

45472

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

M.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMAN TAYIN 1995

**KUANTUM RENK DİNAMİĞİNDE GLUON VE KUARK
PROPAGATORLARININ TEK İLMEKLİ YAKLAŞIMDA
HESABI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Jale YILMAZKAYA

Ana Bilim Dalı : FİZİK

HAZİRAN 1995

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KUANTUM RENK DİNAMİĞİNDE GLUON VE KUARK
PROPAGATORLARININ TEK İLMEKLİ YAKLAŞIMINDA HESABI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Jale YILMAZKAYA

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih :

Tezin Savunulduğu Tarih :

Tez Danışmanı

Üye

Üye ,

Doç. Dr. K. Elşen Veliyev

Prof. Dr. Durul Ören

Yrd. Doç. Dr. Abdurrahman Andiç

E. 





Haziran 1995

SİMGELER DİZİNİ ve KISALTMALAR

A_μ	: Ayar alanı
C_{abc}	: Yapı sabiti
D_μ	: Kovaryant türev
D_q, D_p	: Sonsuz hacim elemanları
$F_{\mu\nu}$: Alan tensörü
G, \tilde{G}	: Green fonksiyonu (yayılcı veya vakumun beklenen değeri)
$g_{\mu\nu}$: Minkowski uzayında diyagonal metrik tensör
$J(x)$: Kaynak fonksiyonu
k	: μ boyutlu momentum
L	: Lagranjyen
N	: Normalizasyon sabiti
η^*, η	: Ghost alanı
S	: Action
T^A	: Jeneratör
x_μ	: μ boyutlu kovaryant uzay – zaman vektörü
W	: Oluşum fonksiyonu
ω_a, ω_b	: Ayar dönüşüm parametreleri
λ	: Ayar sabitleme parametreleri
ϕ	: Skaler alan
Δ_F	: Fadeev – Popov determinanı
\square	: Dalamber' t operatörü
$\langle 0^+ 0^- \rangle$: Vakum – Vakum genliği

AF	: Action fonksiyoneli
BRST	: Becchi – Rouet – Stora – Tyutin
FP	: Fadeev – Popov
FYI	: Feynman Yol İntegrali
IR	: İnfrared (uzun mesafeli veya küçük momentli)
KAT	: Kuantum Alan Teorisi
KED	: Kuantum Elektrodinamik
KRD	: Kuantum Renk Dinamiği
ST	: Slavnov – Taylor
UV	: Ultraviyole (kısa mesafeli veya büyük momentli)
YI	: Yol İntegrali
YM	: Yang – Mills

ÖZET

Bu çalışmada, şiddetli etkileşmenin teorisi olan KRD 'deki bazı problemler ele alınmıştır. Bilindiği gibi şiddetli etkileşme sabiti yalnız momentumun büyük değerlerinde sıfıra yaklaşır ve $g \ll 1$ olur. Şiddetli etkileşmeye ait olan ve asimtotik özgürlük denen bu özellik büyük enerjilerde pertürbasyon teorisini kullanmamıza imkan verir.

Lorentz ayarında Standart Feynman kurallarını kullanılarak tek ilmekli yaklaşımda gluon propagatoru, kuarkların kütle operatörü ve kuark-gluon etkileşme tepe fonksiyonu hesaplanmıştır. Hesaplarda teoremin doğasından gelen ıraksamalarla karşılaşmıştır. Bunları ortadan kaldırmak için boyutsal düzenleme yapılmıştır. Düzenlemeden sonra, ıraksamalar kutuplar şeklinde görünmüştür. Yukarıda belirtilen diyagramlar hesaplandıktan sonra, minimum çıkarma yöntemini kullanarak renormalizasyon işlemi yapılmış, renormalizasyon sabitleri hesaplanmış, ekterimler için renormalizasyon ifadesi bulunmuştur. Sonuçta, ıraksamalardan arınmış ifade elde edilmiştir.

ABSTRACT

In this study, it is examined some problems in KRD which is the theory of strong interaction. As it is known, strong coupling constant only approaches to the zero in high values of the momenta and $g \leq 1$ becomes. By the help of this property, which is called asintodic freedom, peturbation theory can be used in high energies.

In Lorentz gauge, by using Standart Feynman diyagrams we evaluated gluon propagator, mass operator of quarks and quark-gluon interaction vertex function in one-looped approximation. In accounts, it is met divergences that come from the nature of the theory. In order to eliminate these, it is used dimensional regularization. After regularization, divergences appear as poles. After evaluation of the diagrams which are mentioned above, renormalization operation is done using minimum subtraction method, it is evaluated renormalization constant and finally renormalization expression is found for the counterterms. In the end, it is provided expressions without divergences.



ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Şiddetli etkileşmelerin teorisi olan Kuantum Renk Dinamiğinde tek ilmekli yaklaşımda Standart Feynman diyagram tekniği kullanılarak, son derece karışık olan işlemler basite indirgenebilmektedir. Çalışmamızda bu teknik kullanılarak, Lorentz ayarında gluonlar için propagatoru, tek ilmekli yaklaşımda hesaplanmış, kuarklar için kütle operatörü ve kuark gluon etkileşme tepe fonksiyonu hesaplanmış, renormalizasyon sabitleri ve ekterimler bulunmuştur.

Beni sabırla yönlendiren danışmanım sayın hocam Doç. Dr. Elşen VELİYEV'e (K.O.Ü.A.G.), bu konuda çalışma olanağı veren sayın hocam Prof. Dr. Yüksel BEKTÖRE'ye (K.O.Ü.), her türlü konuda yardımlarını gördüğüm sayın hocam Yrd. Doç. Abdurrahman ANDİÇ'e (K.O. Ü.) ve tezimi büyük bir sabırla yazan Özgür AYDIN'a içten teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR	vi
BÖLÜM 1. GİRİŞ	I
BÖLÜM 2. KUANTUM RENK DİNAMİĞİNİN TEMEL KAVRAMLARI	4
2.1 Temel parçacıklar	4
2.2 Ayar Alanları ve Kuantum Alan Teorisinde Simetrinin Rolü	9
2.3 Non-Abelyen Ayar Teorileri	13
2.3.1 Global Ayar İnvaryanslığı	13
2.3.2 Yerel Ayar İnvaryanslığı	14
2.4 Alan Teorilerinde Lie Grubunun Kullanımı	16
BÖLÜM 3. KUANTUMLANMA	19
3.1 Feynman Yol İntegralleri	20
3.2 Fadeev-Popov metodu	26
3.3 Kovaryant Ayarlar	31
3.4 Fadeev-Popov Ghostları	35
3.5 Feynman Diyagramları	36

BÖLÜM 4. KUANTUM RENK DİNAMİĞİNDE GLUON VE KUARK PROPAGATORLARININ TEK İLMEKLİ YAKLAŞIMDA HESABI

4.1	Tek İlmecli Yapıda Yang-Mills Teorisi	44
4.2	Gluonlar İçin Propagatorların Tek İlmecli Yaklaşımında Hesabı	47
4.3	Kuarklar İçin Kütle Operatörlerinin Hesabı	52
4.4	Kuark-Gluon Etkileşme Tepe Fonksiyonunun Hesabı	55
SONUÇLAR		60
KAYNAKLAR		61
ÖZGEÇMİŞ		64

GİRİŞ

Mikrodünya, aslında tüm evren, etkileşimde bulunan alanların geniş bir bölgesi gibi düşünülebilir. Fakat alanların görünümü parçacıklar şeklindedir. Artık enerji-madde ve alan-parçacık ikilemleri açığa kavuşturulmuştur. Gerçekte her şey etkileşimde bulunan kuantum alanlarıdır. Diğer bir deyişle, parçacıklar uzayın her yerinde bulunan sürekli bir alanın bölgesel yoğunlaşması şeklinde düşünülür. Böylece madde ve boş uzay arasındaki ayrım bütünü ile ortadan kalkar. Her alanın etkileşmesine aracılık eden bir kuantası vardır. Buna göre bir noktadaki alanın yoğunluğu, onun kuantasının bulunma olasılığıdır. Kuantalar uzayda dolaşabilirler ve birbirleri ile etkileşebilirler. Örneğin elektron ve çekirdeği bir arada tutan elektromanyetik etkileşmenin kuantası, spini 1, kütlesi sıfır olan foton, doğadaki en zayıf etkileşme olan kütsel çekimin ki hala deneysel olarak gözlenemeyen ve spini 2 olan graviton'dur. Çekirdeğin beta bozunması pion ve müonların bozunmasından sorumlu olan, aynı zamanda kuark ve leptonların çeşnisini değiştirebilen zayıf etkileşmenin kuantası ise ilk olarak Carlo Rubbia tarafından UA1 dedektöründe gözlenen W^+ , W^- , Z^0 bozonları, son olarak kuarkları bir arada tutan güçlü etkileşmenin kuantası Stanford'da elektron saçılma deneylerinde gözlenen renk gluonudur.

Tüm bunlara göre evren, görelili kuantum teorisine tabi toplam dört tip etkileşimde bulunan bir alanlar kümesidir. Aslında alan kavramı uzun yıllar önce Maxwell ve Faraday tarafından ortaya atılmıştır. Sonra Einstein özel görelilik teorisini kurmuştur. Böylece Lorentz dönüşümleri ve uzay zaman dönüşümlerinin her ikisinde kapsayan Poincare dönüşümleri altında doğa kanunlarının invaryans olduğu ortaya çıkmıştır. Zaten bu sonuç doğaldır. Çünkü uzay-zaman homojendir ve üç boyutlu Öklit uzayı izotropiktir. İşte bazı fiziksel niceliklerin dönüşümler altında değişmeden kalmasına "invariant (değişmez)" denir.

Özel göreliliğin keşfinden sonra, fiziksel alanların uzay zamana göre değişen sonsuz sayıda serbestlik derecesine sahip bir sistem gibi düşünülmesi kaçınılmazdı. Yerdeğiştiren parçacıkların diğer parçacıklar üzerinde yaptığı etki, yalnız bir noktadan diğer noktaya sonlu hızla yayılan alanın pertürbasyonları şeklinde transfer edilir ve alanlar, enerji ve momentum taşır.

İşte bu düşüncelerden yola çıkılarak kuantum alan teorisi kurulmuş ve teorinin gelişimi fizikçilere sonsuz boyutlu Hilbert uzayı, operatör teorisi ve matris cebri gibi yeni

matematik dallarına götürmüştür. Böylece KAT ile maddenin gizemli yapısını çözmek için uzun bir yolculuk başlamış ve zamanla olaylar arasındaki son derece çarpıcı bağlantılar bilim adamlarını geri dönüşü olmayan bir yola sürüklemiştir.

Bu teorilerin gelişimini dört zaman dilimine ayırabiliriz :

1918-26 yılları arasında skala⁶ invaryans kavramı ortaya atıldı ve Weyl tarafından geliştirildi. Ayar invaryans 1926-29 yılları arasında Fock tarafından keşfedildi. Bu arada kavramsal zorluklar çözüldü ve bazı teorikçiler bir model oluşturma için ayar invaryans ile ilgili olduğunu fark ettiler. 1920 yılında Dirac, elektron ve fotonların etkileşmesini inceleyen KED teorisini kurdu. Sonraları bu teori W. Pauli, W. Heisenberg, P. Jordan ve P. Dirac tarafından geliştirilmiş ve 1940'ların sonlarında R. Feynman, J. Schwinger ve S. Tomonaga tarafından sağlam bir matematiksel temele oturtulmuştur.

Üçüncü zaman aralığında (1929-54) Weyl tarafından ayar invaryans prensibi oluşturuldu. Non-Temporal ayar'da kuantumlanma teknikleri ilk defa Heisenberg ve Pauli tarafından ortaya atıldı. Fock, Klein ve Dirac'da ayar alanları üzerinde çalıştı. Fakat fizikçilerin çoğu, gizemli simetrisinin çok faydalı bir kavram olmasına rağmen, bu konuda çalışmadılar. Oscar Klein'in non-Abelyen ayar modeli üzerine yazdığı makalesi bilimsel komite tarafından dikkate alınmadı. 1949'da Dirac non-kovaryant ayarlara bu günkü Light-cone ayarının bir versiyonu olan Light-front ayarı ekledi.

Dördüncü zaman aralığı (1954-69) oldukça üretkendi. Y.M. ve Show birbirlerinden habersiz olarak non-Abelyen teorileri tekrar keşfettiler. Kummer eksenel ayarı ortaya attı. Glashow -Salam-Weinberg'in zayıf modeli formüle edildi. Bu önemli gelişmelere rağmen pek çok fizikçi ayar fikrini benimseyememişti.

Birkaç yıl içinde ayar invaryans kavramının zaten doğada bulunan bir invaryans olduğu fark edildi ve araştırmalarda bütünlüğü sağlayan vazgeçilmez bir araç olarak kabul edildi. Ayar uygulamaları hızla yayıldı. 1970'den beri ayar prensibine dayanan sayısız model kuruldu. Süpersimetri ve Wess-Zummino modeli bulundu, kuantum gravite başlangıç için önemli bir kilometre taşı oldu. Bundan sonra Kaluza-Klein teorisi tekrar gündeme geldi ve süpergravite diye bilinen teori şeklini aldı. 1983'de Glashow-Salam ve Weinberg'in zayıf teorisi ile tahmin edilen W^+ , W^- , Z^0 , bozonlarının keşfi ayar simetrisine sahip modellere güveni artırdı. 1980'lerin başında KRD güçlü etkileşmeler için geçerli bir model oldu.

Bu zamana kadar ayar teorilerinin varlığı hakkındaki soruların yerini, özel ayarlar ve uygun kuantumlanma metodlarını içeren sorular almaya başladı. En uygun ayarı bulmak için yapılan araştırmalar hala sürmektedir. Leibbrandt (1994)



BÖLÜM 2. KRD'NİN TEMEL KAVRAMLARI

2.1 Temel Parçacıklar

Madde'nin en küçük temel yapıtaşının ne olduğu yüzyıllarca insanoğlunun beynini kemiren bir soru olmuş ve bu merak üzerine çalışmalar başlamıştır. 1897'de Thomson tarafından elektronun bulunmasıyla başlayan uzun yolculuk sırayla proton, nötron, pozitron, müon, pion, nötrino ve antiproton adı verilen parçacıkların bulunmasıyla devam etmiştir. 1955'lere kadar bilinen tüm parçacıklar bunlardı. Ancak bu tarihten sonra hızlandırıcıların sahneye çıkması olaylara oldukça ilginç boyutlar kazandırdı. 1960'larda yapılan deneysel hızlandırıcılardan çok sayıda bilinmeyen parçacıklar çıkmaya başladı. Bunlara yunanca "ağır, kütleli" anlamına gelen hadron dendi. Yeni hadronlara k , Λ , Σ , Ξ gibi isimler verildi. Ancak hadronlarında uzayda belli bir hacme sahip oldukları yani nokta parçacık (iç yapısı olmayan) olmadıkları anlaşıldı. Ayrıca hadronların diğer tüm parçacıklar gibi 0, 1/2, 3/2, 2 şeklinde kendilerine ait açısall momentumu vardır. Bunlardan tam sayılı spinli hadronlara mezon, yarım tam sayılı spinlilere ise baryon dendi. Sonraki yıllarda kabarcık odalarında mezonlar, hiperonlar, acayip parçacıklar, nötron ve protonun uyarılmış durumları ve hiperon rezonansları denen pek çok yeni hadron keşfedilmiştir. Hadronlardan ayrı bir sınıf olan leptonlar ise sadece elektromanyetik ve zayıf etkileşmelere katılan yarım tam sayılı spinli taneciklerdir. Bunlar elektron, müon, müon nötrinosu, tau, tau nötrinosudur. Sonuç olarak kuarklar ve leptonlar maddenin temel yapı taşlarıdır, mezonlarda bunların etkileşmelerine aracılık eden ara parçacıklardır.

Deneylerde hadronların noktasal parçacıklardan yapılmış olabileceği ve bunların da üç tane kuark denen daha temel parçacıklardan yapılmış olabileceği 1964'de Gell-Mann Gell-Mann (1964), Fritzsche, Gell-Mann, Leutwyler (1973) tarafından ortaya atılmıştır. Kuarklara elektrik yükü olarak proton yükünün 2/3'ü veya -1/3'ü, baryon sayısı olarak da 1/3 gibi doğada bulunmayan değerler verilmesi gerekliliği, başta kuarkların matematiksel bir hile oldukları fikrini yaygınlaştırdı. Buna rağmen zamanla deneysel fizikçiler kuarkların fiziksel anlamda var olduğu, fakat dinamik sebeplerden dolayı izole edilemeyecekleri fikrine yöneldiler. İlk olarak SLAC-MIT kollobarasyonu ile yapılan derin inelastik elektron-hadron saçılması deneylerinde, yüksek enerjilerde hadronların iç yapılarını birbiri ile neredeyse etkileşmez görünen noktasal kuarklardan

oluştugu anlaşıldı. Ancak kuarklar adronların momentumunun yarısını taşıyorlardı. Öyleyse hadronlar içinde elektromanyetik etkileşimde bulunmayan başka parçacıklar bulunmalıydı.

