge çözümü gerçekleştirilen dinamik oyunun sonucu, statik oyununkiyle aynıdır.

Şekil 35. Kapı Firmaları Arasındaki Kusurlu Bilgili Oyunun Ağacı



<u>Örnek</u>: Düopol piyasasında faaliyette bulunan C ve D firmaları, homojen bir ürün olan çimentoyu imal edip satmaktadırlar. Her bir şirket, diğer şirketin seçtiği miktarı bilmeksizin üretim düzeyine karar vermektedir. Piyasa talep fonksiyonunun $P = 300 - 0,5Q$ ve maliyet yapılarının farklılık göstermesinden dolayı firmaların toplam maliyet fonksiyonlarının sırasıyla $TM_C=0,2(q_C)^2+10q_C$ ve $TM_D=0,1(q_D)^2 + 20q_D$ olduğu varsayılmaktadır. Denge miktarlarını tespit edebilmek için öncelikle çimento üreticisi firmalara ait tepki fonksiyonları belirlenmelidir. Bunun için ilk olarak C şirketinin kâr fonksiyonunun, onun üretebileceği denge miktarına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi gerekir.

$$\Pi_C = TR_C - TC_C = [300 - 0{,}5(q_C + q_D)]q_C - \left(0{,}2q_C^2 + 10q_C\right) \qquad [3.12]$$

$$\Pi_C = 300q_C - 0{,}5q_C^2 - 0{,}5q_C q_D - 0{,}2q_C^2 - 10q_C$$

$$\frac{\partial \Pi_C}{\partial q_C} = 290 - 1{,}4q_C - 0{,}5q_D = 0$$

$$q_C = 207 - 0{,}36q_D \qquad [3.13]$$

Daha sonra ise D firmasının kâr fonksiyonunun, onun arz edebileceği denge miktarına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi zorunludur.

$$\Pi_D = TR_D - TC_D = [300 - 0{,}5(q_C + q_D)]q_D - \left(0{,}1q_D^2 + 20q_D\right) \qquad [3.14]$$

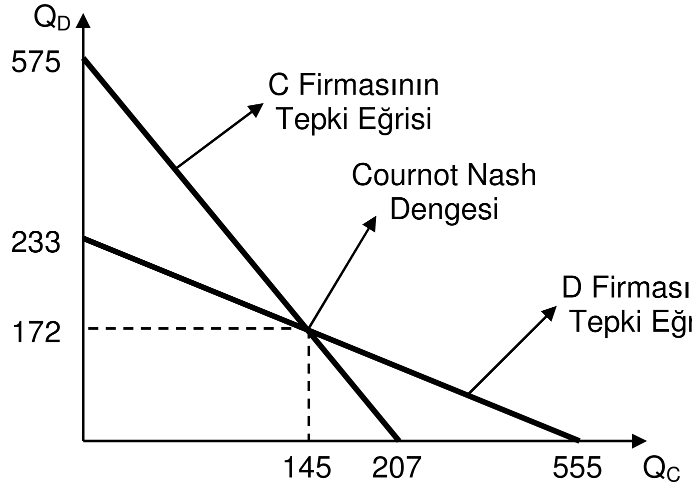
$$\Pi_D = 300q_D - 0{,}5q_C q_D - 0{,}5q_D^2 - 0{,}1q_D^2 - 20q_D$$

$$\frac{\partial \Pi_D}{\partial q_D} = 280 - 1{,}2q_D - 0{,}5q_C = 0$$

$$q_D = 233 - 0{,}42q_C \qquad [3.15]$$

[3.15] numaralı eşitlik [3.13] numaralı tepki fonksiyonunda yerine konursa q_C^*=145 olarak bulunur. Bu sonuç [3.15] numaralı tepki fonksiyonunda yerine yerleştirilirse q_D^*=172 olarak tayin edilir. Ayrıca C şirketinin [3.13] numaralı tepki fonksiyonunda q_D=0 iken q_C=207 torba ve q_C=0 iken q_D=575 torba olarak hesaplanırken, D firmasının [3.15] numaralı tepki fonksiyonunda q_C=0 iken q_D=233 torba ve q_D=0 iken q_C=555 torba olarak saptanır. Bu sayısal veriler, çimento imalatçılarının elde ettiği Cournot Nash dengesinin gösterileceği şekilde, şirketlerin tepki eğrilerinin eksenleri kestiği noktalara denk düşmektedir. Denge noktası, tepki eğrilerinin kesiştiği q_C=145 ve q_D=172 üretim düzeylerinde ortaya çıkmaktadır.

Şekil 36. Çimento Üreticileri Piyasasında Cournot Nash Dengesi



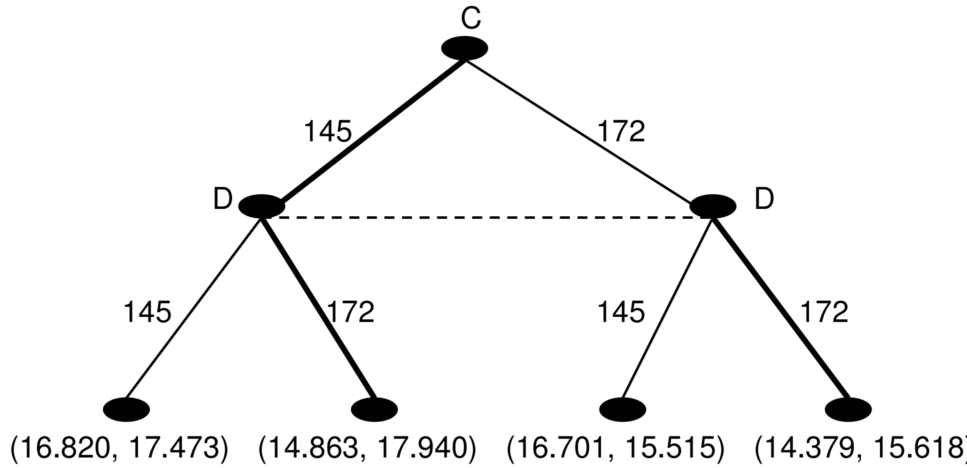
Dengeyi oluşturan üretim miktarları, C şirketine ait [3.12] ve D firmasına ait [3.14] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yazılırlarsa, her birinin kârı sırasıyla Π_C=14863 YTL ve Π_D=17940 YTL olarak bulunur. Çimento üreticileri arasında oynanan statik oyun, oyun teorisi kapsamındaki normal biçimde gösterilebilir. Şirketlerin karşılıklı olarak tercih edebileceği arz miktarı stratejilerinin [3.12] ve [3.14] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yerleştirilmesine göre sahip olabileceği kazançlar aşağıda gösterilmektedir. 2x2 lik matriste uygulanan tam strateji Nash dengesi metoduna göre çözüme varılabilir.

Tablo 53. Çimento Şirketleri Matrisinde Nash Dengesi

		D Şirketi	
		145	172
C Şirketi	145	($\underline{16.820}$, 17.473)	($\underline{14.863}$, $\underline{17.940}$)
	172	(16.701, 15.515)	(14.379, $\underline{15.618}$)

Çimento imalalatçıları arasında oynanan eş zamanlı hareket oyunu, kusurlu bilgili dinamik oyuna çevrilmek suretiyle yayılan biçimde gösterilebilir. Geriye doğru tümevarım yöntemiyle denge çözümü gerçekleştirilen dinamik oyunun sonucu, statik oyununkiyle aynıdır.

Şekil 37. Çimento Firmaları Arasındaki Kusurlu Bilgili Oyunun Ağacı



3.4.2. Endüstriye Yeni Girişlerde Denge

Cournot düopol modeli, endüstride aktivite gösteren firma sayılarının artmasına bağlı olarak revize edilebilir. Buna dayanarak, piyasada, homojen mal üreten, değişmeyen marjinal maliyetleri olan ve sabit maliyetleri bulunmayan N adet şirket ele alınabilir. Toplam endüstri arzı Q iken piyasa fiyatının P = a – Q eşitliği ile tespit edildiği durumda, üretici sayısının artmasına göre yeni Cournot Nash denge miktarı hesaplanabilir. Bunun için ilk önce herhangi bir i şirketinin kâr fonksiyonu oluşturulmakta ve bu fonksiyonda i haricindeki firmaların meydana getirdiği endüstri arzı Q_{-i} ile ifade edilmektedir. Daha sonra, aynı firmanın kâr fonksiyonunun, onun üretebileceği denge miktarına göre türevi alınıp sıfıra eşitlenmelidir. Aynı zamanda kâr maksimizasyonu koşulundan ötürü kâr fonksiyonunun q_i'ye göre ikinci türevinin sıfırdan küçük olması zaruridir.

$$\Pi_i = Pq_i - cq_i = [a - (q_i + Q_{-i})]q_i - cq_i \qquad [3.16]$$

$$\Pi_i = aq_i - q_i^2 - Q_{-i}q_i - cq_i$$

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = a - 2q_i - Q_{-i} - c = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial q_i^2} = -2 < 0$$

$$q_i = \frac{a - Q_{-i} - c}{2} \qquad [3.17]$$

Bütün şirketlerin aynı özelliklere sahip olmalarından dolayı Nash dengesinde hepsi aynı arz düzeyini üretecek ve böylece Q_{-i}=(N-1)q_i olacaktır. Son olarak, [3.17] numaralı eşitlikte Q_{-i} değerinin yerine konulması suretiyle q_i = (a-c) / (N+1) neticesi elde edilmektedir. Firma sayısı N sonsuza yaklaştığında Q = a – c bulunduğundan, fiyatın marjinal maliyete eşit olduğu ve piyasa üretiminin tam rekabet şartlarına yakınsadığı bir durum ortaya çıkmaktadır. Ancak söz konusu argüman ölçeğe göre artan getiri olmaması koşuluna bağlıdır. Piyasadaki imalatçılar arttıkça her bir şirketin üretimi simetrik olarak sıfıra yakınsamalıdır.[46]

<u>Örnek</u>: Piyasa talep fonksiyonunun P = 140 – Q ve marjinal maliyetin c = 8 olduğu hazır kapı üreticilerinin yer aldığı düopol piyasaya üç şirket daha katılmaktadır. Bu şartlar altındaki yeni Cournot Nash denge üretim seviyelerinin açığa vurulabilmesi için öncelikle herhangi bir şirketin kâr fonksiyonunun, onun arz edebileceği denge miktarına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi gerekir. Burada A firması dikkate alınacaktır.

$$\Pi_A = [140 - (q_A + Q_{-A})]q_A - 8q_A \qquad [3.18]$$

$$\Pi_A = 140q_A - q_A^2 - Q_{-A}q_A - 8q_A$$

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial q_A} = 140 - 2q_A - Q_{-A} - 8 = 0$$

$$q_A = \frac{140 - Q_{-A} - 8}{2} \qquad [3.19]$$

Sonraki aşamada ise bütün şirketlerin eş özelliğe sahip olmalarından dolayı Nash dengesinde aynı miktarı üreteceklerinden Q_{-A} = (5 - 1)q_A = 4q_A olarak saptanır. Bu sayısal ifade [3.19] numaralı denklemde yerine konulursa q_A=22 adet olarak tespit edilir. Bulunan bu değer yardımıyla, Q_{-A}= 4 x 22 = 88

[46] Xavier Vives, **Oligopoly Pricing, Old Ideas and New Tools**, Massachusets: The MIT Press, 1999, s.110.

olarak tayin edilir. Q_{-A} ve q_A miktarları, [3.18] numaralı kâr fonksiyonunda yerlerine yazılırlarsa, A şirketinin kârı $\Pi_A = 484$ olarak hesaplanır. Bu işlemler rakip firmalara uyarlandığında da aynı denge çözümleri elde edilir. Sonuç olarak, Cournot'un iki firmalı düopol modelinde her bir şirketin denge üretim miktarı $q^*=44$, kârı ise $\Pi^*=1936$ olarak saptanırken, piyasadaki firma sayısının beşe yükselmesi durumunda bu üretim ve kâr değeri azalmakta, her bir şirket için $q^*=22$ ve $\Pi^*=484$ olarak tespit edilmektedir.

3.4.3. Eksik Bilgili Cournot Modelinin Analizi

Cournot düopol modeli, tam bilgili statik bir oyun çerçevesinde incelendikten sonra eksik bilgi içeren statik bir oyuna uyarlanabilir. Bunun için homojen bir mal arz eden E ve F firmalarının oluşturduğu düopol piyasa ele alınmalıdır. Piyasa talep fonksiyonu $P = a – Q$ şeklinde yazılmakta, burada a sabit bir değere karşılık gelirken toplam üretim miktarı $Q = q_E + q_F$ biçiminde gösterilmektedir. E şirketinin toplam maliyet fonksiyonu $TC_E=cq_E$ olarak gösterilirken rakip şirket de E firmasına ait marjinal maliyeti bilebilmektedir. F şirketinin üretim faktörlerine bağlı olan marjinal maliyetini ise sadece kendisi bilmektedir. Toplam maliyet fonksiyonu, marjinal maliyet yüksek olduğu zaman $TC_F = c_Hq_F$, düşük olduğu zaman ise $TC_F = c_Lq_F$ şeklinde belirtilmektedir. E firması diğer şirketin marjinal maliyetini bilmediğinden dolayı onun sonucu hakkında belirsizlik içindedir. Ancak E şirketi, rakip firmanın maliyet fonksiyonunun θ olasılıkla yüksek, 1-θ olasılıkla ise düşük olduğuna inanmaktadır. Bu bilgiler ışığı altında, eksik bilgi içeren Cournot düopol modelinin denge çözümü aşamalı olarak gerçekleştirilmektedir. İlk olarak firma F'nin, marjinal maliyetinin yüksek olması durumunda üretebileceği denge miktarını belirleyebilmek için maksimizasyon koşuluna göre kâr fonksiyonunun türevi alınıp sıfıra eşitlenmelidir.

$$\underset{q_F \geq 0}{Max}\, \Pi_F = q_F\left[a-\left(q_E+q_F\right)-c_H\right]$$

$$\Pi_F = aq_F - q_Eq_F - q_F^2 - c_Hq_F$$

$$\frac{\partial \Pi_F}{\partial q_F} = a - q_E - 2q_F - c_H = 0$$

$$q_F(c_H) = \frac{1}{2}(a - q_E - c_H) \qquad [3.20]$$

Şayet şirket F'nin marjinal maliyeti yüksekse, E firmasının q_E üretimine karşı en iyi cevabı $q_F(c_H)$ miktarını arz etmek olacaktır. İkinci aşamada, F firmasının, marjinal maliyetinin düşük olması halinde üretebileceği denge miktarını tayin edebilmek için kâr fonksiyonunun türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi gerekir.

$$\underset{q_F \geq 0}{Max}\, \Pi_F = q_F[a - (q_E + q_F) - c_L]$$

$$\Pi_F = aq_F - q_E q_F - q_F^2 - q_F c_L$$

$$\frac{\partial \Pi_F}{\partial q_F} = a - q_E - 2q_F - c_L = 0$$

$$q_F(c_L) = \frac{1}{2}(a - q_E - c_L) \qquad [3.21]$$

Eğer firma F'nin marjinal maliyeti düşükse, E şirketinin q_E arzına karşı en iyi tepkisi $q_F(c_L)$ miktarını üretmek olacaktır. Üçüncü aşamada E firmasının inançları önem kazanmaktadır. Bu şirket, F firmasının, θ olasılıkla yüksek maliyetli ve 1-θ ihtimalle düşük maliyetli üretim yaptığını tahmin etmektedir. Bu koşullar altında şirket E'nin denge üretim miktarını tespit edebilmek için kâr fonksiyonunun türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi zaruridir.

$$\underset{q_E \geq 0}{Max}\, \Pi_E = \theta \times q_E[a - (q_E + q_F(c_H)) - c] + (1-\theta) \times q_E[a - (q_E + q_F(c_L)) - c]$$

$$\frac{\partial \Pi_E}{\partial q_E} = \theta(a - 2q_E - q_F(c_H) - c) + (1-\theta)(a - 2q_E - q_F(c_L) - c) = 0$$

$$q_E = \frac{\theta(a - q_F(c_H) - c) + (1-\theta)(a - q_F(c_L) - c)}{2} \qquad [3.22]$$

E şirketinin, F firmasının θ ihtimalle $q_F(c_H)$ ve 1-θ olasılıkla $q_F(c_L)$ üretimine inancına göre en iyi cevabı q_E miktarını arz etmek olacaktır. Son aşamada, [3.20] ve [3.21] numaralı denklemler, [3.22] numaralı eşitlikte yerlerine konulurlarsa E firmasının denge üretim miktarı olan q_E elde edilir. Bulunan bu sonuç [3.20] numaralı denklemde yerine yerleştirilirse, F firmasının, marjinal maliyetinin yüksek olduğu zamandaki denge arzı $q_F(c_H)$; [3.21] numaralı denklemde yerine konulursa, aynı şirketin, marjinal maliyetinin düşük olduğu sıradaki denge üretimi $q_F(c_L)$ hesaplanır. Aşağıda saptanan denge arz miktarlarının $[q_E^*,(q_F^*(c_H),q_F^*(c_L))]$ biçiminde gösterilmesiyle Bayesyen Nash dengesi meydana getirilir.

$$q_E^* = \frac{a-2c+\theta c_H+(1-\theta)c_L}{3}$$

$$q_F^*(c_H) = \frac{1}{3}(a-2c_H+c)+\frac{1-\theta}{6}(c_H-c_L)$$

$$q_F^*(c_L) = \frac{1}{3}(a-2c_L+c)+\frac{\theta}{6}(c_L-c_H)$$

<u>Örnek</u>: Düopol bir endüstri kapsamında faaliyette bulunan E ve F şirketleri alüminyum profil üretip satmaktadırlar. Piyasa talep fonksiyonu P=289 – Q şeklinde belirlenmektedir. E firmasının toplam maliyet fonksiyonu $TC_E=14q_E$ olarak gösterilirken diğer firma da E şirketine ait marjinal maliyeti bilebilmektedir. F firmasının teknoloji faktörüne bağlı olan marjinal maliyetini ise yalnızca kendisi bilmektedir. Toplam maliyet fonksiyonu, marjinal maliyet yüksek olduğu zaman $TC_F=15q_F$, düşük olduğu an ise $TC_F=12q_F$ biçiminde belirtilmektedir. Rakip şirketin marjinal maliyetini bilmemekten ötürü onun ödülü hakkında kesin bir kanıya varamayan E firması, F şirketinin maliyet fonksiyonunun 0,6 olasılıkla yüksek ve 0,4 ihtimalle düşük olduğuna inanmaktadır. Bu veriler altında, alüminyum firmaları arasında oynanan eksik bilgili statik oyunun denge çözümü kademeli olarak gerçekleştirilmektedir. Öncelikle şirket F'nin, marjinal maliyetinin c_H=15 olması halinde arz edebileceği denge miktarını saptayabilmek için maksimizasyon şartına göre kâr fonksiyonunun türevi alınıp sıfıra eşitlenmelidir.

