

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HOMOJEN OLMAYAN ORTAMDA ELEKTROMAGNETİK SAÇILMA
PROBLEMLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Nurten DURSUN

Ana Bilim Dalı: Elektrik

Program : Elektrik

HAZİRAN 1994

38490

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HOMOJEN OLMAYAN ORTAMDA ELEKTROMAGNETİK SAÇILMA
PROBLEMLERİ

38490

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Nurten DURSUN

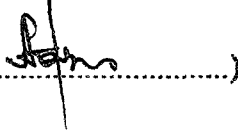
Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 20 Nisan 1994

Tezin Savunulduğu Tarih : 24 Haziran 1994

Tez Danışmanı
Prof.Dr.Atif URAL

()

Üye
Prof.Dr.Alemdar HASANOV

()

Üye
Doç.Dr.Doğan DİBEKÇİ

()

HAZİRAN 1994

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

ZAMAN HARMONİKLİ ELEKTROMANYETİK SAÇILMA PROBLEMLERİ

Nurten DURSUN

Anahtar Kelimeler: Helmholtz Denklemi, Saçılma Problemleri

Özet: Zaman harmonikli elektromanyetik saçılma problemleri (ESP) için, yeni bir nümerik metot uygulanmıştır. Cismin homojen olmayan ve katmanlı bir ortamı olduğu düşünülerek matematiksel ve fiziksel modeller geliştirilmiştir. Elde edilen sınır değer problemi için, yeni bir sonlu farklar metodu uygulanmış ve elde edilen bilgisayar sonuçları gösterilmiştir.

TIME-HARMONIC ELECTROMAGNETIC SCATTERING PROBLEMS

Nurten DURSUN

Keywords: Helmholtz Equation, Scattering Problems

Abstract: For time-harmonic electromagnetic scattering problems (ESP), a new numerical method is applied. Assuming to be a body in an inhomogeneous and multilayer medium, the mathematical and physical models are improved. Then, for the obtained boundary value problem , a new finite difference method is applied and the computational results are presented.

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜRLER

Dalga prosesleri için saçılma problemleri, dalga hareketlerinin deneysel ölçümlerini kullanarak homojen olmayan saçılma ortamının özelliklerini belirleyen katsayıların bulunmasına yöneliktir. Son yıllarda, belli dalgaların (elektromanyetik, akustik, v.b.) yayılmasında etkili olan cismin sadece fiziksel özelliklerini değil, geometrik özelliklerini de (yönünü ve şeklini) araştıran saçılma problemlerinin çözümüne büyük çabalar harcanmaktadır. Esas olarak, bu büyük ilgi, bu problemin potansiyel uygulamalarının yanısıra tıp, jeofizik, telekomünikasyon, tahribatsız arama v.b. uygulamalarında olmasından kaynaklanmaktadır.

Bu çalışmada, problemin matematik modeli oluşturulurken, bir çok fiziksel proses gözönüne alınmakta ve bazı varsayımlar yapılmaktadır. Böyle bir model, sabit olmayan katsayılı stasyonel dalga denklemler sisteminin çözümüne dayanmaktadır. Bu denklemler sisteminin çözümünde kararlaşma yöntemi uygulanmıştır.

Bana bu konuda çalışma olanağı veren danışmanım sayın Prof.Dr. Atıf URAL'a (KO.Ü.), yardımlarını gördüğüm sayın Prof.Dr. Alemdar HASANLI (KO.Ü.), Prof.Dr. İsmihan YUSUBOV (KO.Ü.), Doç.Dr. Afet FATULLAYEV (KO.Ü.) ve Doç.Dr. Elşen VELİYEV'e (KO.Ü.) teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜRLER	iii
İÇİNDEKİLER	iv
BÖLÜM 1.GİRİŞ	1
BÖLÜM 2.ELEKTROMANYETİK DALGA DENKLEMELRİ	2
2.1. Maxwell Denklemleri	2
2.2. Ortamda Elektromanyetik Dalga Denklemleri	5
2.3. Boşlukta Elektromanyetik Dalgalar	7
BÖLÜM 3.DALGALARIN KIRILMASI ve SAÇILMASI	9
3.1. Saçılma Kanunları, Dalgaların Kırılması ve Saçılması	9
3.2. Fresnel Kanunları	11
BÖLÜM 4.HOMOJEN OLMAYAN ORTAMLARDA	
ELEKTROMANYETİK SAÇILMA PROBLEMİ	13
4.1. Problemin Formüle Edilmesi ve Matematik Modelin	
Oluşturulması	13

4.2. Nümerik Metot	18
4.2.1. Sonlu Fark İfadelerinin Oluşturulması	18
4.2.2. İterativ Algoritma	18
4.2.3. Bilgisayar Sonuęları	19
SONUęLAR VE ÖNERİLER	22
KAYNAKLAR	23
EKLER	24
ÖZGEÇMİŞ	45



GİRİŞ

Son yıllarda, elektromanyetik saçılma problemleri (ESP) yoğun şekilde araştırılmaktadır. Bu araştırmaların amacı, saçılan dalgayı analiz ederek saçıcı cisimlerin karakteristiklerini bulmaktır. Saçılma problemlerinin tıpta, jeofizikte, telekomünikasyonda ve bir çok alanda kullanım alanı vardır. Bilindiği gibi, zaman harmonikli dalgalar Helmholtz denklemi ile ifade edilirler. Saçıcı cismin karakteristik parametreleri sabit olduğunda, denklem analitik çözülür. Fakat cismin karakteristik parametreleri koordinatlara bağlı olduğu durum daha dikkat çekicidir. Bu durum için [1] makalesinde, 2 boyutlu skaler Helmholtz denkleminin çözümü için saçılan dalganın sürekli spektral görüntüsü kullanılarak genel teorisi oluşturulmuştur. Born yaklaşımı ile teori genelleştirilmiş, nümerik çözüm için algoritma verilmiştir. Genel durum için Helmholtz denkleminin nümerik çözümlemesi zorunluluğu ortaya çıkmıştır. Helmholtz denklemleri kısmi türeyli diferansiyel denklemler olduğu için sınır koşullarının verilmesi gerekir. Çeşitli makalelerde değişik çözüm yöntemleri geliştirilmiş ve çeşitli sınır koşulları uygulanmıştır([2]-[8]). Diğer taraftan Helmholtz denkleminin çözümünün olması ve bunun yeganeliğinin matematiksel açıdan araştırılmasına yoğun ilgi vardır.[9]-[10] makalelerinde, Rellich ve Cauchy-Kowalewoka teoremleri kullanılarak çözümün yeganeliği ispatlanmıştır.

Bu çalışmanın amacı, elektromanyetik dalgaların homojen olmayan ortamlardan saçılması, sonlu farklar metodu kullanılarak nümerik olarak incelenmiş ve genel durumlar için algoritma geliştirilmiştir.

Tezde aşağıdaki plan izlenmiştir:

İkinci bölümde, Helmholtz denkleminin fiziki teorisi ifade edilmiştir. Üçüncü bölümde ise, kırılma ve saçılma kanunları anlatılmış, dördüncü ve son bölümde matematik model çıkarılarak elde edilen bilgisayar sonuçları gösterilmiştir.

2. ELEKTROMANYETİK DALGA DENKLEMLERİ

2.1. Maxwell Denklemleri

Elektromanyetik alan; herhangi bir t anında boşlukta \vec{E} elektrik alan şiddet vektörü ve \vec{B} manyetik indüksiyon vektörünün verilmesi ile tarif edilir. Bu vektörlerle, herhangi bir taneciğe tesir eden kuvveti bulmak mümkündür. Modern fiziğe göre, elektromanyetik alanın kaynağı elektrik yükleri ve elektrik akımıdır. Elektromanyetik alan ile ilgili tüm prosesler, Maxwell denklemleri ile ifade edilir. Bilindiği gibi, Maxwell teorisinin esasında iki aksiyom bulunmaktadır. Bunlardan birincisi, zamana göre değişken elektrik alan burulganlı manyetik alan oluşturur; ikincisi ise, zamana göre değişken manyetik alan burulganlı elektrik alan oluşturur. Maxwell, 1860'lı yıllarda, bu iki aksiyomu ve deneysel sonuçları kullanarak, tüm elektromanyetik prosesleri ifade eden aşağıdaki denklemleri vermiştir:

$$\text{rot } \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{rot } \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} \quad (2.2)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2.4)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.6)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.7)$$

\vec{E} elektrik alan şiddeti, \vec{H} manyetik alan şiddeti, \vec{B} manyetik indüksiyon, \vec{D} elektrik indüksiyon, \vec{J} akım yoğunluğu vektörlerini; ϵ dielektrik sabitini, μ manyetik geçirgenlik sabitini ve σ iletkenliği göstermektedir.

Bilindiği gibi, \vec{A} herhangi bir vektör olmak üzere,

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{A} &= \vec{\nabla} \times \vec{A} = \\ &= \vec{i} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\text{div} \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (2.9)$$

şeklindedir. $\vec{\nabla}$ vektör analizinden bilinen Hamilton operatorudur ve kartezyen koordinat sistemindeki ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.10)$$

Bu denklemde \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} vektörleri x, y, z eksenleri boyunca birim vektörlerdir.

(2.1)-(2.7) kısmi türevli diferansiyel denklemler formunda verilen Maxwell denklemlerini integral denklemler formunda yazmaya çalışalım.

Bunun için herhangi bir l kapalı konturu gözönüne alınır. (2.2) denkleminin her iki tarafındaki vektörlerin, bu kapalı kontura sabitlenmiş herhangi bir S yüzeyinden geçen akısı aşağıdaki gibidir:

$$\int_S \text{rot} \vec{H} \, d\vec{S} = \int_S \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \right) d\vec{S} \quad (2.11)$$

Bu denklemin her iki tarafına Stokes teoremi uygulayalım,

$$\oint_S \vec{H} \, d\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \, d\vec{S} + \int_S \vec{J} \, d\vec{S} \quad (2.12)$$

Elektrik indüksiyon vektörü zamana göre sabit kalırsa,

$$\int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \, d\vec{S} = 0 \quad (2.13)$$

olacağından, (2.13) denklemi aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\oint_S \vec{H} \, d\vec{l} = \int_S \vec{J} \, d\vec{S} \quad (2.14)$$

Bu denklem, değişmeyen manyetik alanı ifade eder ve Biot-Savart Kanunu ile aynıdır. (2.12) denklemindeki $\int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \, d\vec{S}$ terimi, burulganlı manyetik alanın kaynağının sadece elektrik akımı olmadığını, değişken elektrik alanında burulganlı manyetik alan oluşturduğunu göstermektedir. Ayrıca bu terimin ilave

edilmesi, elektrik yükünün korunması ilkesinin de bir gereğidir. Bunu ispatlamak için (2.2) denkleminin her iki tarafının diverjansı alınsın:

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{div} \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \right) \quad (2.15)$$

Burada,

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0 \quad (2.16)$$

olduğu için,

$$\operatorname{div} \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \right) = 0 \quad (2.17)$$

veya

$$\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \vec{D} + \operatorname{div} \vec{J} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J} = 0 \quad (2.19)$$

elde edilir. (2.15) denklemi, yük yoğunluğu ile akım yoğunluğu arasındaki bağıntıyı gösterir ve Süreklilik Denklemi olarak adlandırılır. Bu denkleme Gauss teoremi uygulanırsa,

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = - \oint_S \vec{J} d\vec{S} \quad (2.20)$$

bulunur. (2.20) denkleminde görüldüğü gibi, S yüzeyi ile çevrelenen V hacmindeki elektrik yükünün değişiminin ters işaretlisi, akım yoğunluğu vektörünün S yüzeyinden geçen akısına eşittir.