2.2 Ayar Alanları ve KAT 'de Simetrinin Rolü

1954 yılında C. N. Yang ve R. Mills ilk defa yerel non-Abelyen teoriyi analiz eden bir makale yayınladılar. Ramond (1989). Y.M. matematikçiler tarafından önceden bulunmuş olan ve o güne kadar fizikte nerede kullanılacağı bilinmeyen Lie cebirini (geometrik simetriler) kullanarak , uzayda her noktada bu tür bir simetri uygulanırsa, yeni bir alanın ortaya çıktığını buldular. Bu son derece önemlidir. Simetrinin uygulanması yeni bir alanın varlığını gerekli kılıyordu. Bu alana "Yang-Mill alanı veya ayar alanı" dendi. Ayar bir ölçüm standardı demektir ve Y.M. simetrisi kişinin uzayda her noktada farklı bir ölçüm standardına sahip olabileceği anlamına gelir. Ayar dönüşümünde her serbestlik derecesi için ona karşılık gelen bir ayar alanı vardır. Bu nedenle ayar alanının birden çok bileşeni vardır. Bunların sayısı ayar grubunun jeneratörlerinin sayısına eşittir. Böylece Y.M. alanı simetri kavramını alandan daha ön plana çıkarıyordu. Aslında simetri dönüşümleri ayar alanlarını oluşturuyordu.

Ancak ayar alanının temel parçacıklar fiziğine nasıl uygulanacağı bilinmiyordu. Uygulamada iki engelle karşılaşıldı. Birincisi, ayar alan simetrisine göre, ayar alanlarının uzun menzilli olmaları ve makroskobik uzaklıklara uzanması gerekiyordu. Bunu yalnızca elektromanyetik ve kütle çekim alanları yapıyordu ve bunlar zaten bilinen alan teorileriyle açıklanmıştı. O halde doğada ayar alanları neredeydi ? İkinci engel, hiç kimse ayar alan teorisinden matematiksel bir kuantum teorisi oluşturmayı ve KED'de kullanılan renormalizasyon işleminin nasıl uygulanacağını bilmiyordu. Ayar alanını kuantalaştırmaya çalıştıklarında eski renormalizasyon işleminin kapsamadığı sonsuzluklarla karşılaşılıyordu.

1967 'de S. Weinberg ve A. Salam 'ın elektromanyetik ve zayıf etkileşimleri birleştirirken ortaya attıkları kendiliğinden simetri bozulması kavramı Y.M. simetrisindeki sorunu ortadan kaldıracaktı. Y.M. simetrisinde en önemli sorun ayar alanlarının doğada neden gözlenemediği idi. Bunun için iki çözüm geliştirildi. İlki, simetri bozulup ayar alanlarının bileşenleri kendilerini farklı bir şekilde gösterebilirdi. Buna "kendiliğinden simetri bozulması" denir. İkincisi, ayar simetrisi bozulmaz ve etkileşen alanlar tamamen gizli kalır veya başka kuantum içinde hapsolülür. Bunlarında

kuarklar olduğu tahmin ediliyordu. Gell-Mann (1964), Fritzsche, Gell-Mann, Leutwyler (1973)

1969'da Nambu ve Gell-Mann aynı anda, her kuarkın üç ayrı renkli kopyası olması gerektiğini idda ettiler. Sonuçta kuarkların sayısı üç kat artarken çeşni uzayından bağımsız yeni SU(3) grubu ile tanımlanan bir renk uzayında keşfedilmiş oluyordu. Önceleri kuarkları birbirine bağlayan parçacıklara "gluon" dendi. Fakat derin inelastik çarpışmada, kuarkların yüksek enerjilerde birbirleri ile etkileşmedikleri anlaşıldı. O zaman gluonlarla ilgili bir çelişki ortaya çıkıyordu. Bu sorun 1974'de Politzer, 't Hooft, Gross ve Wilczek'in non-Abelyen ayar teorilerinin tam buna uygun "asimtodik özgürlük" denen bir özellik taşıdığını keşfetmeleriyle çözüldü. Gross, Wilczek (1973), Politzer, (1973). Bu durumda non-Abelyen grubunu SU(3) renk grubu olarak ve ayar simetrisini bozmayarak, gluonlar SU(3) ayar alanları ile özdeşleştirilebilirdi. Böylece 3 çeşni \times 3 renk = 9 kuarka, ayrıca 8 renk'te gluona ekleniyordu. Gluonlar renk yüküne sahip olduklarından bir diğer gluonu yayar veya absorplayabilirler ve renkleri değişir. Bu yüzden gluonların ve kuarkların efektif renk yükleri momentumun büyük değerlerinde, yani mesafe küçüldüğünde azalır. Böylece güçlü etkileşme zayıflar. Mesafe büyüdüğünde renk etkileşmesi daha güçlü olur. Bu özellik kuark ve gluonların hapsine sebep olur. Bu yüzden son zamanlarda en çok üstünde durulan konu kuark ve gluonların mesafe ile artan elastik bir sicim gibi potansiyellerle tamamen hapsedildiklerini SU(3) renk transferinden yararlanarak ispatlamaktır. Teorinin sonsuzluklarını kontrol altına almak için kesikli bir uzay-zaman örgüsü olarak nümerik hesaplar yapan Wilson, Creutz ve diğerleri SU(3) renk ayar teorisinin gerçekten böyle bir özelliği olduğunu destekleyen sonuçlar buldular.

Teorideki ikinci büyük engel olan renormalizasyon ve ayar alan teorilerinin matematiksel tanımı 1969'da Fadeev-Popov tarafından çözülüp, 1972'de de W. Lee ve J.Z. Justin, Y.M. alan teorisinin renormalizasyonunu çözüme kavuşturduktan sonra Y.M. simetrisinin güçlü etkileşmelere nasıl uygulanacağı açığa çıkmıştı. Fakat elektrik yükü taşımadıkları için renkli gluonlar kendi kendileriyle etkileşebiliyorlardı. Böylece renkli gluonların güçlü etkileşmelerin kaynağı olduğu ortaya çıktı.

Kuantum sistemlerde ve parçacık fiziğinde simetrinin hesapları kolaylaştırması fizikçileri yoğun araştırmalara sevketti. Kuantum çatısı altında simetri, dinamik alan değişkenleri üzerinde önemli rol oynayan bir dönme grubunun varlığını gösterir. Böylece sonsuz küçük formda integre edilmiş yükler ve dört boyutlu vektörel akım yoğunluklarına varırız. O zaman bu dönmeleri, birimsel dönmelerle Hilbert uzayında yapabilir miyiz?

Simetriyi kabaca kesikli ve sürekli olarak ikiye ayırabiliriz : Biz, sürekli iç simetriler (üniter) ile ilgileneceğiz. İç simetri yük eşleniği, parite, izotopik spin, renk, cazibe ve acayıklık gibi kuantum büyüklüklerinin korunumunu verir. Bu tip simetriler grup gösterimleri ile ifade edilirler. Itzykson, Zuber (1980)

Klasik durumda, parametreleri uzay-zaman koordinatlarının fonksiyonları olan sürekli dönüşümler grubu (Lie grubu) altında invaryans olan bir teori düşünelim. Simetri, yapılan bu dönüşümlerin invaryans çözümlerini genelleştirerek bizi yük korunumuna götürür. Bu, Lagranjiyen'in dolayısıyla hareket denklemlerinin invaryans olması demektir. Yani çeşitli dönüşüm grupları altında Lagranjiyen'in invaryanslığı bizi korunum kanunlarına götürür.

Şimdi asıl amacımız olan fiziksel alanların özelliklerini belirlemeye geçebiliriz. Bunun için temel bir fiziksel nicelik olan Lagranjiyen'i kullanmalıyız. Lagranjiyen, en küçük action prensibini kullanarak alan ve yayılım denklemlerini verir.

Modern fiziğe göre, action fiziksel özellikleri içeren matematiksel bir ifadedir. Sorun action fonksiyoneli karakterize edecek yollar bulmaktır ve sistem için A.F. sadece bir tane olmalıdır. Noether'e göre A.F. ile sistemin simetrilerini birleştirebiliriz. Özel görelilik ile ortaya çıkan belli simetriler kesin bir şekilde hesaplandığında her hangi bir action bunu yansıtabilmelidir Itzykson, Zuber (1980)

İlk defa Dirac ve Feynman kuantum mekaniğinde action'ın rolünü keşfettiler. Kuantum mekaniğinin genel formülasyonunda, kuantum sistemi bir başlangıç zamanı ile belirlenir. Bu zaman kendileri ile ve Hamilton'la komite olan bir tam operatörler setinin özdeğerleri arasından seçilen belirli bir duruma karşılık gelir. Bu durumda Hamilton hangi durumda sistemin bir sonraki t durumunda olduğunu belirlemek için kullanılır. Sonra t_0 'daki S_0 durumundan, t 'deki S durumuna geçiş genliği hesaplanır. Bu durumda zaman merkezi bir rol oynar ve A.F. bizi özel görelilik postülalarına uyan klasik teorilere götürür. Zaten bu Lorentz invaryanslığı için gereklidir. Böylece Dirac action'un sistemi bir durumdan, başka bir duruma getiren kanonik dönüşümün jeneratörü olduğunu anladı.

İlk olarak action fonksiyoneli

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} L(x) dx dy dz dt \quad (2.1)$$

şeklinde alınır. Burada $L = \int L dx dy dz$ statik bir potansiyelde non-rölativistik bir parçacık için Lagranj fonksiyonudur. L Lagranjiyen, $x=(ct,r)$ uzay-zaman koordinatları ve dört boyutlu Minkowski uzayında $d^4x = dt dx dy dz$ 'dir. L yalnız uzay-zaman noktası x 'de alınan yerel alanların bir fonksiyonudur. Böylece doğada çok komplike olan global alanları da yerel alan teorilerinden yararlanarak açıklayabiliriz.

İkinci olarak, S gerçek olmalıdır. Çünkü kompleks potansiyel bizi absorpsiyona götürür ki buda maddenin hiç bir şey içinde olmaması anlamına gelir.

Üçüncü olarak, S bizi ikinci dereceden daha büyük türevler içeren ve böylece anlamsız sonuçlar elde edilen hareket denklemlerine götürmemelidir. Bu yüzden L 'yi en çok ∂_μ^2 operatörü içerecek şekilde almalıyız. Hareket denklemleri bu operatörler için özdeğer haline geldiğinde serbest alan teorisinden bahsedebiliriz.

Dördüncü olarak, S Poincare grubu altında invaryans alınır. Enerji, momentum ve açısal momentumun korunumu poicare grubu altında S 'nin invaryanslığından gelir.

Beşinci olarak ayar teorilerinin başarılı olabilmesi için elektrik yükü, zayıf yük, renk yükü ve henüz keşfedilmiş yeni serbestlik dereceleri içeren, yeni dönüşümler altında ilgili A.F. 'nin invaryanslığından alınır. Itzykson, Zuber (1980)

$$S(\tau_1, \tau_2[\phi]) \equiv \int_{\tau_1}^{\tau_2} d^4x L(\phi, \partial_\mu \phi) \quad (2.2)$$

şeklinde bir action düşünelim. ϕ yerel alanının keyfi bir $\delta\phi$ kadar değişmesi durumunda

$$\delta S = \int_{\tau_1}^{\tau_2} d^4x \delta L = 0 \quad (2.3)$$

ve S değişmediğinden Euler-Lagranj denklemini elde ederiz. Bu denklemler S ile

$$\partial_\mu \frac{\partial L}{\partial [\partial_\mu \phi]} - \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0 \quad (2.4)$$

tanımlanan klasik alan denklemleridir. Okun (1985)

2.3 Non-Abelyen Ayar Teorileri

Non-Abelyen ayar teorisi alan teorilerinin oluşumunda önemli bir yere sahiptir. Non-Abelyen bir ayar teorisi olan KRD, gluonların kendi kendileriyle ve kuaklarla renk etkileşmesi ile ilgilenir. Aslında KRD, Y.M. tarafından ortaya atılan orjinal non-Abelyen SU(2) ayar teorisinin genelleştirilmiş halidir.

Y.M. modeli izotopik simetri üzerine kurulmuştur. Ancak elektromanyetik etkileşme ihmal edildiğinde izotopik spin yönelimi fiziksel bir anlama sahip değildir. Bir diğer deyişle izotopik spin korunmaz. Bundan da anlaşılacağı gibi kimse herhangi bir uzay-zaman noktasında seçim yapma hakkına sahip değildir. Ancak bu yerel alan kavramına uymaz. Bu yüzden izospinin bir ayar simetrisi olmadığına inanılır. Çünkü o, doğada tam bir simetri değildir. Itzykson, Zuber (1980)

Zayıf etkileşmelere aracılık eden kütleli ayar parçacıkları non-Abelyen ayar teorisi ile açıklanır. Non-Abelyen ayar teorisinde simetri bozulması ayar alanlarının kütle kazanmasına sebep olur.

Biz burada non-Abelyen KRD ile ilgileneceğiz. Teoriyi kuantumlamak için yol integrallerini kullanacağız.

2.3.1 Global Ayar İnvaryanslığı

Lie grubu U 'nun matris gösterimi, $U(1)$ elemanının $e^{i\theta}$ şekline getirilmesidir. Buna ayar dönüşümü denir. U 'nun matris elemanları uzay-zaman'dan bağımsızsa U global, değilse yerel ayar dönüşümüdür.

Global ayar simetrisinin yerel hale getirilmesi işlemi olaya çok bileşenli Y.M. alanlarının katılmasına neden olur. Yani global ayar invaryanslığına sahip bir alanlar sistemi, toplamı $\psi(x)$ ile gösterilen çok bileşenli alanlar içerir. Çeşitli bileşenler tanımlı, indirgenebilir G Lie grubu gösterimlerine göre dönüşen multipletler halinde gruplara ayrılır. Gösterimler genelde farklı multipletler için değişir.

Lagranj yoğunluğu $L(\psi(x), \partial^\mu \psi(x))$ olsun. O zaman global ayar invaryanslığı

$$L_0(U\psi, \partial^\mu U\psi) = L_0(\psi, \partial^\mu \psi) \quad (2.5)$$

şeklindedir. L_0 , ψ 'nin sabit faz dönüşümleri altında invarianttır.

$$\begin{aligned}\psi(x) &\rightarrow \psi(x) \\ U &\rightarrow e^{i\alpha}\end{aligned}\quad (2.6)$$

Burada α keyfi gerçekte bir sayıdır. İşte bu dönüşümlere global ayar dönüşümü denir ve $\partial^\mu \psi(x)$ aynen $\psi(x)$ gibi dönüşür. Huang (1992)

2.3.2 Yerel Ayar İnvaryanslığı

$$\begin{aligned}\psi(x) &\rightarrow U(x)\psi(x) \\ U &\rightarrow e^{-i\omega(x)}\end{aligned}\quad (2.7)$$

Burada ω keyfi gerçekte bir sabittir. Bu dönüşümlere yerel ayar dönüşümleri denir.

$$\partial^\mu \psi(x) \rightarrow U(x)\partial^\mu \psi(x) + [\partial^\mu U(x)]\psi(x) \quad (2.8)$$

Ancak burada $\partial^\mu U(x) \neq 0$ olduğundan $\partial^\mu \psi$, ψ gibi dönüşmez ve bu L 'nin invaryanslığını bozar. Teoriye yerel olarak invaryans yapmak için $\partial^\mu \psi(x)$ yerine $\psi(x)$ gibi dönüşen başka bir terim bulmalıyız. Bu durumda yerel ayar dönüşümleri altında dönüşen ve ayar alanı dediğimiz bir $A^\mu(x)$ vektör alanı belirlemeliyiz. Böylece aşağıdaki şekilde bir türev terimine varırız.

$$D^\mu \psi(x) \equiv [\partial^\mu + igA^\mu(x)]\psi(x) \quad (2.9)$$

Bu terime kovaryant türev denir. Burada g , $\psi(x)$ 'e göre $A^\mu(x)$ 'i sabitleyen bir kuplaj sabiti ve $A^\mu(x)$ Lie cebirinin bir elemanıdır. İşte bu alana Y.M. alanı denir. Sonsuz küçük yerel ayar dönüşümleri altında,

$$D^\mu \psi \rightarrow [\partial^\mu + ig(A^\mu + \delta A^\mu)](\psi + \delta \psi) \quad (2.10)$$

$$\delta(D^\mu \psi) = -i\omega D^\mu \psi - ig\left\{\delta A^\mu - \frac{1}{g}\partial^\mu \omega + i[\omega, A^\mu]\right\} \quad (2.11)$$

'dir. $D^\mu \psi$ 'nin ψ gibi dönüşmesini istediğimizden, son terim sıfır olmalıdır.

$$\delta A^\mu(x) = \frac{1}{g}\partial^\mu \omega(x) - i[\omega(x), A^\mu(x)] \quad (2.12)$$

Her iki tarafı L_a ile çarpıp iz alırsak ve Lie grubunun $\text{Tr}(L_a L_b) = K \delta_{ab}$ özelliğini kullanarak

$$\delta A^\mu(x) = \frac{1}{g} \partial^\mu + C_{abc} \omega_b(x) A_c^\mu(x) \quad (2.13)$$

elde ederiz. Bu, L_a 'ı yerel ayar dönüşümleri altında invaryans yapar.

A_a^μ alanlarını dinamik objeler yapmak için, L_a 'a A_a^μ 'nın uzay zaman türevinde kuadratik olan L_a 'ın serbest Lagranj yoğunluğunu ilave etmeliyiz. Abelyen Maxwell teorisindeki gibi bir alan tensörü belirlemeye çalışalım. Fakat (2.13)'ü kullanarak böyle bir dönüşüm yapmak çok zordur. C_{abc} ile belirlenen indirgenemez bir G gösterimine göre değişen bir alan tensörü ararız. Bu yüzden, gösterim ek gösterim olmalıdır. Aşağıdaki ifade isteklerimize cevap verir.

$$F_a^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu(x) - g C_{abc} A_b^\mu(x) A_c^\nu(x) \quad (2.14)$$

$$F^{\mu\nu} = F_a^{\mu\nu} L_a ,$$

$$F^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu(x) + ig [A^\mu(x) A^\nu(x)] \quad (2.15)$$

şeklindedir. Şimdi ayar alanını, Lagranj yoğunluğu ayar invaryans olan $-1/4 F_a^{\mu\nu} F_{a\mu\nu}$ şeklinde alırız ve yerel olarak tam ayar invaryans Lagranj yoğunluğu

$$L = -\frac{1}{4} F_a^{\mu\nu} F_{a\mu\nu} + L_o(\psi, D^\mu \psi) \quad (2.16)$$

Bu Y.M. Lagranj yoğunluğudur. Bu ifade için gerekli ve yeterli şartlar :

1) Jakobi özdeşliklerini içerir.