$$\Pi_F = q_F\left[289-\left(q_F+q_E\right)-15\right] = 289q_F - q_F^2 - q_F q_E - 15q_F$$

$$\frac{\partial \Pi_F}{\partial q_F} = 274 - 2q_F - q_E = 0$$

$$q_F\left(c_H\right) = \frac{1}{2}\left(274 - q_E\right) \qquad [3.23]$$

Eğer firma F'nin marjinal maliyeti c_H=15 ise, E şirketinin q_E arzına karşı en iyi tepkisi $q_F(c_H)$ miktarını üretmek olacaktır. İkinci kademede, F şirketinin marjinal maliyetinin c_L=12 olması durumunda arz edebileceği denge miktarını saptayabilmek için kâr fonksiyonunun türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi zorunludur.

$$\Pi_F = q_F\left[289-\left(q_E+q_F\right)-12\right] = 289q_F - q_E q_F - q_F^2 - 12q_F$$

$$\frac{\partial \Pi_F}{\partial q_F} = 277 - q_E - 2q_F = 0$$

$$q_F\left(c_L\right) = \frac{1}{2}\left(277 - q_E\right) \qquad [3.24]$$

Şayet şirket F'nin marjinal maliyeti c_L=12 ise, E firmasının q_E üretimine karşı en iyi cevabı $q_F(c_L)$ miktarını arz etmek olacaktır. Üçüncü kademede E şirketinin tahminleri önem kazanmaktadır. Bu firma, F şirketinin, 0,6 olasılıkla yüksek maliyetli ve 0,4 ihtimalle düşük maliyetli üretim yaptığını tahmin etmektedir. Bu şartlar altında firma E'nin denge üretim miktarını bulabilmek için kâr fonksiyonunun türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi gerekir.

$$\Pi_E = 0{,}6 \times q_E\left[289-\left(q_E+q_F\left(c_H\right)\right)-14\right] + 0{,}4 \times q_E\left[289-\left(q_E+q_F\left(c_L\right)\right)-14\right]$$

$$\frac{\partial \Pi_E}{\partial q_E} = 0{,}6\left(275-2q_E-q_F\left(c_H\right)\right) + 0{,}4\left(275-2q_E-q_F\left(c_L\right)\right) = 0$$

$$q_E = \frac{0{,}6\left(275-q_F\left(c_H\right)\right)+0{,}4\left(275-q_F\left(c_L\right)\right)}{2} \qquad [3.25]$$

E firmasının, F şirketinin 0,6 olasılıkla $q_F(c_H)$ ve 0,4 ihtimalle $q_F(c_L)$ arzına inancına göre en iyi tepkisi q_E miktarını üretmek olacaktır. Son kademede, [3.23] ve [3.24] numaralı denklemler, [3.25] numaralı eşitlikte yerlerine yazılırlarsa E şirketinin alüminyum profil denge arz miktarı $q_E^* = 91{,}6$ metre tül olarak hesaplanır. Bu sonuç [3.23] numaralı eşitlikte yerine konulursa, F firmasının, marjinal maliyetinin yüksek olduğu andaki denge üretimi $q_F^*(c_H)=91{,}2$ metre tül; [3.24] numaralı denklemde yerine yerleştirilirse, aynı şirketin, marjinal maliyetinin düşük olduğu sıradaki denge üretimi $q_F^*(c_L)=92{,}7$ metre tül olarak bulunur. Saptanan denge arz miktarlarının [$q_E^*=91{,}6$, ($q_F^*(c_H)=91{,}2$, $q_F^*(c_L)=92{,}7$)] şeklinde gösterilmesiyle alüminyum profil imalatçısı firmaların Bayesyen Nash dengesi ortaya çıkarılır.

3.5. STACKELBERG MODELİNE DAYALI DENGE ÇÖZÜMLERİ

Stackelberg, 1934 yılında, Cournot düopol modelinin eleştirel bir uzantısını geliştirmiştir. Stackelberg modelinde, düopolist firmalardan birinin, rakibinin Cournot varsayımına göre hareket ettiğini izleyebilecek kadar gelişmiş olduğu farz edilmiştir. Bu nedenle gelişmiş şirket, rakibinin tepki fonksiyonunu belirleme ve kendi kâr fonksiyonunda dikkate alarak kazancını maksimize etme avantajını yakalamaktadır.[47] Bu model, gelişmiş firma lider, diğeri takipçi olarak tanımlandığından dinamik bir yapı sergilemektedir. Burada ayrıca günümüz ekonomilerindeki liderlik kavramı ile ilgili kısaca bilgi vermekte yarar vardır. Buna göre, herhangi bir sektörde aktif hale geçmeyi planlayan şirketlerden biri, rakip firmadan daha evvel emek ve teknoloji gibi üretim faktörlerinin sahipleriyle sözleşme imzalamak suretiyle üretim bütçesini belirlerse, piyasaya sunacağı arz miktarını ilk tespit etmeye ve lider olmaya hak kazanır. Diğer firma ise üreteceği miktarı onu gözlemleyerek belirlediğinden izleyici olmaktadır.

Homojen bir mal üreten A ve B şirketlerini ilgilendiren bununla beraber Cournot Nash denge çözümünü sağlayan harfsel ifade ve fonksiyonlardan, yukarıdaki açıklamalara dayanarak Stackelberg düopol modeline ilişkin dengenin bulunmasında faydalanılabilir. Bu bağlamda, A firmasının lider

[47] Edward Dowling, **Introduction to Mathematical Economics**, London: McGraw-Hill Book Company, 1996, s.97.

olduğu duruma göre denge tespit edilmeye çalışılabilir. Bunun için ilk olarak, A şirketi tarafından Cournot varsayımına göre hareket ettiği fark edilen B firmasının [3.4] numaralı tepki fonksiyonu $R_B(q_A)=(a-q_A-c)/2$, A şirketinin [3.1] numaralı kâr fonksiyonunda yerine yazıldıktan sonra, fonksiyonun A firmasının kârını maksimize eden denge üretim miktarına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi gerekir.

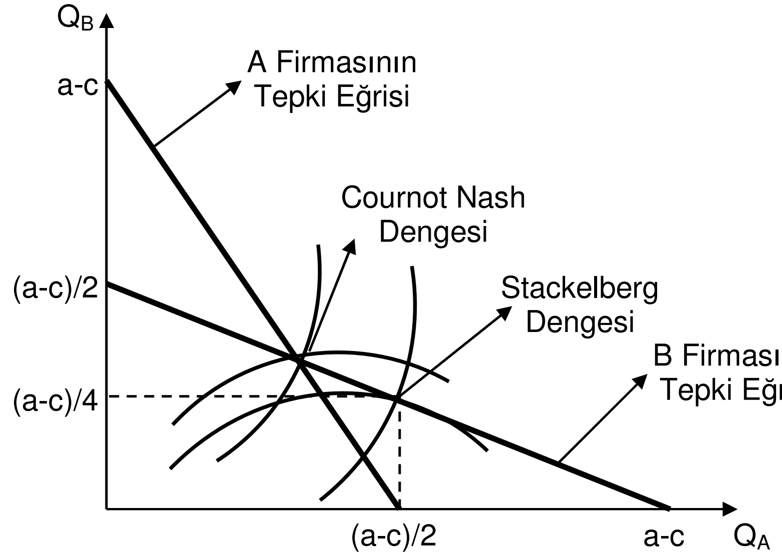
$$\Pi_A = q_A\left[a - q_A - \left(\frac{a - q_A - c}{2}\right)\right] - cq_A = \frac{aq_A - q_A^2 - cq_A}{2}$$

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial q_A} = \frac{a - 2q_A - c}{2} = 0$$

$$q_A = \frac{a-c}{2} \qquad [3.26]$$

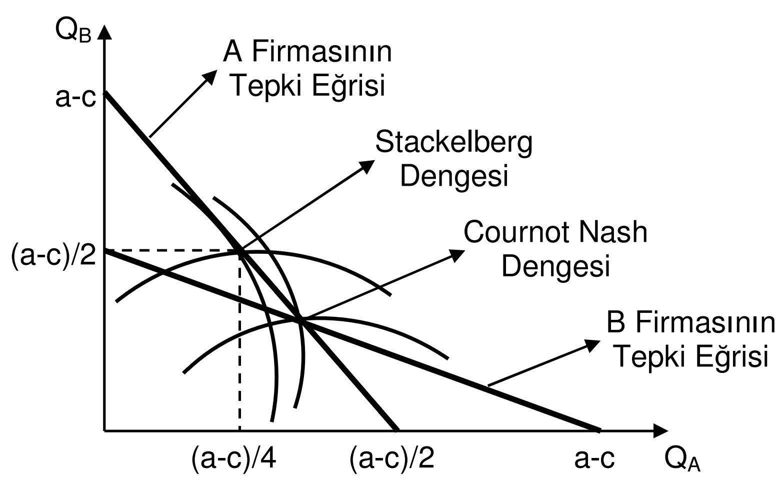
İkinci safhada, A şirketinin hesaplanan [3.26] numaralı denge üretimi, B firmasına ait [3.4] numaralı eşitlikte yerine konursa, şirket B'nin denge arz miktarı $q_B=(a-c)/4$ olarak bulunur. Her iki denge miktarı; [3.1] numaralı kâr fonksiyonunda yerine yerleştirilirse A şirketinin kârı $\Pi_A=(a-c)^2/8$, [3.3] numaralı kâr fonksiyonunda yerine yazılırsa B firmasının kârı $\Pi_B=(a-c)^2/16$ olarak hesaplanır. Sonuç olarak, her bir şirketin Cournot modelinde denge arzı $q_A^*=q_B^*=(a-c)/3$ bulunurken, Stackelberg modelinde A firmasının denge üretimi yükselerek $q_A^*=(a-c)/2$, B şirketinin ise düşerek $q_B^*=(a-c)/4$ olmaktadır. Kârlar açısından incelendiğinde, her bir firmanın Cournot modelinde kazancı $\Pi_A=\Pi_B=(a-c)^2/9$ olurken, Stackelberg modelinde A şirketinin kârı artarak $\Pi_A=(a-c)^2/8$, B firmasının ise düşerek $\Pi_B=(a-c)^2/16$ biçiminde ifade edilmektedir. Aşağıdaki şekilde, şirketlerin Cournot ve Stackelberg denge noktalarındaki kârlılık düzeyleri eş kâr eğrileri aracılığıyla karşılaştırılmaktadır. Firmaların denge arz miktarlarının B şirketinin tepki fonksiyonu vasıtasıyla bulunduğu Stackelberg denge noktasında; A firmasının eş kâr eğrisi Cournot modelindekine göre yatay eksene daha yakın, B şirketininki ise dikey eksene daha uzaktır.

Şekil 38. A Firması Liderken Eş Kâr Eğrileriyle Stackelberg Dengesi



B şirketinin lider olduğu duruma göre de Stackelberg dengesi saptanmaya çalışılabilir. A firmasının gelişmiş, B firmasının ise takipçi olduğu zaman yapılan işlemler; B şirketinin lider, A şirketinin ise izleyici olduğu sırada B firmasına uyarlanırsa, simetrik durumdan ötürü aynı firma lehine A şirketinin lider olduğu esnadaki denge çözümleri elde edilir. Şirketlerin denge üretim miktarlarının A firmasının tepki fonksiyonu vasıtasıyla bulunduğu aşağıdaki şekilde yer alan Stackelberg denge noktasında; A şirketinin eş kâr eğrisi Cournot modelindekine göre yatay eksene daha uzak, B firmasınınki ise dikey eksene daha yakındır.

Şekil 39. B Firması Liderken Eş Kâr Eğrileriyle Stackelberg Dengesi



Örnek: Hazır kapı imal eden A ve B firmalarını ilgilendiren bununla birlikte Cournot Nash denge çözümünü sağlayan sayısal ifade ve fonksiyonlar yardımıyla Stackelberg düopol modeliyle alakalı denge bulunabilir. Bu bağlamda, B şirketinin lider olduğu duruma göre denge tespit edilmeye çalışılabilir. Bunun için öncelikle, B firması tarafından Cournot varsayımına göre hareket ettiği izlenebilen A şirketinin [3.8] numaralı tepki fonksiyonu $R_A(q_B)=66–(q_B/2)$, B firmasının [3.9] numaralı kâr fonksiyonunda absorbe edildikten sonra, fonksiyonun B şirketinin kârını maksimize eden denge arz miktarına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi zorunludur.

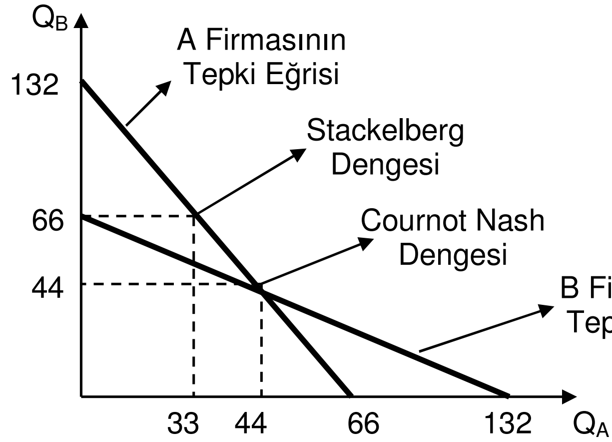
$$\Pi_B = q_B\left[140 - q_B - \left(66 - \frac{q_B}{2}\right)\right] - 8q_B = 66q_B - \frac{q_B^2}{2}$$

$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial q_B} = 66 - q_B = 0$$

$$q_B = 66$$

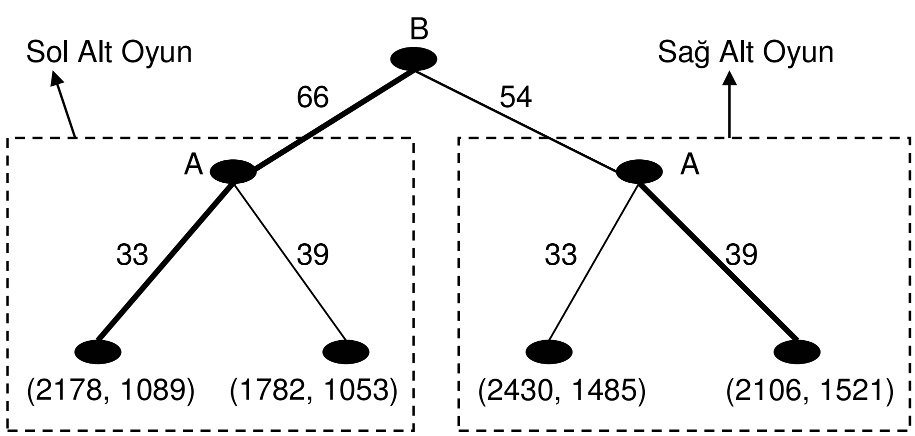
İkinci aşamada, B firmasının hesaplanan $q_B^*=66$ adetlik denge üretimi A şirketine ait olan [3.8] numaralı eşitlikte yerine yerleştirilirse, firma A'nın denge arz miktarı $q_A^*=33$ adet olarak bulunur. Her iki denge miktarı; [3.7] numaralı kâr fonksiyonunda yerine yazılırsa A şirketinin kârı $\Pi_A=1089$ YTL, [3.9] numaralı kâr fonksiyonunda yerine konursa B firmasının kârı $\Pi_B=2178$ YTL olarak saptanır. Sonuçta, her bir şirketin Cournot modelinde denge arzı $q_A^*=q_B^*=44$ adet bulunurken, Stackelberg modelinde B firmasının denge üretimi yükselerek $q_B^*=66$ adet, A şirketininki ise düşerek $q_A^*=33$ adet olmaktadır. Kârlar açısından analiz edildiğinde, her bir firmanın Cournot modelinde kazancı $\Pi_A=\Pi_B=1936$ YTL olarak hesaplanırken, Stackelberg modelinde B şirketinin kârı artarak $\Pi_B=2178$ YTL, A firmasınınki ise düşerek $\Pi_A=1089$ YTL olarak tespit edilir. Aşağıdaki şekilde yer alan Stackelberg denge noktasında, şirketlerin üretim miktarları, takipçi firma olan A'nın tepki eğrisi aracılığıyla bulunmaktadır.

Şekil 40. B Hazır Kapı Firması Liderken Stackelberg Dengesi



Stackelberg düopol modeli, gelişmiş firmanın ilk hareket ettiği dinamik bir oyun olduğundan oyun teorisi çerçevesinde yayılan biçimde gösterilebilir. B hazır kapı şirketinin lider olduğu oyunda, firmaların, seçebilecekleri strateji kombinasyonları sonucu elde edecekleri ödüller aşağıda belirtilmektedir. Bu dinamik oyunun denge çözümü, geriye doğru tümevarım metoduna göre alt oyun mükemmel Nash dengesinin temin edilmesidir.

Şekil 41. B Kapı Firmasının Lider Olduğu Dinamik Oyunun Ağacı



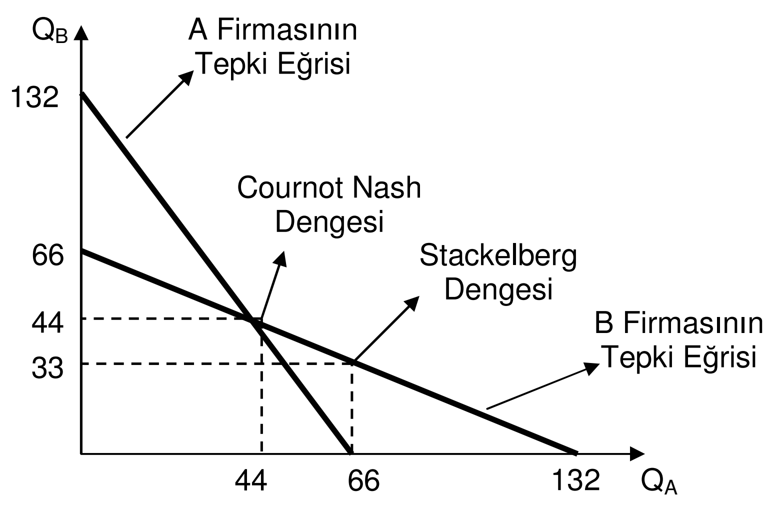
B şirketinin gelişmiş pozisyonda olduğu hazır kapı düopol piyasasında oynanan dinamik oyun, normal biçimde de gösterilebilir. Fakat stratejik tarzdaki gösterimde çoklu Nash dengesi mevcut olduğundan, yayılan biçimdeki gösterimden elde edilecek denge sonucu daha akla yatkındır.