Benzer şekilde, (2.1) denkleminde integral formda aşağıdaki gibi yazılır:

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad (2.21)$$

$\int_S \vec{B} d\vec{S}$ terimi, manyetik akıyı ifade ettiği için, (2.21) denklemi; kapalı konturda oluşan elektromotor kuvveti, bu kontura sabitlenmiş yüzeyden geçen manyetik akının değişim hızına eşittir şeklinde ifade edilen Faraday'ın Elektromanyetik İndüksiyon Kanunu ile aynıdır.

(2.3)-(2.4) denklemlerini integral formda yazmaya çalışalım. Bunun içinde S yüzeyi ile çevrelenmiş V hacmine bakılsın. Bu denklemlerin her iki tarafının V hacmine göre integrali alınır ve Gauss teoremi uygulanırsa,

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV \quad (2.22)$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.23)$$

bulunur. (2.22) denklemi; elektrik alan şiddet vektörünün herhangi bir kapalı yüzeyden geçen akısı, bu yüzey ile çevrelenmiş hacimde olan elektrik yüklerinin toplamına eşittir şeklindeki Gauss Kanunu'nu ifade eder. Bu kanun, özel halde, Coulomb Kanunu'ndan elde edilir. Fakat bu iki kanun arasındaki fark, (2.22) denkleminin elektrik yüklerinin hareketli olduğu haldede doğru olmasıdır. (2.23) denklemi, herhangi bir kapalı yüzeyden geçen manyetik akının sifıra eşit olduğunu gösterir. Yani manyetik indüksiyon çizgileri her zaman kapalı eğrilerdir. Ayrıca, (2.22) ile (2.23) denklemleri karşılaştırıldığında, doğada manyetik yüklerin olmadığı sonucu elde edilir.

2.2. Ortamda Elektromanyetik Dalga Denklemleri

Bir ortamdaki elektromanyetik alanın özellikleri, ortamın ve dalganın frekansına bağlıdır. Elektromanyetik alanın frekansı ortamdaki elektron ve moleküler titreşimlerin frekansı ile aynı olursa, \vec{D} ile \vec{E} ve \vec{B} ile \vec{H} vektörleri arasındaki (2.5) ve (2.6) eşitlikleri bozulur. Bu frekansların değeri, ortamın türüne bağlıdır ve çok büyük aralıkta değişir. Fakat, çalışmalarımızda, elektromanyetik alanın periyodunun ortamda oluşan mikroskobik elektromanyetik proseslerin karakteristik zamanından çok büyük olduğu kabul edilecektir. (2.1)-(2.7) denklemleri bu durum için geçerlidir. Burada, $\vec{r} = (x, y, z)$ olmak üzere, $\epsilon = \epsilon(\vec{r})$, $\mu = \mu(\vec{r})$, $\sigma = \sigma(\vec{r})$ şeklindedir.

(2.1) denkleminin her iki tarafının rotasyoneli alınsın:

$$\text{rot rot } \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \vec{B}) \quad (2.24)$$

Vektör analizinden bilindiği gibi, herhangi bir \vec{A} vektörü için iki katlı rotasyonel ifadesi,

$$\text{rot rot } \vec{A} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A} \quad (2.25)$$

şeklindedir. (2.24) ile (2.25) denklemleri birlikte gözönüne alınırsa,

$$\text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \vec{A}) \quad (2.26)$$

elde edilir. Bu denklemdeki $\text{div } \vec{E}$ ve $\text{rot } \vec{B}$ ifadelerinin eşitlerini arayalım.

Yine vektör analizinden bilindiği gibi, a herhangi bir skaler büyüklük ve \vec{A} herhangi bir vektör olmak üzere,

$$\text{div}(a\vec{A}) = a \text{div}\vec{A} + \vec{\nabla}a \cdot \vec{A} \quad (2.27)$$

şeklindedir. Ayrıca,

$$\text{rot}\vec{B} = \text{rot}(\mu\vec{H}) = \text{grad}\mu \times \vec{H} + \mu\epsilon \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \mu\vec{J} \quad (2.28)$$

olduğu görülmektedir. (2.26), (2.27), (2.28) denklemleri birlikte gözönüne alınır,

$$\Delta\vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = -\text{grad}\left(\frac{1}{\epsilon}(\text{grad}\epsilon, \vec{E})\right) + \text{grad}\mu \times \frac{\partial\vec{H}}{\partial t} \quad (2.29)$$

denklemini elde edilir. Aynı zamanda, \vec{H} vektörü içinde benzer bir denklem elde edilir:

$$\Delta\vec{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = -\text{grad}\left(\frac{1}{\mu}(\text{grad}\mu, \vec{H})\right) + \text{grad}\epsilon \times \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} - \text{grad}\sigma \times \vec{E} \quad (2.30)$$

Sonuçta, ortamdaki elektromanyetik dalgalar (2.29) - (2.30) denklemleri ile ifade edilirler. Genel durum için yukarıdaki denklemlerle ifade edilen dalgaları, bazı özel durumlar için inceleyelim.

1. $\epsilon = \epsilon(\vec{r})$, $\sigma = \sigma(\vec{r})$, $\mu = \mu_0 =$ sabit olan durum gözönüne alınsın.

$\mu = \mu_0 =$ sabit olduğu için, (2.29) ve (2.30) denklemlerindeki $\text{grad}\mu = 0$ olacağından, bu denklemler aşağıdaki şekle dönüşürler:

$$\Delta\vec{E} - \mu_0\epsilon \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0\sigma \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \text{grad}(\text{div}\vec{E}) \quad (2.31)$$

$$\Delta\vec{H} - \mu_0\epsilon \frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} - \mu_0\sigma \frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = -\text{grad}\epsilon \times \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} - \text{grad}\sigma \times \vec{E} \quad (2.32)$$

2. $\epsilon =$ sabit, $\sigma =$ sabit, $\mu =$ sabit olan durum gözönüne alınsın.

ϵ , σ ve μ sabit olduğu için $\text{grad}\epsilon = \text{grad}\sigma = \mu = 0$ olacağından, (2.29) ve (2.30) denklemlerini aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\Delta\vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (2.33)$$

$$\Delta \vec{H} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad (2.34)$$

(2.33) denkleminin çözümünü $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ şeklinde arayalım. Bu ifadeyi denklemden yerine koyalım:

$$\Delta \vec{E}_0 e^{i\omega t} + \mu \epsilon \omega^2 \vec{E}_0 e^{i\omega t} - i \mu \sigma \omega \vec{E}_0 e^{i\omega t} = 0 \quad (2.35)$$

Denklemin her iki tarafını $e^{i\omega t}$ ile bölünürse,

$$\Delta \vec{E}_0 + (k^2 - iq^2) \vec{E}_0 = 0 \quad (2.36)$$

$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ ve $q^2 = \mu \sigma \omega$ olmak üzere (2.36) denklemi elde edilir. Benzer olarak (2.34) denkleminin çözümünde $\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i\omega t}$ şeklinde arandığında aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\Delta \vec{H}_0 + (k^2 - iq^2) \vec{H}_0 = 0 \quad (2.37)$$

(2.36) ve (2.37) denklemlerinin her birine Helmholtz Denklemi veya İndirgenmiş Dalga Denklemi denir.

2.3. Boşlukta Elektromanyetik Dalgalar

Elektrik yükleri ve elektrik akımının olmadığı bir uzayda ($\rho = 0, j = 0$) dalgaların mevcut olduğu Maxwell denklemlerinden elde edilir. Boşluk için, $\sigma = 0, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0$ olacağından, bu ifadeleri (2.31) ve (2.32) denklemlerinde yerlerine yazarsak, aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\Delta \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.38)$$

$$\Delta \vec{H} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.39)$$

Matematiksel fizikten bilindiği gibi, (2.38) ve (2.39) denklemleri $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ hızı ile yayılan dalgayı ifade eder. (2.38) ve (2.39) denklemlerinin çözümlerini,

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \end{cases} \quad (2.40)$$

şeklinde arayalım. Fiziksel açıdan, bu çözümün sadece reel kısmının elektromanyetik alanı ifade ettiği aşikardır. Burada, $\varphi = kr - \omega t$ dalga fazını, $kr - \omega t$

= sabit ise, dalga yüzeyini gösterir. (2.40) çözümü, (2.38) -(2.39) Maxwell denklemlerinde yerine yazılırsa,

$$k \vec{E} = 0 \quad (2.41)$$

$$c^2 k \times \vec{H} = -\omega \vec{E} \quad (2.42)$$

$$k \vec{H} = 0 \quad (2.43)$$

$$k \times \vec{E} = \omega \vec{H} \quad (2.44)$$

denklemleri elde edilir. (2.41) - (2.44) denklemleri, \vec{E} elektrik alan şiddet vektörü, \vec{H} manyetik alan şiddet vektörü ve \vec{k} dalga vektörü olmak üzere, bu üç vektörün birbirine dik doğrultuda hareket ettiklerini gösterir.