2) C_{abc} antisimetrik olmalı, yani G kompakt yarı-basit bir Lie grubu olmalıdır. Eğer

G basit olmazsa, her bir basit ve $U(1)$ alt grupları için bağımsız bir kuplaj sabiti olur. Huang (1992)

2.4 Alan Teorilerinde Lie Grubunun Kullanımı

Alan teorilerinde Lie gruplarının kullanımı pek çok faydalar sağlar. Özellikle kompakt-basit ve yarı-basit Lie grupları önemlidir.

- 1) Lie grubu G , sürekli parametreler setine bağlı olan bir operatörler grubudur.
- 2) G 'nin parametreleri kapalı ve sonlu bir bölgede değişiyorsa, Lie grubu kompakttır denir.
- 3) G önemli bir invaryans alt gruba sahip değilse basit, invaryans Abelyen alt gruba sahip değilse, yarı basittir denir. Tüm Lie grupları ile ilgilenmek yerine grup jeneratörleri ve bunların komitasyon bağıntıları ile belirlenen Lie cebri ile çalışmak daha avantajlıdır.

Şimdi ayar alanı kavramını inceleyelim. Ayar alanı A_μ , $A_\mu \equiv \sum_a t^a A_\mu^a$ şeklinde ifade edilebilen bir vektör alanıdır. Burada $SU(N)$ için $a = 1, \dots, N^2 - 1$ ve $\mu = 0, 1, 2, 3$ 'dür. t_a, G ayar grubunun jeneratörlerini ve A_μ^a , A_μ 'nün bileşenlerini gösterir. İkincisi genellikle basit-kompakt bir Lie grubu olarak alınabilir. t_b jeneratörleri komitasyon bağıntılarına uyan lineer operatörlerdir. Bunlara basit Lie grubu denir. Basit Lie gruplarının direk çarpımına yarı-basit denir.

$$[t_a, t_b] \equiv t_a t_b - t_b t_a = \sum_c f_{ab}^c t_c, \quad a, b, c = 1, \dots, N^2 - 1 \quad (2.17)$$

Buradan $f_{ab}^c = f_{abc}$, G 'nin antisimetrik yapı sabitleridir ve N grubun boyutudur. A_μ G 'nin ek gösterimdeki değerlerini alır.

Bir adım daha ilerleyecek olursak, jeneratörler birbirleri ile yer değiştirebiliyorlarsa

$$[t_a, t_b] = 0 \quad (2.18)$$

G 'ye komitatif veya Abelyen Lie grubu denir ve buna eşlik eden alan A_μ bir Abelyen ayar alanıdır. Tersine, jeneratörler yer değiştiremiyorsa yani denklem (2.17)'deki Lie cebri karakterize eden yapı sabitleri sıfırdan farklı ise G 'ye komite olmayan veya non-Abelyen Lie grubudur denir ve karşılık gelen A_μ alanı non-Abelyen bir ayar alanıdır.

Teorikçilerin ilgisini çeken şey bu ayar alanlarının dönüşüm özellikleridir. Kompakt-basit bir Lie grubunun indirgenemez bir gösterimine göre dönüşen ($a = 1, \dots, N$) N multipletli $\{\phi_a\} \equiv \phi$ skaler alanının lagranj yoğunluğunun L ile verildiğini kabul edelim.

$$\phi \rightarrow \phi' = U(g)\phi, \quad U^{-1}(g) = U^+(g), \quad (2.19)$$

Burada $g(x)$ G 'nin jenerik elemanı ve $U(g)$, $N \times N$ üniter matristir. Bu, genellikle sonsuz küçük dönüşümlerle çalışırken yeterlidir.

$$g = g_0 + \omega^a t^a \quad (2.20)$$

Burada g_0 özdeşlik, ω^a keyfi sonsuz küçük ayar dönüşümleri ve t^a grup jeneratörleridir. ω^a , x^μ uzay zaman değişkenine bağlı ise ayar grubu yerel, değilse global ayar grubu denir. ω^a x 'e bağlı ise

$$A_\mu(x) \rightarrow^g A_\mu(x) = g(x)A_\mu g^{-1}(x) + [\partial_\mu g(x)]g^{-1}(x) \quad (2.21)$$

şeklinde dönüşen bir A_μ ayar alanı tanıtmalıyız. Bu bizi bir ayar teorisine götürür. Dinamik bir teorinin ayar teorisi olduğunu söylemek basitçe belirlenen Lagrange yoğunluğunun (2.3) ve (2.4) ayar dönüşümleri altında invaryant olması demektir.

Ayar simetri kavramı KAT'de önemli bir role sahiptir. KED ve KRD'i düşünelim. KED Lagranj yoğunluğu

$$L_{\text{KED}} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + \bar{\psi}(i\gamma\partial + e\gamma A)\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (2.22)$$

$$\gamma\partial \equiv \gamma^\mu \partial_\mu, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.23)$$

Abelyen ayar dönüşümleri

$$\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow \exp[ie\omega(x)]\psi(x), \\ \bar{\psi}(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x)\exp[-ie\omega(x)], \\ A_\mu(x) &\rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu\omega(x) \end{aligned} \quad (2.24)$$

altında invaryans olduğundan, Abelyen bir teoridir.

Burada $A_\mu(x)$ foton alanı, $\psi(x)$ spinor alanı, e ve m sırası ile $\psi(x)$ 'in yükü ve kütlesidir. ω_x (2.24) dönüşümüne bağlı ayar parametresidir. Burada dönüşüm grubu G , tek boyutta üniter dönüşüm grubu $U(1)$ 'dir.

İkinci örnek olarak, kütesiz vektör alanı A_μ^a için Y.M. Lagranj yoğunluğunu düşünelim.

$$L_{Y.M.} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}^a)^2, \quad a = 1, \dots, N^2 - 1, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3 \quad (2.25)$$

Alan şiddeti $F_{\mu\nu}^a$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.26)$$

g ayar ve madde alanları arasındaki skalayı belirleyen güçlü kuplaj sabiti, f^{abc} denklem (2.17) ile tanımlanmış yapı sabitleridir. Lagranjiyen yoğunluğu (2.25) sonlu ayar dönüşümü (2.20) altında invaryanstır. Buna karşılık gelen sonsuz küçük ayar dönüşümü

$$\delta A_\mu^a(x) = \partial_\mu \omega^a(x) + gf^{abc} \omega^b(x) A_\mu^c(x) \quad (2.27)$$

'dir. Leibbrandt (1994), Leibbrandt (1987)

BÖLÜM 3. KUANTUMLANMA

Ayar teorileri uzay-zamana bağlı dönüşümler altında invaryans olan actionlara sahip olduklarından sonsuz sayıda alan fonksiyonları üzerinden yapılan alan integralleri ile karşılaşırız. Gerçekte alanı kuantumlamak bize parçacıkların vereceği bilgiden çok daha fazla bilgi verir. Okun (1985). Abelyen ve non-Abelyen teorilerin kuantumlanması genellikle iki yolla yapılır :

Kanonik kuantumlanmada, t 'den bağımsız olan ayar dönüşümleri içeren, istenmeyen serbestlik dereceleri ortadan kaldırılmaya çalışılır. Bu işlem Abelyen modeller için yeterli olmasına rağmen son derece pratik olan Feynman kurallarının kullanıldığı non-Abelyen modellerde, özellikle güçlü kuplaj limitinde problemler çıkarmaktadır. Bu problem ilk defa 1967'de Fadeev-Popov tarafından ayar sabitlemenin yol integraline katılması ile çözülmüştür.

Kanonik kuantumlanmaya benzeyen Feynman yol integrali, kuantum teoriyi formüle eden yarı matematiksel, yarı sezgisel bir metottur. Aslında 1930'da Dirac tarafından ortaya atılmış, ancak tam bir matematiksel temele oturtulamaması uzun süre ciddi olarak kullanılmalarını engellemiştir. Tüm bunlara rağmen yol integralleri ideal bir şekilde

- 1) Teorideki simetrisi direk olarak gösterdiği,
- 2) Alan topolojisini inceleyebildiği,
- 3) Uygun dinamik değişkenleri izole ettiği,
- 4) Sıfırdan farklı sıcaklıkları tanımladığı,
- 5) Pertürbasyon teorisini kullanmamıza izin verdiği

için uygundur. Bunlar birleşik teoriler için model kurmada gerekli olan anahtarlardır. Itzykson, Zuber (1980)

3.1 Feynman Yol İntegralleri

Kanonik kuantumlanma metodunda, Hilbert uzayında q_{op} koordinatları ve p_{op} eşlenik momentumu göstermek üzere aşağıdaki komitasyon bağıntıları tanımlanır. Schrödinger alan operatörleri, $\phi_{op}(x)$ koordinatlarıdır.

$$[p_{op}, q_{op}] = -i\hbar \quad (3.1)$$

$|q\rangle$ ve $|p\rangle$ ile bu operatörlerin özdeğerlerini gösteririz. $\phi(x)$ c sayı fonksiyonudur.

$$q_{op} |q'\rangle = q' |q'\rangle, \quad p_{op} |p'\rangle = p' |p'\rangle \quad (3.2)$$

ve onları

$$\begin{aligned} \langle q'' | q' \rangle &= \delta(q'' - q') \quad , \quad \int_{-\infty}^{+\infty} dq' |q'\rangle \langle q'| = 1 \quad , \\ \langle p'' | p' \rangle &= 2\pi\hbar \delta(p'' - p'), \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp}{2\pi\hbar} |p'\rangle \langle p'| = 1 \quad , \\ \langle p' | q' \rangle &= e^{-ip'q'/\hbar} \end{aligned} \quad (3.3)$$

şeklinde normalize ederiz.

$$\langle q'', t'' | q', t' \rangle = \int dq_1 \dots dq_{N-1} \langle q'' | (1 - i\epsilon H_{op}) | q_{N-1} \rangle \dots \langle q_1 | (1 - i\epsilon H_{op}) | q' \rangle \quad (3.4)$$

Bu integralin içinden ikinci terimi örnek olarak alırsak,

$$\langle q_2 | (1 - i\epsilon H_{op}) | q_1 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_1}{2\pi\hbar} \langle q_2 | p_1 \rangle \langle p_1 | (1 - i\epsilon H_{op}) | q_1 \rangle, \quad (3.5)$$

ve klasik Hamiltonyeni

$$\langle p | H_{op} | q \rangle \equiv \langle p | q \rangle H(p, q) \quad (3.6)$$

şeklinde tanımlarsak

$$\langle q_2 | (1 - i\epsilon H_{op}) | q_1 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_1}{2\pi\hbar} e^{ip_1(q_2 - q_1)/\hbar} [1 - i\epsilon H(p_1, q_1)] \quad (3.7)$$

genel duruma geçtiğimizde

$$\langle q'', t'' | q', t' \rangle = \int \frac{dq_1 dp_1}{2\pi\hbar} \dots \int \frac{dq_{N-1} dp_{N-1}}{2\pi\hbar} \exp\left\{\frac{i}{\hbar} \Delta t \sum_{n=1}^{N-1} \left[\frac{p_n(q_{n+1} - q_n)}{\Delta t} - H(p_n, q_n) \right]\right\} \quad (3.8)$$

Böylece

$$\langle q'', t'' | q', t' \rangle = \int (Dq)(Dp) \exp \frac{i}{\hbar} \int_{t'}^{t''} dt [p \dot{q} - H(p, q)] \quad (3.9)$$

$$q(t') = q' , \quad q(t'') = q''$$

elde ederiz. Bu bizi momentum uzayında tüm yollar üzerinden integrasyona götürür. Yol uzayındaki hacim elemanları

$$(Dq) = \prod_{n=1}^{N-1} dq(t_n) , \quad (Dp) = \prod_{n=1}^{N-1} \frac{dp(t_n)}{2\pi\hbar} \quad (3.10)$$

(3.10)'u bir 'den daha büyük serbestlik dereceleri için genelleştirirsek

$$\int (Dp) \exp \frac{i}{\hbar} \int_{t'}^{t''} dt (p \dot{q} - H) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar}\right)^{N/2} \exp \frac{i}{\hbar} \int_{t'}^{t''} dt L(q, \dot{q}), \quad (3.11)$$

Bu ifade (3.9) ile birleştirilirse

$$\langle q'', t'' | q', t' \rangle = N \int (Dq) \exp \frac{i}{\hbar} \int_{t'}^{t''} dt L(q, \dot{q}) \quad (3.12)$$

Bu Feynman formülüdür. N, normalizasyon sabitidir ve fiziksel sonuçlarla ilgili değildir. Ayrıca klasik Hamiltonyen'den yararlanarak

$$\langle q'', t'' | T[q_{op}(t_1) \dots q_{op}(t_n)] | q', t' \rangle = N \int (Dq) [q(t_1) \dots q(t_n)] \exp \frac{i}{\hbar} \int_{t'}^{t''} dt L(q, \dot{q}) \quad (3.13)$$

Sistemin dinamikleri geçiş genliği ile belirlenir. O zaman geçiş genliğini Hilbert uzayında Y.I.'ni kullanarak $H(P, Q)$ 'ye göre bulalım. Bu durumda Feynman formülü

$$\langle \phi_2, t_2 | \phi_1, t_1 \rangle = N \int_{\phi_1}^{\phi_2} (D\phi) \exp \frac{i}{\hbar} \int_1^2 d^4x L(x) \quad (3.14)$$

Geçiş genliği analitik olarak kompleks zamana götürülebilir. Bu olasılığı araştırmak için H_{op} 'nün özdeğerlerini düşünelim ve sıfır enerjili bir tek vakum durumu olduğunu farzedelim. O zaman

$$\langle \phi_2, t_2 | \phi_1, t_1 \rangle = \int_0^\infty dE g_{21}(E) \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (t_2 - t_1) E \right] \quad (3.15)$$

Burada

$$g_{21}(E) = \sum_n \langle \phi_2 | n \rangle \langle n | \phi_1 \rangle \delta(E - E_n) \quad (3.16)$$

Geçiş genliğini aşağıdaki şekilde de yazabiliriz.

$$\langle \phi_2, -i\tau | \phi_1, 0 \rangle = \int_0^\infty dE g_{21}(E) e^{-\tau E/\hbar} \quad \tau > 0 \quad (3.17)$$

Limiti $\tau \rightarrow \infty$ alarak

$$\langle \phi_2, -i\tau | \phi_1, 0 \rangle \rightarrow \langle \phi_2 | 0 \rangle \langle 0 | \phi_1 \rangle = \psi_0[\phi_2] \psi_0^*[\phi_1] \quad (3.18)$$

'i elde ederiz. Burada $\psi_0[\phi] \equiv \langle \phi | 0 \rangle$ sistemin temel durum dalga fonksiyonudur. (3.18)'i (3.12) ile birleştirerek

$$\psi_0[\phi_2] \psi_0^*[\phi_1] = N \int_{\phi_1}^{\phi_2} (D\phi) \exp \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int d^3x L(x, -i\tau) \quad (3.19)$$

Burada sınır koşulları

$$\phi(x, t = i\infty) = \phi_2(x) \quad , \quad \phi(x, t = -i\infty) = \phi_1(x) \quad (3.20)$$

Bu durumda eşlenik momenti sıfır olan alanlar olduğundan Feynman formülü uygulanamaz. Şimdi $L(x)$ bir ayar sabitleme terimi ile desteklenirse Feynman formülü uygundur. Genelde izlenen yol :

- 1) Keyfi bir $J(x)$ kaynağı için genliği bulmak,
- 2) Sonuçları saçılma genliğine göre yorumlamak,
- 3) Teorinin fiziksel sonuçlarını hesaplamak için bu genlikleri kullanmaktır.

Sistem klasik Lagranjiyen yoğunluğuna $\phi(x)J(x)$ terimi ekleyerek dış kaynakla birleştirilebilir. Burada $J(x)$ keyfi bir fonksiyondur. İlerde de göreceğimiz gibi kaynak, faydalı matematiksel bir yardımcıdır. Dış kaynak bulunduğu durumdaki geçiş genliği

$$\langle \phi_2, t_2 | \phi_1, t_1 \rangle_J \equiv N \int_{\phi_1}^{\phi_2} (D\phi) \exp \frac{i}{\hbar} \int_1^2 d^4x [L(x) + \phi(x)J(x)] \quad (3.21)$$

şeklinde gösterilir. Alanların kronolojik çarpım matris elemanları dış kaynağa göre üstteki fonksiyonel diferansiyellerden çıkarılabilir :

$$\frac{\delta \langle \phi_2, t_2 | \phi_1, t_1 \rangle_J}{\delta J(y_1) \dots \delta J(y_n)} = \left(\frac{i}{\hbar}\right)^n N \int_{\phi_1}^{\phi_2} (D\phi) \phi(y_1) \dots \phi(y_n) \exp \frac{i}{\hbar} \int_1^2 d^4x [L(x) + \phi(x)J(x)] \quad (3.22)$$

Lagranjiyenin pertürbe olmuş ve olmamış alan diye ikiye ayrıldığını kabul edelim.

$$L(x) = L_0(x) + L'(\phi(x)) \quad (3.23)$$

L' 'nün $\phi(x)$ fonksiyonu olduğunu düşünelim.

$$\langle \phi_2, t_2 | \phi_1, t_1 \rangle_J = \left\{ \exp \frac{i}{\hbar} \int_1^2 d^4x L' \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta J(x)} \right) \right\} N \int_{\phi_1}^{\phi_2} (D\phi) \exp \frac{i}{\hbar} \int_1^2 d^4x [L_0(x) + \phi(x)J(x)] \quad (3.24)$$

yazabiliriz. Pertürbasyon serileri, ilk eksponansiyel faktörü L' 'nün kuvvet serilerine açılması ile elde edilir.