Tablo 54. B Kapı Firması Liderken Dinamik Oyunun Normal Biçimi

		B: 66	B: 54
A	(33, 33)	($\underline{1089}$, 2178)	(1485, $\underline{2430}$)
	(33, 39)	($\underline{1089}$, $\underline{2178}$)	($\underline{1521}$, 2106)
	(39, 33)	(1053, 1782)	(1485, $\underline{2430}$)
	(39, 39)	(1053, 1782)	($\underline{1521}$, $\underline{2106}$)

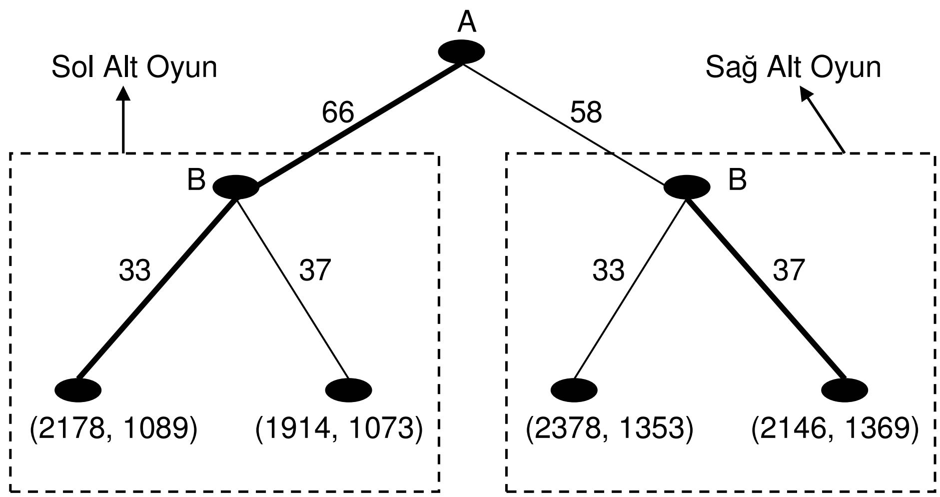
A hazır kapı şirketinin gelişmiş olduğu duruma göre de Stackelberg dengesi bulunmaya çalışılabilir. B firmasının lider, A şirketinin izleyici olduğu durumda yapılan işlemlerin benzeri; A firmasının gelişmiş, B şirketinin takipçi olduğu esnada A firmasına uyarlanırsa, simetrik halden dolayı aynı şirket lehine B firmasının gelişmiş olduğu andaki denge çözümleri elde edilir. Aşağıdaki şekilde yer alan Stackelberg denge noktasında, firmaların arz miktarları olan $q_A^*=66$ ve $q_B^*=33$, izleyici şirket konumundaki B'nin tepki eğrisi vasıtasıyla tayin edilmektedir.

Şekil 42. A Hazır Kapı Firması Liderken Stackelberg Dengesi



A hazır kapı şirketinin lider olduğu Stackelberg düopol modeli dinamik bir yapı olduğundan yayılan biçimde gösterilebilir. Oyuncuların, ardışık hareket etmelerine bağlı olarak tercih edebilecekleri üretim miktarı strateji bileşenlerine göre sahip olabilecekleri kârlar aşağıda tayin edilmektedir. Bu dinamik oyunun geriye doğru tümevarım yöntemine göre alt oyun mükemmel Nash dengesi, (q_A^*=66, q_B^*=33) şeklinde saptanmaktadır.

Şekil 43. A Kapı Firmasının Lider Olduğu Dinamik Oyunun Ağacı



A firmasının gelişmiş konumda olduğu hazır kapı düopol piyasasında oynanan dinamik oyun, stratejik biçimde de gösterilebilir. Ancak normal tarzdaki gösterimde çoklu Nash dengesi ortaya çıktığından, yayvan biçimdeki gösterimden elde edilecek denge sonucu daha gerçeğe uygundur.

Tablo 55. A Kapı Firması Liderken Dinamik Oyunun Normal Biçimi

		A: 66	A: 58
B	(33, 33)	(1089, 2178)	(1353, 2378)
B	(33, 37)	(1089, 2178)	(1369, 2146)
B	(37, 33)	(1073, 1914)	(1353, 2378)
B	(37, 37)	(1073, 1914)	(1369, 2146)

Örnek: Çimento üreticisi C ve D şirketlerini ilgilendiren bununla beraber Cournot Nash denge çözümünü sağlayan sayısal ifade ve fonksiyonlar aracılığıyla Stackelberg düopol modeline ilişkin denge tespit edilebilir. Bu bağlamda, C firmasının gelişmiş olduğu duruma göre denge tayin edilebilir. Bunun için ilk olarak, C şirketi tarafından Cournot varsayımına göre hareket ettiği fark edilebilen D firmasının [3.15] numaralı tepki fonksiyonu $R_D(q_C)=233-0{,}42q_C$, C şirketinin [3.12] numaralı kâr fonksiyonunda yerine yerleştirildikten sonra, fonksiyonun C firmasının kârını maksimize eden denge arz miktarına göre türevi alınıp sıfıra eşitlenmelidir.

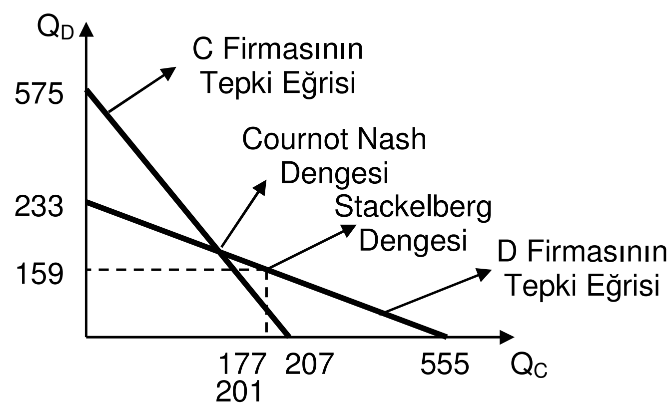
$$\Pi_C = [300-0{,}5(q_C+233-0{,}42q_C)]q_C-\left(0{,}2q_C^2+10q_C\right)=-0{,}49q_C^2+173{,}5q_C$$

$$\frac{\partial \Pi_C}{\partial q_C}=-0{,}98q_C+173{,}5=0$$

$$q_C=177$$

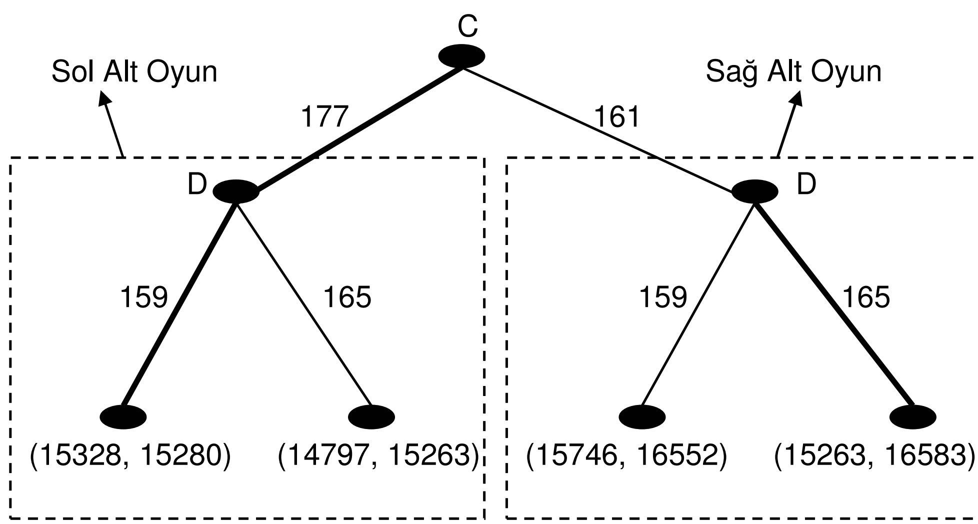
İkinci safhada, C şirketinin hesaplanan $q_C^*=177$ torbalık denge üretimi D firmasına ait olan [3.15] numaralı eşitlikte yerine yazılırsa, firma D'nin denge arz miktarı $q_D^*=159$ torba olarak bulunur. Her iki denge miktarı; [3.12] numaralı kâr fonksiyonunda yerine yerleştirilirse C şirketinin kârı $\Pi_C=15328$ YTL, [3.14] numaralı kâr fonksiyonunda absorbe edilirse D firmasının kârı $\Pi_D=15280$ YTL olarak hesaplanır. Sonuç olarak, Cournot modelinde C şirketinin denge arzı $q_C^*=145$ torba, D şirketininki $q_D^*=172$ torba saptanırken, Stackelberg modelinde C firmasının denge üretimi yükselerek $q_C^*=177$ torba, D firmasınınki ise düşerek $q_D^*=159$ torba olmaktadır. Kârlar bakımından analiz edildiğinde, Cournot modelinde C şirketinin kârı $\Pi_C=14863$ YTL, D şirketininki $\Pi_D=17940$ YTL olarak hesaplanırken, Stackelberg modelinde C firmasının kârı artarak $\Pi_C=15328$ YTL, D firmasınınki ise azalarak $\Pi_D=15280$ YTL olarak tayin edilir.

Şekil 44. C Çimento Firması Liderken Stackelberg Dengesi



Yukarıdaki şekilde yer alan Stackelberg denge noktasında, şirketlerin üretim miktarları, izleyici firma pozisyonundaki D'nin tepki eğrisi vasıtasıyla bulunabilmektedir. Buna ilave olarak, C çimento şirketinin gelişmiş olduğu Stackelberg düopol modeli dinamik bir oyun olduğundan yayılan biçimde gösterilebilir. Firmaların, ardışık hareket etmelerine bağlı olarak seçebilecekleri arz miktarı strateji kombinasyonlarının sırasıyla [3.12] ve [3.14] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine konulmalarına göre elde edebilecekleri kârlar aşağıda belirtilmektedir. Bu dinamik oyunun geriye doğru tümevarım metoduna göre alt oyun mükemmel Nash dengesi, (q_C^*=177, q_D^*=159) biçiminde bulunmaktadır.

Şekil 45. C Çimento Firmasının Lider Olduğu Dinamik Oyunun Ağacı



Tablo 56. C Çimento Firması Liderken Dinamik Oyunun Normal Biçimi

		C	
		177	161
	(159, 159)	(15280, 15328)	(16552, 15746)
D	(159, 165)	(15280, 15328)	(16583,15263)
	(165, 159)	(15263, 14797)	(16552, 15746)
	(165, 165)	(15263, 14797)	(16583, 15263)

C şirketinin lider konumda olduğu çimento düopol piyasasında oynanan dinamik oyun, yukarıdaki gibi stratejik biçimde de gösterilebilir. Fakat normal tarzdaki gösterimde çoklu Nash dengesi ortaya çıktığından, yayılan biçimdeki gösterimden elde edilecek denge sonucu daha mantığa uygundur.

D çimento firmasının gelişmiş olduğu duruma göre de Stackelberg dengesi saptanmaya çalışılabilir. Bunun için öncelikle, D şirketi tarafından Cournot varsayımına göre hareket ettiği izlenebilen C firmasının [3.13] numaralı tepki fonksiyonu $R_C(q_D)$=207-0,36q_D, D şirketinin [3.14] numaralı kâr fonksiyonunda yerine yazıldıktan sonra, fonksiyonun D firmasının kârını maksimize eden denge üretim miktarına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi zaruridir.

$$\Pi_D = [300 - 0{,}5(q_D + 207 - 0{,}36q_D)]q_D - \left(0{,}1q_D^2 + 20q_D\right) = 176{,}5q_D - 0.42q_D^2$$

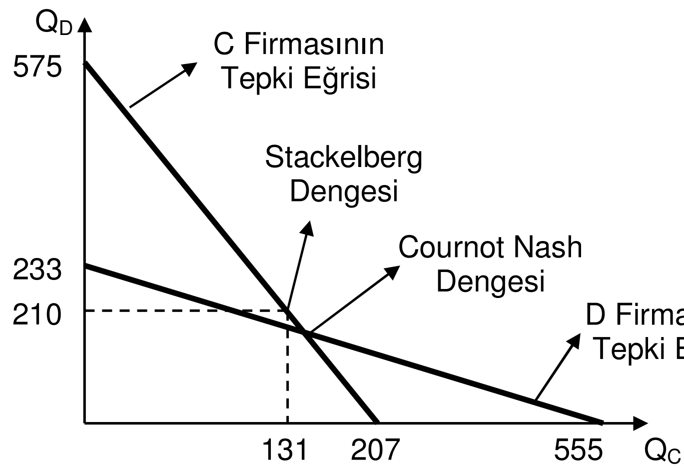
$$\frac{\partial \Pi_D}{\partial q_D} = 176{,}5 - 0{,}84q_D = 0$$

$$q_D = 210$$

İkinci aşamada, D şirketinin hesaplanan q_D^*=210 torbalık denge üretimi C firmasına ait olan [3.13] numaralı eşitlikte yerine konulursa, firma C'nin denge arz miktarı q_C^*=131 torba olarak bulunur. Her iki denge miktarı; [3.12] numaralı kâr fonksiyonunda absorbe edilirse C şirketinin kârı Π_C=12222 YTL, [3.14] numaralı kâr fonksiyonunda yerine yerleştirilirse D firmasının kârı Π_D=18585 YTL olarak tespit edilir. Sonuçta, Cournot modelinde C şirketinin denge arzı q_C^*=145 torba, D şirketininki q_D^*=172 torba saptanırken, Stackelberg modelinde C firmasının denge üretimi düşerek q_C^*=131 torba, D firmasınınki ise yükselerek q_D^*=210 torba olmaktadır. Kârlar açısından incelendiğinde, Cournot modelinde C şirketinin kârı Π_C=14863 YTL, D şirketininki Π_D=17940 YTL olarak tayin edilirken, Stackelberg modelinde C firmasının kârı azalarak Π_C=12222 YTL, D firmasınınki ise artarak Π_D=18585 YTL olarak hesaplanır. Aşağıdaki şekilde yer alan

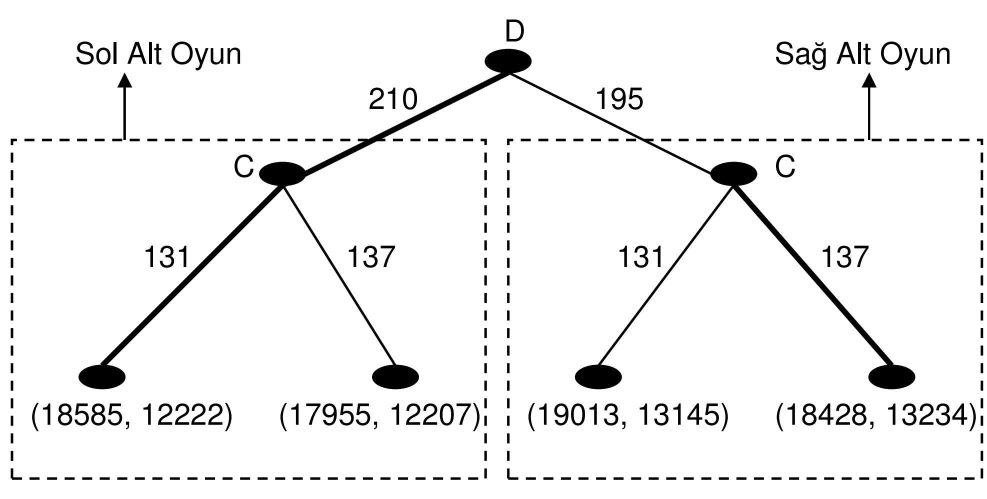
Stackelberg denge noktasında, şirketlerin arz miktarları, takipçi firma konumundaki C'nin tepki eğrisi yardımıyla bulunabilmektedir.

Şekil 46. D Çimento Firması Liderken Stackelberg Dengesi



D çimento şirketinin lider olduğu Stackelberg düopol modeli dinamik bir oyun olduğundan yayılan biçimde gösterilebilir. Firmaların, ardışık hareket etmelerine bağlı olarak tercih edebilecekleri arz miktarı strateji bileşenlerinin sırasıyla [3.14] ve [3.12] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yazılmalarına göre sahip olabilecekleri kazançlar aşağıda verilmektedir. Bu dinamik oyunun geriye doğru tümevarım yöntemine göre alt oyun mükemmel Nash dengesi, (q_D^*=210, q_C^*=131) şeklinde sunulmaktadır.

Şekil 47. D Çimento Firmasının Lider Olduğu Dinamik Oyunun Ağacı



D şirketinin gelişmiş pozisyonda olduğu çimento düopol piyasasında oynanan dinamik oyun, normal biçimde de gösterilebilir. Ancak stratejik tarzdaki temsilde çoklu Nash dengesi meydana geldiğinden, yayılan biçimdeki gösterimden çıkarılacak denge neticesi daha rasyoneldir.

Tablo 57. D Çimento Firması Liderken Dinamik Oyunun Normal Biçimi

		D	
		210	195
C	(131, 131)	(12222, 18585)	(13145, 19013)
	(131, 137)	(12222, 18585)	(13234, 18428)
	(137, 131)	(12207, 17955)	(13145, 19013)
	(137, 137)	(12207, 17955)	(13234, 18428)

3.6. BOWLEY MODELİNE DAYALI DENGE ÇÖZÜMLERİ

Çift hakimli asimetrik Bowley düopol modelinde, uydu rolündeki şirketin hakim rol oynamayı tercih etmesi halinde ortaya çıkacak problemin çözümü araştırılmaktadır.[48] Her iki firmanın lider olarak hareket etmesi durumunda, piyasa istikrarsız bir hale dönüşmektedir. Böyle bir durumda, taraflardan her biri üretiminde değişiklikler yapma suretiyle rakibini piyasadan silerek tekelci konuma gelmeyi ya da her iki şirket daha yüksek kâra sahip olabilmek amacıyla aralarında anlaşmayı seçecektir.

Örnek: A ve B hazır kapı firmalarının faaliyet gösterdiği düopol piyasada, her bir şirketin gelişmiş olarak davranması durumunda ortaya çıkacak denge üretim miktarı $q_A^*=q_B^*=66$ adet olmaktadır. Bu miktarların, A firmasına ait olan [3.7] ve B firmasına ait olan [3.9] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yerleştirilmeleri sonucunda, her bir şirketin kazancı sıfıra eşit olmaktadır.

[48] Rona Turanlı, **Mikroekonomik Analiz**, 2.b., İstanbul: Bilim Teknik Yayınevi, 1995, s.412.

$$\Pi_A = \Pi_B = [140-(66+66)]66-8(66)=0$$

Ulaşılan bu neticeden anlaşılacağı üzere, her iki firmanın da hakim rol üstlenmesi halinde kârları öylesine düşmektedir ki, Cournot'un her iki şirketin de uydu rolü üstlenmelerini açıklayan çözümüne göre bile geride kalmakta, buna karşın arz düzeyleri yükseleceğinden fiyat düşecektir. Buna dayanarak, firmalar, akılcılık ilkesine göre aralarında anlaşma yapıp kârlarını maksimize etmeye çalışmaktadırlar. Buna göre, her bir şirket, $q_A^*=q_B^*=33$ adet hazır kapı üretip satarak monopolcü kârının yarısına eşit olan $\Pi_A=\Pi_B=2.178$ YTL kazanmaktadır.