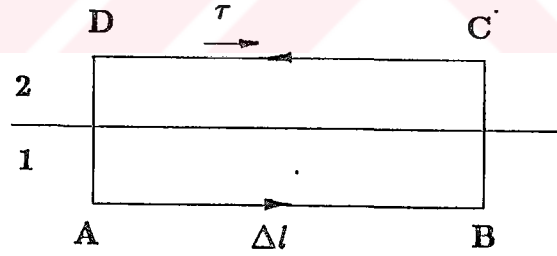


3.DALGALARIN KIRILMASI ve SAÇILMASI

3.1. Sınır Koşulları, Kırılma ve Saçılma Kanunları

Monokromatik düzlem dalgaların bir ortamdan diğerine geçişine bakalım. Bu ortamların izotrop ortamlar olduğunu ve bir düzlem ile ayrıldıklarını düşünelim. Bilindiği gibi, küresel dalgalara, kaynaktan uzak noktalarda düzlem dalga gibi bakılabilir. Yayılan dalga sınıra geldiğinde, bir kısmı kırılarak ikinci ortama geçer, bir kısmı ise sınırdan geriye yansır. İlk olarak gelen, kırılan ve yansıyan dalganın \vec{E} ve \vec{H} vektörlerinin birbirleri ile hangi bağıntı ile bağlı oldukları araştırılsın. Bu bağıntıları ifade eden koşullara *Sınır Koşulları* denir.

Sınır koşullarını ifade etmek için integral formdaki (2.14) ve (2.21) Maxwell denklemleri gözönüne alınsın. İki ortamı ayıran sınırdaki, Şekil 1'deki ABCD dikdörtgenine bakalım.



Şekil 3.1

AB ve CD kenarları sınıra paralel olan bu dikdörtgenin AD ve BC kenarlarının uzunluklarını 0'a yaklaştıralım ve kapalı kontura (2.21) denklemini uygulayalım. Bu durumda (2.21) denkleminin solundaki \vec{E} vektörünün sirkülasyonu $E_{1\tau} \Delta l - E_{2\tau} \Delta l$ şeklinde ifade edilir. Bu kapalı konturun alanı sifıra yaklaştığında, \vec{B} vektörünün bu kontura sabitlenmiş yüzeyden geçen akısı da sifıra yaklaşır. Böylece, $E_{1\tau} \Delta l - E_{2\tau} \Delta l = 0$ veya

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \quad (3.1)$$

elde edilir. Burada, $E_{1\tau}$ ve $E_{2\tau}$, 1. ve 2. ortamlarda elektrik alan şiddet vektörlerinin $\vec{\tau}$ vektörü yönündeki izdüşümleridir. Benzer olarak, yüzey akımlarının olmadığı durumda, (2.12) denkleminde

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \quad (3.2)$$

elde edilir.

$\vec{\tau}$ vektörü, keyfi bir vektör olduğu için, yukarıdaki eşitlikler bize 4 bağımsız sınır koşulu verir. (2.22) ve (2.23) denklemlerini kullanarak, \vec{B} ve \vec{D} 'nin, normal bileşenleri içinde aşağıdaki sınır koşullarını elde ederiz:

$$B_{1n} = B_{2n} \quad (3.3)$$

$$D_{1n} = D_{2n} \quad (3.4)$$

Gelen, yansıyan ve kırılan dalgalar için (2.1) denklemi,

$$\vec{E}_{0\tau} + \vec{E}_{1\tau} = \vec{E}_{2\tau} \quad (3.5)$$

olduğunu gösterir. Burada, $\vec{E}_{0\tau}, \vec{E}_{1\tau}, \vec{E}_{2\tau}$; gelen, yansıyan ve kırılan dalganın elektrik alan şiddet vektörlerinin herhangi bir t anında $\vec{\tau}$ vektörü yönündeki bileşenleridir. Bu dalgalar düzlem dalga oldukları için, (2.5) denklemi

$$\xi_{0\tau} e^{i(\vec{k}_0 \vec{\tau} - \omega_0 t)} + \xi_{1\tau} e^{i(\vec{k}_1 \vec{\tau} - \omega_1 t)} = \xi_{2\tau} e^{i(\vec{k}_2 \vec{\tau} - \omega_2 t)} \quad (3.6)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $\xi_{0\tau}, \xi_{1\tau}, \xi_{2\tau}$; gelen, yansıyan ve kırılan dalgaların genlikleri, $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ frekansları ve $\vec{k}_0, \vec{k}_1, \vec{k}_2$ dalga vektörleridir. Bu sınır koşullarının herhangi bir t anında sağlanması için, $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2$ olmalıdır. Diğer bir ifade ile, gelen, yansıyan ve kırılan dalganın frekansları eşittir.

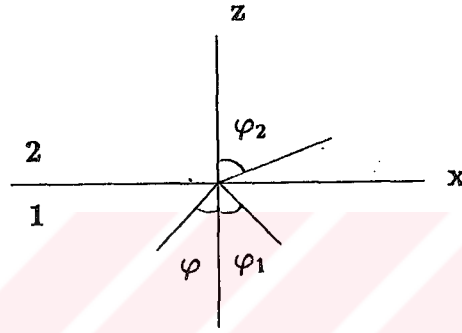
z eksenini ortamların sınırına dik olarak düşünelim (Şekil 2). φ, φ_1 ve φ_2 açıları ise gelen, yansıyan ve kırılan dalgaların gelme açılarıdır. (3.6) denkleminin xy düzleminin her noktasında sağlanması için, tüm dalgaların \vec{k} vektörlerinin x ve y eksenleri üzerindeki izdüşümleri eşit olmalıdır. Burada her üç dalganın yayılma yönünün aynı olduğu sonucu ortaya çıkar. Basitlik için, bu vektörlerin yer aldığı düzlemin xz düzlemi olduğunu düşünelim. Böylece,

$$k_{1x} = k_{2x} = k_{0x} \quad (3.7)$$

olur. Burada,

$$\begin{aligned} k_{0x} &= \frac{\omega}{c} n_1 \sin\varphi_0 \\ k_{1x} &= \frac{\omega}{c} n_1 \sin\varphi_1 \\ k_{2x} &= \frac{\omega}{c} n_1 \sin\varphi_2 \end{aligned}$$

olduğu için, $\varphi_1 = \varphi$ şeklindeki *Yansıma Kanun'u* ile $n_1 \sin\varphi = n_2 \sin\varphi_2$ şeklindeki *Kırılma Kanun'u* elde edilir.



Şekil 3.2

3.2. Fresnel Kanunları

Sınır koşulları, kırılan ve yansıyan dalganın sadece yönlerini değil genliklerini de belirler. Kolaylık için, \vec{E} vektörünün ortamları ayıran düzleme paralel olduğunu düşünelim. Bu durumda, \vec{H} vektöründe xy düzleminin üzerinde olacaktır. Burada, \mathcal{E} ve \mathcal{H} terimleri, elektrik ve manyetik alan şiddet vektörlerinin genliklerini göstermektedir. Sınır koşullarına göre, $\mathcal{E}_y = \mathcal{E}$ ve \mathcal{H}_x için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 \\ k_{0z}(\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_1) = k_{2z}\mathcal{E}_2 \end{cases} \quad (3.8)$$

(3.8) denkleminde, $\mathcal{H}_x = -ck_z \frac{\mathcal{E}_y}{\omega}$ olduğu bilinmelidir. Bu denklemler sisteminin çözümü aşağıdaki Fresnel Formüllerini verir:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = \frac{k_{0z} - k_{2z}}{k_{1z} + k_{2z}} \mathcal{E}_0 \\ \mathcal{E}_2 = \frac{2k_{0z}}{k_{0z} + k_{2z}} \mathcal{E}_0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Burada, $k_{2z} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0}$, $k_{0z} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_1} \cos^2 \theta_0$ olduğu gözönüne alınırsa, kırılan ve yansıyan dalgaların genlikleri için aşağıdaki genel ifadeleri buluruz:

$$\mathcal{E}_1 = \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos^2 \theta_0 - \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0}}{\sqrt{\epsilon_1} \cos^2 \theta_0 + \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0}} \mathcal{E}_0 \quad (3.10)$$

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos^2 \theta_0}{\sqrt{\epsilon_1} \cos^2 \theta_0 + \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0}} \mathcal{E}_0 \quad (3.11)$$

Her iki ortam şeffaf olursa, genlikleri için aşağıdaki ifadeleri yazabiliriz:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = \frac{\sin(\theta_2 - \theta_0)}{\sin(\theta_2 + \theta_0)} \mathcal{E}_0 \\ \mathcal{E}_2 = \frac{2 \cos \theta_0 \sin \theta_2}{\sin(\theta_2 + \theta_0)} \mathcal{E}_0 \end{cases} \quad (3.12)$$

Benzer olarak, \vec{E} vektörünün xz düzlemi üzerinde olduğu durumda da Fresnel Denklemlerini bulmakta mümkündür. Ancak, bu durumda matematik açıdan daha elverişli olması için hesaplamaları \vec{H} vektörüne göre yaparsak, aşağıdaki denklemler bulunur:

$$\mathcal{H}_1 = \frac{\epsilon_2 k_{0z} - \epsilon_1 k_{2z}}{\epsilon_2 k_{0z} + \epsilon_1 k_{2z}} \mathcal{H}_0 = \frac{\epsilon_2 \cos \theta - \sqrt{\epsilon_1 (\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0)}}{\epsilon_2 \cos \theta + \sqrt{\epsilon_1 (\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0)}} \mathcal{H} \quad (3.13)$$

$$\mathcal{H}_2 = \frac{2 \epsilon_2 k_{0z}}{\epsilon_1 k_{2z} + \epsilon_2 k_{0z}} \mathcal{H}_0 = \frac{2 \epsilon_2 \cos \theta_0}{\epsilon_2 \cos \theta + \sqrt{\epsilon_1 (\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0)}} \mathcal{H} \quad (3.14)$$

Şeffaf ortamlarda, genlikler için aşağıdaki ifadeleri elde ederiz:

$$\mathcal{H}_1 = \frac{\operatorname{tg}(\theta_0 - \theta_2)}{\operatorname{tg}(\theta_0 + \theta_2)} \mathcal{H}_0 \quad (3.15)$$

$$\mathcal{H}_2 = \frac{\sin^2 \theta_0}{\sin(\theta_0 - \theta_2) \cos(\theta_0 + \theta_2)} \mathcal{H}_0 \quad (3.16)$$

Yansıma Sabiti. Yansıma sabiti R , yansıyan enerji akısının gelen enerji akısına oranı olarak tarif edilir. Böylece,

$$R = \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1 |\mathcal{E}_1|^2}{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_0 |\mathcal{E}_0|^2} = \frac{|\mathcal{E}_1|^2}{|\mathcal{E}_0|^2} \quad (3.17)$$

formülleri hem şeffaf hemde dalganın yutulduğu ortamlar için geçerlidir. $\theta_0 = 0$ için, $\sqrt{\epsilon_2} = \kappa_1 + i \kappa_2$ şeklinde tanımlanırsa, boşluktan ortama gelen dalga için yansıma sabiti,

$$R = \frac{(\kappa_1 - 1)^2 + \kappa_2^2}{(\kappa_1 + 1)^2 + \kappa_2^2} \quad (3.18)$$

elde edilir.