Y.I. metodunun en önemli uygulaması, dış kaynağın bulunduğu durumda vakum-vakum genliğinin hesaplanmasıdır. Bu genliği bilmek sistemin tüm dinamiklerini belirler.

İlk olarak vakum-vakum genliğini belirleriz ve onun sistemin Green fonksiyonları ile ilgisini gösteririz. Dış kaynak bulunduğu durumda

$$\begin{aligned}
H_{op}^J &= H_{op} - H'_{op} \\
H'_{op} &= \int d^3x J(x) \phi_{op}(x)
\end{aligned}
\tag{3.25}$$

şeklindedir. $\phi_{op}(x)$ bir Heisenberg operatörüdür ve $J(x)$ bir c-sayı fonksiyonudur. Vakum durumu genellikle aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\begin{aligned}
\langle 0^+ | 0^- \rangle_I &\equiv \text{sistemin } x_0 = -\infty \text{ 'da } |0\rangle \text{ durumunda olduğu biliniyorsa} \\
&\quad x_0 = +\infty \text{ 'da } |0\rangle \text{ durumunda olacaktır.}
\end{aligned}
\tag{3.26}$$

Bu olasılık yalnız bir faz faktörü olabilir.

$$\langle 0^+ | 0^- \rangle_I \equiv \exp \frac{i}{\hbar} W[J]
\tag{3.27}$$

şimdi H_{op} 'e göre etkileşmeye bakalım. $x_0 = 0$ 'da sistemin durumu

$$|0^-\rangle_I = T \left[\exp \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^0 dt H'_{op}(t) \right] |0\rangle
\tag{3.28}$$

ile verilir. $H'_{op}(t)$, dış kaynak bulunmayan durumdaki Heisenberg operatörüdür. Diğer taraftan x_0 'da sistemin durumu

$$|0^+\rangle_I = T \left[\exp \frac{i}{\hbar} \int_{+\infty}^0 dt H'_{op}(t) \right] |0\rangle
\tag{3.29}$$

Böylece

$$\langle 0^+ | 0^- \rangle_I = \langle 0 | T \left[\exp \frac{i}{\hbar} \int d^4x J(x) \phi_{op}(x) \right] | 0 \rangle
\tag{3.30}$$

sonuçta

$$\frac{\delta \langle 0^+ | 0^- \rangle_I}{\delta J(x_1) \dots \delta J(x_n)} \Big|_{J=0} = \left(\frac{i}{\hbar} \right)^n \tilde{G}_n(x_1, \dots, x_n)
\tag{3.31}$$

'i elde ederiz. Burada fonksiyonel açılımın katsayıları

$$\tilde{G}_n(x_1, \dots, x_n) \equiv \langle 0 | T \phi_{op}(x_1) \dots | 0 \rangle \quad n \geq 1 \quad (3.32)$$

dış kaynak olmadığı zaman sistemin tam olarak dinamiklerini belirleyen, yani temel parçacıkları tanımlamamızı sağlayan Green fonksiyonlarıdır. (3.31)'in açılımından

$$\langle 0^+ | 0^- \rangle_j = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{i}{\hbar}\right)^n \frac{1}{n!} \int d^4x_1 \dots d^4x_n \tilde{G}_n(x_1, \dots, x_n) J(x_1) \dots J(x_n) \quad (3.33)$$

Burada $\tilde{G}_0 \equiv 1$. Demek ki $\langle 0^+ | 0^- \rangle_j$, Green fonksiyonlarının oluşum fonksiyoneliidir. (3.27)'de tanımlanan $W[J]$ bağlı Green fonksiyonları için oluşum fonksiyoneliidir :

$$\frac{i}{\hbar} W[J] = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{i}{\hbar}\right)^n \frac{1}{n!} \int d^4x_1 \dots d^4x_n G_n(x_1, \dots, x_n) J(x_1) \dots J(x_n) \quad (3.34)$$

Burada $G_n(x_1, \dots, x_n)$ ($n \geq 1$), x_1, \dots, x_n arasındaki n dış hatlı tüm bağlı Feynman diyagramlarının toplamıdır. Tüm Green fonksiyonları yalnız, teoreminin geçiş invaryanslığını yansıtan koordinat farklarının fonksiyonlarıdır.

Öklit formundaki vakum-vakum genliği için fonksiyonel integral ise

$$\langle 0^+ | 0^- \rangle_j = \exp \frac{i}{\hbar} W[J] = N \int D\phi \exp \left(-\frac{1}{\hbar} \{ S_E[\phi] - (J, \phi)_E \} \right) \quad (3.35)$$

şeklindedir. Huang (1992). Burada

$$S_E[\phi] = \int d^4x_E L(x_E) = -iS[\phi] \quad (3.35 a)$$

$$(J, \phi)_E = \int d^4x_E J(x_E) \phi(x_E) \quad (3.35 b)$$

3.2 Fadeev-Popov Metodu

Fadeev-Popov kütleli Y.M. teorisi gibi ayar simetrisine sahip verilen herhangi bir Lagrangiyenden istenmeyen serbestlik derecelerinin nasıl ortadan kaldırılabilirliğini gösterdi. Bu yolla vektör potansiyeli A_μ için tek bir çözüm bulunmuş oldu. Feynman formülünün başarısı aşağıda Maxwell teorisinde olduğu gibi çok açık bir şekilde görülebilir. Action

$$\begin{aligned}
 S[A] &= -\frac{1}{4} \int d^4x F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} \int d^4x (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \partial_\mu A_\nu \\
 &= \frac{1}{2} \int d^4x A_\mu (g^{\mu\nu} \square^2 - \partial^\mu \partial^\nu) A_\nu \\
 &= -\frac{1}{2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \tilde{A}_\nu (g^{\mu\nu} k^2 - k^\mu k^\nu) \tilde{A}_\nu
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

şeklinde verilir. Burada \tilde{A}_μ , $A^{\mu b}$ 'nin Fourier dönüşümüdür. Kinetik operatörün $(g^{\mu\nu} k^2 - k^\mu k^\nu)$ tersi yoktur, yani Green fonksiyonu anlamsızdır. Çünkü o, özdeğeri sıfır olan k^ν özfonksiyonlarına sahiptir. Bu yüzden propagator yoktur. Çare \tilde{A}_μ üzerine $k_\mu \tilde{A}_\mu = 0$ koşulunu koymaktır. (Lorentz ayarı). Bu durumda k^ν özvektörleri artık fiziksel bir anlama sahip değildir.

Probleme bir başka açıdan bakacak olursak $S[A]$ ayar invarianttır. Bu yüzden herhangi bir alandan bağımsızdır. Eğer F.P.I.'ne böyle alanlar dahil edersek, sonsuz hacim faktörü ile karşılaşırız. Bu alanlar açık bir şekilde belirlenirse, sonsuz hacim faktörü, normalizasyon sabiti tarafından absorblanabilir. Bu yüzden ayar sabitleme gerekir.

Bir diğer açıdan, teoremin Green fonksiyonları ayara bağlı olduklarından ayar sabitleme gereklidir. Bu yüzden ayar belirlenmedikçe, sadece bir tane oluşum fonksiyoneli $W[J]$ bulunamaz.

Bir ayar dönüşümü

$$U(x) = e^{-i\omega_a(x)L_a} \tag{3.37}$$

ω 'ların toplamını gösteren $\omega_a(x)$ fonksiyonları ile parametrelendirilir. Ayar alanları $A^\mu(x) \equiv A_a^\mu(x)L_a$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu^\omega$$

$$A_\mu^\omega = UA_\mu U^{-1} + \frac{i}{g} U \partial_\mu U^{-1} \quad (3.38)$$

'e göre değişir.

Ayarı sabitlemek ayar koşulu diye adlandırılan A_a^μ üzerine bazı koşullar koymak demektir.

Lorentz ayar	$\partial_\mu A_a^\mu = 0$	
Coulomb ayar	$\nabla \cdot A_a = 0$	
Eksenel ayar	$A_a^3 = 0$	
Temporal ayar	$A_a^0 = 0$	
Genel ayar koşulu	$\hat{f}_a A = 0$	$(a = 1, \dots, N)$

(3.39)

formunda gösterilebilir.

Ayar koşulu tüm fiziksel olmayan serbestlik derecelerini ortadan kaldırdığı sürece, Y.I.'nın Hamilton formundan, Feynman formuna geçişte zorluk çıkmayacaktır. Bu durumda Feynman formundaki geçiş genliği

$$\langle A_2, t_2 | A_1, t_1 \rangle = N \int_{A_1}^{A_2} (DA) e^{iS_2[A]} L[A] \prod_{a=1}^N \delta[\hat{f}_a A] \quad (3.40)$$

Burada $L[A]$

$$\int (DA) L[A] \prod_{a=1}^N \delta[\hat{f}_a A] = 1 \quad (3.41)$$

ile belirlenen bir jakobyendir. Pratikte, kinetik operatörün tersi mevcutsa, spesifik bir ayar koşulu kullanılabilir. Geçiş genliği $\langle A_2, t_2 | A_1, t_1 \rangle$ 'i belirlemede, A'nın hangi bileşenlerinin dinamik olduğunu bilmemiz gerekmez, bunu ayar koşulu otomatik

olarak yapar ; fiziksel olmayan bileşenler yalnız, geçiş genliğinin normalizasyonunu etkiler.

Fadeev-Popov jakobyen $L[A]$ 'yı hesaplamak için en uygun yolu gösterdiler. Bu metodun en faydalı tarafı ayar koşulunun esnek bırakılmasıdır. $\hat{f}_a A$ 'yı $\hat{f}_a A = 0$ yerine, herhangi bir form şeklinde de alabiliriz. Fakat her bir fonksiyonel forma belli oranda görev verilir. Bu, metodu daha esnek bir hale getirir. \hat{f}_a 'nın daima

$$\hat{f}_a A^\omega = 0 \quad (3.42)$$

gibi bir ayar dönüşümüne sahip olduğunu kabul ederiz. Böylece, $\{\hat{f}_a\}$ $U(x)$ ayar dönüşümünü belirler. x değiştikçe, $U(x)$ ayar grup değişimindeki bir orbiti izler. Bu orbitin hacmi $1/\Delta_f[A]$ ile gösterilir :

$$\Delta_f[A] \int (D\omega) \delta[\hat{f} A^\omega] = 1 \quad (3.43)$$

$$(D\omega) = \prod_x \prod_a d\omega_a(x),$$

$$\text{Burada } \delta[\hat{f} A] = \prod_{a=1}^N \delta[\hat{f}_a A]$$

$$\text{Görüldüğü gibi } \Delta_f[A] \text{ ayar invarianttır :} \quad (3.44)$$

$$\Delta_f[A] = \Delta_f[A^\omega] \quad (3.45)$$

(3.43) 'ün her iki yanını A üzerinden integre edersek, aşağıdaki forma girer.

$$\left[\int (D\omega) / \int (DA) \right] \int (DA) \Delta_f[A] \delta[\hat{f} A] = 1 \quad (3.46)$$

Bu, $\Delta_f[A]$ 'nın $L[A]$ Jakobyen'i ile orantılıdır.

$\Delta_f[A]$ 'yı hesaplamak için $f_a(x)$, $\hat{f}_a A$ fonksiyonunun x 'deki nümerik değerini gösterebilir :

$$f_a(x) \equiv \hat{f}_a A(x) \quad (3.47)$$

O zaman

$$\Delta_f^{-1}[A] = \prod_x \prod_a \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega_a(x) \delta(f_a(x))$$

$$\begin{aligned}
&= \prod_x \prod_a \int_{-\infty}^{+\infty} df_a(x) \delta(f_a(x)) \frac{\partial(\omega_1(x), \dots, \omega_N(x))}{\partial(f_1(x), \dots, f_N(x))} \\
&= \prod_x \det \left\| \frac{\partial \omega_a(x)}{\partial f_b(x)} \right\|_{f=0} \equiv \det \left(\frac{\delta \omega}{\delta f} \right)_{f=0}
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Son basamak satırı (a, x) , sütunu (b, y) olan $\delta \omega_a(x) / \delta f_b(y)$ sürekli matrisinin fonksiyonel determinantını belirler.

Eğer A ayar koşulunu sağlarsa, o zaman (3.48) 'deki $f = 0$ koşulu $\omega = 0$ ile yer değiştirebilir ve

$$\Delta_f[A] = \det \left(\frac{\delta f}{\delta \omega} \right)_{\omega=0} \quad (\hat{f}_a A = 0 \text{ 'ı sağlayan } A \text{ için}) \tag{3.49}$$

Bu gerçekte A' 'nün A 'ya dönüşebileceğini kabul edersek ve (3.45)'i kullanırsak, keyfi A' 'ler için $\Delta \delta[A']$ 'yü belirler. (3.45) 'i (3.49) 'daki fonksiyonel determinanı hesaplamak için sadece A 'da sonsuz küçük ayar dönüşümü yapmak gerekir. Bu da büyük kolaylık sağlar.

(3.43) özdeşliği

$$\Delta_f[A] \int (D\omega) \prod_a \delta(\hat{f}_a A^\omega - g_a) = 1, \tag{3.50}$$

şekilde genelleştirilebilir. Burada $\{g_a\}$, bir keyfi fonksiyonlar setidir. Bu, yalnız $\hat{f}_a A = g_a$ ayar koşulunu sağlamak için \hat{f}_a 'yı tekrar belirler. g_a A 'dan bağımsız olduğundan, $\Delta_f[A]$ etkisizdir. Şimdi her iki tarafı $G[g] = G[g_1, \dots, g_N]$ keyfi fonksiyoneli ile çarpıp g_a üzerinden integre edelim. Sonuç, daha genel bir özdeşliktir.

$$\Delta_f[A] \frac{\int (D\omega) G[\hat{f} A]}{\int (Dg) G[g]} = 1 \tag{3.51}$$

Bu avantajdan yararlanarak, (3.40)'dan daha genel bir geçiş genliği gösterimi türetebiliriz. Amacımız (3.51)'i modifiye edilmemiş F.Y.I.'ne sokmaktır. Sonra fiziksel olmayan alanlar üzerinden integrasyona karşılık gelen sonsuz hacim elemanının çarpanlarını bulmaya çalışırız.

$$\langle A_2, t_2 | A_1, t_1 \rangle = \frac{N}{\int (Dg)G[g]} \int_{A_1}^{A_2} (DA) e^{iS_n[A]} \Delta_f[A] \int (D\omega) G[\hat{f} A^\omega] \quad (3.52)$$

yazarak başlayalım. Şimdi $\int (DA)$ ve $\int (D\omega)$ 'nın sırasını değiştirelim. (DA) , $S[A]$ ve $\Delta_f[A]$ ayar invaryans olduğundan sırasıyla (DA^ω) , $S[A^\omega]$ ve $\Delta_f[A^\omega]$ yerdeğiştirebilir. Yeni integral değişkeni A^ω 'ya tekrar A diyebiliriz. Böylece,

$$\langle A_2, t_2 | A_1, t_1 \rangle = \frac{N \int (D\omega)}{\int (Dg)G[g]} \int_{A_1}^{A_2} (DA) e^{iS_n[A]} G[\hat{f} A] \Delta_f[A] \quad (3.53)$$

uzağa ayarlanabilir alanlar üzerinden yapılan integrasyondan gelen $\int (D\omega)$ hacmi, çarpanlarına ayrılır. Bu sabite $\int (Dg)G[g]$ ile birlikte N 'e absorplayarak, sonunda

$$\langle A_2, t_2 | A_1, t_1 \rangle = N \int_{A_1}^{A_2} (DA) e^{iS_n[A]} G[\hat{f} A] \Delta_f[A] \quad (3.54)$$

elde ederiz.

$\hat{f}_a A = 0$ ayarında Green fonksiyonları için oluşum fonksiyoneli $W[J]$

$$e^{iW[J]} = N \int_{A_1}^{A_2} (DA) e^{iS[A] + i(J,A)} G[\hat{f} A] \Delta_f[A] \quad (3.55)$$

ile verilir. Burada

$$\begin{aligned} S[A] &= \int d^4x L(x), \\ (J,A) &= \int d^4x J_{a\mu}(x) A_a^\mu(x) \end{aligned} \quad (3.56)$$

$S[A]$ ve $J[A]$ 'daki $\int d^4x$ Öklit uzayı için belirlenir, sonra Minkowski uzayına geçilir. Huang (1992)

3.3 Kovaryant Ayarlar

Kuantum alan teorisinde yıllardır hesapların çoğu kovaryant ayarlar ile yapılır. Bunun sebepleri teknik problemlerin kontrol altında tutulabilmesi ve kovaryant ayar Feynman integrallerinin hesabında boyutsal düzenleme gibi işlemlerin yapılabilmesine olanak sağlamasıdır.

Kovaryant ayarlar içinde en önemli olanı genelleştirilmiş Lorentz ayarından çıkarılan Feynman ayarıdır.

$$\partial^\mu A_\mu^a(x) = B^a(x) \quad (3.57)$$

Burada B^a ayar alanından bağımsız keyfi bir fonksiyon ve Lagranj yoğunluğunun ayar sabitleme kısmı

$$L_{fix} = -\frac{1}{2\lambda} (\partial^\mu A_\mu^a)^2 \quad (3.58)$$

ile verilir. λ ayar parametresidir ve gerçek olarak alınabilir. $\lambda \rightarrow 0$ için (3.57) ve (3.58) sistemleri Landau ayarına, $\lambda = 1$ için Feynman ayarına karşılık gelir.