Tablo 58. Hazır Kapı Piyasasındaki Model Çözümlerinin Karşılaştırılması

Piyasa	Üretim Miktarları	Toplam Üretim	Firma Kârları	Toplam Kâr
Cournot	$Q_A=Q_B=44$	$Q_T=88$	$\Pi_A=\Pi_B=1936$	$\Pi_T=3872$
Stackelberg A Lider	$Q_A=66$, $Q_B=33$	$Q_T=99$	$\Pi_A=2178$, $\Pi_B=1089$	$\Pi_T=3267$
B Lider	$Q_A=33$, $Q_B=66$	$Q_T=99$	$\Pi_A=1089$, $\Pi_B=2178$	$\Pi_T=3267$
Bowley	$Q_A=66$, $Q_B=66$	$Q_T=132$	$\Pi_A=\Pi_B=0$	$\Pi_T=0$
İşbirliği	$Q_A=Q_B=33$	$Q_T=66$	$\Pi_A=\Pi_B=2178$	$\Pi_T=4356$

Yukarıda, hazır kapı piyasasındaki şirketlerin model çözümlerinin bir listesi verilmektedir. Görüldüğü gibi şirketlerin anlaşması durumunda elde edilen toplam kâr bütün çözümlerden daha yüksektir. O halde en uygun çözüm, tekele en yakın yani az üretim yüksek kâr ilkesine karşılık gelendir.

Örnek: C ve D çimento şirketlerinin faaliyette bulunduğu düopol piyasada, her bir firmanın lider olarak hareket etmesi halinde meydana gelecek denge arzı firma C için $q_C^*=177$ torba, şirket D içinse $q_D^*=210$ torba olarak saptanmaktadır. Bu miktarların, C firmasına ait olan [3.12] ve D şirketine ait olan [3.14] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yazılmaları neticesinde C firmasının kazancı Π_C=10.815 YTL, D şirketinin kârı ise Π_D=13.755 YTL olarak tespit edilmektedir.

$$\Pi_C = [300 - 0{,}5(177 + 210)]177 - \left(0{,}2(177)^2 + 10(177)\right) = 10.815$$
$$\Pi_D = [300 - 0{,}5(177 + 210)]210 - \left(0{,}1(210)^2 + 20(210)\right) = 13.755$$

Varılan bu sonuçtan anlaşılacağı üzere, her iki çimento firmasının gelişmiş rol üstlenmesi durumundaki kârları, Cournot modelinde yer alan takipçi pozisyondaki kârlarından bile daha düşüktür. Buna dayanarak, şirketlerin kârlarını maksimize etmek amacıyla aralarında anlaşma yapmaları, ekonomik yapıları bağımsız iki firmanın birleşmesinden doğan bir tür tekele benzetilebilir. Buna göre C firmasına ait [3.12] ve D şirketine ait [3.14] numaralı kâr fonksiyonları toplanarak genel bir kâr fonksiyonu yaratılabilir. C ve D firmalarının işbirliği halindeki denge üretim miktarlarını hesaplayabilmek için öncelikle bu kâr fonksiyonunun onların arz edebileceği miktarlara göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi gerekir.

$$\Pi_G = 290q_C - 0{,}7q_C^2 - 0{,}5q_Cq_D + 280q_D - 0{,}6q_D^2 - 0{,}5q_Cq_D$$
$$\frac{\partial \Pi_G}{\partial q_C} = 290 - 1{,}4q_C - q_D = 0 \qquad [3.27]$$
$$\frac{\partial \Pi_G}{\partial q_D} = 280 - 1{,}2q_D - q_C = 0 \qquad [3.28]$$

Daha sonra [3.27] ve [3.28] numaralı iki bilinmeyenli denklemlerin matematikteki parametre yok etme metoduna göre çözülmesi suretiyle C şirketinin denge üretim miktarı q_C^*=100 ve D şirketinin denge arz miktarı q_D^*=150 olarak tespit edilir. Her iki denge miktarı; [3.12] numaralı kâr fonksiyonunda yerlerine konulurlarsa C şirketinin kârı Π_C=14.500 YTL, [3.14] numaralı kâr fonksiyonunda yerlerine yerleştirilirlerse D şirketinin kârı Π_D=21.000 YTL olarak tayin edilir.

Tablo 59. Çimento Piyasasındaki Model Çözümlerinin Karşılaştırılması

Piyasa	Üretim Miktarları	Toplam Üretim	Firma Kârları	Toplam Kâr
Cournot	Q_C=145, Q_D=172	Q_T=317	Π_C=14863, Π_D=17940	Π_T=32803
Stackelberg C Lider	Q_C=177, Q_D=159	Q_T=336	Π_C=15328, Π_D=15280	Π_T=30608
D Lider	Q_C=131, Q_D=210	Q_T=341	Π_C=12222, Π_D=18585	Π_T=30807
Bowley	Q_C=177, Q_D=210	Q_T=387	Π_C=10815, Π_D=13755	Π_T=24570
Anlaşma	Q_C=100, Q_D=150	Q_T=250	Π_C=14500, Π_D=21000	Π_T=35500

Yukarıda, çimento piyasasındaki şirketlerin model çözümlerinin bir listesi sunulmaktadır. Buradan da izlenebileceği gibi firmaların anlaşmaları durumunda kazanılan toplam kâr bütün çözümlerden daha yüksektir. O halde en uygun çözüm monopole en yakın yani az üretim, yüksek fiyat ve yüksek kâr ilkesine dayalı işbirliği pozisyonudur. C şirketinin lider olduğu Stackelberg çözümü dikkate alındığında ise firma C'nin kâr kaybı (15.328 – 14.500 = 828) YTL, şirket D'nin kazancı (21.000 – 15.280 = 5.720) YTL olmaktadır. Kuşkusuz şirket C'nin bu ortaklığı uzun süre sürdürmesi beklenemez. Fakat firma D'nin, C'nin uğradığı kaybı telafi etmesi halinde ortaklık devam ettirilebilir.

3.7. BERTRAND REKABETİNE DAYALI DENGE ÇÖZÜMLERİ

Cournot analizi, oligopol piyasasının oluşumunda stratejik değişken olarak üretim miktarını ele alırken; 1883 yılında Fransız matematikçi Joseph Bertrand, iki düopolcü firmanın etkileşimini, stratejik değişkenin fiyat olarak tanımlandığı bir yapıda incelemiştir. Bertrand modeli, eş zamanlı tercihler içeren statik bir oyun olarak ifade edilmekte ayrıca söz konusu analizde firmaların farklılaştırılmamış ve farklılaştırılmış ürünler ürettikleri durumlar ayrı ayrı ele alınmaktadır.

3.7.1. Bertrand Modelinin Homojen Ürünlere Uygulanması

Farklılaştırılmamış mal ifadesiyle, piyasadaki satıcıların her birindeki ürünlerin, müşteriler tarafından aynı olarak algılandığı kastedilmektedir. Homojen bir malın, piyasada farklı kişi ve firmalarca satılıyor olması, ürünün farklılaştırılmamış olması özelliğini değiştirmemektedir. Bu kısa açıklamadan sonra, homojen ürün üreten G ve H firmalarının Bertrand modeline göre nasıl dengeye geldikleri analiz edilebilir. Burada önemli olan husus, diğerinin seçtiği fiyatı bilmeksizin, her bir firmanın kendi malı için fiyat stratejisi belirlemesidir. Bu düopol piyasada, talep fonksiyonu Q = a – p ve her bir firmanın marjinal maliyeti c olarak tayin edilmektedir. Denge incelemesinde ilk olarak, şirketlerin fiyat tercihlerine göre tüketicilerin onlardan talep ettiği mal miktarları araştırılacaktır. Buna göre, G'nin fiyatı p_G, H'nin fiyatı p_H'den küçükse, ürünler türdeş olduğundan mal talebinin tamamını G firması karşılayacak ve $Q_G=a-p_G$ olacaktır. Eğer her birinin fiyatı eşitse, piyasadaki mal talebi şirketler arasında yarı yarıya paylaşılacak ve $Q_G=(a-p_G)/2$ biçiminde gösterilecektir. Şayet G'nin fiyatı, H'ninkinden büyükse, G firmasından hiç mal talep edilmeyecek ve $Q_G=0$ şeklinde yazılacaktır.

$$Q_G = \begin{cases} a - p_G & p_G < p_H \\ \dfrac{a-p_G}{2} & p_G = p_H \\ 0 & p_G > p_H \end{cases} \qquad Q_H = \begin{cases} a - p_H & p_H < p_G \\ \dfrac{a-p_H}{2} & p_H = p_G \\ 0 & p_H > p_G \end{cases}$$

Miktar analizi bitirildikten sonra fiyat stratejilerine göre şirketlerin sahip olabilecekleri kârlar saptanabilir. Buna dayanarak, G'nin fiyatı, H'ninkinden küçükse, G firmasının kârı $\Pi_G=(a-p_G)(p_G-c)$ olarak hesaplanır. Eğer şirketlerin fiyatı eşitse, G firmasının kârı bu defa $\Pi_G=[(a-p_G)/2](p_G-c)$ olarak bulunur.

Şayet G firmasının ürününün fiyatı, H şirketinin malının fiyatından büyükse, G şirketinin bu kez kârı Π_G=0(p_G-c)=0 olarak tespit edilir.

$$\Pi_G = \begin{cases} (a-p_G)(p_G-c) & p_G < p_H \\ \left(\dfrac{a-p_G}{2}\right)(p_G-c) & p_G = p_H \\ 0 & p_G > p_H \end{cases} \qquad \Pi_H = \begin{cases} (a-p_H)(p_H-c) & p_H < p_G \\ \left(\dfrac{a-p_H}{2}\right)(p_H-c) & p_H = p_G \\ 0 & p_H > p_G \end{cases}$$

Kâr fonksiyonları süreksiz biçimde olduklarından en iyi tepki fonksiyonları türev yoluyla elde edilememektedir. Nash dengesi, $0 \le p \le a$ şeklinde gösterilen tüm fiyat stratejileri dikkate alınarak çözülür. Sonuçta denge, fiyatın, marjinal maliyete eşit olduğu ve bu yüzden her iki firmanın da sıfır kâr elde ettiği noktada oluşmakta ayrıca $p_G^*=p_H^*=c$, $\Pi_G=\Pi_H=0$ biçiminde yazılmaktadır.[49] Bunun bir denge olduğunu görebilmek için firmanın, fiyatını düşürdüğünde negatif kâr elde edeceğine, fiyatını yükselttiğinde ise sıfır kâr düzeyinde kalacağına dikkat edilmelidir. Bilindiği gibi Nash dengesi, dengedeki stratejiden daha yüksek bir kazanç sağlayan strateji çiftinin olmamasını gerektirmektedir.

Örnek: Demir üreticisi A ve B şirketlerinin oluşturduğu düopol piyasada, talep fonksiyonu Q = 400 – P ve her bir firmanın marjinal maliyeti c=12 şeklinde ifade edilmektedir. Bertrand modeli çerçevesinde incelenen oyuncular, eş anlı olarak fiyat stratejilerini tespit etmelidir. Denge analizinde öncelikle, firmaların fiyat seçeneklerine göre müşterilerin onlardan talep ettiği ürün miktarlarına bakılacaktır. Buna dayanarak, A'nın fiyatı p_A, B'nin fiyatı p_B'den düşükse, mallar homojen olduğundan ürün talebinin tümünü A şirketi karşılayacak ve $Q_A = 400 - p_A$ olacaktır. Şayet her birinin fiyatı eşitse, piyasadaki ürün talebi yarı yarıya paylaşılacak ve $Q_A = (400 - p_A) / 2$ şeklinde sunulacaktır. Eğer A'nın fiyatı, B'ninkinden yüksekse, A şirketinden hiç mal talep edilmeyecek ve bu durum Q_A=0 biçiminde gösterilecektir.

[49] M. Brandenburger, **Ortaklaşa Rekabet**, çev. Levent Cinemre, İstanbul: Scala Yayınları, 1998, s.92.

$$Q_A = \begin{cases} 400 - p_A & p_A < p_B \\ \dfrac{400 - p_A}{2} & p_A = p_B \\ 0 & p_A > p_B \end{cases} \qquad Q_B = \begin{cases} 400 - p_B & p_B < p_A \\ \dfrac{400 - p_B}{2} & p_B = p_A \\ 0 & p_B > p_A \end{cases}$$

Miktar analizi tamamlandıktan sonra fiyat stratejilerine göre firmaların elde edebilecekleri kazançlar belirlenebilir. Buna göre, A'nın fiyatı, B'ninkinden düşükse, A şirketinin kârı Π_A=(400-p_A)(p_A-12) olarak tayin edilir. Eğer firmaların fiyatı eşitse, A şirketinin kârı bu kez Π_A=[(400-p_A)/2](p_A-12) olarak hesaplanır. Şayet A firmasının malının fiyatı, B şirketinin ürününün fiyatından yüksekse, A firmasının kârı bu defa Π_A=0(p_A-12)=0 olarak bulunur.

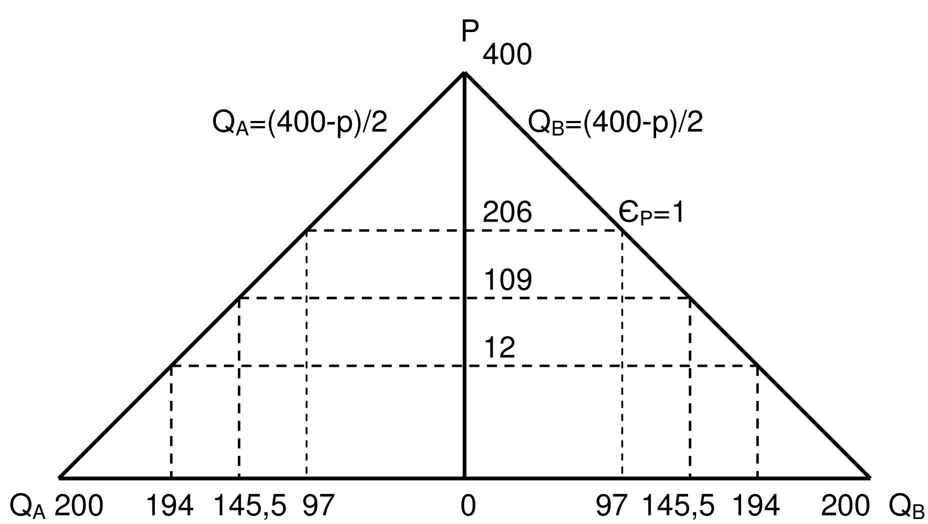
$$\Pi_A = \begin{cases} (400 - p_A)(p_A - 12) & p_A < p_B \\ \left(\dfrac{400 - p_A}{2}\right)(p_A - 12) & p_A = p_B \\ 0 & p_A > p_B \end{cases} \qquad \Pi_B = \begin{cases} (400 - p_B)(p_B - 12) & p_B < p_A \\ \left(\dfrac{400 - p_B}{2}\right)(p_B - 12) & p_B = p_A \\ 0 & p_B > p_A \end{cases}$$

Demir üretip satan firmalar arasında oynanan statik oyunun Nash dengesi, $0 \leq p \leq 400$ biçiminde gösterilen bütün fiyat stratejileri göz önünde tutularak çözülebilir. Denge tespitinde işlem kolaylığı açısından firmaların her biri için 12, 12,5 ve 13 fiyat stratejileri ele alınabilir. Şirketlerin, tercih edebilecekleri fiyatların karşılaştırılmasına bağlı olarak ortaya çıkan talep miktarları ve kâr fonksiyonları yukarıda belirtilmektedir. Bu dikkate alınarak, şirketlerin her birinin 13 fiyatını seçtikleri varsayılırsa, kârları 193,5 YTL olmaktadır. Fakat firmalardan biri fiyatını 12,5 YTL'ye düşürürse, bu firmanın kârı 193,75 YTL, fiyatını 13 YTL tutanın kârı ise sıfır olmaktadır. Kazancı sıfıra eşit olan şirket de strateji değişikliği yapıp fiyatını 12,5 YTL'ye indirirse, her birinin kârı 96,875 YTL olmaktadır. Bu süreç, her bir firmanın fiyat stratejisinin, marjinal maliyetine eşit olduğu 12 YTL'de son bulacaktır. Bu noktada şirketlerin kârları sıfıra eşit olmaktadır. Rakibi fiyatını 12 YTL'de tutarken, diğer firmanın, fiyatını 11 YTL'ye düşürmesi sonucunda zarar edeceği, 12,5 YTL'ye yükseltmesi neticesinde ise sıfır kâr düzeyinde kalacağı açıktır. Buna bağlı kalınarak, $p_A^*=p_B^*=12$ strateji çiftinin Nash dengesi olduğu ve bunun dışındaki herhangi bir strateji bileşeninin daha yüksek kâr sağlamadığı söylenebilir.

3.7.1.1. Bertrand Modeline Edgeworth Eleştirisi

İngiliz ekonomist Edgeworth'un türdeş mallara uygulanan Bertrand modeli tenkitinde; şirketlerin, sınırlı üretim kapasitesine sahip olmaları nedeniyle, marjinal maliyete eşit tam rekabetçi fiyat seviyesinde ortaya çıkacak olan toplam piyasa talebinin 3/4'ünü karşılayabildiklerine ve buna bağlı olarak gerçekte fiyat dalgalanmalarının, sıfır kârı sağlayan fiyat düzeyinden daha yüksek bir fiyat ile monopol fiyat aralığında meydana geldiğine değinilmiştir.[50] Bu izahtan sonra, talep fonksiyonunun $Q = 400 - p$ ve her bir şirketin marjinal maliyetinin c=12 biçiminde gösterildiği, demir imal eden A ve B firmalarından oluşan düopol piyasa modeli, Edgeworth'un düşüncesine uyarlanabilir.

Şekil 48. A ve B Firmaları Arasındaki Oyunun Edgeworth Modeli



[50] Erdal Ünsal, **Mikro İktisat**, 4.b., Ankara: İmaj Yayıncılık, 2001, s.286.