4. HOMOJEN OLMAYAN ORTAMLARDA ELEKTROMAGNETİK SAÇILMA PROBLEMLERİ

4.1. Problemin Formüle Edilmesi ve Matematik Modelin Çıkarılması

İletken ve silindirik şekilli bir B cismini gözönüne alalım. Bu cismi, dalga sayıları k_1, k_2, k_3 ve dielektrik sabitleri $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ olan üç katmanlı bir ortama koyalım (Şekil 4.1). Ayrıca ortamın geçirgen ve manyetik olmadığını ($\sigma = 0, \mu = \mu_0$) düşünelim. Ekseni z eksenine paralel olan B cisminin, monokromatik, polarize olunmuş (yani elektrik alan şiddet vektörü z eksenine paralel) bir düzlem dalga ($E^i =$) tarafından etkilendiğini düşünelim.

Bu durumda, saçılan dalganın \vec{E} vektörü z eksenine paralel olacaktır ve (2.36) denklemi, iki boyutlu skaler Helmholtz denklemine dönüşür:

$$\Delta E + (k_B^2 - iq^2)E = 0 \quad (4.1)$$

Burada $E = E_z$ ve $k_B = \epsilon \mu \omega^2$ şeklindedir. Cismin dışında, $\sigma = 0$ olduğu için $q^2 = 0$ olacağından aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\Delta E + k^2 E = 0 \quad (4.2)$$

Burada k , y koordinatına bağlıdır ve basamak fonksiyonudur:

$$k = \begin{cases} k_1 & y < d_1 \\ k_2 & y \in (d_1, d_2) \\ k_3 & y > d_2 \end{cases} \quad (4.3)$$

(4.1) ve (4.2) denklemlerinin çözümünü, $E = E^i + E^s$ şeklinde arayalım.

$$E^i(x) = K \exp[ik_2(x_1 \cos \theta_1 + x_2 \sin \theta_1)] + L \exp[ik_2(x_1 \cos \theta_1 - x_2 \sin \theta_1)]$$

θ_1, θ_2 açıları, sırasıyla, θ açısıyla gelen dalganın birinci ve ikinci kırılma açılarını gösterir ve aşağıdaki ifadelerle bulunur:

$$\cos\theta_1 = \frac{k_1}{k_2} \cos\theta \quad \text{Re}\theta_1 \in (0, 2\pi)$$

$$\cos\theta_2 = \frac{k_2}{k_3} \cos\theta_1 \quad \text{Re}\theta_2 \in (0, 2\pi)$$

K ve L katsayıları,

$$K = \frac{T_{12}(\theta, \theta_1)}{1 + R_{12}(\theta, \theta_1)R_{23}(\theta_1, \theta_2)\exp(2ik_2|d_2 - d_1|\sin\theta_1)}$$

$$L = \frac{T_{12}(\theta, \theta_1)R_{12}(\theta, \theta_1)}{1 + R_{12}(\theta, \theta_1)R_{23}(\theta_1, \theta_2)\exp(2ik_2|d_2 - d_1|\sin\theta_1)}$$

$$T_{ij}(\theta, \theta_1) = \frac{2k_i \sin\theta}{k_i \sin\theta + k_j \sin\theta_1} \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$R_{ij}(\theta, \theta_1) = \frac{k_i \sin\theta - k_j \sin\theta_1}{k_i \sin\theta + k_j \sin\theta_1} \quad i, j = 1, 2, 3$$

ifadelerinden elde edilir. Bu çözümü, denklemlerde yerine yazarsak,

$$\Delta(E^i + E^s) + (k_B^2 - iq^2)(E^i + E^s) = 0 \quad (4.4)$$

$$\Delta E^i + K^2 E^i = 0 \quad (4.5)$$

elde edilir.

(4.4) denklemini gözönüne alalım. Denklemin her iki tarafına $k^2 E^s$ terimini ilave edelim.

$$\Delta E^s + k^2 E^s + \Delta E^i + (k_B^2 - iq^2)(E^i + E^s) = k^2 E^s \quad (4.6)$$

Denklemi düzenlersek,

$$\Delta E^s + k^2 E^s = -\Delta E^i - (k_B^2 - iq^2)(E^i + E^s) - k^2 E^s \quad (4.7)$$

elde edilir. (4.5) ve (4.7) denklemlerini birlikte gözönüne alırsak aşağıdaki denklemin elde ederiz:

$$\Delta E^s + k^2 E^s = -(E^i + E^s)(-k^2 + k_B^2 - iq^2) \quad (4.8)$$

Son denklemdaki $-k^2 + k_B^2 - iq^2$ ifadesini daha açık yazalım.

$$\begin{aligned}
k_B^2 - iq^2 - k^2 &= \frac{\omega^2 \varepsilon(x, y)}{c^2} - i \frac{\omega \sigma(x, y)}{c^2} - \frac{\omega^2 \varepsilon_1}{c^2} \\
&= \frac{\omega^2 \varepsilon_1}{c^2} \left(\frac{\varepsilon(x, y)}{\varepsilon_1} - i \frac{\sigma(x, y)}{\omega \varepsilon_1} - 1 \right) \\
&= k^2 (n_1^2(x, y) + in_2^2(x, y) - 1) \\
&= k^2 (n^2(x, y) - 1) \\
&= k^2 (v_1(x, y) + iv_2(x, y)) = k^2 v
\end{aligned}$$

(4.8) ve (4.9) denklemlerini birlikte gözönüne alırsak,

$$\Delta E^s + k^2 E^s = -(E^s + E^i) k^2 (n^2(x, y) - 1) \quad (4.9)$$

denklemini elde edilir. Aradığımız fonksiyon olan E^s saçılan alanını, $E^s = E_1^s + iE_2^s$ şeklinde düşünmek matematik açıdan daha elverişlidir. Benzer olarak E^i alanını da $E^i = E_1^i + iE_2^i$ şeklinde tanımlayalım. Bu çözümleri (4.10) denkleminde yerlerine yazalım:

$$\Delta(E_1^s + iE_2^s) + k^2(E_1^s + iE_2^s) = -(E_1^s + iE_2^s + E_1^i + iE_2^i) k^2 (n_1^2 + in_2^2 - 1) \quad (4.10)$$

İmajiner ve reel kısımları birbirlerine eşitlenirse, aşağıdaki denklem sistemi elde edilir:

$$\begin{cases} -\Delta E_1^s - k^2 n_1^2 E_1^s + k^2 n_2^2 E_2^s = F_1 \\ -\Delta E_2^s - k^2 n_1^2 E_2^s - k^2 n_2^2 E_1^s = F_2 \end{cases} \quad (4.11)$$

Burada, $F_1 = E_1^i k^2 (n_1^2 - 1) - E_2^i k^2 n_2^2$ ve $F_2 = E_2^i k^2 (n_1^2 - 1) + E_1^i k^2 n_2^2$ şeklindedir.

Problemi çözmek istediğimiz Ω alanı, B cismini ve tüm katmanları içeren bir alandır (Şekil 4.1). Problemin tek çözümünün olması için Ω alanının $\partial\Omega$ sınırı üzerinde sınır koşullarının verilmesi gerekir. Bilindiği gibi, Helmholtz denkleminin, sonsuzlukta, aşağıdaki yayılma koşullarını sağlayan çözümü vardır:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left[\frac{\partial E^s}{\partial r} - ik(x) E^s \right] = 0, \quad r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

Problemi sonlu Ω alanında çözdüğümüz için, bu koşulun sonlu alan sınırı üzerinde yaklaşık sınır koşulu olarak adlandırılan aşağıdaki sınır koşulları geçerlidir:

$$\frac{\partial E^s}{\partial r} + (2r)^{-1} E^s - ik E^s = 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega \quad (4.12)$$

Burada $\frac{\partial E^s}{\partial r}$ terimini daha açık ifade edelim. Sınırlarda; α , \vec{n} dış normal vektörü ile \vec{r} vektörü arasındaki açı olmak üzere,

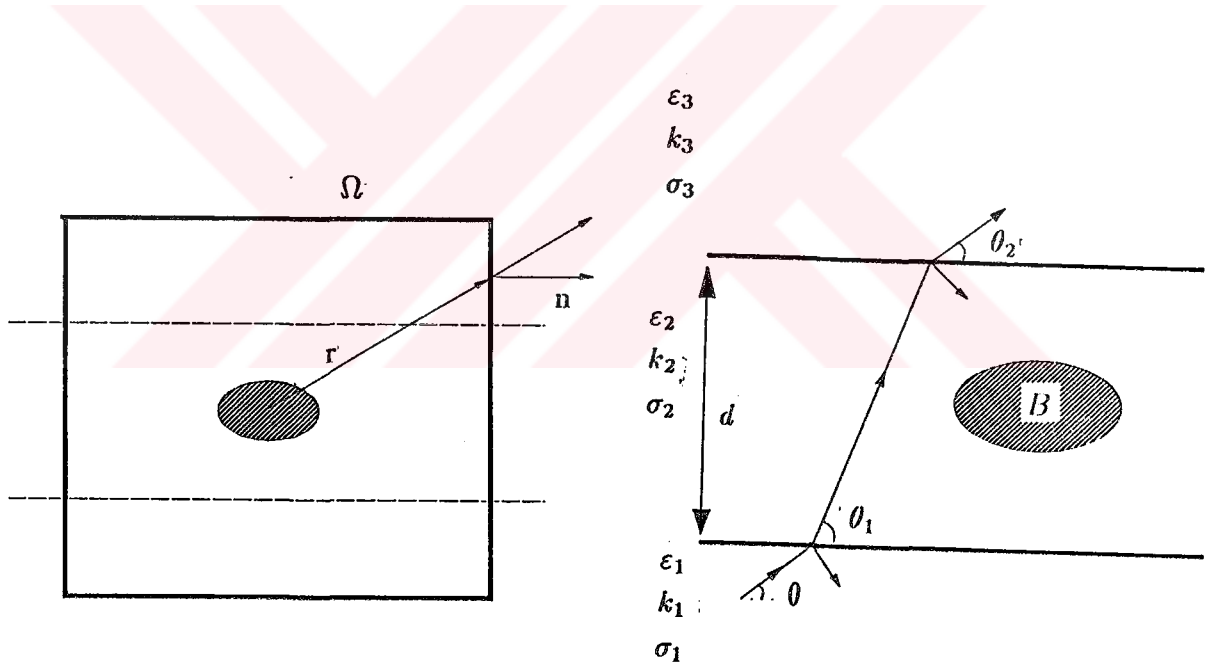
$$\frac{\partial E^s}{\partial r} = \frac{\partial E^s}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial E^s}{\partial y} \sin \alpha, \quad (4.13)$$

denklemleri yazılabilir (Şekil 4.1). Benzer şekilde, (4.14) denklemini ve $E^s = E_1^s + iE_2^s$ ifadesini (4.13) denkleminde yerine yazarsak,

$$\begin{cases} \frac{\partial E_1^s}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial E_1^s}{\partial y} \sin \alpha + (2r)^{-1} E_1^s + k E_2^s = 0 \\ \frac{\partial E_2^s}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial E_2^s}{\partial y} \sin \alpha + (2r)^{-1} E_2^s + k E_1^s = 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

denklemler sistemi elde edilir.