Kovaryant ve non-kovaryant ayarların benzerliklerini ve farklılıklarını göstermek için kovaryant ayar Feynman integrallerinin özelliklerini yazalım :

- 1) Tüm tek ilmekli integrallerin yakınsak kısımları dış momentumun yerel fonksiyonlarıdır. (onların sonlu kısımları dış momentum ve kütlelerin non-yerel fonksiyonları olabilir)
- 2) Tek ilmekli integrallerin yakınsak kısımları yalnız basit kutupların artmasına sebep olur.
- 3) Doğal güç sayımı geçerlidir.
- 4) Minkowski uzayından Öklit uzayına yapılan bir Wick dönmesi bir kutbu geçmeksizin oluşturulabilir, çünkü Feynman'ın $i\epsilon$ reçetesi, kompleks q_0 düzleminin ikinci ve dördüncü çeyreklerinde $(q^2 - m^2 + i\epsilon)^{-1}$ $\epsilon > 0$ gibi tipik bir propagatorun kutuplarını yerleştirir. Böylece $q_0 = \pm(q^2 + m^2 - i\epsilon)^{1/2}$ $q_0^\pm = \pm(q^2 + m^2)^{1/2} \pm i\epsilon$

şeklinde iki kutup verir. Burada $\varepsilon' \approx \frac{1}{2} \varepsilon(q^2 + m^2)^{1/2}$ 'dır. Burada m kütle parametresidir.

5) Kovaryant ayar integralleri tensör metodunun uygulanmasına izin veren Lorentz invaryanslığını korur. İntegral için

$$I_{\mu\nu} = \int d^{2\omega} q \, q_\mu q_\nu [q^2 (q - p^2)]^{-1}, \quad (3.59)$$

örneğin simetri fikri ve Lorentz invaryanslığı aşağıdaki formda bir teoremi gerektirir.

$$I_{\mu\nu} = A(p^2) \delta_{\mu\nu} + B(p^2) p_\mu p_\nu, \quad (3.60)$$

A ve B sabitleri önce $I_{\mu\nu}$ 'yi $p_\mu p_\nu$ ile çarparak sonra μ ve ν arasındaki ilişkiyi belirleyerek ve sonunda A ve B için iki denklemin sonuçlarını çözerek belirlenir.

Bu beş özellik geniş bir alanda test edilir. Gerçekte, bunların çoğu non-kovaryant ayarlar içinde aynıdır.

Kovaryant ayarlar üç büyük avantaja sahiptir. Kovaryant ayarlar rölativistik invaryanslığı korur. Özellikle KED gibi bilinen teorilere uygulanmaları kolaydır. Feynman'ın is reçetesi diye bilinen, propagatorların momentum uzay tekillikleri için üniform bir reçete vardır. Fakat kovaryant ayarların kullanımında dezavantajlarda vardır. En büyük sorun özellikle non-Abelyen teorilerde pertürbasyon hesapları karmaşık hale getiren ghost parçacıklardır. Ayrıca pek çok kovaryant ayar Gribov sorunu ile karşı karşıya gelir. Kovaryant ayar sınıflandırmasına sokulmaması gereken süpersimetrik Y.M. ve süpersicim teorileri gibi karmaşık modellerdeki bir diğer dezavantaj light-cone ayarı gibi non-kovaryant ayarlarda sorun çıkarmamasıdır. Bu oldukça ilginçtir. Leibbrandt (1987)

Şimdi kovaryant ayarlardan biri olan Lorentz ayarını inceleyelim. \hat{f} 'i aşağıdaki şekilde seçersek :

$$\hat{f} A(x) \equiv \partial_\mu A^\mu(x), \quad (3.61)$$

$$\hat{f} \tilde{A}(x) \equiv ik \cdot \tilde{A}(k). \quad (3.62)$$

Burada \tilde{A}^μ , A^μ 'nün Fourier dönüşümüdür. İlk önce $\Delta_f[A]$ 'yı hesaplarız.

\tilde{A} , $k \cdot \tilde{A} = 0$ olsun. Sonsuz küçük ayar dönüşümleri altında \tilde{A} ve $\tilde{f} \equiv \hat{f} A$

$$\delta \tilde{A}^\mu = ik^\mu \delta \omega, \quad (3.63)$$

$$\delta \tilde{f} = -k^2 \delta \omega, \quad (3.64)$$

şeklinde değişir. Bu yüzden

$$\left[\frac{\delta \tilde{f}}{\delta \omega} \right]_{\omega=0} = -k^2, \quad (3.65)$$

$$\Delta_f[A] = \det \left(\frac{\delta \tilde{f}}{\delta \omega} \right)_{\omega=0} = - \prod_k k^2 \quad (3.66)$$

'dir. Görüldüğü gibi $\Delta_f[A]$ ıraksak, fakat A 'dan bağımsızdır. Bu yüzden N 'in içine absorblanabilir. Böylece

$$e^{i\omega[J]} = N \int (DA) e^{iS[A] + i(J,A)} G[\hat{f} A] \quad (3.67)$$

Bu durumda hala G 'yi seçme özgürlüğüne sahibiz. Öncelikle $G[f] = \delta[f]$ 'i seçelim. Bu enine Lorentz ayarına veya Landau ayarına karşılık gelir. Böylece

$$\delta[\hat{f} A] = \prod_k \delta(k \cdot \tilde{A}_L) \quad (3.68)$$

'i elde ederiz. Bu, yalnız $\tilde{A}_L \equiv 0$ ile sağlanan $k \cdot \tilde{A}_L = 0$ 'ı gerektirir. Bu yüzden

$$e^{i\omega[J]} = N \int (DA_T) e^{iS[A] + i(J,A_T)} \quad (3.69)$$

Gerçekte, $S[A_T] = S[A]$ 'dır. Ancak, yalnız sıfır özdeğerli k 'nın özfonksiyonları boyuna alanlar olduğundan, \tilde{A}_T uzayı ile sınırlanması k 'nın tekil olmamasını sağlar. Kolaylıkla kanıtlanacağı gibi

$$K^{-1} = \frac{1}{k^2} P_T(k), \quad (3.70)$$

bu bağlamda

$$K K^{-1} = P_T(k) \quad (3.71)$$

'dır. Böylece (3.68) 'deki Y.I. 'ni

$$e^{iW[J]} = N(\det K)^{-1/2} \exp\left(\frac{i}{2}(\tilde{J}_T, k^{-1} \tilde{J}_T)\right) \quad (3.72)$$

şeklinde elde ederiz. Böylece

$$W[J] = \frac{1}{2}(\tilde{J}, K^{-1} \tilde{J}) = \frac{1}{2} \int d^4x J_\mu(x) D^{\mu\nu}(x-y) J_\nu(y), \quad (3.73)$$

$$D^{\mu\nu}(x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ik \cdot x}}{k^2 + i\epsilon} \left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2 + i\epsilon}\right) \quad (3.74)$$

Bilinen sonucuna ulaşırız. Sonra

$$G[\hat{f} A] = \exp \frac{i}{2\lambda} \int d^4x (\partial_\mu A^\mu)^2 \quad (3.75)$$

seçimini yapalım. Burada λ gerçek bir parametredir. λ için en genel seçim

$$\lambda = 1 \text{ (Feynman ayarı)}$$

$$\lambda = 0 \text{ (Landau ayarı)}$$

'dır. İkinci durumda $G[f] = \delta[f]$ 'in kullanımı ile önceki duruma dönülür. Şimdi

$$e^{iW[J]} = N \int (DA) \exp i \left[-\frac{1}{2} (A, KA) + (J, A) \right] \quad (3.76)$$

Burada

$$K^{\mu\nu} = -[g^{\mu\nu} \square^2 - (1 - \frac{1}{\lambda}) \partial^\mu \partial^\nu] \quad (3.77)$$

şeklindedir. Bu ifade kolaylıkla

$$(K^{-1})^{\mu\nu} = \frac{1}{k^2} [g^{\mu\nu} - (1 - \lambda) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2}] \quad (3.78)$$

olarak türetilir. Böylece,

$$W[J] = \frac{1}{2} \int d^4x J_\mu(x) D^{\mu\nu}(x-y) J_\nu(x), \quad (3.79)$$

$$D^{\mu\nu}(x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ik \cdot x}}{k^2 + i\epsilon} [g^{\mu\nu} - (1-\lambda) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2 + i\epsilon}] \quad (3.80)$$

$k^\mu k^\nu$ ile orantılı olan terim, Maxwell alanı korunumlu bir akımla birleştirildiği zaman Feynman diyagramlarına katkıda bulunmaz. Bu yüzden, farklı λ 'lı Lorentz ayarları fiziksel olarak eşdeğerdir. Huang (1992)

3.4 Fadeev-Popov Ghostları

Ayar sabitleme, orjinal Lagranjiyenin ayar invaryanslığını ve üniterliğini bozar. Bu sorunu ortadan kaldırmak üzere Lorentz ayarına fiziksel olmayan ekstra alanlar (ghostlar) ilave edilir. Böylece ghost Lagranjiyeni fiziksel olmayan serbestlik derecelerini ortadan kaldırır. Rivers (1987).

Ghostlar Bose istatistiğine uyarlar ve yalnız kapalı ilmeklerde bulunurlar. Abelyen durumda, ayar alanları ile etkileşmezler. Bu yüzden Y.I. 'nın dışına çıkartılabilirler. Non-Abelyen durumda sadece gluonlarla etkileşirler. Ayrıca ghostlar sadece normalize olmuş Green fonksiyonlarının sonluluğunu ispatlamada değil BRS invaryanslığı içinde gereklidirler Leibrandt (1987).

$\hat{f}_a A = \partial_\mu A_a^\mu$ seçelim. A_a^μ 'de sonsuz küçük ayar dönüşümü yaparsak

$$\begin{aligned} \hat{f}_a A_a^\omega &= \partial_\mu (A_a^\mu + \frac{1}{g} \partial^\mu \omega_a + C_{abc} \omega_b A_c^\mu) \\ &= \frac{1}{g} \square^2 \omega_a + C_{abc} (\partial_\mu \omega_b) A_c^\mu \end{aligned} \quad (3.81)$$

'ü verir. Bu yüzden

$$\frac{\delta f_a}{\delta \omega_b} = \frac{1}{g} \delta_{ab} \square^2 + C_{abc} A_c^\mu \partial_\mu, \quad (3.82).$$

$$\Delta f[A] = \det \left(\frac{1}{g} \delta_{ab} \square^2 + C_{abc} A_c^\mu \partial_\mu \right), \quad (3.83)$$

$\Delta_f[A]$ A 'ya bağlı olduğundan absorblanamaz en uygun yol antikomütasyon c sayı alanları üzerinden yapılan bir yol integraline göre determinantı tekrar yazmaktır :

$$\Delta_f[A] = \int (D\eta^*)(D\eta) \exp \left[i \int d^4x L_{gh}(x) \right] \quad (3.84)$$

$$L_{gh}(x) = \eta_a^*(x) [\delta_{ab} \square^2 + g C_{abc} A_c^\mu(x) \partial_\mu] \eta_b(x) \quad (3.85)$$

Burada η^* ve η Fermi istatistiğine uyan bağımsız skaler alanlardır. Bunlar Fadeev-Popov ghostlarıdır.

$$G[f] = \exp\left[\frac{i}{2\lambda} \int d^4x f^2\right] = \exp\left[\frac{i}{2\lambda} \int d^4x (\partial_\mu A_a^\mu)^2\right] \quad (3.86)$$

seçersek aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$e^{iW[J]} = \int (D\eta^*)(D\eta)(DA) \exp\left[i \int d^4x (L_{eff} + J_{a\mu} A_a^\mu)\right] \quad (3.87)$$

Burada

$$L_{eff} = \frac{1}{2} A_{a\mu} [g^{\mu\nu} \square^2 - (1 - \frac{1}{\lambda}) \partial^\mu \partial^\nu] A_{a\nu} + \frac{1}{2} \eta_a^* \square^2 \eta_b + L', \quad (3.88)$$

$$L' = L_1 + \frac{1}{2} g C_{abc} (\eta_a^* \partial_\mu \eta_b) A_a^\mu, \quad (3.89)$$

$$L_1 = -g C_{abc} A_a^\nu A_{b\mu}^\mu \partial_\mu A_{c\nu} - \frac{1}{4} g^2 C_{abc} C_{ab'c'} A_b^\mu A_{b'\mu} A_c^\nu A_{c'\nu} \quad (3.90)$$

Böylece sistem kütesiz, spinsiz ghost alanları için ekstra kuplajlı ayar alanları şeklinde tanımlanır. Ghost alanları için kaynaklar kullanmamızın fiziksel bir anlamı olmadığından, ghostlar yalnız kapalı Feynman diyagramlarında görünür. Huang (1992)

3.5. Feynman Diyagramları

Kuantum alan kuramında tüm parçacıksal etkileşimler uzay zaman diyagramları ile gösterilebilmektedir. Her diyagram matematiksel bir ifade ile anlatılmakta, böylece incelenen sürecin meydana gelme olasılığı hesaplanabilmektedir. Bu diyagramlarla matematiksel ifadeler arası ilişki 1949'da R.Feynman tarafından ortaya çıkarılmıştır. O tarihten itibaren de bu diyagramlara Feynman diyagramları dendi.

Feynman, parçacıklar arasındaki etkileşmeyi oldukça sade diyagramlarla ifade etmiştir. Feynman diyagramlarının ana elemanları, alan parçacıklarının yayılımını gösteren "hatlar" ve onların yerel etkileşmesini gösteren "tepeler" 'dir. Genellikle fermiyonun ki düz bir hatla, bozonun ki ise dalgalı bir hatla gösterilir. Feynman diyagramlarının en

önemli özelliği rölativistik invaryans pertürbasyon teorisini temelini oluşturması ve momentumun sadece yayılım esnasında değil tepelerde de korunuyor olmasıdır.

Hesaplarda bir diyagramın iç hatları, bir tepeden diğerine virtüel ara durum parçacıklarının hareketini temsil eden parçacıkların propagatorlarına ve her bir tepe, etkileşme Lagranjiyenine karşılık gelir. Bu propagatorlar aslında parçacığın dalga denkleminde görünen kinetik operatörün tersine karşılık gelen Green fonksiyonlarıdır. İntegraller momentum üzerinden alınır. Böylece Feynman diyagramları çeşitli proseslerin genliklerinin hesaplanmasında algoritmaları belirler. Okun (1985).

Başlangıç noktamız anlamlı Green fonksiyonlarını oluşturmak için kaynak terimler ilave ettiğimiz ayar teorilerinde kullanılan yol integralidir. Öklit uzayını düşünecek olursak

$$W[J_\mu^A] \sim \int DA_\mu^A \delta[g^A] \det \left| \frac{\delta g^A}{\delta \omega^B} \right| e^{-S_E^{YM}[A] + \int d^4x J_\mu^A A_\mu^A} \quad (3.91)$$

Feynman kurallarını çıkarmak için ölçümde, ekstra faktörleri tekrar yazmalıyız. İlk olarak, (3.91) ifadesi g^A ayar fonksiyonlarına bağlı değildir. Bu yüzden yeni bir ayar seçimi düşünebiliriz.

$$g'^A = g^A - c^A \quad (3.92)$$

Burada $c^A(x)A_\mu^A$ 'dan bağımsız bir fonksiyondur. İlave olarak (3.91) integralinin c^A üzerinden fonksiyonel olarak integre edebiliriz, bu $W[J]$ 'nin renormalizasyonunda değişmeye sebep olur. Genellikle ayar fonksiyonu, A_μ 'de lineerdir. Böylece, ayar seçimini exponansiyeldeki kareli bir ifade şeklinde düşünersek

$$\int Dc^A e^{-\frac{1}{2\alpha} \int d^4x c^A c^A} \delta[g^A - c^A] = e^{-\frac{1}{2\alpha} \int d^4x g^A g^A} \quad (3.93)$$

Burada α keyfi bir sabittir. O zaman başlangıç noktamız

$$W[J] = \int DA_\mu^A \det \left| \frac{\delta g^A}{\delta \omega^B} \right| e^{-S_E^{YM} - \frac{1}{2\alpha} \int d^4x g^A g^A + \int d^4x J_\mu^A A_\mu^A} \quad (3.94)$$

olur. Son iki basamak determinantın yol integrali şeklinde tekrar yazılmasıdır. Determinant payda bulunduğundan, Grassmann sayıları üzerinden alınan bir yol integraline karşılık gelir.

$$\det \left| \frac{\delta g^A}{\delta \omega^B(y)} \right| = \int D\eta^* D\eta e^{i \int d^4x d^4y \eta^{*A}(x) \frac{\delta g^A(x)}{\delta \omega^B(y)} \eta^B(y)} \quad (3.95)$$

Bu Grassmann alanları grubun adjoint (ek) gösteriminin üyesi olarak dönüşen, ünlü Feynman ve Fadeev-Popov ghostlarıdır. Artık FYI 'ni

$$\int D\eta^* D\eta \int DA_\mu e^{-S_E^{\text{eff}}} \quad (3.96)$$

formunda yazılabilir. Burada

$$S_E^{\text{eff}} = S_E^{\text{YM}} + \frac{1}{2\alpha} \langle g^A g^A \rangle - i \langle \eta^{*A}(x) \frac{\delta g^A(x)}{\delta \omega^B(y)} \eta^B(y) \rangle + \langle J_\mu^A A_\mu^A \rangle. \quad (3.97)$$

Bu ayar seçimine bağlı olan, Feynman kurallarını belirlememizi sağlar. Şimdi η alanları için bizi yerel bir etkileşmeye götüren

$$\begin{aligned} \frac{\delta g^A(x)}{\delta \omega^B(y)} &= \frac{\partial g^A(x)}{\partial A_\mu^C(x)} \frac{\delta A_\mu^C(x)}{\delta \omega^B(y)} \\ &= \frac{\partial g^A(x)}{\partial A_\mu^C(x)} (D_\mu)^{CB} \delta(x-y) \end{aligned} \quad (3.98)$$

'dan bahsedelim. Aynı ifade grup indislerinin bulunması halinde, Abelyen durum için de geçerlidir. İlk olarak kovaryant Lorentz ayarını düşünelim.

$$g^A = \partial_\mu A_\mu^A = 0 \quad (3.99)$$

o zaman non-Abelyen durum için

$$\frac{\delta g^A(x)}{\delta \omega^B(y)} = \partial_\mu (\partial_\mu \delta^{AB} + f^{ABC} A_\mu^C) \delta(x-y) \quad (3.100)$$

ve Abelyen durum içinde

$$\frac{\partial g(x)}{\delta \omega(y)} = \partial_\mu \partial_\mu \delta(x-y) \quad (3.101)$$

ifadelerine ulaşırız. (3.97) ile karşılaştırsak, Bu ayarda ghostlar Abelyen durumdaki ayar alanları ile etkileşmezler. Bu yüzden bunlar integraller dışına çıkarılabilir : Ghostlar KED için (3.99) kovaryant ayarında gerekli değildir.