Edgeworth'un Bertrand modeline yaptığı eleştiriyi açıklayan yukarıdaki şekilde ilk göze çarpan şey, firmaların, fiyat stratejilerinin eşit olması durumunda piyasa talebini yarı yarıya paylaştıklarıdır. Buna göre, şirketlerin fiyatı sıfır olursa, her birinin demir üretimi 200 kilo olmaktadır. Şayet firmaların ürün fiyatı 400 YTL olursa, her birinin demir arzı sıfıra eşit olacaktır. Şekil analiz edilmeye devam edildiğinde tekel fiyatın önemi ortaya çıkacaktır. Buna dayanarak, piyasada monopol konumundaki bir şirketin kâr maksimizasyonunu sağlayan fiyat stratejisi tespit edilmelidir. Bunun için tekel firmanın kâr fonksiyonunun fiyata göre türevi alınıp sıfıra eşitlenmelidir.

$$\Pi_M = TR_M - TC_M = P_M(400 - P_M) - 12(400 - P_M) = 412P_M - P_M^2 - 4800$$

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial P_M} = 412 - 2P_M = 0$$

$$P_M = 206$$

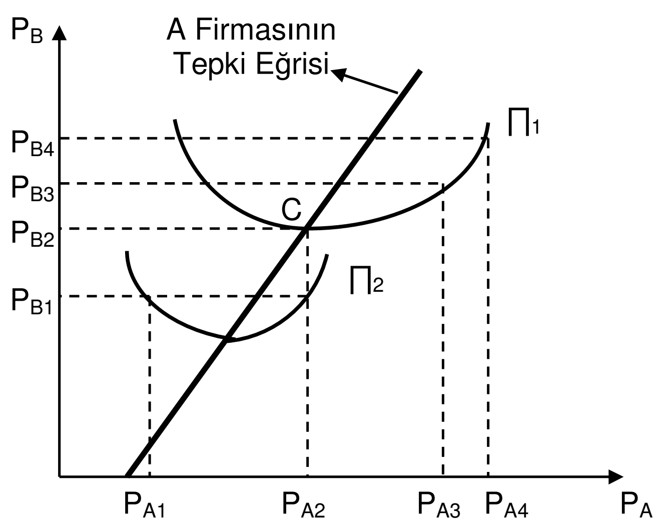
Şirketler, mallarını 206 YTL'den piyasaya arz etme hususunda anlaşmaya varabilirler. Bu sayede toplam piyasa talebi olan Q=400-206=194 kilo demir üretimini yarı yarıya paylaşacaklar ve her birinin arzı 97 kilo olurken kazancı ise bir önceki örnekte gerçekleştirilen fiyatlarının karşılaştırılmasına bağlı olarak elde edilen kâr fonksiyonlarına göre 18.818 YTL olmaktadır. Firmaların aralarında anlaşma sağlayamamaları durumunda, herhangi birisi fiyatını 205 YTL'ye düşürerek piyasa talebinin tamamı olan Q=400-205=195 kilo demir arzını ele geçirip kârını 37.635 YTL'ye yükseltmektedir. Şayet rakip şirket fiyatını 204 YTL'ye çekerse, piyasa talebinin tamamına denk düşen Q=400-204=196 kilo demir üretimini elde edecek ve kârı 37.632 YTL olacaktır. Bu süreç, her bir firmanın, fiyatını 109 YTL'ye düşürerek piyasa talebinin yarısına denk düşen Q=(400-109)/2=145,5 kilo demir üretimine ve 14.113,5 YTL kâra sahip oldukları noktada son bulacaktır. Çünkü, Bertrand modeline göre denge fiyatının 12 YTL olduğu noktada toplam piyasa talebi olan Q=(400-12)=194+194=388 kilo demirin 3/4'ü olarak hesaplanan 291 kilo demir üretimi, denge fiyatının 109 YTL olduğu noktada her bir şirket tarafından yarı yarıya paylaşılacaktır. Şayet firmalardan biri fiyatını 108 YTL'ye indirmeye kalkışırsa, piyasanın tamamına üretim miktarı sınırı 291 kilonun üstünde tam olarak 292 kilo demir arz etmek durumunda kalacağından, bu hareket tarzı mümkün olmamaktadır. Diğer taraftan, firmalardan biri, üretimin sınırlı miktarda olması nedeniyle yüksek fiyattan mal talep eden tüketicileri tatmin etmek amacıyla fiyatını 111 YTL'ye arttırabilir. Buna müteakip rakip şirket de fiyatını 110 YTL'ye yükseltirse, piyasa talebinin tamamı olan 290 kilo demiri üretmekte ve 28.420 YTL kâr elde etmektedir. Şayet aynı şirket fiyatını 109 YTL'de sabit tutarsa, piyasanın tamamına hakim olacak fakat 28.227 YTL kazanacaktır. Rakibinin fiyatından daha düşük bir fiyat arttırma süreci belirli bir noktaya kadar avantaj sağlamaktadır. Buna göre, şirketlerden birinin fiyatını 208 YTL'ye çıkartması karşısında diğeri 207 YTL'ye yükseltirse, düşük fiyat belirleyen, piyasa talebinin tamamına karşılık gelen 193 kilo mamulü arz etmekte ve 37.635 YTL kâr sahibi olmaktadır. Eğer aynı firma fiyatını 206 YTL gibi daha az bir düzeyde tespit ederse, piyasa talebinin tamamını eline geçirmek suretiyle kârı bu defa 37.636 YTL olarak saptanmaktadır. Şirketin, 206 YTL'lik fiyat noktasından sonra kazancının azalmasının nedeni, talebin fiyat esnekliğinin 1'den büyük olmasıdır. Sonuçta, her bir şirket 206 YTL'ye eşit olan monopol seviyesine kadar fiyat stratejisini yükseltebilecektir. Bununla birlikte firmalardan birinin malının fiyatını gene düşürme eğilimine girmeyeceğini kimse tahmin edemeyeceğinden, bu noktada sürecin duracağını ileri sürmek olanaksızdır. Bu açıklamalardan da anlaşılacağı gibi, şirketlerin aralarında anlaşamamaları halinde hiçbir denge çözümü gerçekleşemeyecek ve üretilen malın fiyatı 109 YTL ile 206 YTL arasında sürekli dalgalanacaktır.

3.7.2. Bertrand Modelinin Heterojen Ürünlere Uygulanması

Ürün farklılaştırmasından söz edilebilmesi için, piyasaya arz edilen mal ve hizmetleri bir satıcıdan diğerine müşteri gözünde ayırmaya bir dayanağın var olması gerekmektedir. Bahsedilen dayanakların en önemlisi, firmaların patent haklarına bağlı olarak ürünlerine ticari marka koyabilmeleri ve markalı malların tanıtımı için yoğun bir reklam politikası uygulamalarıdır. Çünkü reklam stratejisi, tüketiciyi çekmede ani etki yapma bakımından günümüzde en yaygın yöntemdir. Farklılık unsurları olarak ikinci sırada; ürünün paketine, dizaynına, rengine ve araştırma-geliştirme harcamaları sonucunda ortaya çıkan kaliteye dayalı durumlar yer almaktadır. Ürünü, tüketicinin farklı algılamasını sağlayan üçüncü sıradaki dayanak ise malın sunuluş biçimidir. Sunuluş biçimlerinden, zamanımızda en gelişmişleri olarak, özellikle yeni modellerinin tanıtıldığı araba fuarları ve buralardaki çeşitli etkinlikler, giyim endüstrisinde yılın belirli dönemlerinde yapılan moda defileleri gösterilebilir.[51] Bu sayılan dayanakların dışında, üründe farklılık yaratan başka yöntemlerden de söz edilebilir. Örneğin tencere seti satıcılarının, belirli bir mahallede oturan ev kadınlarını bir evde toplayarak küçük bir gösteri yapmaları yahut kozmetik üreticilerinin elemanlarını büyük mağazalara gönderip, onların da nazik bir üslupla tüketicilere ücretsiz makyaj yaparak ürünleri tanıtmaları da bu tip metotlar arasında sayılabilir.

Yukarıda verilen aydınlatıcı bilgilerden sonra, heterojen ürün imal eden A ve B firmalarının eş kâr eğrilerinin vasıtasıyla oluşturulan tepki eğrilerine denk düşen tepki fonksiyonları yardımıyla Bertrand dengesini tespit etmek mümkündür. Bunun için ilk olarak A firmasına ait tepki eğrisi oluşturulmalıdır.

Şekil 49. Bertrand Modelinde A Firmasına Ait Tepki Eğrisi

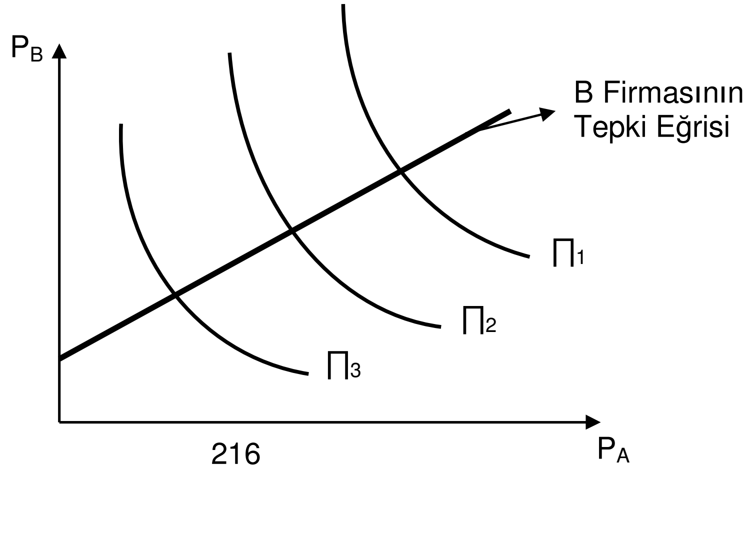


[51] A. Koutsoyiannis, **Modern Mikro İktisat**, çev. Mehmet Sarımeşeli, Ankara: Teori Yayınları, 1987, ss. 374-375.

Yukarıdaki şekilde bulunan A firmasına ait eş kâr eğrileri, aynı şirkete belirli bir kâr sağlayan her iki şirket fiyat düzeyi bileşimlerinden oluşmakta ve yatay eksene göre dışbükey olmaktadırlar. B firması P_{B4}, A şirketi P_{A4} fiyat seviyelerini saptadıklarında, A firması $\prod_1$ eş kâr eğrisi üzerinde olurken, B şirketi fiyatını P_{B3}, A firması ise P_{A3} düzeyine indirdiğinde de şirket A, aynı kâr eğrisi üzerinde kalmayı sürdürmektedir. Firma B fiyatını P_{B2}'ye çekerken, A şirketi de P_{A2}'ye düşürürse, firma A, aynı eş kâr eğrisinin minimum noktasına tekabül etmeye hak kazanır. Şayet firma B fiyatını P_{B1}'e azaltırken, şirket A fiyatını sabit tutarsa, malına olan talep azalacağından A firmasının kârı düşecek ve $\prod_2$ eş kâr eğrisine gerileyecektir. Eğer firma B fiyatını P_{B1}'e indirirken, şirket A'da fiyatını P_{A1}'e düşürürse, malına olan aşırı talep artışına bağlı olarak optimum üretim seviyesinin üzerinde çalışmasından dolayı A şirketinin maliyet artışı sonucunda kârı azalacak ve $\prod_2$ eş kâr eğrisi üzerinde yer alacaktır. Bu analizden de anlaşılacağı üzere B firmasının uyguladığı her fiyat için A şirketinin kârını maksimize eden tek fiyat vardır. Bu fiyat, ulaşılabilecek en yüksek eş kâr eğrisinin C minimum noktasıdır. A firmasının tepki eğrisi, eş kâr eğrilerinin minimum oldukları noktaların birleştirilmesi ile elde edilir.

B şirketinin eş kâr eğrileri ise dikey eksene göre dışbükey olup eksenden uzaklaştıkça aynı firmanın kâr seviyesi yükselmektedir. Bu şirketin tepki eğrisi ise A firmasının fiyatı dikkate alınarak elde edebileceği maksimum kâr düzeyini belirleyen eş kâr eğrilerinin minimum noktalarının geometrik yeridir.

Şekil 50. Bertrand Modelinde B Şirketine Ait Tepki Eğrisi



Homojen ürün üreten firmalara uygulanan Bertrand modelinde, rakip şirket fiyatını diğer firmanın altına indirirse, piyasa talebinin tamamını rakip şirket karşılarken aksi durumda piyasa talebinin tamamını diğer firma eline geçirecektir. Heterojen mamul arz eden şirketlere uygulanan Bertrand modelinde ise rakip firma fiyatını diğer şirketin altına düşürürse, rakip firmanın malına olan talep artarken diğer şirketin de malına olan talep azalarak devam etmektedir. Şayet rakip firmanın fiyatı diğer şirketin üstünde seyrederse, bu defa diğer firmanın ürününe olan talep artarken rakip şirketin de ürününe olan talep azalarak sürmektedir. Görüldüğü gibi, ürün farklılaştırmasının söz konusu olduğu oyunda firmalar, ürün farklılaştırmasının olmadığı etkileşim durumunun aksine artık ya hep ya hiç olgusuyla karşılaşmamaktadırlar. Halen şirketler arası bağımlılık mevcut olmasına rağmen, mal farklılaştırmasının olmadığı durum kadar keskin çizgiler ve etkiler söz konusu olmamaktadır. Buna göre, heterojen ürün imal eden firmaların denge fiyat stratejileri, kâr fonksiyonlarının sürekli olmasından ötürü tepki eğrilerinin kesiştiği noktada ortaya çıkmaktadır.[52]

Bertrand dengesini saptayabilmek için, düopol piyasasında farklılaştırılmış mal üreten şirketleri ilgilendiren matematiksel fonksiyonlar belirlenmelidir. A ve B firmalarının eş anlı olarak sırasıyla P_A ve P_B fiyatlarını tayin ettiği pozisyonda, A şirketinin üretim seviyesi $q_A=a-b_1P_A+b_2P_B$, B firmasının üretim düzeyi ise $q_B=a-b_1P_B+b_2P_A$ biçiminde gösterilmektedir. Bu eşitliklerde, her iki firmanın ürünlerinin birbirlerinin ikamesi olduğu $b_2>0$ ile ifade edilmektedir. Ayrıca herhangi bir şirketin malına olan talebi, kendi fiyatında yaptığı değişiklik rakip firmanın fiyatındaki değişiklikten daha çok etkilediğinden $b_1>b_2$ olmaktadır. Sabit maliyetlerin olmadığı, her bir şirketin marjinal maliyetinin c olduğu ortamda, toplam maliyet fonksiyonu TC=cq şeklinde yazılabilecektir. Bu bilgilerin ışığı altında, A firmasına ait tepki fonksiyonu, aynı şirketin kâr fonksiyonunun onun denge fiyatına göre türevinin alınmasıyla elde edilir.

[52] Eric Rasmussen, **Price Theory and Applications**, New Jersey: Prentice-Hall, 1996, ss.45-46.

$$\Pi_A = TR_A - TC_A = P_A q_A - cq_A$$

$$\Pi_A = (a - b_1 P_A + b_2 P_B) P_A - c(a - b_1 P_A + b_2 P_B)$$

$$\Pi_A = aP_A - b_1 P_A^2 + b_2 P_B P_A - ac + cb_1 P_A - cb_2 P_B$$

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial P_A} = a - 2b_1 P_A + b_2 P_B + cb_1 = 0$$

$$P_A = \frac{a + cb_1 + b_2 P_B}{2b_1} \qquad [3.29]$$

B şirketine ait tepki fonksiyonu ise aynı firmanın kâr fonksiyonunun onun denge fiyatına göre birinci dereceden türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesiyle bulunur.

$$\Pi_B = TR_B - TC_B = P_B q_B - cq_B$$

$$\Pi_B = (a - b_1 P_B + b_2 P_A) P_B - c(a - b_1 P_B + b_2 P_A)$$

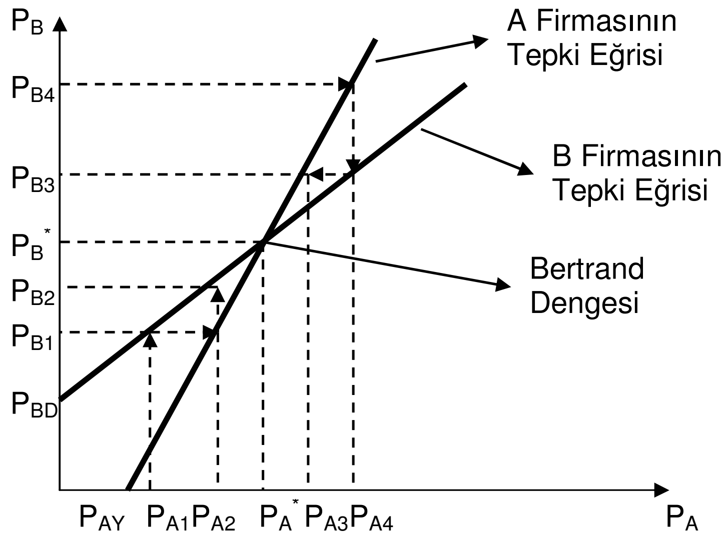
$$\Pi_B = aP_B - b_1 P_B^2 + b_2 P_B P_A - ca + cb_1 P_B - cb_2 P_A$$

$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial P_B} = a - 2b_1 P_B + b_2 P_A + cb_1 = 0$$

$$P_B = \frac{a + cb_1 + b_2 P_A}{2b_1} \qquad [3.30]$$

Bertrand dengesini veren (P_A^*, P_B^*) fiyat çifti, $P_A^*=(a+cb_1+b_2P_B^*)/2b_1$ ve $P_B^*=(a+cb_1+b_2P_A^*)/2b_1$ eşitliklerini gerçekleştirmek zorundadır. Buna göre, [3.30] numaralı denklem, [3.29] numaralı denklemde yerine yerleştirilirse $P_A^*=(a+cb_1)/(2b_1-b_2)$ olarak hesaplanır. Bu netice [3.30] numaralı eşitlikte yerine konulursa $P_B^*=(a+cb_1)/(2b_1-b_2)$ olarak bulunur. Bertrand dengesinde her bir şirket, rakip firmanın fiyat seviyesi hakkındaki veri inançlarına dayanarak kârlarını eş anlı olarak maksimum yapma arzusu duymaktadırlar. Yani her iki şirket eş zamanlı olarak tepki eğrilerinin üzerinde olmak zorundadır. Aşağıdaki şekilde de görüldüğü üzere, tepki eğrilerinin bir defa kesiştiği ve fiyat stratejisinin $P_A^*=P_B^*=(a+cb_1)/(2b_1-b_2)$ olduğu noktada her iki firma için denge sağlanmıştır. Ayrıca şekil analiz edildiğinde tepki eğrilerinin eksenleri kestiği noktaların tepki fonksiyonları aracılığıyla saptandığı anlaşılabilir. A şirketinin [3.29] numaralı tepki fonksiyonunda, P_B=0 iken P_{AY}=(a+cb_1)/2b_1; B firmasının [3.30] numaralı tepki fonksiyonunda ise P_A=0 iken P_{BD}=(a+cb_1)/2b_1 olarak bulunur.

Şekil 51. Tepki Eğrileriyle Bertrand Dengesinin Gösterimi



Bertrand düopol modelindeki denge noktası, istikrarlı bir konumdadır. Şirketler bu denge noktasına tekabül eden fiyattan saptıkları zaman, aynı denge noktasına dönmeyi sağlayacak faktörlerin harekete geçmesi ile yeniden P_A^* ve P_B^* fiyat seviyelerine ulaşırlar. Bu bağlamda, A firması denge fiyatından daha küçük olan P_{A1} fiyatını uyguladığı zaman, B firması müşterilerini kaybetmemek için P_B^*'den daha düşük olan P_{B1} fiyatını tercih edecektir. Rakip şirket B'nin bu kararına karşı firma A fiyatını P_{A2}'ye yükselterek tepki gösterir. B firması da A'nın bu davranışına karşı benzer bir şekilde fiyatını P_{B2}'ye arttırarak tepki gösterecektir. Süreç, piyasanın dengede olduğu fiyat seviyelerine ulaşılıncaya kadar bir seri uyumlaşma hareketi ile devam ettirilmektedir. Şirketler, piyasa denge fiyatlarından daha yüksek bir fiyat uyguladıkları zaman aynı denge noktasına, fiyatların geriye doğru uyumlaşma hareketleri ile dönecektirler. Buna dayanarak, B firması denge fiyatından daha büyük olan P_{B4} fiyatını uyguladığı zaman, A şirketi optimum üretim düzeyinin üstünde faaliyet göstermekten doğabilecek maliyet artışlarını önlemek için P_A^*'dan daha yüksek olan P_{A4} fiyatını seçecektir. Rakip firma A'nın bu kararına karşı şirket B fiyatını P_{B3}'e azaltarak tepki gösterir. A şirketi de B'nin bu hareketine karşı benzer bir biçimde fiyatını P_{A3}'e indirerek tepki gösterecektir. Bu süreç, her iki firmanın da denge fiyatlarına gelmesiyle son bulacaktır.