Sonuçta, sadece reel değerli fonksiyonlar içeren (4.12) kısmi diferansiyel denklemler sistemi için, (4.12) ve (4.15) sınır değer problemi elde edilir. Böylece saçılma problemi, bu sınır değer probleminin çözümüne eşittir.



Şekil 4.1

4.2. Nümerik Çözümleme

4.2.1. Sonlu fark ifadelerinin oluşturulması

(4.12) ve (4.15) sınır değer probleminin sonlu fark yaklaşımları için iki boyutlu Ω alanında eşit olmayan adımlı $\overline{\Omega}_h$ şebekesi oluşturulur:

$$\overline{\Omega}_{rh} = \{(x_i, y_j) | x_i = x_{i-1} + h_i^x, i = \overline{1, N}, y_j = y_{j-1} + h_j^y, j = \overline{1, M}, \\ x_0 = -L_x, y_0 = -L_y, x_N = L_x, y_M = L_y\}$$

Bu şebekede ilk olarak (4.12) denkleminin sonlu fark ifadelerini arayalım. (4.12) denklem sistemini,

$$\Lambda_{xx}E_{1,ij} + \Lambda_{yy}E_{1,ij} + k_j^2 n_{1,ij}^2 E_{1,ij} - k_j^2 n_{2,ij}^2 E_{2,ij} = F_{1,ij} \quad (4.15)$$

$$\Lambda_{xx}E_{2,ij} + \Lambda_{yy}E_{2,ij} + k_j^2 n_{1,ij}^2 E_{2,ij} + k_j^2 n_{2,ij}^2 E_{1,ij} = F_{2,ij} \quad (4.16)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada,

$$\Lambda_{xx}E_{\alpha,ij}^s = \frac{\left(\frac{E_{\alpha_{i+1,j}}^s - E_{\alpha_{i,j}}^s}{h_{i+1}^x} - \frac{E_{\alpha_{i,j}}^s - E_{\alpha_{i-1,j}}^s}{h_i^x}\right)}{0.5(h_{i+1}^x + h_i^x)}$$

$$\Lambda_{yy}E_{\alpha,ij}^s = \frac{\left(\frac{E_{\alpha_{i+1,j}}^s - E_{\alpha_{i,j}}^s}{h_{j+1}^y} - \frac{E_{\alpha_{i,j}}^s - E_{\alpha_{i-1,j}}^s}{h_j^y}\right)}{0.5(h_{j+1}^y + h_j^y)}, \quad \alpha = 1, 2$$

şeklinindedir.

Görüldüğü gibi (4.15)-(4.16) şemasının x ve y değişkenlerine göre eşit adımlı şebeke üzerinde ($h_i^x = \text{sabit}$ ve $h_j^y = \text{sabit}$ ise) ikinci dereceden yaklaşımı, eşit olmayan şebeke üzerinde birinci dereceden bir yaklaşımı vardır.

Benzer şekilde sınır koşulları içinde sonlu fark ifadelerini aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\begin{cases} E_{1,x,ij} \text{Cos}\alpha + E_{1,y,ij} \text{Sin}\alpha + (2r)^{-1} E_{1,ij} + k E_{2,ij} = 0 \\ E_{2,x,ij} \text{Cos}\alpha + E_{2,y,ij} \text{Sin}\alpha + (2r)^{-1} E_{2,ij} + k E_{1,ij} = 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

4.2.2. İterativ algoritma

(4.12) - (4.15) denklem sistemini çözmek için Değişken Yönler İterativ Metodu (Alternating Direction Iterative Method) uygulanmıştır. Bu metodla, (4.12) denklemi için, Değişken Yönler İterativ Metodu'nun sonlu fark formülleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$\frac{\tilde{E}_{1,ij} - E_{1,ij}^n}{\tau} = \frac{1}{2} \left[\Lambda_{xx} \tilde{E}_{1,ij} + \Lambda_{yy} E_{1,ij}^n + k_j^2 (1 + v_{1,ij}) \tilde{E}_{1,ij} - k_j^2 v_{2,ij} E_{2,ij}^n - F_{1,ij} \right] \quad (4.18)$$

$$\frac{E_{1ij}^{n+1} - \tilde{E}_{1ij}}{\tau} = \frac{1}{2} \left[\Lambda_{xx} \tilde{E}_{1ij} + \Lambda_{yy} E_{1ij}^{n+1} + k_j^2 (1 + v_{1ij}) E_{1ij}^{n+1} - k_j^2 v_{2ij} E_{2ij}^n - F_{1ij} \right] \quad (4.19)$$

(4.16) denkleminin aşağıdaki sonlu fark formüllerinde , (4.18)-(4.19) denklemlerinin çözümünden bulmuş olduğumuz E_{1ij}^{n+1} değerleri yerlerine koyulur:

$$\frac{\tilde{E}_{2ij} - E_{2ij}^n}{\tau} = \frac{1}{2} \left[\Lambda_{xx} \tilde{E}_{2ij} + \Lambda_{yy} E_{2ij}^n + k_j^2 (1 + v_{1ij}) \tilde{E}_{2ij} + k_j^2 v_{2ij} E_{1ij}^{n+1} - F_{2ij} \right] \quad (4.20)$$

$$\frac{E_{2ij}^{n+1} - \tilde{E}_{2ij}}{\tau} = \frac{1}{2} \left[\Lambda_{xx} \tilde{E}_{2ij} + \Lambda_{yy} E_{2ij}^{n+1} + k_j^2 (1 + v_{1ij}) E_{2ij}^{n+1} + k_j^2 v_{2ij} E_{1ij}^{n+1} - F_{2ij} \right] \quad (4.21)$$

Burada E_{1ij}^n, E_{2ij}^n ; n . iterasyon adımında E_{1ij} ve E_{2ij} şebeke fonksiyonlarının değerleridir. τ ise, iterasyon parametresidir.

(4.18) denkleminde, bir önceki iterasyon adımından bulunan E_{1ij}^n değerleri kullanılarak \tilde{E}_{1ij} değerleri bulunur. Bulunan değerler (4.19) denkleminde yerlerine yazılarak, aranan çözüm olan E_{1ij}^{n+1} değerleri bulunur. Benzer olarak, bir önceki iterasyondan alınan E_{2ij}^n değerleri ile (4.19)'in çözümünden alınan E_{1ij}^{n+1} değerleri, (4.20) denkleminde yerlerine yazılarak \tilde{E}_{2ij} değerleri bulunur. Bu değerler (4.21) denkleminde yerlerine yazılarak E_{2ij}^{n+1} değerleri bulunur. Bu şema, τ için birinci dereceden hassaslığa sahiptir ve sistem kesinlikle stabildir.

İterasyon işlemleri, istenen hassaslığa ulaşmaya kadar sürdürülür. Bu hassaslıkları ε_1 ve ε_2 ile gösterirsek,

$$\left| (E_{1ij}^{n+1} - E_{1ij}^n) / E_{1ij}^n \right| < \varepsilon_1$$

$$\left| (E_{2ij}^{n+1} - E_{2ij}^n) / E_{2ij}^n \right| < \varepsilon_2$$

şeklinde tanımlanır. (4.18)-(4.21) denklemlerinin herbiri, Tridiagonal Matris Algoritması ile çözülür.

4.2.2. Bilgisayar sonuçları

Metodun hassaslığını ve yakınsama hızını sayısal örnek üzerinde inceleyelim.

Farklı k_j değerleri için, fm/T oranını referans alarak, $fm-T$ grafiğini karşılaştıralım.

fm ; $(n + 1)$. iterasyon ile n . iterasyonda, şebeke fonksiyonları arasındaki farkı $(|E_{1ij}^{n+1} - E_{1ij}^n|)$ göstermektedir. T ise, bu fark için geçen toplam süredir.

Teorik olarak, $\lim_{T \rightarrow \infty} fm/T \rightarrow 0$ olmalıdır. Fakat, pratik olarak bu oranı $fm/T = 0.1 = \text{sabit}$ olarak alabiliriz. . Diğer değerler ise,

$$\varepsilon_1 = 1 ; \varepsilon_{ij} = 0.7 ; \sigma_{ij} = 1.8, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M} \text{ olarak seçilmiştir.}$$

Şekil 4.2.'de, $k_1 = 0.8, k_2 = 0.45, k_3 = 0.21$ (I. durum)

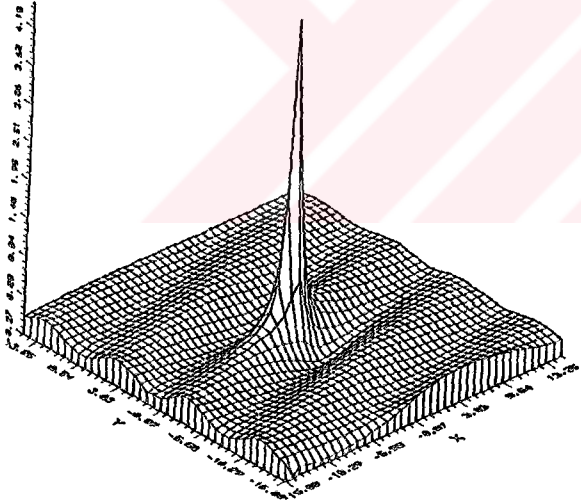
Şekil 4.3.'de, $k_1 = 1.6, k_2 = 0.9, k_3 = 0.42$ (II. durum)

Şekil 4.4.'de ise, $k_1 = 3.2, k_2 = 1.8, k_3 = 0.84$ (III. durum) olarak alınmıştır.