Ancak, non-Abelyen durumda (3.100) önemli bir etkileşme terimine sahip olduğumuzu gösterir. Bu durumda action'un ghost kısmı (3.99) 'un kullanımı ve kısım kısım integrasyondan sonra

$$i \int d^4x [\partial_\mu \eta^{*A}(x) \partial_\mu \eta^A(x) - \frac{1}{2} g f^{ABC} \partial_\mu A^C \eta^{*A} \eta^B - \frac{1}{2} g f^{ABC} A_\mu^C \eta^{*A} \partial_\mu \eta^B] \quad (3.102)$$

şeklinde olur. Bu form, η alanlarının ayar alanlı etkileşmede, scalarimsi alanlar şeklinde yorumlanmasını önerir. Ancak bunlar Feynman kuralları son derece farklı olan Grassmann sayılarıdır : (-) işareti η 'lardan oluşmuş kapalı bir ilmeğe eklenmelidir. Ghost Lagranjiyeninin geri kalanı hermityen iken ayar alanının ıraksaması için akım kuplajı antihermityendir. Ancak $\partial \cdot A = 0$ olduğunda, determinant hesaplandığından antihermityen kısım ihmal edilebilir. Daha sonra göreceğimiz gibi Ghost Feynman kurallarının en son düzeltilmiş hali α ayar parametresini uygun bir şekilde renormalize ederek, tekrar absorblanabilen ayar alanlarının, yalnız boyuna kısmının yayılımını etkileyen sonuçlar verir. Şimdi ghostlar içeren Feynman kurallarını inceleyebiliriz.

ghost propagatoru :



$$-i \frac{\delta^{AB}}{p^2} \quad (3.103)$$

ghost-ghost-ayar tepesi :



$$\frac{1}{2} g f^{ABC} (r_\mu + p_\mu - q_\mu) = -g f^{ABC} q_\mu \quad (3.104)$$

Burada dalgalı hat A_μ^C ayar alanına karşılık gelir. p, q, r tepeye gelen momentumlardır ve g faktörü tekrar yerleştirilmiştir. Bunlar korunum kanunlarını sağlar.

$$(p+q+r)_\mu = 0 \quad (3.105)$$

Ayar alanları için efektif action'ın kareli kısmı

$$\int d^4x \left[\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^B - \partial_\nu A_\mu^B) (\partial_\mu A_\nu^B - \partial_\nu A_\mu^B) + \frac{1}{2\alpha} \partial_\mu A_\mu^B \partial_\nu A_\nu^B \right] \quad (3.106)$$

ile verilir. Burada $A \rightarrow gA$ ve $\alpha \rightarrow g^2\alpha$ şeklinde yeniden belirlendi ; Ayrıca

$$\begin{aligned} & \int d^4x \left[\frac{1}{4} \partial_\mu A_\nu^B \partial_\mu A_\nu^B - \frac{1}{2} \partial_\mu A_\mu^B \partial_\mu A_\nu^B + \frac{1}{2\alpha} \partial_\mu A_\mu^B \partial_\rho A_\rho^B \right] \\ &= \frac{1}{2} \int d^4x A_\rho^B \left[-\partial_\mu \partial_\mu \delta_{\rho\nu} + \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \partial_\rho \partial_\nu \right] A_\nu^B \end{aligned} \quad (3.107)$$

Burada herbir terim kısım kısım integre edildi. Propagator kareli braketlerdeki operatörün tersidir. (ayar terimi yoksa kareli braketlerdeki nicelik bir izdüşüm operatörüdür ve tersi yoktur ; yani ayar terimi ilave edildiği durum) Bunu momentum uzayında genel ifadeyi bozmayacak şekilde $X(p)\delta_{\mu\nu} + Y(p)p_\mu p_\nu$ formunda yazalım :

$$\delta_{\mu\rho} = [X(p)\delta_{\mu\nu} + Y(p)p_\mu p_\nu] \left[p^2 \delta_{\nu\rho} - \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) p_\nu p_\rho \right] \quad (3.108)$$

Buradan yay şeklinde resmedilmiş bir Feynman propagatorunu elde ederiz.

$$\frac{\delta^{AB}}{p^2} \left[\delta_{\mu\nu} - \left(1 - \alpha\right) \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right] \quad (3.109)$$

$\alpha = 0$ aldığımızda, (3.109) propagatorunun payı izdüşüm operatörüdür. Bu ayara Landau ayarı denir. Bu Feynman diyagramlarını hesaplamada uygun olmasada Minkowski uzay genliklerinin üniterliğini kontrol etmede faydalıdır.

Efektif action ayar alanlarında kübik bir terime sahiptir.

$$-g \int d^4x f^{ABC} A_\mu^A A_\nu^B \partial_\mu A_\nu^C \quad (3.110)$$

Karşılık gelen Feynman kuralını elde etmek için, bu terimi aşağıdaki formda momentum uzayında tekrar yazmalıyız.

$$\frac{1}{3!} \tilde{A}_\mu^A(p) \tilde{A}_\nu^B(q) \tilde{A}_\rho^C(r) V_{\mu\nu\rho}^{ABC}(p, q, r) \quad (3.111)$$

(burada $-V$, A 'ların değişimi altında simetrik olan Feynman kuralıdır.)

$$V_{\mu\nu\rho}^{ABC}(p, q, r) = f^{ABC} V_{\mu\nu\rho}(p, q, r) \quad (3.112)$$

yazabiliriz. Burada f^{ABC} tam olarak antisimetrik olduğundan, $V_{\mu\nu\rho}(p, q, r)$, (μ, p) , (ν, q) ve (ρ, r) çiftlerinin değişimi altında antisimetrik olmalıdır. (3.110) 'dan $V_{\mu\nu\rho}$ 'nun $i r_\mu \delta_{\nu\rho}$ içermesi gerektiğini anlarız. Bu diğer tüm terimlerin simetri ile oluşturulması için yeterlidir. Sonuç

$$-ig f^{ABC} [(r_\mu - q_\mu) \delta_{\nu\rho} + (q_\rho - p_\rho) \delta_{\mu\nu} + (p_\nu - r_\nu) \delta_{\rho\mu}] \quad (3.113)$$

Burada $(p+q+r)_\mu = 0$ 'dır. Benzer olarak efektif action kareli bir terim içerir.

$$\frac{1}{4} g^2 f^{ABE} f^{CDE} A_\mu^A A_\nu^B A_\mu^C A_\nu^D \quad (3.114)$$

Bunu aşağıdaki formda tekrar yazabiliriz.

$$\frac{1}{4!} \tilde{A}_\mu^A(p) \tilde{A}_\nu^B(q) \tilde{A}_\rho^C(r) \tilde{A}_\sigma^D(s) V_{\mu\nu\rho\sigma}^{ABCD}(p, q, r, s) \quad (3.115)$$

burada $V(A, \mu, p)$, (B, ν, q) , (C, ρ, r) ve (D, σ, s) üçlülerinin değişimi altında simetriktir. (3.114) 'den onun en azından

$$\frac{1}{4} g^2 f^{ABE} f^{CDE} \delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} \quad (3.116)$$

'u vererek herhangi bir momentum içermediği ispatlanır. Bu terimden hem $(A, \mu) \rightarrow (B, \nu)$ ve $(C, \rho) \rightarrow (D, \sigma)$ 'da simetriyi oluşturmaliyiz. f 'ler antisimetrik olduğundan, (bu, $\mu \rightarrow \nu$ ve $\rho \rightarrow \sigma$ altında antisimetrikleşmemiz gerektiği anlamındadır.) yani her iki durumdaki gözönüne alan ifade

$$\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} \rightarrow \frac{1}{2} (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} - \delta_{\nu\rho} \delta_{\mu\sigma}) \quad (3.117)$$

'dir. Bu son iki Feynman kuralı ayardan bağımsızdır ve Abelyen durumda mevcut değildir.

Çıkarttığımız Feynman kurallarında bazı keyfilikler vardır : Daima çift sayılı ghost hatları ile ilgilendiğimizden, ghost-ghost-ayar etkileşmesinin ve ghost propagatorunun önündeki işaret önemli değildir.

Son olarak, fermiyonlar için ayar alanlarının kuplaj oluşturmalarından gelen ekstra Feynman kurallarından bahsedelim. Sol ve sağ elli fermiyon alanları bağımsız olarak birleştirilebilmelerine rağmen sol ve sağ elli fermiyonların aynı şekilde birleştiği (pure) vektör birleşmeleri üzerinde konsantre olalım. Bu durumda ayar Lagranjiyenine yapılan ilave

$$L^f = \bar{\psi} \gamma \cdot D \psi + i m \bar{\psi} \psi \quad (3.119)$$

' dir. Burada $\psi(x)$ m kütlesinin Dirac spinorları, D_μ ilgili kovaryant türevlerdir. O zaman ek Feynman kuralları :

fermiyon hattı :

$$\text{a} \text{-----} \text{b} \quad \frac{-i\delta^{ab}}{\not{p} + m} \quad (3.120)$$

Burada $\not{p} = p_\mu \gamma_\mu$ ve a,b fermiyon gösteriminin indisleridir.

fermiyon-fermiyon-ayar tepesi :

$$\begin{array}{c} \mu \quad A \\ \text{a} \text{-----} \text{b} \end{array} \quad -ig\gamma_\mu (T^A)_b^a \quad (3.121)$$

Burada $(T^A)_b^a$ uygun fermiyon gösterimindeki grup jeneratörlerinin matris elemanlarıdır.

Dirac fermiyonları ile uğraştığımız müddetçe, ψ^+ 'yı $\bar{\psi}$ ile yer değiştirmemiz hariç Öklit ve Minkowski uzayları arasında önemli bir fark yoktur. Ramond (1989)

BÖLÜM 4. KÜANTUM RENK DİNAMİĞİNDE GLUON VE KUARK PROPAGATORLARININ TEK İLMEKLİ YAKLAŞIMDA HESABI

Kovaryant ayarda $\partial.A^B = 0$, efektif action aşağıdaki şekilde verilir :

$$\begin{aligned} L_{\text{eff}} = & \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^B F_{\mu\nu}^B + \frac{1}{2\alpha} \partial.A^B \partial.A^B + i \partial_\mu \eta^{*B} \partial_\mu \eta^B - \frac{i}{2} g \mu^{2-\omega} f^{ABC} A_\mu^C \eta^{*A} \partial_\mu \eta^B \\ & - \frac{i}{2} g \mu^{2-\omega} f^{ABC} \eta^{*A} \eta^B \partial.A^C + \bar{\psi}(\partial + im)\psi + i g \mu^{2-\omega} A_\mu^B \bar{\psi} \gamma_\mu T_f^B \psi \end{aligned} \quad (4.1)$$

Burada

$$F_{\mu\nu}^B = \partial_\mu A_\nu^B - \partial_\nu A_\mu^B - g \mu^{2-\omega} f^{BCD} A_\mu^C A_\nu^D \quad (4.2)$$

Öklit uzayında olmamıza rağmen fermiyonların grup indislerini kullanmadık. Dirac spinorları ile ilgilenmediğimiz müddetçe Green fonksiyonlarını değiştirmeyiz. Spinor alanı Ψ , G grubunun dır boyutsal indirgenebilir gösterimine göre dönüşür. N dır x dır hermityen matrisleri T , G 'nin Lie cebrine uyar.

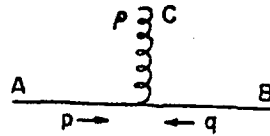
$$[T_f^B, T_f^C] = i f^{BCD} T_f^D \quad B, C, D = 1, \dots, N \quad (4.3)$$

Burada f^{BCD} , G 'nin yapı sabitleri ve N onun boyutudur. G grubu olarak sekiz boyutlu üniter $SU(3)$ grubunu düşünürsek ve her bir Dirac fermiyonu bu grubun üç boyutlu gösterimine göre dönüşürse, bu teori kuarklar arasındaki etkileşmeyi ifade eder. Fermiyonlar, kuarklararası kuvvetleri oluşturan ve kendi kendisi ile etkileşen gluonlar ve kuarklar ile tanımlanır. Her bir kuarkın $SU(3)$ serbestlik dereceleri renk diye adlandırılır (kırmızı, beyaz ve mavi). Doğada çeşniler denilen altı çeşit kuark vardır ; bunlar u (yukarı), d (aşağı), s (acayıp), c (çekici), b (alt) ve henüz tam olarak gözlenemeyen t (tepe) kuarklardır. Kuarklararası etkileşmenin teorisine Kuantum Renk Dinamiği denir.

Şimdi ghost kısım için Feynman kuralları ile ilgili olan belirsizliklerden bahsetmenin tam zamanıdır. Etkileşme Lagranjiyeni aşağıdaki formda bir terim içerir.

$$-\frac{1}{2} g \mu^{2-\omega} f^{ABC} \eta^{*A} \eta^B \partial.A^C \quad (4.4)$$

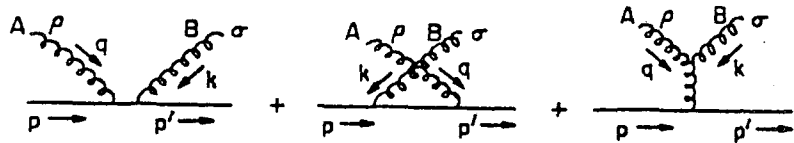
Bu, $\partial.A^C = 0$ ayar fonksiyonu ile orantılıdır. Bu terim ayar koşulundan, yani $\partial.A^C = 0$ olduğu zaman hesaplanan ayar koşulunun değişiminin determinantı olan Fadeev-Popov determinantından gelir. Bu yüzden (4.4) terimi ayar alanının boyuna kısmının kuplajını içerdiğinden fiziksel yapısını bozmaksızın L_{eff} 'den kaldırılabilir. (4.4) terimi saf imajiner olduğundan, Lagranjinin kalan ghost kısmı gerçektir. Ancak hesaplamalar Landau ayarı hariç (4.4) 'ün kaldırılmasının S matris elemanlarını etkilemediğini gösterir. Onu kullanmasakda bu terimi ihmal etmek bizi ghost-ghost-ayar tepesi için yeni Feynman kurallarına götürür.



$$\frac{1}{2} g \mu^{2-\omega} f^{ABC} (p-q)_p \quad (4.5)$$

Boyutsuz kuplaj sabiti g'nin (4.1) Lagranjinde çok farklı yerlerde görüldüğünü farkederiz. Klasik teoride Lagranjiyenin ayar invaryanslığı yüzünden sadece bir kuplaj sabiti vardı. Ancak bizim L_{eff} 'imiz ayar invaryanslığını bozan terimler içerir ve buna göre kuantum hassaslığını koruyan iyi bir sebep olmadıkça, bu çeşitli kuplaj sabitlerini aynı alma hakkına sahip olamayız (bu Ward özdeşliklerinde ortaya çıkar) [1].