Örnek: Düopol piyasasında faaliyet gösteren A ve B firmaları farklılaştırılmış bir mal olan motosiklet üretip satmaktadırlar. A ve B şirketlerinin eş zamanlı olarak sırasıyla p_A ve p_B fiyat stratejilerini tespit ettikleri durumda, A firmasının üretim seviyesi $q_A=260-3p_A+2p_B$, B şirketinin üretim düzeyi ise $q_B=260-3p_B+2p_A$ şeklinde gösterilmektedir. Ayrıca her bir firmanın marjinal maliyetinin c=20 YTL olduğu farz edilmektedir. Bu verilerin ışığı altında Bertrand denge fiyatlarını belirleyebilmek için öncelikle motosiklet üreticisi şirketlere ait tepki fonksiyonları tayin edilmelidir. Bu kapsamda ilk olarak A firmasının kâr fonksiyonunun, onun denge fiyatına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi gereklidir.

$$\Pi_A = TR_A - TC_A = p_A q_A - c q_A = q_A(p_A - c)$$

$$\Pi_A = (260 - 3p_A + 2p_B)(p_A - 20) \qquad [3.31]$$

$$\Pi_A = 260p_A - 5200 - 3p_A^2 + 60p_A + 2p_B p_A - 40p_B$$

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial p_A} = 320 - 6p_A + 2p_B = 0$$

$$p_A = \frac{320 + 2p_B}{6} \qquad [3.32]$$

Daha sonra B şirketinin kâr fonksiyonunun, onun denge fiyatına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi şarttır.

$$\Pi_B = TR_B - TC_B = p_B q_B - c q_B = q_B(p_B - c)$$

$$\Pi_B = (260 - 3p_B + 2p_A)(p_B - 20) \qquad [3.33]$$

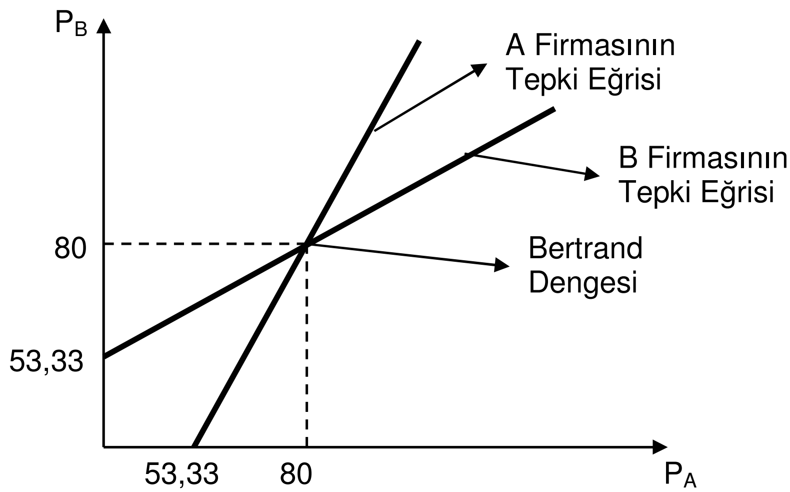
$$\Pi_B = 260p_B - 5200 - 3p_B^2 + 60p_B + 2p_A p_B - 40p_A$$

$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial p_B} = 320 - 6p_B + 2p_A = 0$$

$$p_B = \frac{320 + 2p_A}{6} \qquad [3.34]$$

[3.34] numaralı denklem, [3.32] numaralı tepki fonksiyonunda yerine yerleştirilirse, $p_A^* = 80$ YTL olarak bulunur. Bu sonuç [3.34] numaralı tepki fonksiyonunda yerine konulursa $p_B^* = 80$ YTL olarak saptanır. Ayrıca A şirketinin [3.32] numaralı tepki fonksiyonunda $p_B=0$ iken $p_A=53{,}33$ YTL, B firmasının [3.34] numaralı tepki fonksiyonunda ise $p_A=0$ iken $p_B=53{,}33$ YTL olarak hesaplanır. Bu sayısal bilgiler, motosiklet imalatçılarının sahip olduğu Bertrand dengesinin gösterileceği şekilde, firmaların tepki eğrilerinin eksenleri kestiği noktalara karşılık gelmektedir. Denge noktası, tepki eğrilerinin kesiştiği $p_A^*=p_B^*=80$ fiyat seviyelerinde ortaya çıkmaktadır.

Şekil 52. Motosiklet Üreticileri Piyasasında Bertrand Dengesi



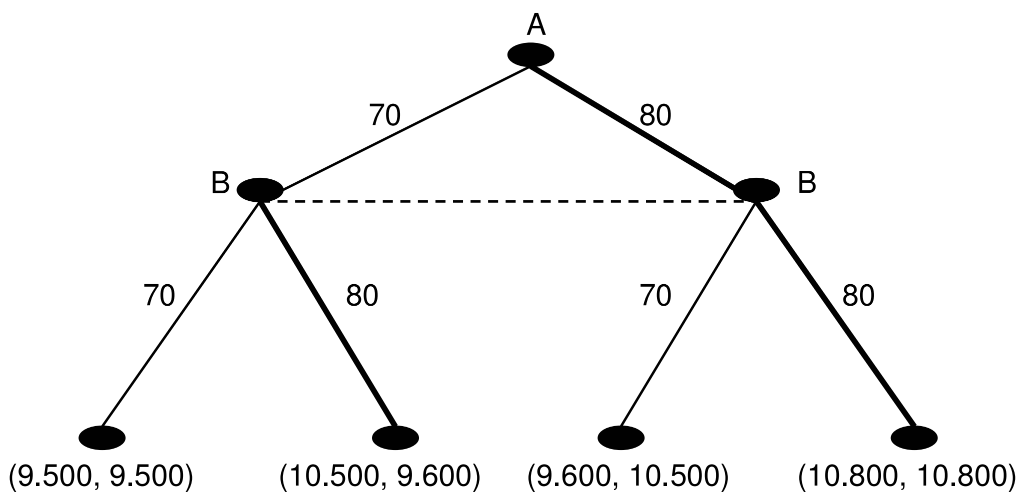
Dengeyi oluşturan fiyat seviyeleri, A şirketinin [3.31] ve B firmasının [3.33] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yazılırlarsa, her iki firmanın kârı $\Pi_A=\Pi_B=10.800$ YTL olarak hesaplanır. Motosiklet üreticileri arasında oynanan statik oyun, oyun teorisi kapsamındaki normal biçimde gösterilebilir. Şirketlerin, eş zamanlı olarak tercih edebilecekleri fiyat stratejilerinin [3.31] ve [3.33] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yerleştirilmelerine göre sahip olabilecekleri kazançlar aşağıda gösterilmektedir. 2 x 2 lik matriste uygulanan tam strateji Nash dengesi yöntemine göre çözüme ulaşılabilir.

Tablo 60. Motosiklet Firmaları Matrisinde Nash Dengesi

		B	
		70	80
A	70	(9.500, 9.500)	(10.500, 9.600)
	80	(9.600, 10.500)	(10.800, 10.800)

Motosiklet imalatçıları arasında oynanan eş zamanlı hareket oyunu, kusurlu bilgili dinamik oyuna çevrilmek suretiyle yayılan biçimde gösterilebilir. Geriye doğru tümevarım yöntemiyle denge çözümü gerçekleştirilen dinamik oyunun neticesi, statik oyununkiyle birebir örtüşmektedir.

Şekil 53. Motosiklet Firmaları Arasındaki Kusurlu Bilgili Oyunun Ağacı



Örnek: Düopol piyasasında faaliyette bulunan C ve D şirketleri heterojen bir ürün olarak otomobil imal edip satmaktadırlar. C ve D firmalarının eş anlı olarak sırasıyla p_C ve p_D fiyat stratejilerini tercih ettikleri durumda, C şirketinin arz miktarı $q_C=320-3p_C+p_D$, D firmasının arz seviyesi ise $q_D=320-3p_D+p_C$ biçiminde gösterilmektedir. Ayrıca C şirketinin marjinal maliyetinin $c_C=30$ YTL, D firmasının marjinal maliyetinin ise $c_D=25$ YTL olduğu varsayılmaktadır. Bu bilgilere bağlı kalınarak Bertrand denge fiyatlarını saptayabilmek için öncelikle otomobil üreticisi firmalara ait tepki fonksiyonları tespit edilmelidir. Bu çerçevede ilk olarak C şirketinin kâr fonksiyonunun, onun denge fiyatına göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi gerekir.

$$\Pi_C = TR_C - TC_C = p_C q_C - c_C q_C = q_C (p_C - c_C)$$

$$\Pi_C = (320 - 3p_C + p_D)(p_C - 30) \qquad [3.35]$$

$$\Pi_C = 410 p_C - 9600 - 3p_C^2 + p_C p_D - 30 p_D$$

$$\frac{\partial \Pi_C}{\partial p_C} = 410 - 6p_C + p_D = 0$$

$$p_C = \frac{410 + p_D}{6} \qquad [3.36]$$

Daha sonra ise D firmasının kâr fonksiyonunun, onun denge fiyatına göre birinci dereceden türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi zaruridir.

$$\Pi_D = TR_D - TC_D = p_D q_D - c_D q_D = q_D (p_D - c_D)$$

$$\Pi_D = (320 - 3p_D + p_C)(p_D - 25) \qquad [3.37]$$

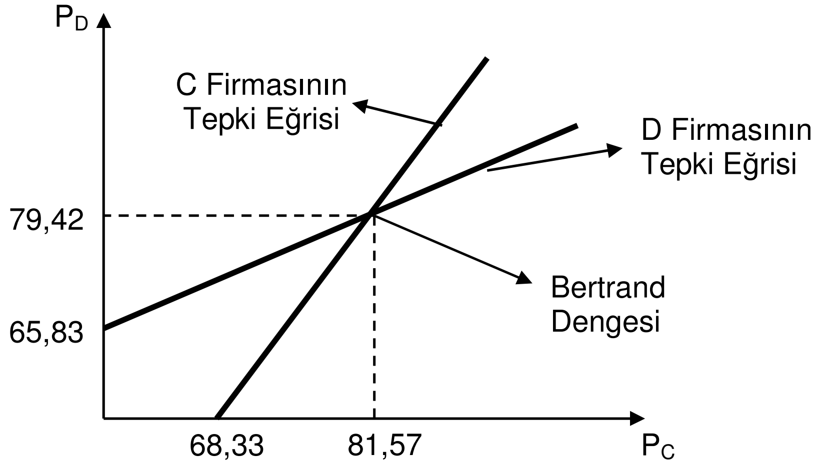
$$\Pi_D = 395 p_D - 8000 - 3p_D^2 + p_C p_D - 25 p_C$$

$$\frac{\partial \Pi_D}{\partial p_D} = 395 - 6p_D + p_C = 0$$

$$p_D = \frac{395 + p_C}{6} \qquad [3.38]$$

[3.38] numaralı denklem, [3.36] numaralı tepki fonksiyonunda yerine yazılırsa, p_C^*=81,57 YTL olarak belirlenir. Bu netice, [3.38] numaralı tepki fonksiyonunda yerine yerleştirilirse, p_D^*=79,42 YTL olarak hesaplanır. Ayrıca C şirketinin [3.36] numaralı tepki fonksiyonunda p_D=0 iken p_C=68,33 YTL, D firmasının [3.38] numaralı tepki fonksiyonunda ise p_C=0 iken p_D=65,83 YTL olarak tayin edilir. Bu sayısal veriler, otomobil üreticilerinin elde ettiği Bertrand dengesinin gösterileceği şekilde, şirketlerin tepki eğrilerinin eksenleri kestiği noktalara denk düşmektedir. Denge noktası, tepki eğrilerinin kesiştiği p_C^*=81,57 ve p_D^*=79,42 fiyat düzeylerinde ortaya çıkmaktadır.

Şekil 54. Otomobil Üreticileri Piyasasında Bertrand Dengesi



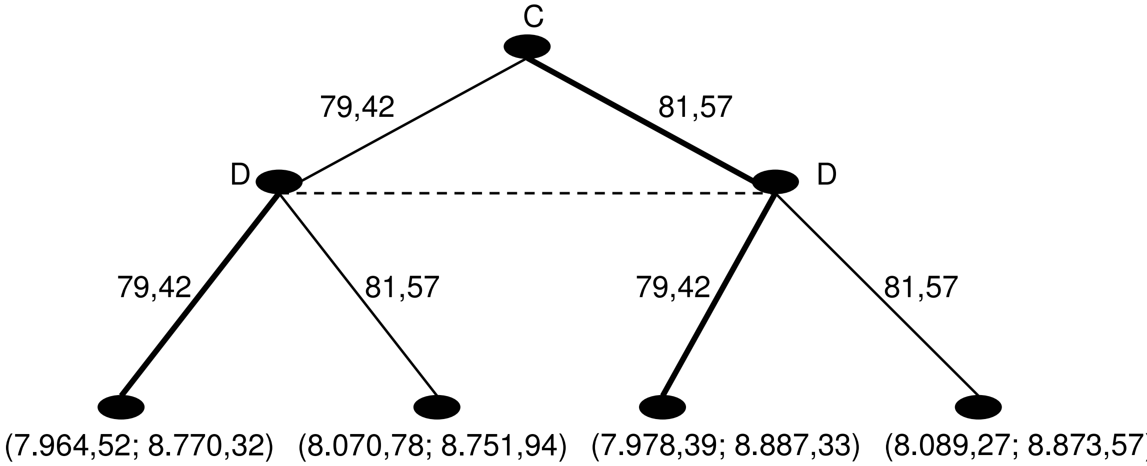
Dengeyi meydana getiren fiyat düzeyleri, C firmasının [3.35] ve D şirketinin [3.37] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine konulurlarsa, C firmasının kârı Π_C=7.978,39 YTL, D şirketinin kârı ise Π_D=8.887,33 YTL olarak tespit edilir. Otomobil üreticileri arasında oynanan statik oyun, oyun teorisi kapsamındaki stratejik biçimde gösterilebilir. Firmaların, eş anlı olarak seçebilecekleri fiyat stratejilerinin [3.35] ve [3.37] numaralı kâr fonksiyonlarında yerlerine yazılmalarına göre elde edebilecekleri kazançlar aşağıda belirtilmektedir. 2x2 lik matriste uygulanan tam strateji Nash dengesi metoduna göre çözüme varılabilir.

Tablo 61. Otomobil Şirketleri Matrisinde Nash Dengesi

		D Firması	
		79,42	81,57
C Firması	79,42	(7.964,52; 8.770,32)	(8.070,78; 8.751,94)
	81,57	(7.978,39; 8.887,33)	(8.089,27; 8.873,57)

Otomobil imalatçıları arasında oynanan eş zamanlı hareket oyunu, kusurlu bilgili dinamik oyuna dönüştürülmek suretiyle yayılan biçimde gösterilebilir. Geriye doğru tümevarım metoduyla denge çözümü gerçekleştirilen dinamik oyunun sonucu statik oyununkiyle aynıdır.

Şekil 55. Otomobil Firmaları Arasındaki Kusurlu Bilgili Oyunun Ağacı



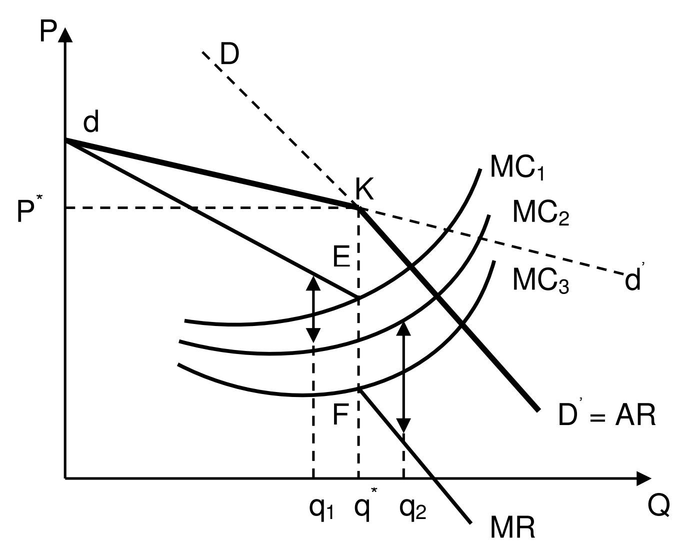
3.8. DİRSEKLİ TALEP EĞRİSİ MODELİNDE DENGE ÇÖZÜMÜ

Şirketlerin karşılıklı bağımlılığını vurgulayan dirsekli talep eğrisi modeli, fiyatların rijit olma sebeplerinin detaylı bir biçimde izah edilmesine yönelik olarak meydana getirilmiştir.[53] 1930'lu yılların sonlarında birkaç ekonomist, bazı fiyatların neden katı olduklarıyla yaygın şekilde ilgilenmişlerdir. Bu iktisatçılardan biri olan Gardiner Means, fiyat esneksizliğinin istatistiksel kanıtlarını açıklamaya çalışırken, endüstriyel yoğunlaşmanın artması faktörüne başvurmuştur. Endüstriyel piyasalardaki fiyatların, tarımsal piyasalardakilere göre daha rijit olması, bu ekonomist tarafından iki koşula bağlanmıştır. Bunlardan ilki, tarımsal üretimin doğal üretim periyoduna sıkı bir biçimde bağlı olmasıdır. Böylece, tarımsal piyasadaki ürünün talebi düştüğü zaman, malın fiyatı da ona bağlı olarak azalmaktadır. Öte yandan endüstriyel piyasalarda talep düşüşü ile karşılaşıldığında, arzın düşürülmesi ile fiyat sabit tutulabilir. İkincisi, imalat sanayi alanındaki ücretlerin, tarımsal alandakine göre daha önemli bir unsur olmasıdır. Bu göz önüne alınarak, maliyetlere eşit olan ücretlerin tarımsal alanda kolayca değiştirilebilmesinden ötürü fiyatların da oynak bir seyir izlediği fakat endüstriyel alanda ücretlerin kolaylıkla farklılaştırılamamasından dolayı fiyat hususunda tarımsal piyasadakine benzer bir durumun ortaya çıkmadığı söylenebilir.

[53] İsmail Bulmuş, **Mikro İktisat**, Ankara: Eğitim Yayınları, 1994, s.347.