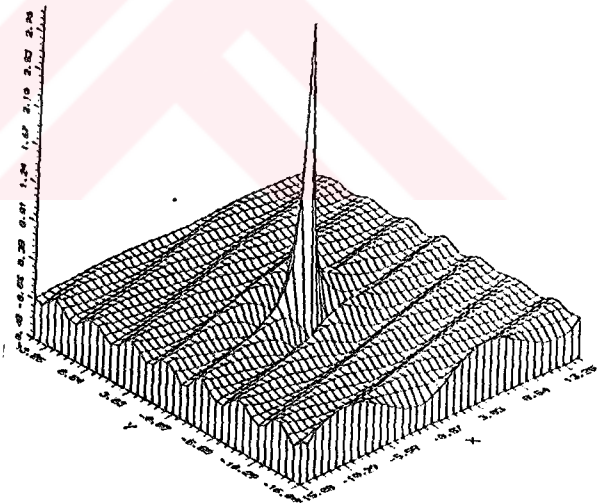
Bunlara ait $fm-T$ grafiği Şekil 4.5.'de görülmektedir.

Bütün durumlar için dalga, $\theta = 45^\circ$ gelme açısı ile gelmektedir. Şekilden görüldüğü gibi gelen dalga için verilmiş ε, σ ve k değerleri için cisimde etkilenme olmuş ve saçılan dalga için beklenen sonuçlar alınmıştır.

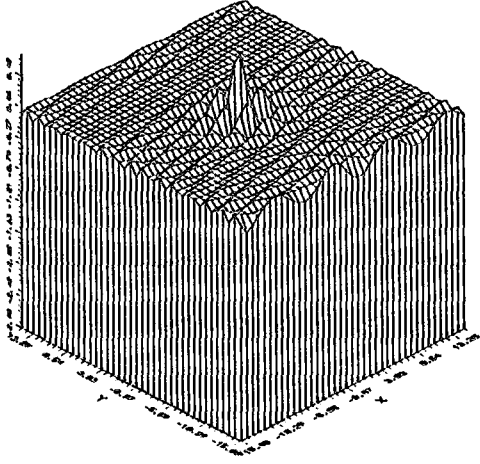
Hesaplamalar, 25×25 noktalı şebeke üzerinde ve τ 'nun $1.e^{-3}$ değeri için yapılmıştır.



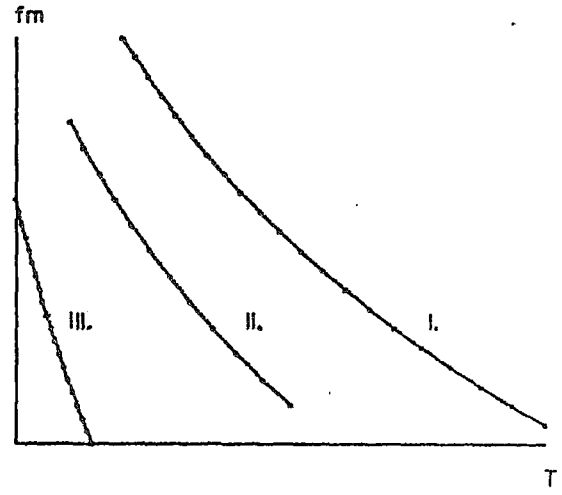
Şekil 4.2



Şekil 4.3



Şekil 4.4



Şekil 4.5



SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Saçılan alan, tüm şekillerden görüldüğü gibi, cismin içinde en büyük değerini alır ve cisimden uzaklaştıkça daha küçük değerler alır. Buda yayılma koşullarını sağladığını gösterir.

Hesaplamalar için gereken bilgisayar zamanı, IBM 80486 uyumlu bilgisayarda 3-5 dakika civarındadır. Buda, kullanılan iterativ yöntemin çok verimli olduğunu göstermektedir. Karşılaştırma için, tam kapalı ve tam açık yöntemlerle de hesaplamalar yapılmış , tam kapalı yöntemde bu zaman 1 saat civarında, tam açık yöntemde ise τ 'nun sınırlı değerlerinden dolayı 150 dakika civarında olduğu görülmüştür.

Nümerik çözüm için Fortran bilgisayar dilinde bir program hazırlanmış ve Ek-A'da verilmiştir.

KAYNAKLAR

- 1- IDEMEN, M. and AKDUMAN, I., 1990. Two-dimensional inverse scattering problem connected with bodies buried in a slab, *Inverse Problems*, 6, p. 749-766.
- 2- ANG, D.D. and VY, L.K., 1992. Regularized solutions of three-dimensional inverse scattering problem for the wave equation, *Inverse Problems*, 8, p. 499-507.
- 3- WESTON, V.H., 1980. Inverse problem for the reduced wave equation with fixed incident field, *J. Math. Phys.*, 21, p. 758-764.
- 4- ABOUD, T. and NEDELEC, J.C., 1992. Electromagnetic Waves in an inhomogeneous medium, *J. Math. Anal. Appl.*, 164, p. 40-58.
- 5- BAYLISS, A., GUNBURGER, M. and TURKELI, A., 1982. Boundary conditions for the numerical solution of elliptic equations in exterior regions, *SIAM J. Appl. Math.*, 42, p.431-451
- 6- UNO, T. and ADACHI, S., 1987. Inverse scattering method for one-dimensional inhomogeneous layered media, *IEEE AP*, 35, p.1456-1466.
- 7- LEE, C.S. and LEE, S.W., 1987. RCS of a coated circular waveguide terminated by a perfect conductor, *IEEE AP*, 35, p.391,398.
- 8- CHEN, Y. and ROKHLIN, V., 1992. On the inverse scattering problem for the Helmholtz equation in one dimension, *Inverse Problems*, 8, p.365-391.
- 9- AKDUMAN, I. and TOPSAKAL, E., 1993. Determination of the orientation of cylindrical bodies buried in a half-space by the use of scattering data, *Inverse Problems*, 9, p. 193-200.
- 10- YUAN, X., LYNCH, D.R. and STROHBEHN, J.W., 1990. Coupling of finite element and moment methods for electromagnetic scattering from inhomogeneous objects, *IEEE AP*, 38, p.386-393

PROGRAM HELMHOLTZ

```

COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  al1yV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

OPEN(UNIT=1,FILE='dosya1.dat')
OPEN(UNIT=2,FILE='dosya2.dat')
OPEN(UNIT=3,FILE='dosya3.dat')
OPEN(UNIT=4,FILE='dosya4.dat')
OPEN(UNIT=5,FILE='dosya5.dat')
OPEN(UNIT=6,FILE='dosya6.dat')
103  FORMAT(3x,2I4,F12.3)
      WRITE(*,1)
1     FORMAT(2x,'TAU VE ITERASYON SAYISINI GIRINIZ')
      READ(*,*) tau,nn
      CALL GIVDAT
      CALL MESH
      CALL INFIELD
      CALL INCOND
      fm=0
      pp=0
81    CONTINUE
      WRITE(5,*) fm,tau
      fms=fm
      DO 10 i=1,ln
      DO 10 j=1,lm
      rr(i,j)=(u1(i,j)-u1s(i,j))
10    u1s(i,j)=u1(i,j)
      u2s(i,j)=u2(i,j)
      CALL BCFORM
505   CONTINUE
      fm=rr(1,1)
      DO 55 i=1,ln
      DO 55 j=1,lm
      IF(ABS(rr(i,j)).gt.fm) fm=ABS(rr(i,j))
55   CONTINUE
      pp=pp+1
      IF(fm.gt.fms) tau=tau
      IF(pp.lt.nn) GO TO 81
      CALL DPRINT
      CLOSE(1)
      CLOSE(2)
      CLOSE(3)
      CLOSE(4)
      CLOSE(5)
      CLOSE(6)
      STOP
      END

```

```

SUBROUTINE GIVDAT
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),allyn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  uiw(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

100  FORMAT(3x,3F12.5)
      ln=39
      lm=39
      ak1=1.5
      ak2=1.5
      ak3=1.5
      ome=1.
      eps1=1.
      slx=36
      sly=36
      np=(ln-2)*(lm-2)
      n=ln-1
      m=lm-1
      pi=3.14159264
      te=pi/4.
      DO 325 i=1,ln
      DO 325 j=1,lm
325  eps(i,j)=1.8
      sgm(i,j)=0.7
      DO 47 i=1,ln
      DO 47 j=1,lm
47  v10(i,j)=0.
      v20(i,j)=0.
      DO 50 i=19,20
      DO 50 j=19,20
50  v10(i,j)=eps(i,j)/eps1-1.
      v20(i,j)=sgm(i,j)/ome*eps1
      DO 55 i=1,ln
      DO 60 j=1,lm/3
60  ak(i,j)=ak1
      DO 65 j=lm/3+1,lm/3*2
65  ak(i,j)=ak2
      DO 70 j=lm/3*2+1,lm
70  ak(i,j)=ak3
55  CONTINUE
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE MESH

```

COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1x1(40),al1xr(40),al2x1(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  al1yV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

```

```

x(1)=-18.
y(1)=-18.
hx(1)=0.1
hx(2)=0.1
hx(ln)=0.1
5 DO 5 i=3,n
  hx(i)=(slx-0.2)/(n-2)
  hy(1)=0.1
  hy(2)=0.1
  hy(lm)=0.1
10 DO 10 j=3,m
  hy(j)=(sly-0.2)/(m-2)
  DO 15 i=2,ln
15 x(i)=x(i-1)+hx(i)
  DO 20 j=2,lm
20 y(j)=y(j-1)+hy(j)
  xx=x(2.5*ln/5)
  yy=y(2.5*lm/5)
RETURN
END

```



```

SUBROUTINE INFIELD
COMMON/A1/ u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/ cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/ u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/ a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/ slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/ al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/ al1yV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/ x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/ u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