İlk uygulamamız, Feynman kurallarını kontrol edecek olan non-Abelyen Compton genliği için düşük mertebeli katkıyı hesaplamak olacaktır. Diyagramlar



$$(4.6)$$

4.1 Yang-Mills Teoride Tek ilmekli Yapı

Y.M. teori çok karışık bir teori olduğundan, hesaplarımızı basite indirgeyecek bir yol bulmalıyız. Öncelikle teorinin renormalize olabileceğini kabul edeceğiz. Bu, (4.1) Lagranjiyeni ile bilinmeyen sabitler dışında tamamen aynı olan bir ekterim Lagranjiyeninin (4.1) 'e ilavesi ile, tüm ultraviyole ıraksaklıkların absorblanabilmesi demektir.

$$\begin{aligned}
L_{\text{et}} = & \frac{1}{4} K_3 (\partial_\mu A_\nu^B - \partial_\nu A_\mu^B)^2 - K_4 g \mu^\varepsilon f^{ABC} A_\mu^B A_\nu^C \partial_\mu A_\nu^A \\
& + \frac{1}{4} K_5 g^2 \mu^{2\varepsilon} f^{ABC} f^{ADE} A_\mu^B A_\nu^C A_\mu^D A_\nu^E + \frac{1}{2\alpha} K_\alpha \partial_\mu A^B \partial_\mu A^B \\
& + i K_6 \partial_\mu \eta^{*B} \partial_\mu \eta^B - \frac{i}{2} K_7 g \mu^\varepsilon f^{ABC} A_\mu^C \eta^{*A} \partial_\mu \eta^B - \frac{i}{2} K_8 g \mu^\varepsilon f^{ABC} \eta^{*A} \eta^B \partial_\mu A_\mu^C \\
& + K_2 \bar{\psi} \partial \psi + i K_1 g \mu^\varepsilon A_\mu^B \bar{\psi} \gamma_\mu T_f^B \psi + i m K_m \bar{\psi} \psi
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Renormalize olmuş Lagranjiyen

$$L_{\text{ren}} = L_{\text{eff}} + L_{\text{et}} \tag{4.8}$$

limit $\varepsilon \rightarrow 0$ alındığında ultraviyole sonlu olan Green fonksiyonlarını oluşturur. Bu, renormalize olabilen bir teorinin temelidir. O zaman renormalize olabilen Lagranjiyen aşağıdaki gibi yalın alanlar ve parametrelere göre yazılabilir.

$$\begin{aligned}
L_{\text{ren}} = & \frac{1}{4} (\partial_\mu A_{\nu 0}^B - \partial_\nu A_{\mu 0}^B)^2 - g'_0 f^{ABC} A_{\mu 0}^B A_{\nu 0}^C \partial_\mu A_{\nu 0}^A \\
& + \frac{1}{4} g_0'^2 f^{ABC} f^{ADE} A_{\mu 0}^B A_{\nu 0}^C A_{\mu 0}^D A_{\nu 0}^E + \frac{1}{2\alpha_0} \partial_\mu A_0^B \partial_\mu A_0^B \\
& + i \partial_\mu \eta_0^{*B} \partial_\mu \eta_0^B - \frac{i}{2} g_0'' f^{ABC} A_{\mu 0}^C \eta_0^{*A} \partial_\mu \eta_0^B - \frac{i}{2} g_0''' f^{ABC} \eta_0^{*A} \eta_0^B \partial_\mu A_0^C \\
& + \bar{\psi}_0 \partial \psi_0 + i g_0 A_{\mu 0}^B \bar{\psi}_0 \gamma_\mu T_f^B \psi_0 + i m_0 \bar{\psi}_0 \psi_0
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Yalın alanlar, kuplaj sabitleri ve kütleler renormalizasyon yapıldıktan sonra aşağıdaki ifadelerle birbirlerine bağlıdır.

$$\psi_0 = (1 + K_2)^{1/2} \psi \equiv Z_2^{1/2} \psi \tag{4.10}$$

$$A_{\mu 0}^B = (1 + K_3)^{1/2} A_\mu^B \equiv Z_3^{1/2} A_\mu^B \tag{4.11}$$

$$\eta_0^B = (1 + K_6)^{1/2} \eta^B \equiv Z_6^{1/2} \eta^B \tag{4.12}$$

$$m_0 = m \frac{1 + K_m}{1 + K_2} \equiv m \frac{Z_m}{Z_2} \tag{4.13}$$

$$\alpha_0^{-1} = \alpha^{-1} \frac{1 + K_\alpha}{1 + K_3} \equiv \alpha^{-1} \frac{Z_\alpha}{Z_3} \tag{4.14}$$

$$g_0 = g\mu^\epsilon \frac{1+K_1}{Z_2 Z_3^{1/2}} \equiv g\mu^\epsilon \frac{Z_1}{Z_2 Z_3^{1/2}} \quad (4.15)$$

$$g'_0 = g\mu^\epsilon \frac{1+K_4}{Z_3^{3/2}} \equiv g\mu^\epsilon \frac{Z_4}{Z_3^{3/2}} \quad (4.16)$$

$$g''_0 = g\mu^\epsilon \frac{(1+K_5)^{1/2}}{Z_3} \equiv g\mu^\epsilon \frac{Z_5^{1/2}}{Z_3} \quad (4.17)$$

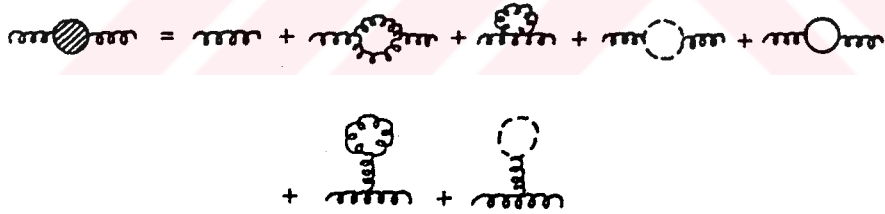
$$g_0''' = g\mu^\epsilon \frac{1+K_7}{Z_3^{1/2} Z_6} \equiv g\mu^\epsilon \frac{Z_7}{Z_3^{1/2} Z_6} \quad (4.18)$$

$$g_0'''' = g\mu^\epsilon \frac{1+K_8}{Z_3^{1/2} Z_6} \equiv g\mu^\epsilon \frac{Z_8}{Z_3^{1/2} Z_6} \quad (4.19)$$

Bu kuplaj sabitlerinin hepsi Y.M. teoremin Ward özdeşlikleri diye bilinen S.T. özdeşliklerine göre eşit olacaktır. Onların eşitliği renormalizasyon sabitleri arasında bazı bağıntılar elde etmemizi sağlar.

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3} = \frac{Z_5^{1/2}}{Z_3^{1/2}} = \frac{Z_7}{Z_6} = \frac{Z_8}{Z_6} \quad (4.20)$$

Şimdi $\hat{O}(\hbar)$ için renormalizasyon sabitlerini hesaplayalım. Öncelikle tek ilmeğe ($\hat{O}(\hbar)$) kadar Y.M. teoremin temel etkileşmelerine katkılarını, diyagramlar şeklinde gösterelim:



$$(4.21)$$

Bu şekiller Y.M. teoremin ne kadar karışık bir teori olduğunu ve niçin yüksek mertebeli hesaplarının karışık bilgisayar programlarına ihtiyaç duyduğunu anlamamızı sağlar.

4.2 Gluonlar İçin Propagatorların Tek İlmeği Yaklaşımında Hesabı

Vakum polarizasyonu için tek ilmek düzeltmesini hesaplayarak işe başlayalım. (4.21)
'den görüldüğü gibi altı kısım vardır. Biz ilk olarak gluon propagatorunu hesaplayalım.

$$\Pi_{\mu\nu}^{(1)AB}(p) = \text{Diagram} \quad (4.22)$$

Feynman ayarında,

$$\Pi_{\mu\nu}^{(1)AB}(p) = -\frac{1}{2} g^2 \mu^{2\epsilon} f^{ACD} f^{BDC} \int \frac{d^{2\omega} \ell}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{N_{\mu\nu}(\ell, p)}{\ell^2 (\ell + p)^2} \quad (4.23)$$

'u buluruz. Burada

$$\begin{aligned} N_{\mu\nu}(\ell, p) &= [(2\ell + p)_\mu \delta_{\rho\sigma} - (\ell + 2p)_\sigma \delta_{\mu\rho} + (p - \ell)_\rho \delta_{\mu\sigma}] [(2\ell + p)_\nu \delta_{\rho\sigma} - (2p + \ell)_\sigma \delta_{\rho\nu} + (p - \ell)_\rho \delta_{\sigma\nu}] \\ &= (8\omega - 6) \ell_\mu \ell_\nu + (4\omega - 3) (\ell_\mu p_\nu + \ell_\nu p_\mu) + (2\omega - 6) p_\mu p_\nu + [(p - \ell)^2 + (2p + \ell)^2] \delta_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (4.24)$$

$\delta_{\mu\mu} = 2\omega$ aldık. Bu ifade 4 boyutta hem ultraviyole hemde infrared ıraksaktır. İnfrared ıraksamayı ortadan kaldırmak için ayar parçacığına küçük bir kütle eklenmesi halinde ayarın invaryanslığı bozulur. Bu yüzden ilerde infrared ıraksamaların olduğu $p^2 = 0$ 'dan uzak durmaya çalışacağız. Bu mümkün olmadığı zaman boyutsal düzenleme metoduna geri döneceğiz.

Yeni bir Feynman parametresi düşünelim ve aşağıdaki ifadeyi elde etmek için ilmek değişkenini değiştirelim.

$$\Pi_{\mu\nu}^{(1)AB}(p) = -\frac{1}{2} g^2 \mu^{2\epsilon} f^{ACD} f^{BDC} \int \frac{d^{2\omega} \ell}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{N_{\mu\nu}(\ell - px, p)}{[\ell^2 + p^2 x(1-x)]^2} \quad (4.25)$$

Biraz cebir bilgisi ile

$$N_{\mu\nu}(\ell - px, p) = (8\omega - 6) \ell_\mu \ell_\nu + [(8\omega - 6)x(x-1) + 2\omega - 6] p_\mu p_\nu + [2\ell^2 + p^2(2x(x-1) + 5)] \delta_{\mu\nu} \quad (4.26)$$

Burada integrali sıfır olan ℓ 'li terimleri hesaba katmadık. İlmek değişkeni üzerinden integrasyon bizi

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{(1)AB}(p) = & -\frac{g^2 \mu^{2\epsilon}}{2(4\pi)^\omega} f^{ACD} f^{BDC} \int_0^1 dx \left\{ \frac{(6\omega-3)\delta_{\mu\nu}\Gamma(1-\omega)}{[p^2 x(1-x)]^{1-\omega}} \right. \\ & \left. + \frac{\Gamma(2-\omega)}{[p^2 x(1-x)]^{2-\omega}} [\delta_{\mu\nu} p^2 (5-2x(1-x)) + p_\mu p_\nu (2\omega-6-(8\omega-6)x(1-x))] \right\} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Şimdi de ghost ilmeklerinden gelen katkıyı hesaplayalım.

$$\Pi_{\mu\nu}^{(2)AB}(p) = \text{Diagram (4.28)}$$

Diagram (4.28) shows a ghost loop diagram. It consists of two external wavy lines labeled A and B with indices μ and ν respectively. A dashed circle represents the ghost loop. The top of the loop is labeled C and the bottom is labeled D. A momentum $\ell+p$ is indicated on the top arc, and a momentum ℓ is indicated on the bottom arc. An arrow on the left wavy line indicates momentum p flowing into the loop.

$$\Pi_{\mu\nu}^{(2)AB}(p) = g^2 \mu^{2\epsilon} f^{DCA} f^{CDB} \int \frac{d^{2\omega} \ell}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{(\ell+p)_\mu \ell_\nu}{\ell^2 (\ell+p)^2} \quad (4.29)$$

Bu ifade de infrared ıraksaktır. Bu yeni bir Feynman parametresi tanımladıktan sonra

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{(2)AB}(p) = & -g^2 \mu^{2\epsilon} f^{ACD} f^{BCD} \int_0^1 dx \int \frac{d^{2\omega} \ell}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{(\ell-px)_\nu (\ell+p(1-x))_\mu}{[\ell^2 + p^2 x(1-x)]^2} \\ = & -\frac{g^2 \mu^{2\epsilon}}{(4\pi)^\omega} f^{ACD} f^{BDC} \int_0^1 dx \left\{ \frac{\frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \Gamma(1-\omega)}{[p^2 x(1-x)]^{1-\omega}} - \frac{p_\mu p_\nu x(1-x) \Gamma(2-\omega)}{[p^2 x(1-x)]^{2-\omega}} \right\} \end{aligned} \quad (4.30)$$

şeklini alır. Ghost tepesi için değiştirilen (4.5) kuralını kullanırsak, yalnız $p_\mu p_\nu$ terimini değiştiririz. Üçüncü diyagram

$$\Pi_{\mu\nu}^{(3)AB}(p) = \text{Diagram (4.31)}$$

Diagram (4.31) shows a tadpole diagram. It consists of two external wavy lines labeled A and B with indices μ and ν respectively. A loop is attached to the internal line between A and B. The loop is a wavy line with a cross in the middle, representing a ghost tadpole. A momentum p is indicated on the left wavy line, flowing into the loop.

Bu diyagram boyutsal düzenlemede sıfır olur. Bu bir tadpole diyagramı yapısındadır ve tepelerde momentuma bağıllık olmadığından, bu yalnız, ayar parçacıkları için bir

kütleye zarar verebilir. Fakat ayar invaryanstan bilindiği gibi, ayar parçacıkları kütle terimlerine sahip değildirler. Ancak, ayar invaryanslığını bozan herhangi bir düzenleme metodu uygularsak, bu diyagram sıfır olmayan kütle terimine katkıda bulunacaktır. İşlem suni olduğundan herhangi bir fiziksel sonucu etkilemeyecektir. Örneğin, infrared ıraksamaları düzenlemek için ayar parçacıklarına küçük bir kütle eklersek, (4.31) diyagramı bu suni kütleye katkıda bulunacaktır. Bu ayar invaryanslığına zarar vermeyen boyutsal düzenlemenin sağlamlığını ortaya koyan bir diğer örnektir.

Kutup kısımları $\Pi^{(1)}$ ve $\Pi^{(2)}$ 'den çıkarırsak

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu\nu}^{(1)AB}(p) = & \frac{g^2}{32\pi^2} f^{ACD} f^{BCD} \left\{ \left(\frac{19}{6} \delta_{\mu\nu} p^2 - \frac{11}{3} p_\mu p_\nu \right) \frac{1}{\epsilon} \right. \\ & - \left(\frac{19}{6} \gamma + \frac{1}{2} \right) \delta_{\mu\nu} p^2 + \left(\frac{11}{3} \gamma - \frac{2}{3} \right) p_\mu p_\nu \\ & \left. + \int_0^1 dx \ln \left(\frac{p^2 x(1-x)}{4\pi\mu^2} \right) [2p_\mu p_\nu (1+5x(1-x)) - p^2 \delta_{\mu\nu} (5-11x(1-x))] \right\} + \mathcal{O}(\epsilon)\end{aligned}\quad (4.32)$$

eşitliğini elde ederiz. Bu $\ln p^2 = 0$ 'da infrared bir ıraksamanın varlığını gösterir. Buna ilaveten

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu\nu}^{(2)AB}(p) = & \frac{g^2}{32\pi^2} f^{ACD} f^{BCD} \left\{ \left(\frac{1}{6} \delta_{\mu\nu} p^2 + \frac{1}{3} p_\mu p_\nu \right) \frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{6} (\gamma - 1) \delta_{\mu\nu} p^2 - \frac{1}{3} \gamma p_\mu p_\nu \right. \\ & \left. - \int_0^1 dx \ln \left(\frac{p^2 x(1-x)}{4\pi\mu^2} \right) [\delta_{\mu\nu} p^2 x(1-x) + 2p_\mu p_\nu x(1-x)] \right\} + \mathcal{O}(\epsilon)\end{aligned}\quad (4.33)$$

$\Pi^{(1)}$ ve $\Pi^{(2)}$ 'nin toplamı Y.M. 'in vakum polarizasyonuna toplam katkısını verir:

$$\Pi_{\mu\nu}^{AB}(p) = \frac{g^2}{32\pi^2} f^{ACD} f^{BCD} (\delta_{\mu\nu} p^2 - p_\mu p_\nu) \left\{ \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{\epsilon} + \frac{62}{9} - \frac{10}{3} \gamma - \frac{10}{3} \ln \frac{p^2}{4\pi\mu^2} \right\} \quad (4.34)$$

ve böylece tekrar, izdüşüm operatörünün yapısını elde ederiz. Son kısım benzer bir yapı gösterir ve $\ln \frac{p^2}{4\pi\mu^2}$ infrared ıraksak faktörünü içerir. Adjoint gösteriminde G Lie cebirini temsil eden T^A matrislerinin elemanları yapı sabitleri ile belirlenebilir.

$$(T^A)^{BC} = -if^{ABC} \quad (4.35)$$

Şimdi, T_R^A temsili matrisi, G 'nin herhangi bir R temsili için

$$\text{Tr}(T_R^A T_R^B) = C_R \delta^{AB} \quad (4.36)$$

şeklindedir. Burada iz temsili indisler üzerinden alınır. C_R sayısı R gösteriminin Dynkin indeksi diye adlandırılır ; Bu, grubun boyutuna bölünen ve gösterimin boyutu ile çarpılan kareli Casimir operatörüne eşittir. Onun tam değeri teoremin yapı sabitlerinin tayin edilmesi ile sabitlenen T matrislerinin normalizasyonuna bağlıdır. Yapı sabitlerinin skalası sıra ile g 'nin belirlenmesi ile sabitlenir. Tüm ifadeleri Dynkin indeksine göre tekrar yazmak oldukça uygundur. Böylece

$$\Pi_{\mu\nu}^{AB}(p) = \delta^{AB} \frac{g^2}{16\pi^2} C_{ad} (\delta_{\mu\nu} p^2 - p_\mu p_\nu) \cdot \frac{5}{3} \frac{1}{\epsilon} + \dots \quad (4.37)$$

Vakum polarizasyonuna fermion katkısı

$$\Pi_{\mu\nu}^{fAB}(p) = \text{Diagram} \quad (4.38)$$

aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\Pi_{\mu\nu}^{fAB}(p) = \text{Tr}(T_f^A T_f^B) \Pi_{\mu\nu}^{KED}(p) \quad (4.39)$$

Şimdi vakum polarizasyon diyagramı diye de bilinen foton hattına katkıyı hatırlayalım.