1939 yılında Paul Sweezy adlı ekonomist, fiyat katılığının sebeplerinin önceden araştırılmasını göz önünde tutarak, dirsekli talep eğrisi modelini oligopol piyasasına uygulamaya kalkışmıştır. Sweezy'nin dirsekli talep eğrisi modelinde, fiyat savaşına ya da herhangi bir anlaşmaya varmadan piyasada kurulabilecek bir denge ile fiyat istikrarının sağlanabilip sağlanamayacağı incelenmiştir. Sweezy, veri bir dönemde oligopol piyasasında faaliyet gösteren firmalardan birinin başlangıçta q^* üretimini P^* fiyatından sattığını kabul etmektedir. Bu görüşe bağlı olarak firmanın beklentileri ile ilgili iki temel hipotez söz konusudur. Bunlardan ilki, firmanın, kendi malının fiyatını düşürmesi halinde ötekilerinin de pazar paylarının azalacağı endişesiyle kendisini izleyerek fiyatlarını indireceklerini düşünmesidir. Firmaların eş zamanlı olarak fiyat indirimine gitmeleri durumunda, toplam piyasa talebindeki genişlemeye bağlı olarak satış miktarında bir artış ortaya çıkacaktır. Ancak bu artışa rağmen şirketlerin pazar paylarında bir değişim olmayacaktır. İkinci varsayım ise, firmanın, kendi malının fiyatını yükseltmesi halinde rakiplerinin fiyatlarını sabit tutarak tepki vereceklerini öngörmesidir. Böyle bir durumda, yüksek fiyat uygulayan firmanın satış miktarında ve piyasa payında azalma ortaya çıkacaktır.

Şekil 56. Sweezy Dirsekli Talep Eğrisi Modelinde Denge



Yukarıdaki şekil, firmanın sözü edilen iki beklentisini göstermektedir. Birinci hipotez nedeniyle, P^* fiyatının altındaki bütün fiyatlar için dD' talep eğrisinin KD' bölümü geçerli olmakla birlikte bu bölümün fiyat esnekliği düşüktür. Şayet varsayım, firmanın, kendi malının fiyatını düşürmesi esnasında diğerlerinin fiyatlarını sabit tutacağını düşünmesi biçiminde gerçekleşirse, başlangıç fiyatının altındaki tüm fiyatlar için bu defa Dd' talep eğrisinin Kd' bölümü kabul görecek ve bu bölümün fiyat esnekliği yüksek olacaktır. İkinci hipotez sebebiyle, P^* fiyatının üstündeki tüm fiyatlar için dD' talep eğrisinin dK bölümü geçerli olmakla beraber yatık olmasından dolayı bu bölümün fiyat esnekliği yüksektir. Eğer varsayım, şirketin, kendi malının fiyatını yükseltmesi anında rakiplerinin de fiyatlarını arttıracağını öngörmesi şeklinde gerçekleşirse, başlangıç fiyatının üstündeki bütün fiyatlar için bu kez Dd' talep eğrisinin DK bölümü kabul görecek ve bu bölümün fiyat esnekliği düşük olacaktır. Şirketin beklentileri ile ilgili bu hipotezleri, P^* fiyatının ve q^* üretim miktarının kesiştiği K noktasında talep eğrisinin bir dirsek yapması neticesini doğurmaktadır. Bu eğriye ise dD' dirsekli talep eğrisi denmektedir. Oligopol piyasasındaki firmanın talep eğrisi P^* fiyatında dirsekli bir görüntü sergilediğinden dolayı marjinal gelir eğrisi kesiklidir. Diğer bir ifade ile marjinal hasılat eğrisi yukarıdaki şekilde görüldüğü üzere dirsekli talep eğrisinin K noktasının üstünde kalan bölümüne tekabül eden dE ve aynı eğrinin K noktasının aşağısında kalan bölümüne denk düşen FMR gibi iki ayrı parçadan oluşacağı q^* üretim düzeyi için süreksizdir.

Dirseğin oluştuğu K noktasında firmanın dengeye ulaşması çeşitli yollarla açıklanabilir. Bunlardan ilki, şirketin, ürününün fiyatını arttırması varsayımına dayalıdır. Bu durumda firmanın üretimi azalarak q_1'e düşecektir. Böylelikle şirket q^*q_1 miktar malı satamayacaktır. Oysa yukarıdaki şekilden de izlenebileceği gibi q^*q_1 üretim düzeyinde her birimin satışından elde edilen MR, bu birimlerin MC_2'lerinden daha yüksektir. O halde firmanın üretimini q^*'dan q_1'e her birim azaltışı toplam kârının da azalmasına yol açacaktır. İkinci metot ise firmanın, malının fiyatını azaltması hipotezini içerir. Bu sayede şirketin arzını q^*'dan q_2'ye yükseltmeye karar vermesi halinde, q^*q_2 arasında kalan her birimin sağladığı MR'nin, o birimlerin üretimi için katlanılan MC_2'den düşük olacağı yukarıdaki şekilden anlaşılmaktadır. O halde şirketin, fiyatını düşürerek üretim miktarını q^*'dan q_2'ye arttırması zararınadır. Bu açıklamaların ışığı altında, marjinal maliyet eğrileri marjinal gelir eğrisi içindeki EF aralığı boyunca geçtiği sürece firmayı maksimum kâra ulaştıran q^* optimum üretim düzeyinden ve P^* fiyatından oluşan dirsek, denge noktasına karşılık gelmektedir. Ancak burada bir konunun açıklığa kavuşturulmasında yarar vardır. O da sözü edilen dengenin MC ve MR eğrilerinin kesiştiği noktaya denk gelmesinin gerekmediğidir. Gerçekten de önceki şekilden izlenebileceği üzere denge noktası; MC_1, MC_2 ve MC_3 eğrilerinin her biri için geçerlidir. Ama MC_1=MR ve MC_3=MR olurken, MC_2, MR içindeki EF boşluğunda yer almaktadır. O halde optimum üretim düzeyi ve kâr maksimizasyonunun açıklanmasındaki MC=MR şeklindeki marjinalist kuralın, dirsekli talep eğrisinin söz konusu olduğu durumda gerekmediği anlaşılmaktadır. Bu bilgilerin ardından, marjinal maliyetlerinin EF aralığında dalgalandığında firmanın ne fiyat ne de üretim miktarı değişikliği gereksinimi duymayacağı belirlenebilir. Piyasadaki tüm şirketlerin benzer pozisyonda bulunmaları halinde, içlerinden hiç birinin fiyat yönünden bir ayarlamaya istekli olmayacağı açıktır. Böylelikle dirseğin oluştuğu noktada fiyat istikrarı sağlanabilecektir. Sweezy'nin işverenlerle görüşmelerinden sağladığı fikirler de fiyat dengesini elde etmeye yönelik olmuştur. Buna göre iş adamları, işlerini kaybetme korkusuyla fiyatlarını yükseltmemeyi ve küçük kazanç arzulamadıklarından fiyatlarını düşürmemeyi tercih etmişlerdir.

Şirketin üretim ve fiyat stratejisini yeniden gözden geçirmesi, marjinal maliyetinin EF aralığında olmaması halinde söz konusu olmaktadır. Marjinal maliyet eğrisini yukarıya çekecek olan çeşitli maliyet artışları, EF aralığı geniş olduğu sürece denge fiyatını ve miktarını etkilemeyecektir. Başka bir biçimde ifade etmek gerekirse, oligopol piyasasındaki firma maliyetteki küçük değişikliklere karşı duyarsızdır. Burada önemli bir hususa değinmekte fayda vardır. Maliyet artışları satış vergisi gibi her şirketi aynı ölçüde etkileyen türdense, firmalardan biri rakiplerinin de kendisini izleyeceğini düşünerek fiyatını artırır. Böylece denge fiyatı artıp, denge miktarı azalır.

Dirsekli talep eğrisi modelinin en önemli eksikliği, P^* fiyat düzeyine nasıl ulaşıldığı konusuna herhangi bir açıklama getirememiş olmasıdır.

Ayrıca bu model, piyasada dominant bir şirketin olması durumunda geçersiz bir hale gelmektedir. Çünkü hakim şirket piyasa fiyatını indirerek düşük maliyet ile yüksek üretim yapabilirken, diğer firmalar aynı fiyatı veri alıp aynı üretimi gerçekleştirmeye çalışırlarsa küçük boyutta olmalarından ötürü maliyet dezavantajına uğrayıp zarar edebilirler. Bu yüzden ufak firmalar büyük firmanın belirlediği fiyat seviyesinde arz miktarlarını kısmalıdırlar.

Örnek: Düopol piyasasında faaliyet gösteren A ve B firmaları farklılaştırılmış mal olarak çamaşır makinesi üretip satmaktadırlar. Piyasa talep fonksiyonları sırasıyla $P_A=340-3q_A-2q_B$ ve $P_B=310-q_A-4q_B$ şeklinde verilen şirketlerin toplam maliyet fonksiyonları ise sırasıyla $TC_A=4q_A^2$ ve $TC_B=3{,}5q_B^2$ olmaktadır. Başlangıçta her birinin denge satış miktarı $q_A=q_B=20$ adet saptanırken, denge satış fiyatları ise bu miktarların kendilerine ait talep fonksiyonlarında yerlerine yazılmalarına bağlı olarak $P_A=240$ YTL ve $P_B=210$ YTL olarak hesaplanır. Bu sayısal veriler yardımıyla piyasa dirsekli talep eğrisi modeli açısından analiz edilebilir. Bunun için Sweezy modelinin temel varsayımları kullanılmalıdır. Buna dayanarak ilk olarak A firmasının fiyatını yükseltmesi karşısında B şirketinin ürününün fiyatını sabit tutması dikkate alınabilir. Bu bağlamda öncelikle $P_B=210$ değeri B firmasının talep fonksiyonunda yerine yerleştirilerek, A şirketinin arz miktarı q_A'nın bir fonksiyonu olan q_B tespit edilir. Daha sonra ise q_B değeri A şirketinin talep fonksiyonunda yerine konularak P_A ve q_A ile ilişkili dirseğin üst bölümü belirlenebilir.

$$210 = 310 - q_A - 4q_B$$

$$q_B = \frac{100 - q_A}{4}$$

$$P_A = 340 - 3q_A - 2\left(\frac{100 - q_A}{4}\right)$$

$$P_A = \frac{580 - 5q_A}{2}$$

İkinci hipotez olarak, A şirketinin fiyatını düşürmesi karşısında pazar payını koruyacak biçimde B firmasının da malının fiyatını indirmesi göz önüne alınabilir. Buna dayanarak, her iki şirketin de üretim seviyelerinin eşit olduğu söylendikten sonra q_B değeri A firmasının talep fonksiyonunda yerine yerleştirilerek P_A ve q_A ile bağlantılı dirseğin alt bölümü tayin edilir. Dirseğin alt bölümünü temsil eden fonksiyon ayrıca $P_A<240$ ve $q_A>20$ değerleri için geçerlidir.

$$q_B = q_A$$

$$P_A = 340 - 3q_A - 2q_A = 340 - 5q_A$$

Sweezy modeli kapsamında yer aldığından, dirseğin üst ve alt bölümlerine denk düşen marjinal gelir eğrilerinin de belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için, bölümlerin toplam gelirlerinin türevleri alınmalıdır.

$$TR_A = P_A q_A = \left(\frac{580 - 5q_A}{2}\right) q_A$$

$$\boxed{MR_A = \frac{580 - 10q_A}{2}} \longrightarrow \text{Dirseğin Üst Bölümü}$$

$$TR_A = P_A q_A = (340 - 5q_A) q_A$$

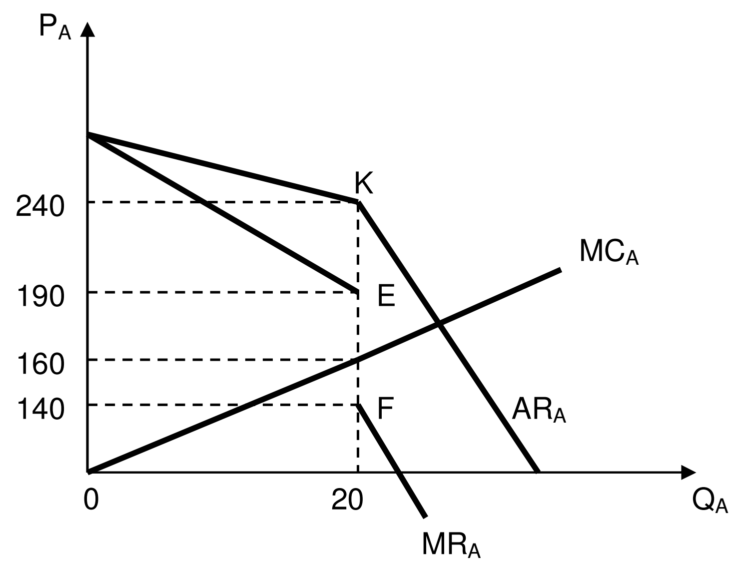
$$\boxed{MR_A = 340 - 10q_A} \longrightarrow \text{Dirseğin Alt Bölümü}$$

A firmasının dirsekli talep eğrisi modeli çerçevesinde incelenmesine bağlı olarak marjinal maliyet eğrisinin de tespit edilmesi zorunludur. Bunun için, aynı şirketin toplam maliyetinin türevi alınmalıdır.

$$\frac{\partial TC_A}{\partial q_A} = MC_A = 8q_A$$

A şirketinin denge satış fiyatı P_A=240 YTL ve denge satış miktarı q_A=20 adet olduğu esnada, yukarıdaki formüllerden yararlanarak dirseğin üst bölümüne karşılık gelen marjinal geliri MR_A=190 YTL, alt bölümüne denk düşen marjinal geliri MR_A=140 YTL ve marjinal maliyeti MC_A=160 YTL olarak hesaplanır.

Şekil 57. Çamaşır Makinesi Piyasasında Dirsekli Talep Eğrisi Dengesi



Yukarıdaki şekilde de görüldüğü üzere denge noktasında A şirketinin marjinal maliyeti, dirseğin üst ve alt bölümlerine denk düşen marjinal gelir eğrileri üstündeki E ve F noktaları arasından geçmektedir. Buradan, firmanın fiyatını artırarak veya azaltarak kârını artırmasının mümkün olmadığı anlaşılmaktadır. Çünkü fiyat yükseldikçe marjinal gelir marjinal maliyetten daha büyük değer alırken, fiyat düştüğü zaman ise marjinal maliyet marjinal gelirin üzerinde bulunmaktadır. Dolayısıyla marjinal maliyet EF aralığında kaldığı sürece A şirketi fiyatını değiştirmeyecektir. Ancak firma, maliyeti 30 YTL'den daha yukarı çekecek etmenler oluşursa fiyatını yükseltmek, maliyeti 20 YTL'nin altına indirecek unsurlar ortaya çıkarsa da fiyatını düşürmek isteyecektir.

A şirketinin ortada hiçbir sebep yokken fiyatını 260 YTL'ye yükseltmeyi arzu etmesinin doğru olup olmadığı Sweezy dirsekli talep eğrisi modeli bakımından değerlendirilebilir. Bunun için öncelikle A firmasının fiyatını artırması karşısında rakibinin fiyatını sabit tuttuğu farz edilmelidir. Bu sayede önceden belirlenen dirseğin üst bölümüne ilişkin matematiksel fonksiyonda, P_A yerine 260 konulması suretiyle A şirketinin arz düzeyi olan q_A değeri saptanır. Bu değerin, fiyatını 210'da tutan B firmasının talep fonksiyonunda yerine yazılması suretiyle aynı şirketin üretim miktarı q_B tespit edilir.

$$P_A = 260 = \frac{580 - 5q_A}{2}$$

$$q_A = 12$$

$$q_B = \frac{100 - q_A}{4} = \frac{100 - 12}{4} = 22$$

İkinci safhada ise, sırasıyla şirketlerin fiyat değişimi öncesi ve sonrası ile ilgili kârları hesaplanarak aradaki fark tayin edilmelidir.

$$\Pi_A = TR_A - TC_A = (240)(20) - (4)(20)^2 = 3200$$

$$\Pi_A = TR_A - TC_A = (260)(12) - (4)(12)^2 = 2544$$

$$\Delta\Pi_A = 2544 - 3200 = -656$$

$$\Pi_B = TR_B - TC_B = (210)(20) - (3{,}5)(20)^2 = 2800$$

$$\Pi_B = TR_B - TC_B = (210)(22) - (3{,}5)(22)^2 = 2926$$

$$\Delta\Pi_B = 2926 - 2800 = 126$$

Yukarıda elde edilen sonuçlardan da görüldüğü üzere, A firmasının fiyatını yükseltmesi diğerinin ise çamaşır makinesinin fiyatını sabit tutması esnasında, A şirketinin kârı ilk duruma göre 656 YTL azalırken, B firmasının kârı ise fiyat değişimi öncesine göre 126 YTL artmaktadır. Netice olarak, A şirketinin fiyat yükseltme kararının yanlış olduğu söylenebilir.

SONUÇ

Oyun teorisi oldukça ileri matematiksel bir model olup kesin bazı önermelere ulaşır. Teorinin ortaya atıldığı ilk yıllarda çok az kişi farkına varmıştır. Çünkü teori matematiksel notasyonlar kullanılarak yazılmış bir dizi mantık önerisi ve kısıtlayıcı varsayımlardan oluşan modellemelere dayanmıştır. O dönemde özellikle matematik ve ilk uygulandığı iktisat alanlarındaki çözümsüz kimi durumlar, onun öneminin anlaşılmasını zorlaştırmıştır. Ancak o zamandan bu yana bu kuram çeşitli şans oyunlarından savaş simülasyonları kurgulamaya kadar pek çok alanda kullanılmıştır. Çeşitli dallarda faaliyet gösteren bilim adamları, onu daha az matematiksel formülasyonlarla kendi alanlarına uygulamışlardır. Gazeteciler, stratejisyenler ve bilim adamı olmayan çeşitli mesleklerden olanlar onu gerçek hayatın somut koşullarına daha da fazla uyarlamaya çalışmışlardır. Dolayısıyla zamanla oyun teorisinin popüler ve rahat kullanımının yolu açılmıştır.

İktisatçılar bu teoriyi rekabet koşullarını incelemede, rekabette öne geçmede; yöneticiler, organizasyon içi otorite ve rekabet ikilemlerini çözmede; borsacılar, borsada para kazanmada; politikacılar ise koalisyonları ve anlaşmazlıkları modellendirip yeni stratejiler geliştirmekte kullanmaktadır.

Bu tezde oyun kuramı iktisadi açıdan ele alınmaktadır. Bilindiği gibi klasik marjinalist mikro ekonomi kârın maksimizasyonu üzerine kuruludur. Tekel piyasasını oluşturan tek bir firma için kârını maksimize etmek çok kolaydır. Günümüzde ise yürürlükteki oligopol piyasa yapısı dikkate alındığında, firmaların rakiplerinin olduğu anlaşılmaktadır. Şirketler yani oyuncular piyasa oyununda rakiplerinin davranışını hesaba katmak suretiyle kendi kararlarını vererek kârlarını zor da olsa maksimize etme arzusu içindedirler. Fakat aralarında işbirliği bulunmaması halinde kârlarını optimize edecek bir strateji kombinasyonuna sahip olabilmektedirler.