DO 30 i=1,ln
DO 40 j=1,lm/3
x1=ABS(x(i))
y1=ABS(y(j))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
te1=acos(cos(te)*ak1/ak2)
Z1=(ak1*sin(te)-ak2*sin(te1))/(ak1*sin(te)+ak2*sin(te1))
40 u01(i,j)=(1.+Z1)*cos(ak1*(x(i)*cos(te)+y(j)*sin(te)))
u02(i,j)=(1.+Z1)*sin(ak1*(x(i)*cos(te)+y(j)*sin(te)))
DO 50 j=lm/3+1,2.*lm/3
F1=sin(acos((ak3*cos(te))/ak2))
F2=cos(2.*ak2*lm*F1/3.)
F3=sin(2.*ak2*lm*F1/3.)
D1=2.*ak3*sin(te)
D2=sin(te)*(ak2*ak3*sin(te)-ak1*ak3*F1)
D3=F1*(ak2**2*sin(te)+ak2*ak1*F1)
D4=ak3*sin(te)+ak2*F1
D5=ak2*ak3*sin(te)*sin(te)+F1*(ak2**2*sin(te)+ak1*ak3*
# sin(te)+ak1*ak2*F1)
D6=ak2*ak3*sin(te)**2-ak1*ak3*sin(te)*F1-ak2**2*F1*
# sin(te)+ak1*ak2*F1**2
E1=acos(ak3*cos(te)/ak2)
E2=ak2*(x(i)*cos(E1)+y(j)*sin(E1))
E3=D1/D4+(D1*F2*(D2-D3))/(D4*D5)
E4=sqrt((1.+F2*(D2-D3)/D5)**2+(D6*F3/D5)**2)
E5=(D1*D6*F3)/(D4*D5)
E6=acos((ak3*cos(te))/ak1)
E7=(ak2*sin(E1)-ak1*sin(E6))/(ak2*sin(E1)+ak1*sin(E6))
E8=ak2*(x(i)*cos(E1)-y(j)*sin(E1))
50 u01(i,j)=(E3*(cos(E2)+E7*cos(E8)))/E4+(E5*(sin(E2)+E7*
# sin(E8)))/E4
u02(i,j)=(E3*(sin(E2)+E7*sin(E8)))/E4-(E5*(cos(E2)+E7*
# cos(E8)))/E4
DO 45 j=2.*lm/3,lm
te2=acos(cos(te1)*ak2/ak3)
45 u01(i,j)=cos(ak3*(x(i)*cos(te2)+y(j)*sin(te2)))
u02(i,j)=sin(ak3*(x(i)*cos(te2)+y(j)*sin(te2)))
30 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE INCOND
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  al1yV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

pi=3.14159264
DO 10 i=1,ln
DO 10 j=1,lm
x1=ABS(xx-x(i))
y1=ABS(yy-y(j))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
u1(i,j)=1./(r+.1)*cos(ak1*(x(i)*cos(pi-te)+y(j)
# *sin(pi-te)))
u1s(i,j)=1./(r+.1)*cos(ak1*(x(i)*cos(pi-te)+y(j)
# *sin(pi-te)))
u2(i,j)=1./(r+.1)*sin(ak1*(x(i)*cos(pi-te)+y(j)
# *sin(pi-te)))
u2s(i,j)=1./(r+.1)*sin(ak1*(x(i)*cos(pi-te)+y(j)
# *sin(pi-te)))
10 WRITE(6,*) x(i),y(j),u1s(i,j)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE BCFORM
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  al1yV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

pi=3.14159264
DO 10 i=1,ln
DO 10 j=1,lm
x1=ABS(xx-x(i))
y1=ABS(yy-y(j))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
cap1(1,j)=1.+hx(2)/2*r*cal
10 CONTINUE
DO 20 i=1,ln
DO 20 j=1,lm
x1=ABS(xx-x(ln))
y1=ABS(yy-y(j))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
cap2(ln,j)=1.-hx(ln)/2*r*cal
20 CONTINUE
DO 95 j=2,m
95 alf1(2,j)=cap1(1,j)
DO 30 j=2,m
au11(j)=cc11(1,j)
30 au12(j)=cc11(ln,j)
DO 40 j=2,m
40 bt1(2,j)=au11(j)
DO 50 i=2,n
DO 50 j=2,m
a1(i,j)=(tau/2.)*cm44(i)
b1(i,j)=(tau/2.)*cm4(i)
c1(i,j)=a1(i,j)+b1(i,j)-1.+ak(i,j)*ak(i,j)*
# (1.+v10(i,j))*tau/2.
50 CONTINUE
DO 60 i=2,n
DO 60 j=2,m
zf1(i,j)=ff1(i,j)
60 CONTINUE

```

```

DO 70 i=2,n
DO 70 j=2,m
alf1(i+1,j)=b1(i,j)/(c1(i,j)-alf1(i,j)*a1(i,j))
bt1(i+1,j)= (a1(i,j)*bt1(i,j)+zf1(i,j))/(c1(i,j)-
# a1(i,j)*alf1(i,j))
70 CONTINUE
DO 80 j=2,m
80 ulw(ln,j)= (cap2(ln,j)*bt1(ln,j)+au12(j))/
# (1.-cap2(ln,j)*alf1(ln,j))
DO 90 i=1,ln-1
DO 90 j=2,m
k=ln-i
90 ulw(k,j)=alf1(k+1,j)*ulw(k+1,j)+bt1(k+1,j)
DO 100 i=1,ln
DO 100 j=1,lm
x1=ABS(xx-x(i))
y1=ABS(yy-y(1))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
cap1(i,1)=1.+hy(2)/2*r*sal
100 CONTINUE
DO 110 i=1,ln
DO 110 j=1,lm
x1=ABS(xx-x(i))
y1=ABS(yy-y(lm))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
cap2(i,lm)=1.-hy(lm)/2*r*sal
110 CONTINUE
DO 120 i=2,m
120 alf1(i,2)=cap1(i,1)
DO 130 i=2,n
au11(i)=cc12(i,1)
130 au12(i)=cc12(i,lm)
DO 140 i=2,m
140 bt1(i,2)=au11(i)
DO 150 i=2,n
DO 150 j=2,m
a1(i,j)= (tau/2.)*cm55(j)
b1(i,j)= (tau/2.)*cm5(j)
150 c1(i,j)= a1(i,j)+b1(i,j)-1.+ak(i,j)*ak(i,j)*
# (1.+v10(i,j))*tau/2.
DO 160 i=2,n
DO 160 j=2,m
zf1(i,j)= ff3(i,j)
160 CONTINUE
DO 170 i=2,n
DO 170 j=2,m
alf1(i,j+1)=b1(i,j)/(c1(i,j)-alf1(i,j)*a1(i,j))
bt1(i,j+1)= (a1(i,j)*bt1(i,j)+zf1(i,j))/(c1(i,j)-
# a1(i,j)*alf1(i,j))
170 CONTINUE

```

```

DO 180 i=2,n
180 u1(i,lm)= (cap2(i,lm)*bt1(i,lm)+au12(i))/
# (1.-cap2(i,lm)*alf1(i,lm))
DO 190 j=1,lm-1
DO 190 i=2,n
k=lm-j
190 u1(i,k)=alf1(i,k+1)*u1(i,k+1)+bt1(i,k+1)
DO 191 i=1,ln
DO 191 j=1,lm
a1(i,j)=0.
b1(i,j)=0.
c1(i,j)=0.
zf1(i,j)=0.
alf1(i,j)=0.
bt1(i,j)=0.
au11(i)=0.
au12(i)=0.
cap1(i,j)=0.
cap2(i,j)=0.
191 CONTINUE
DO 200 i=1,ln
DO 200 j=1,lm
x1=ABS(xx-x(1))
y1=ABS(yy-y(j))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
cap1(1,j)=1.+hx(2)/2*r*cal
200 CONTINUE
DO 210 i=1,ln
DO 210 j=1,lm
x1=ABS(xx-x(ln))
y1=ABS(yy-y(j))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
cap2(ln,j)=1.-hx(ln)/2*r*cal
210 CONTINUE
DO 220 j=2,m
220 alf1(2,j)=cap1(1,j)
DO 230 j=2,m
au11(j)=cc21(1,j)
230 au12(j)=cc21(ln,j)
DO 240 i=2,m
240 bt1(i,2)=au11(j)
DO 250 i=2,n
DO 250 j=2,m
a1(i,j)= (tau/2.)*cm44(i)
b1(i,j)= (tau/2.)*cm4(i)
c1(i,j)=a1(i,j)+b1(i,j)-1.+ak(i,j)*ak(i,j)*
# (1.+v10(i,j))*tau/2.
250 CONTINUE
DO 260 i=2,n
DO 260 j=2,m
zf1(i,j)=ff2(i,j)
260 CONTINUE

```

```

DO 270 i=2,n
DO 270 j=2,m
alf1(i+1,j)=b1(i,j)/(c1(i,j)-alf1(i,j)*a1(i,j))
bt1(i+1,j)=(a1(i,j)*bt1(i,j)+zf1(i,j))/
# (c1(i,j)-a1(i,j)*alf1(i,j))
270 CONTINUE
DO 280 j=1,m
280 u2w(ln,j)=(cap2(ln,j)*bt1(ln,j)+au12(j))/
# (1.-cap2(ln,j)*alf1(ln,j))
DO 290 i=1,ln-1
DO 290 j=2,m
k=ln-i
290 u2w(k,j)=alf1(k+1,j)*u2w(k+1,j)+bt1(k+1,j)
DO 300 i=1,ln
DO 300 j=1,lm
x1=ABS(xx-x(i))
y1=ABS(yy-y(1))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
cap1(i,1)=1.+hy(2)/2*r*sal
300 CONTINUE
DO 310 i=1,ln
DO 310 j=1,lm
x1=ABS(xx-x(i))
y1=ABS(yy-y(lm))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
cap2(i,lm)=1.-hy(lm)/2*r*sal
310 CONTINUE
DO 320 i=2,m
320 alf1(i,2)=cap1(i,1)
DO 340 i=2,n
au11(i)=cc22(i,1)
340 au12(i)=cc22(i,lm)
DO 350 i=2,m
350 bt1(i,2)=au11(i)
DO 360 i=2,n
DO 360 j=2,m
a1(i,j)=(tau/2.)*cm55(j)
b1(i,j)=(tau/2.)*cm5(j)
360 c1(i,j)=a1(i,j)+b1(i,j)-1.+ak(i,j)*ak(i,j)*
# (1.+v10(i,j))*tau/2.
DO 370 i=2,n
DO 370 j=2,m
zf1(i,j)=ff4(i,j)
370 CONTINUE

```

```
DO 380 i=2,n
DO 380 j=2,m
alf1(i,j+1)=b1(i,j)/(c1(i,j)-alf1(i,j)*a1(i,j))
bt1(i,j+1)= (a1(i,j)*bt1(i,j)+zf1(i,j))/(c1(i,j)-
# a1(i,j)*alf1(i,j))
380 CONTINUE
DO 390 i=2,n
390 u2(i,lm)= (cap2(i,lm)*bt1(i,lm)+au12(i))/
# (1.-cap2(i,lm)*alf1(i,lm))
DO 400 j=1,lm-1
DO 400 i=2,n
k=lm-j
400 u2(i,k)=alf1(i,k+1)*u2(i,k+1)+bt1(i,k+1)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE DPRINT
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),allyn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  ulw(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

100  FORMAT(3x,3F12.5)
101  FORMAT(3x,2F12.5)
111  FORMAT(3x,2E14.6)
      DO 85 i=1,ln
      DO 85 j=1,lm
      WRITE(1,100) x(i), y(j), u1(i,j)
      WRITE(2,100) x(i), y(j), u2(i,j)
      WRITE(3,100) x(i), y(j), u01(i,j)
      WRITE(4,100) x(i), y(j), u02(i,j)
85   CONTINUE
      RETURN
      END
```



```

FUNCTION CM4(I)
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),uls(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),allyn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

IF(i.eq.ln) i=i-1
CM4=-1/(0.5*hx(i+1)*(hx(i+1)+hx(i)))
RETURN
END

```

```

FUNCTION CM44(I)
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),uls(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),allyn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

IF(i.eq.ln) i=i-1
CM44=-1/(0.5*hx(i)*(hx(i+1)+hx(i)))
RETURN
END

```

FUNCTION CM5(J)

```
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  al1yV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)
```

```
IF(j.eq.lm) j=j-1
CM5=-1/(0.5*hy(j+1)*(hy(j+1)+hy(j)))
RETURN
END
```

FUNCTION CM55(J)

```
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  al1yV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)
```

```
IF(j.eq.lm) j=j-1
CM55=-1/(0.5*hy(j)*(hy(j+1)+hy(j)))
RETURN
END
```

```

FUNCTION CC11(I,J)
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

x1=ABS(xx-x(i))
y1=ABS(yy-y(j))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
IF(i.eq.ln) GO TO 5
IF(j.eq.1) j=j+1
CC11=hx(2)*((ak(1,j)*u2s(1,j)+(1./hy(j)))*
# (u1s(1,j)-u1s(1,j-1))*sal)*(1./cal))
IF(i.ne.ln) GO TO 51
5 IF(j.eq.1) j=j+1
CC11=-hx(ln)*((ak(ln,j)*u2s(ln,j)+(1./hy(j)))*
# (u1s(ln,j)-u1s(ln,j-1))*sal)*(1./cal))
51 CONTINUE
RETURN
END

```

```

FUNCTION CC12(I,J)
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

x1=ABS(xx-x(i))
y1=ABS(yy-y(j))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
IF(j.eq.lm) GO TO 5
IF(i.eq.1) i=i+1
CC12=hy(2)*((ak(i,1)*u2w(i,1)+(1./hx(i))*
# (u1w(i,1)-u1w(i-1,1))*cal)*(1./sal))
IF(i.ne.ln) GO TO 11
5 IF(i.eq.1) i=i+1
CC12=-hy(lm)*((ak(i,lm)*u2w(i,lm)+(1./hx(i))*
# (u1w(i,lm)-u1w(i-1,lm))*cal)*(1./sal))
11 CONTINUE
RETURN
END

```

```

FUNCTION CC21(I,J)
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),allyn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  ulw(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

x1=ABS(xx-x(i))
y1=ABS(yy-y(j))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
IF(i.eq.ln) GO TO 5
IF(j.eq.1) j=j+1
CC21=hx(2)*((-ak(1,j)*u1s(1,j)+(1./hy(j))*
# (u2s(1,j)-u2s(1,j-1))*sal)*(1./cal))
IF(i.ne.ln) GO TO 11
5 IF(j.eq.1) j=j+1
CC21=-hx(ln)*((-ak(ln,j)*u1s(ln,j)+(1./hy(j))*
# (u2s(ln,j)-u2s(ln,j-1))*sal)*(1./cal))
11 CONTINUE
RETURN
END

```

```

FUNCTION CC22(I,J)
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),allyn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

x1=ABS(xx-x(i))
y1=ABS(yy-y(j))
r=sqrt(x1**2+y1**2)
sal=(y(j)-yy)/r
cal=(x(i)-xx)/r
IF(j.eq.lm) GO TO 5
IF(i.eq.1) i=i+1
CC22=hy(2)*((-ak(i,1)*u1w(i,1)+(1./hx(i))*
# (u2w(i,1)-u2w(i-1,1))*cal)*(1./sal))
IF((i.ne.1).or.(i.ne.ln)) GO TO 11
IF(i.ne.ln) GO TO 11
5 IF(i.eq.1) i=i+1
CC22=-hy(lm)*((-ak(i,lm)*u1w(i,lm)+(1./hx(i))*
# (u2w(i,lm)-u2w(i-1,lm))*cal)*(1./sal))
11 CONTINUE
RETURN
END

```

```

FUNCTION AL1X(I,J)
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),allyn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  ulw(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

```

```

al1x=0.
IF((I.EQ.1).or.(I.EQ.2)) AL1X=AL1XL(J)
IF((I.EQ.LN).or.(I.EQ.N)) AL1X=AL1XR(J)
RETURN
END

```

```

FUNCTION AL2X(I,J)
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),allyn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  ulw(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

```

```

al2x=0.
IF((I.EQ.1).or.(I.EQ.2)) AL2X=AL2XL(J)
IF((I.EQ.LN).or.(I.EQ.N)) AL2X=AL2XR(J)
RETURN
END

```

```

FUNCTION AL1Y(I,J)
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),allyn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  ulw(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

```

```

ally=0.
IF((J.EQ.1).or.(J.EQ.2)) AL1Y=AL1YN(I)
IF((J.EQ.LM).or.(J.EQ.M)) AL1Y=AL1YV(I)
RETURN
END

```

```

FUNCTION AL2Y(I,J)
COMMON/A1/  u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/  cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/  u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/  a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/  slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/  al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/  allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),allyn(40)
COMMON/A8/  x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/  ulw(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

```

```

al2y=0.
IF((J.EQ.1).or.(J.EQ.2)) AL2Y=AL2YN(I)
IF((J.EQ.LM).or.(J.EQ.M)) AL2Y=AL2YV(I)
RETURN
END

```



```

FUNCTION FF1(I,J)
COMMON/A1/ u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/ cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/ u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/ a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/ slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/ al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/ al1yV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/ x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/ u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

```

```

jj=j
IF(j.eq.1) jj=j+1
FF=(tau/2.)*(u1s(i,jj+1)/hy(jj+1)-u1s(i,jj)*
# (1./hy(jj)+1./hy(jj+1)-2./tau)+u1s(i,jj-1)/
# hy(jj))*1./(0.5*(hy(jj)+hy(jj+1)))
FFK=ak(i,jj)*ak(i,jj)*((v10(i,jj)*u01(i,jj)-
# v20(i,jj)*u02(i,jj))-u2s(i,jj)*v20(i,jj))
FF=FF+(tau/2.)*FFK
FF1=-FF
RETURN
END

```

```

FUNCTION FF2(I,J)
COMMON/A1/ u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/ cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/ u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/ a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/ slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/ al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/ al1yV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/ x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/ u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

```

```

jj=j
IF(j.eq.1) jj=j+1
FF=(tau/2.)*(u2s(i,jj+1)/hy(jj+1)-u2s(i,jj)*
# (1./hy(jj)+1./hy(jj+1)-2./tau)+u2s(i,jj-1)/
# hy(jj))*1./(0.5*(hy(jj)+hy(jj+1)))
FFK=ak(i,jj)*ak(i,jj)*((v10(i,jj)*u02(i,jj)+
# v20(i,jj)*u01(i,jj))+u1s(i,jj)*v20(i,jj))
FF=FF+(tau/2.)*FFK
FF2=-FF
RETURN
END

```

```

FUNCTION FF3 (I,J)
COMMON/A1/ u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/ cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/ u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/ a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/ slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/ al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/ allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/ x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/ u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

ii=i
IF(i.eq.1) ii=i+1
F=(tau/2.)*(1./0.5*(hx(ii)+hx(ii+1)))
FF=F*((u1w(ii+1,j)-u1w(ii,j))/hx(ii+1)-(u1w(ii,j)-
# u1w(ii-1,j))/hx(ii))+u1s(ii,j)
FFK=ak(ii,j)*ak(ii,j)*((v10(ii,j)*u01(ii,j)-
# v20(ii,j)*u02(ii,j))-u2s(ii,j)*v20(ii,j))
FF=FF+(tau/2.)*FFK
FF3=-FF
RETURN
END

```

```

FUNCTION FF4 (I,J)
COMMON/A1/ u01(40,40),u02(40,40),v10(40,40),v20(40,40)
COMMON/A2/ cap1(40,40),cap2(40,40),au11(40),au12(40)
COMMON/A3/ u1(40,40),u2(40,40),u1s(40,40),u2s(40,40)
COMMON/A4/ a1(40,40),b1(40,40),c1(40,40),sgm(40,40)
COMMON/A5/ slx,sly,np,ak1,ak2,ak3,omg,eps1,ak(40,40)
COMMON/A6/ al1xl(40),al1xr(40),al2xl(40),al2xr(40)
COMMON/A7/ allyV(40),al2yn(40),al2yV(40),al1yn(40)
COMMON/A8/ x(40),y(40),hx(40),hy(40),eps(40,40)
COMMON/A9/ u1w(40,40),u2w(40,40),zf1(40,40)
COMMON/A10/ ln,lm,n,m,xx,yy,te,te1,te2,pp
COMMON/A11/ al2(40,40),rr(40,40),tau,yk1
COMMON/A12/ alf1(40,40),bt1(40,40)

ii=i
IF(i.eq.1) ii=i+1
F=(tau/2.)*(1./(0.5*hx(ii)+hx(ii+1)))
FF=F*((u2w(ii+1,j)-u2w(ii,j))/hx(ii+1)-(u2w(ii,j)-
# u2w(ii-1,j))/hx(ii))+u2s(ii,j)
FFK=ak(ii,j)*ak(ii,j)*((v10(ii,j)*u02(ii,j)+
# v20(ii,j)*u01(ii,j))+u1s(ii,j)*v20(ii,j))
FF=FF+(tau/2.)*FFK
FF4=-FF
RETURN
END

```

ÖZGEÇMİŞ

1970 yılında Muş'ta doğdu. İlk, orta, lise öğrenimini Isparta'da tamamladı. 1988 yılında girdiği Yıldız Teknik Üniversitesi Kocaeli Mühendislik Fakültesi Elektrik Mühendisliği Bölümü'nden 1992 yılında "Üniversite Birincisi" olarak mezun oldu. Haziran 1994 yılında, Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans öğrenimini tamamladı.

Ocak 1992 tarihinden bu yana Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Elektrik Mühendisliği Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktadır.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