Oyun teorisinin ekonomiye uygulanması bağlamında, geçmişten bugüne kadar çeşitli modeller ortaya atılmıştır. Bunlardan ilki, bir oyuncunun kazancının diğer oyuncunun kaybından meydana geldiği iki kişilik sıfır toplamlı oyunlar için Borel tarafından geliştirilen tepe noktası yaklaşımıdır. Bu metotta, satır oyuncusunun strateji tercihi maximin ifadesine denk düşen satır minimumlarının en büyük değeri, sütun oyuncusunun davranış seçeneği ise minimax ifadesine karşılık gelen sütun maksimumlarının en küçük değeri yardımıyla elde edilmektedir. Maximin ve minimax pazar payı artış-azalış veya kâr-zarar değerleri birbirine eşit olan firmalar için oyunda tek bir denge noktasının mevcut olduğu fark edilmiştir. Daha sonra ise sıfır toplamlı oyunlarda tepe noktası yaklaşımının geçersiz olduğu durumlarda oyuncuların stratejilerini hangi sıklıkla oynayacağının saptanmasına dair Williams tarafından oran yöntemi ortaya atılmıştır. Bu metot sayesinde şirketlerin karma strateji oranları ve buna dayanarak kazanç-kayıp değerleri hesaplanmıştır. Oyuncuların seçecekleri stratejilere göre sahip olacakları ödüller toplamının sıfırdan farklı olduğu sıfır toplamlı olmayan oyunlarda ise rakip oyuncu hangi stratejisini tercih ederse etsin öteki oyuncunun herhangi bir stratejisinin diğer stratejilerine göre daha yüksek ödül sağladığı dominant seçenek yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yaklaşıma göre, firmaların üstün olmayan seçeneklerinin elenmesi suretiyle kalan hareket bileşimi denge kâr değerlerini vermiştir.

Yakın zamanda, oyuncuların eş zamanlı olarak davranışlarını seçebildikleri statik oyun modeli popülerlik kazanmıştır. Firmalardan her birinin, kendisinin ve rakibinin olası strateji bileşimleri kapsamında ortaya çıkan kazançlarını bildiği oyunlar olarak ifade edilen ve normal tarzda gösterilen tam bilgili statik oyunlar, iki kişilik bir oyunun çözümüne aday olan strateji çiftini meydana getiren şirketlerin davranışlarının her birinin, rakip firma tarafından oynanacağı öngörülen diğer stratejiye en iyi tepki olma niteliğini sağlamasıyla ortaya çıkan tam strateji Nash dengesi aracılığıyla çözülmüştür. En az bir şirketin, diğer firmanın karşılıklı strateji tercihleri neticesinde meydana gelen kazancını bilmediği oyunlar biçiminde tarif edilen eksik bilgili statik oyunlar ise tam bilgi sahibi olmayan şirketin, rakip firmanın reklam veya üretim miktarı stratejileriyle kâr fonksiyonları yardımıyla ilişkilendirilen maliyet fonksiyonlarını belli olasılıklara göre tahmin ederek kendi stratejisini belirlemesi esasına dayalı Bayesyen Nash dengesi yardımıyla analiz edilmiştir.

Oyun kuramı literatüründeki bir diğer önemli model ise, şirketlerin ardarda karar aldığı ve yayılan biçimde gösterilen dinamik oyun olarak adlandırılmıştır. Stratejik formda gösterildiğinde çoklu Nash dengesi ortaya çıktığından ötürü bu modelin dengesinin tespitinde, oyun ağacına geriye doğru tümevarım yönteminin uygulanmasıyla bulunan ve Selten tarafından geliştirilen alt oyun mükemmel Nash dengesi kavramı benimsenmiştir. Zamanın bir indirim faktörü olarak varsayılmasına bağlı olarak bugün sahip olunan kazancın gelecekte sahip olunacak kazançtan daha değerli olduğu temel alınan ve oyuncuların tekliflerini peşpeşe sıraladıkları pazarlık modeli de dinamik oyunların kapsamı içinde kabul edilmiştir. İki inşaat firmasının tasarladıkları alışveriş merkezi yapımından kazanacakları kârı paylaşma hususu da bu model çerçevesinde incelenmiş ve denge çözümü Zermelo'nun bulduğu geriye doğru tümevarım metoduyla gerçekleştirilmiştir. Statik oyunların yayılan şekildeki gösterimi olarak tanımlanan kusurlu bilgili dinamik oyunlarda, şirketlerin denge çözümlerinin tayin edilmesi geriye doğru tümevarım yöntemiyle yapılabilmiş, bu metodun başarısız olduğu hallerde ise firmaların stratejilerinin belirli olasılıklara göre saptanmasıyla bağlantılı karma strateji Nash dengesi tespit edilmiştir.

İktisat alanına uygulanan tam bilgili statik oyunlardaki tam strateji Nash dengesi, eksik bilgili statik oyunlardaki Bayesyen Nash dengesi, dinamik oyunlardaki ikincil oyun mükemmel Nash dengesi ve kusurlu bilgili dinamik oyunlardaki karma strateji Nash dengesi çözümlerinden de anlaşılacağı üzere, firmalar arasındaki işbirliksiz oyunlarda, Pareto etkin olmasa dahi en güvenilir çözüm aracı olarak Nash dengesi kavramının kullanılmasının sürdürülmesi önerilebilir.

Oyun teorisine, klasik düopol modelleri aracılığıyla oligopol piyasasını incelemede de bir araç olarak başvurulmuştur. Bu modellerden biri olan arz miktarı stratejisine dayalı Cournot rekabetinde, homojen bir mal olarak çimento üreten ve eş anlı hareket eden toplam maliyet fonksiyonları farklı iki şirketin kâr fonksiyonları vasıtasıyla denge stratejileri ve kazançları hesaplanmıştır. Bu statik oyunun normal biçimdeki gösteriminde elde edilen tam strateji Nash dengesi çözümüne, kusurlu bilgili dinamik oyuna çevrilen aynı oyunun yayılan biçimdeki gösterimine geriye doğru tümevarım yönteminin uygulanmasıyla ulaşılmıştır. Ayrıca hazır kapı firmalarının faaliyet gösterdiği düopol piyasasında Cournot modeline dayalı olarak elde edilen denge çözümleri, endüstriye yeni üreticilerin girmesine bağlı olarak değiştirilmiştir. Bunun dışında alüminyum profil imal eden şirketler arasında oynanan eksik bilgili statik oyun Cournot düopol modeline uyarlanarak Bayesyen Nash dengesi sağlanmıştır.

Stackelberg modelinde, işletmelerden birinin, diğerinin Cournot varsayımına göre hareket ettiğini anlayabilecek kadar zeki olduğu farz edilmiştir. Bu nedenle lider firma, takipçi rakibinin tepki fonksiyonunu belirleme ve kendi kâr fonksiyonuna absorbe ederek kârını artırma imkânına sahip olabilmiştir. Çimento şirketleri arasında oynanan oyun bu model kapsamında incelendiğinde, gelişmiş üreticinin denge miktarının ve kârının Cournot modelindekilere göre yükseldiği, izleyici üreticinin denge miktarının ve kârının ise Cournot modelindekilere göre azaldığı görülmüştür. Çimento firmaları arasında oynanan oyun, şirketlerden birinin lider, diğerinin ise takipçi olmasından dolayı dinamik bir yapı sergilemiş ve yayılan biçimde gösterilmiştir. Bu dinamik oyunun ağacında geriye doğru tümevarım metodu kullanılarak alt oyun mükemmel Nash dengesi çözümü saptanmıştır. Bowley modelinde ise her iki firmanın da lider rolünü üstlenebileceği kabul edilmiştir. Çimento şirketleri arasında oynanan oyun bu model çerçevesinde analiz edildiğinde, her iki üreticinin denge miktarının Cournot modelindekilere göre arttığı, denge kârının ise Cournot modelindekilere göre düştüğü gözlenmiştir.

Çimento firmalarının Cournot, Stackelberg ve Bowley modeline göre sahip olduğu denge sonuçlarının dikkate alınması suretiyle rasyonel çözüm anlayışı olarak az üretim ve yüksek kâr ilkesine dayalı tekele en yakın anlaşma modeli tavsiye edilebilir.

Fiyat stratejisine dayalı Bertrand modelindeki rekabetin, işletmelerin homojen veya heterojen ürün arz etmesine bağlı olarak farklı işlediği tespit edilmiştir. Bu model kapsamında farklılaştırılmamış bir mal olarak demir imal eden ve toplam maliyet fonksiyonları aynı olan her iki firma için denge, fiyatın marjinal maliyete eşit olduğu ve her bir şirketin sıfır kâr elde ettiği noktada ortaya çıkmaktadır. Daha sonra ise Edgeworth'un özdeş mallara uygulanan Bertrand modelini eleştirisi çerçevesinde, demir üreticisi firmaların sınırlı arz kapasitesine sahip olmaları sebebiyle marjinal maliyete eşit tam rekabetçi fiyat düzeyinde gerçekleşecek olan toplam piyasa talebinin 3/4'ünü karşılayabildikleri ve buna bağlı olarak gerçekte fiyat dalgalanmalarının, sıfır kârı sağlayan fiyat seviyesinden daha yüksek bir fiyat ile tekelci fiyat aralığında oluştuğu analiz edilmiştir. Farklılaştırılmış bir mal olarak otomobil üreten ve eş zamanlı davranışta bulunan toplam maliyet fonksiyonları farklı iki firmanın kâr fonksiyonları aracılığıyla Bertrand denge stratejileri ve kazançları tayin edilmiştir. Bu statik oyunun normal biçimdeki gösteriminde sahip olunan tam strateji Nash dengesi çözümü, kusurlu bilgili dinamik oyuna dönüştürülen aynı oyunun yayılan biçimdeki gösterimine geriye doğru tümevarım metodunun uygulanmasıyla elde edilmiştir.

Sweezy'nin dirsekli talep eğrisi modeli, herhangi bir işbirliğine gitmeden oligopol piyasasında oluşturulabilecek bir denge ile fiyat istikrarının sağlanabileceğini açıklamıştır. Bu bağlamda model, firmalardan birinin ürününün fiyatını piyasadaki yaygın fiyatın altına indirmesi durumunda rakiplerinin de kısa bir gecikme ile fiyatlarını düşüreceği ve aynı şirketin malının fiyatını piyasadaki geçerli fiyatın üstüne çıkartması halinde diğerlerinin onu izlemeyip fiyatlarını sabit tutarak tepki vermesi biçiminde iki temel varsayım üzerine oturtulmuştur. Toplam maliyet fonksiyonları farklı çamaşır makinesi üreticilerinin oluşturduğu düopol piyasada, firmalardan birinin ürününün fiyatını yükseltmesi esnasında rakibinin fiyatını sabit tutarak tepki vermesi hipotezinin göz önünde tutulması suretiyle fiyat arttıranın kârının fiyat değişimi öncesine göre azaldığı, fiyatını sabit tutanın kârının ise fiyat değişimi öncesine göre yükseldiği saptanmış ve bu sebeple şirketin fiyat arttırma kararının yanlış olduğu belirtilmiştir.

Oligopol piyasasında firmaların karşılıklı bağımlılık vurgusu dikkate alınarak oynanan anlaşmasız oyunlarda, şirketlerin üretim miktarı veya fiyat stratejileri vasıtasıyla elde edebilecekleri en iyi kâr sonuçlarına ulaşmaları için Nash dengesi yöntemi kullanılmalıdır.

YARARLANILAN YAYINLAR

AHLATÇIOĞLU, Mehmet ve Fatma Tiryaki, **Oyunlar Teorisi**, İstanbul: Yıldız Teknik Üniversitesi Yayını, Yayın No: 4, 1998

ALIPRANTIS, D. and K. Chakrabarti, **Games and Decision Making**, 2nd ed., New York: Macmillan, 2001

ATEŞ, Sanlı, "Oligopol Ders Notları", Mikro İktisat II, 2003, http://idari.cu.edu.tr/sanli/syllabustr.htm (4 Mart 2007)

BAİRD, Douglas G. and Robert H. Gertner, **Game Theory and the Law**, Chicago: University of Chicago Press, 1996

BERKAN, İsmet, "Nash Dengesi", 2001, http://www.radikal.com.tr/haber (3 Şubat 2006)

BİERMAN, Scott, **Game Theory with Economic Applications**, New Jersey: Prentice-Hall, 1999

BİNMORE, Ken, **Fun and Games a Text on Game Theory**, 2nd ed., New York: John Wiley, 1996

BRANDENBURGER, M., **Ortaklaşa Rekabet**, çev. Levent Cinemre, İstanbul: Scala Yayınları, 1998

BUCK, Andrew, "Extensive Form Games", An Introduction to Game Theory with Economic Applications, 1992, http://courses.temple.edu/economics/lecture8.htm (24 Mayıs 2006)

BUCK, Andrew, "Nash Equilibrium", 1992, http://courses.temple.edu/economics/lecture4.htm (20 Mayıs 2006)

BULMUŞ, İsmail, **Mikro İktisat**, Ankara: Eğitim Yayınları, 1994

CRAWFORD, Vincent, "John Nash and the Analysis of the Strategic Behaviour", **Economics Letters**, Vol.75, No:3 (Mayıs 2002)

ÇOBAN, Orhan, **Endüstri İktisadı ve Oyun Teorisi**, Bursa: Ekin Kitapevi, 2003

DIXIT, K. and J. Nalebuff, **Stratejik Düşünme**, çev. Nermin Arık, İstanbul: Sabancı Üniversitesi Yayını, 2003

DİNLER, Zeynel, **Mikro Ekonomi**, 14.b., Bursa: Ekin Kitapevi, 2002

DORNBUSCH, Rudiger and David Begg, **Economics**, 4th ed., London: McGraw-Hill Book Company, 1994

DOWLING, Edward, **Introduction to Mathematical Economics**, London: McGraw-Hill Book Company, 1996

DUFFY, John, "Sequential Move Games", Introduction to Game Theory, 2003, http://www.pitt.edu/~jduffy/econ1200/lecture2.htm (5 Ocak 2007)

EICHBERGER, Jürgen, **Game Theory for Economists**, Melbourne: Academic Press, 1993

ENÇ, Ercan, **Belirsizlik, Rekabet ve İktisadi Karar**, Ankara: İmaj Yayıncılık, 1996

ERDOĞAN, Funda, **Para Politikasının Zaman Tutarsızlığı Problemi**, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu Yayını, 1997

ERDOĞAN, Seyfettin, **İktisada Giriş**, İstanbul: Avcı Ofset, 2006

FRİEDMAN, James, **Game Theory with Applications to Economics**, Boston: Kluver Academic Press, 1991

GIBBONS, Robert, **Applied Game Theory of Economists**, New Jersey: Princeton University Press, 1996

GÜNEŞ, Hurşit, "2005 Nobel Ekonomi Ödülü", 2005, http://www.milliyet.com.tr/haber (20 Mart 2006)

HOLLER, Manfred, **Einführung in die Spieltheorie**, Berlin: Springer Verlag, 2000

KOÇ, Alper, "Oyun Teorisi Ders Notları", (Teksir, İktisat Fakültesi, 1996)

KOUTSOYIANNIS, A., **Modern Mikro İktisat**, çev. Mehmet Sarımeşeli, Ankara: Teori Yayınları, 1987

KREPS, David, **Game Theory and Economic Modelling**, New York: McGraw Hill, 1991

LEONARD, Robert, "Creating a Context for Game Theory", Roy Weintraub (ed.), **Toward a History of Game Theory**, Vol.24, New Jersey: Prentice-Hall, 1992

LIU, Xinming, "Dynamic Games of Complete and Imperfect Information", Game Theory, 2003, http://www.andrew.cmu.edu/user/xinming/gametheory/lecture16.pdf (12 Şubat 2007)

MASCHLER, M., "Game Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem from the Talmud", **Journal of Economic Theory**, No: 36, 1985

MCCAİN, Roger, "Strategy and Conflict: An Introductory Sketch of Game Theory", 1999, http://william-king.www.drexel.edu/game.html (15 Ocak 2006)

MERTENS, J., "Formulation of Bayesian Analysis for Games with Incomplete Information", **International Journal of Game Theory**, No:15, 1996

MOBIUS, Markus, "Multiple Equilibria and Battle of the Sexes", 2007, http://my.harward.edu/icb/lecture4.pdf (20 Nisan 2007)

MORRIS, Peter, **Oyun Teorisine Giriş**, çev. Ali Seden, İstanbul: İnkılap Kitapevi, 1996

MYERSON, Roger, **Nash Equilibrium and the History of Economic Theory**, Illionis: Northwestern University, 1999, Çoban, **a.g.e.** (Söz konusu bilgiyi Çoban, Myerson'un kitabından aktarmaktadır.)

NASH, John, **Essays on Game Theory**, New Jersey: Princeton University Press, 1996

OSBORNE, M. and A. Rubinstein, **A Course in Game Theory**, Massachusetts: The MIT Press, 1996

PINDYCK, R., **Microeconomics**, 3rd ed., New York: Macmillan, 1996

PRAJİT, K., **Strategies and Games**, New York: W.W. Norton Company, 1999

RASMUSSEN, Eric, **Price Theory and Applications**, New Jersey: Prentice-Hall, 1996

RENY, P., "Backward Induction and Sequantial Equilibrium", **Econometrica**, No:67, 1998

ROMP, Graham, **Game Theory, Introduction and Applications**, London: Oxford University Press, 1997

SCHWALBE, Ulrich Walker, "Paul: Zermelo and the Early History of Game Theory", **Games and Economic Behavior**, Vol.34, No:1 (Ocak 2001)

SERPER, Özer, **Uygulamalı İstatistik**, İstanbul: Filiz Kitapevi, 1993

SINIKSARAN, Enis, **Teori ve Uygulamalarıyla İstatistiksel Yöntemler**, İstanbul: Filiz Kitapevi, 2001

SOBEL, J., "Equilibrium Selection in Signaling Games", **Econometrica**, No:65 (Mart 1997)

STRAFFIN, D., **Game Theory and Strategy**, New York: John Wiley, 1996

TURANLI, Rona, **Mikroekonomik Analiz**, 2.b., İstanbul: Bilim Teknik Yayınevi, 1995

TÜRKAY, Orhan, **Mikro İktisat Teorisi**, Ankara: Turhan Kitapevi, 1996

ÜNSAL, Erdal, **Mikro İktisat**, 4.b., Ankara: İmaj Yayıncılık, 2001

VARIAN, R., **Intermediate Microeconomics**, 3rd ed., New York: W.W. Norton Company, 1993

VIVES, Xavier, **Oligopoly Pricing, Old Ideas and New Tools**, Massachusets: The MIT Press, 1999

WİLSON, C., "A Model of Insurance Markets with Incomplete Information", **Journal of Economic Theory**, No:74 (Şubat 1999)

YILDIRIM, Kemal, **İktisada Giriş**, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Basımevi, 2003

ÖZGEÇMİŞ

23.10.1979 tarihinde Kocaeli'nde dünyaya geldim. Eğitim ve öğretim hayatıma 50. Yıl Cumhuriyet İlkokulu'nda başladıktan sonra, sırasıyla İzmit Ortaokulu ve Özel Atafen Fen Lisesi'nde devam ettim. 2001 yılında Marmara Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İktisat Bölümü'nden mezun oldum. Bunu takiben Almanya'nın Göttingen şehrinde hizmet veren Goethe Enstitüsü'nde 6 ay boyunca Almanca lisan eğitimi aldım. Askerlik görevimi ifa ettikten sonra İzmit'te faaliyet gösteren Wall Street Dil Okulu'nda 8 ay süresince İngilizce lisanımı geliştirdim. Halen babamın ticarethanesinde kereste satışıyla uğraşmakta ve Kocaeli Kastamonu Yüksek Öğrenim Derneği'nde denetim kurulu üyeliğini sürdürmekteyim.