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p) &= \text{Diagram} \\ &= -(e\mu^{2-\omega})^2 \int \frac{d^{2\omega} \ell}{(2\pi)^{2\omega}} \text{Tr}[\gamma_\mu \frac{1}{\ell + p + m} \gamma_\nu \frac{1}{\ell + m}] \end{aligned} \quad (4.40)$$

(-) işareti fermiyon olduğu içindir ve iz, spinor indisleri yani γ matrisleri üzerindedir. Bu aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir.

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = -(e\mu^{2-\omega})^2 \int \frac{d^{2\omega}\ell}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{1}{[\ell^2 + m^2][(p+\ell)^2 + m^2]} \text{Tr}[\gamma_\mu(\ell + p - m)\gamma_\nu(\ell - m)] \quad (4.41)$$

Bir Feynman parametresi ve yeni ilmek momentumu dahil edelim.

$$\ell' = \ell + px \quad (4.42)$$

Buna göre

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = -(e\mu^{2-\omega})^2 \int_0^1 dx \int \frac{d^{2\omega}\ell'}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{\text{Tr}[\gamma_\mu(\ell' + p(1-x) - m)\gamma_\nu(\ell' - px - m)]}{[\ell'^2 + p^2x(1-x) + m^2]^2} \quad (4.43)$$

ℓ' 'nün kareli terimleri ilmek integralinden çıkar. Eğer γ matrislerini $2^\omega \times 2^\omega$ boyutunda alırsak aşağıdaki iz formüllerini kullanırız.

$$\text{Tr}(\gamma_\mu \gamma_\nu) = 2^\omega \delta_{\mu\nu} \quad (4.44)$$

$$\text{Tr}(\gamma_\mu \gamma_\rho \gamma_\nu \gamma_\sigma) = 2^\omega [\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} + \delta_{\mu\sigma} \delta_{\rho\nu} - \delta_{\mu\nu} \delta_{\rho\sigma}] \quad (4.45)$$

Bu yüzden (4.43)'ün payındaki izi aşağıdaki gibi yeniden yazabiliriz.

$$[\ell'_\rho \ell'_\sigma - p_\rho p_\sigma x(1-x)] \text{Tr}(\gamma_\mu \gamma_\rho \gamma_\nu \gamma_\sigma) + m^2 \text{Tr} \gamma_\mu \gamma_\nu \quad (4.46)$$

Burada tek sayılı bir matrisin izini sıfır aldık. (4.44) ve (4.45) 'i kullanarak iz için aşağıdaki ifadeye varırız.

$$2^\omega [2\ell'_\mu \ell'_\nu - 2x(1-x)[p_\mu p_\nu - \delta_{\mu\nu} p^2] - \delta_{\mu\nu} [\ell'^2 + m^2 + p^2 x(1-x)]] \quad (4.47)$$

Burada $\delta_{\mu\nu} p^2 x(1-x)$ 'i birkez ekleyip, bir kezde çıkardık. Onların tümünü biraraya getirerek

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p) = & -(e\mu^{2-\omega})^2 2^\omega \int_0^1 dx \int \frac{d^{2\omega}\ell}{(2\pi)^{2\omega}} \left\{ \frac{2\ell'_\mu \ell'_\nu}{[\ell'^2 + p^2 x(1-x) + m^2]^2} \right. \\ & \left. - \frac{\delta_{\mu\nu}}{[\ell'^2 + p^2 x(1-x) + m^2]} - \frac{2x(1-x)[p_\mu p_\nu - \delta_{\mu\nu} p^2]}{[\ell'^2 + p^2 x(1-x) + m^2]^2} \right\} \quad (4.48) \end{aligned}$$

$$\int \frac{d^N \ell}{(\ell^2 + a^2)^A} = \pi^{N/2} \frac{\Gamma(A - N/2)}{\Gamma(A)} \frac{1}{(a^2)^{A - N/2}} \quad (4.49)$$

$$\int d^N \ell \frac{\ell_\mu \ell_\nu}{(\ell^2 + 2p \cdot \ell + a^2)^A} = \frac{\pi^{N/2}}{\Gamma(A)(a^2 - p^2)^{A-N/2}} \times$$

$$[\Gamma(A - \frac{N}{2})p_\mu p_\nu + \frac{1}{2}\delta_{\mu\nu}\Gamma(A - 1 - \frac{N}{2})(a^2 - p^2)] \quad (4.50)$$

(4.49) ve (4.50) formüllerini kullanarak, ilmek momentumu üzerinden integral alırken ilk ikili terimin diğer terim tarafından iptal edildiği görülür. Geriye sadece

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = \frac{e^2}{2\pi^2} \Gamma(\epsilon)(p_\mu p_\nu - p^2 \delta_{\mu\nu}) \int_0^1 dx x(1-x) \left[\frac{m^2 + p^2 x(1-x)}{2\pi\mu^2} \right]^{-\epsilon} \quad (4.51)$$

kalır. $\epsilon = 0$ civarında seriye açtığımızda

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = \frac{e^2}{2\pi^2} (p_\mu p_\nu - \delta_{\mu\nu} p^2) \left[\frac{1}{6\epsilon} - \frac{1}{6}\gamma - \int_0^1 dx x(1-x) \ln \left[\frac{m^2 + p^2 x(1-x)}{2\pi\mu^2} \right] \right] + \mathcal{O}(\epsilon) \quad (4.52)$$

elde ederiz. Burada

$$\int_0^1 dx x(1-x) = \frac{1}{6} \quad (4.53)$$

'dır. Sonuçta (4.36) ve (4.52) 'yi kullanarak

$$\Pi_{\mu\nu}^{fAB}(p) = -C_f \delta^{AB} \frac{g^2}{16\pi^2} (\delta_{\mu\nu} p^2 - p_\mu p_\nu) \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\epsilon} + \dots \quad (4.54)$$

'ü elde ederiz. (4.37) ile (4.40)'ı karşılaştırdığımızda kutupların rezidülerinin zıt işaretlere sahip olduğunu görürüz. (4.54) ve (4.37) 'nin toplamı, vakum polarizasyonuna toplam tek ilmekli düzeltmeyi verir.

4.3 Kuarklar için Kütle Operatörünün Hesabı

Şimdide Y.M. teorisinin bir diğer temel etkileşmesine bakalım.

$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} = \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} \quad (4.55)$$

Sıfır olanları hesaba katmayarak fermion hattı için düzeltme aşağıdaki şekilde verilir.

şeklinde yeni bir integral değişkeni tanımlayalım. Bu durumda

$$\Sigma(p) = -ie^2 \mu^{4-2\omega} \int_0^1 dx \int \frac{d^{2\omega} \ell'}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{\gamma_\mu [p(1-x) - m - \ell'] \gamma_\mu}{[\ell'^2 m^2 x + p^2 x(1-x) + m^2 x]^2} \quad (4.65)$$

integralin payındaki ℓ' 'lü lineer terimler sıfır olur. (4.49) 'u kullanarak

$$\Sigma(p) = -ie^2 \mu^{4-2\omega} \int_0^1 dx \gamma_\mu [p(1-x) - m] \gamma_\mu \frac{\Gamma(2-\omega)}{(4\pi)^\omega} [p^2 x(1-x) + m^2 x]^{\omega-2} \quad (4.66)$$

elde ederiz. $\omega = 2$ civarında seriye açmadan önce boyuta bağlı olan γ matris cebirini oluşturmalyız. (4.60) 'dan

$$\begin{aligned} \gamma_\mu \gamma_\mu &= -2\omega \\ \gamma_\mu \gamma_\rho \gamma_\mu &= [2 - 2(2-\omega)] \gamma_\rho \end{aligned} \quad (4.67)$$

elde ederiz. $\varepsilon = 2 - \omega$ kabul edersek,

$$\Sigma(p) = -2i \frac{e^2}{16\pi^2} \Gamma(\varepsilon) \int_0^1 dx \left(\frac{p^2 x(1-x) + m^2 x}{4\pi\mu^2} \right)^{-\varepsilon} [p(1-x) + 2m - \varepsilon(p(1-x) + m)] \quad (4.68)$$

$\varepsilon = 0$ civarında seriye açtıktan sonra,

$$\begin{aligned} \Sigma(p) &= -\frac{i}{\varepsilon} \frac{e^2}{16\pi^2} [p + 4m] + i \frac{e^2}{8\pi^2} \left[\frac{1}{2} p(1+\gamma) + m(1+2\gamma) \right. \\ &\quad \left. + \int_0^1 dx [p(1-x) + 2m] \ln \left(\frac{p^2 x(1-x) + m^2 x}{4\pi\mu^2} \right) \right] + \mathcal{O}(\varepsilon) \end{aligned} \quad (4.69)$$

buluruz. Burada γ Euler- Mascheroni sabitidir.

Böylece

$$\Sigma(p) = -i \frac{N}{d_f} C_f \frac{g^2}{16\pi^2} [p + 4m] \frac{1}{\varepsilon} + \dots \quad (4.70)$$

4.4 Kuark-Gluon Etkileşme Tepe Fonksiyonunun Hesabı

$$(4.71)$$

Fermiyon tepesine tek ilmekli düzeltme, iki tane diyagrama sahiptir. İlki

$$\Gamma_{1p}^A(p, q) = \quad (4.72)$$

Abelyen durumdaki ile aynı karaktere sahiptir. Gerçekte

$$\Gamma_{1p}^A(p, q) = T_f^B T_f^A T_f^B \Gamma_p^{KED}(p, q) \quad (4.73)$$

$d_f \times d_f$ matrisi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$T_f^B T_f^A T_f^B = [T_f^B T_f^A] T_f^B + T_f^A T_f^B T_f^B \quad (4.74)$$

$$= i f^{BAC} T_f^C T_f^B + \frac{N}{d_f} C_f T_f^A \quad (4.75)$$

şimdi, C ve B'nin antisimetrikliğini kullanarak

$$T_f^B T_f^A T_f^B = \frac{1}{2} i f^{BAC} f^{DCB} T_f^D + T_f^C T_f^B + \frac{N}{d_f} T_f^A \quad (4.76)$$

$$= \frac{1}{2} C_{ad} T_f^A + \frac{N}{d_f} C_f T_f^A \quad (4.77)$$

Tepe düzeltmesi

$$\Gamma_\rho(p, q) = \text{diagram} \quad (4.78)$$

$$= -i[e\mu^{2-\omega}]^3 \int \frac{d^{2\omega}\ell}{(2\pi)^{2\omega}} \gamma_\tau \frac{1}{p+l+m} \gamma_\rho \frac{1}{l+q+m} \gamma_\sigma \frac{\delta_{\tau\sigma}}{\ell^2} \quad (4.79)$$

Bu diğerlerinden çok daha karışıktır. Hesaba iki Feynman parametresi katalım ve ifadeyi yeniden yazalım.

$$\Gamma_\rho(p, q) = -2i(e\mu^{2-\omega})^3 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^{2\omega}\ell}{(2\pi)^{2\omega}} \gamma_\sigma(p+l-m) \gamma_\rho(l+q-m) \gamma_\sigma[\ell^2 + m^2(x+y) + 2\ell \cdot (px+qy) + p^2x + q^2y]^{-3} \quad (4.80)$$

$$\ell' = \ell + px + qy \quad (4.81)$$

şeklinde yeni bir integral değişkeni kullanalım. Buna göre (4.80)

$$\Gamma_\rho(p, q) = -2i(e\mu^{2-\omega})^3 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^{2\omega}\ell}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{\gamma_\sigma[\ell - qy + p(1-x) - m] \gamma_\rho[\ell - px + q(1-y) - m] \gamma_\sigma}{[\ell^2 + m^2(x+y) + p^2x(1-x) + q^2y(1-y) - 2p \cdot qxy]^3} \quad (4.82)$$

şeklini alır. Sadece paydaki ℓ^2 terimleri ıraksak bir integral verir. Eğer

$$\Gamma_\rho(p, q) = \Gamma_\rho^{(1)}(p, q) + \Pi_\rho^{(2)}(p, q) \quad (4.83)$$

yazarsak, (4.50) 'i kullanarak ıraksak kısım için

$$\Gamma_\rho^{(1)}(p, q) = -i \frac{(e\mu^{2-\omega})^3}{(4\pi)^\omega} \Gamma(2-\omega) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1/2 \gamma_\sigma \gamma_\tau \gamma_\rho \gamma_\tau \gamma_\sigma}{[m^2(x+y) + p^2x(1-x) + q^2y(1-y) - 2p \cdot qxy]^{2-\omega}} \quad (4.84)$$

elde ederiz. (4.49) 'u kullanarak da

$$\Gamma_p^{(2)}(p, q) = -i \frac{(e\mu^{2-\omega})^3}{(4\pi^\omega)} \Gamma(3-\omega) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\gamma_\alpha [p(1-x) - qy - m] \gamma_\rho [q(1-y) - px - m] \gamma_\sigma}{[m^2(x+y) + p^2x(1-x) + q^2y(1-y) - 2p \cdot qxy]^{3-\omega}} \quad (4.85)$$

son ifade $\omega = 2$ koyabiliriz. Böylece

$$\Gamma_p^{(2)}(p, q) = -i(e\mu^{2-\omega})^3 \frac{e^2}{16\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\gamma_\alpha [p(1-x) - qy - m] \gamma_\rho [q(1-y) - px - m] \gamma_\sigma}{[m^2(x+y) + p^2x(1-x) + q^2y(1-y) - 2p \cdot qxy]} \quad (4.86)$$

elde ederiz. Bu ifadeye sonra döneceğiz.

$$\gamma_\sigma \gamma_\alpha \gamma_\rho \gamma_\beta \gamma_\sigma = \gamma_\beta \gamma_\rho \gamma_\alpha - 2(2-\omega) \gamma_\alpha \gamma_\rho \gamma_\beta \quad (4.87)$$

ile (4.67) 'yi kullandığımızda (4.84)'ü aşağıdaki formda yazabiliriz.

$$\Gamma_p^{(1)}(p, q) = ie\mu^\epsilon \gamma_\rho \cdot \frac{e^2}{8\pi^2} \Gamma(\epsilon)(1-\epsilon)^2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left(\frac{m^2(x+y) + p^2x(1-x) + q^2y(1-y) - 2p \cdot qxy}{4\pi\mu^2} \right) \quad (4.88)$$

Burada (4.35), (4.36) ve (4.58) 'i kullanarak aşağıdaki sonuca ulaştık.

$$\Gamma_{ip}^\Lambda(p, q) = -ig\mu^\epsilon T_f^\Lambda \gamma_\rho \left(\frac{1}{2} C_{ad} + C_f \frac{N}{d_f} \right) \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{1}{\epsilon} + \dots \quad (4.89)$$

Yukarıdanda görüldüğü gibi ikinci terimin rezidüsü (4.70) 'nunki ile tamamen aynıdır. Çünkü bu, teoremin non-Abelyen karakterini içermez ve bu yüzden KED 'nin Ward özdeşliklerini sağlar. Eğer S.T. özdeşlikleri düşünülürse Z_1 / Z_2 ve Z_3 / Z_6 oranları aynı olmalıdır. Fakat ikincisi tek ilmek mertebesinde fermiyondan katkı almaz ; Bu yüzden fermiyon dalga fonksiyonu renormalizasyon katkısı Z_1 'deki bir terimle tamamen iptal edilmelidir.

Tepeye ikinci katkı kesinlikle non-Abelyen karakterdedir :

$$\Gamma_{2p}^A(p, q) = \text{Diagram: A triangle with vertices A, B, and C. A wavy line labeled 'p' enters vertex A from the top. A wavy line labeled 'q' exits vertex C to the right. A wavy line labeled 'l' enters vertex B from the bottom. The triangle is formed by straight lines.} \quad (4.90)$$

kurallara göre

$$\Gamma_{2p}^A(p, q) = -g^3 \mu^{3\epsilon} f^{ABC} T_f^B T_f^C \int \frac{d^{2\omega} \ell}{(2\pi)^{2\omega}} \gamma_\mu \frac{1}{\ell + m} \gamma_\nu [\frac{(\ell + p)_\mu \delta_{\nu\rho} + (q - 2p - \ell)_\nu \delta_{\mu\rho} + (p + q - 2\ell)_\rho \delta_{\mu\nu}}{(p - \ell)^2 (\ell - q)^2}] \quad (4.91)$$

şeklindedir. Burada (4.35) ve (4.36) 'yi kullandık. Şimdi Feynman parametresini de hesaba katalım ve aşağıdaki eşitliği elde etmek için ilmek değişkenini değiştirelim.

$$\Gamma_{2p}^A(p, q) = -g^3 \mu^{3\epsilon} C_{ad} T_f^A \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^{2\omega} \ell'}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{N_p(\ell', p, q)}{[\ell'^2 + m^2(1-x-y) + q^2x + p^2y - (qx - py)^2]^3} \quad (4.92)$$

Burada

$$N_p = 2\ell'_\rho \gamma'_\nu + N_p \quad (4.93)$$

$$= 4\ell'_\rho \ell' (1 - \epsilon) + N_p \quad (4.94)$$

N_p yalnız, integre edilecek olan ℓ' 'deki lineer terimleri ve ℓ' 'nü ihtiva etmeyen terimleri içerir. İkincisi yakınsak bir ilmek integrali verir.

$$\Gamma_{2p}^A(p, q) = -ig\mu^\epsilon T_f^A \frac{g^2 C_{ad}}{16\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \{ \gamma_\rho (1 - \epsilon) \Gamma(\epsilon) (\frac{4\pi\mu^2}{m^2(1-x-y) + q^2x + p^2y - (qx - py)^2})^\epsilon + \frac{\mu^2}{2} \frac{N_p}{m^2(1-x-y) + q^2x + p^2y - (qx - py)^2} \} \quad (4.95)$$

Bu formül çok karışık, fakat kutup kısmı kolaylıkla çıkarılır.

$$\Gamma_{2p}^A(p, q) = -ig\mu^\epsilon \gamma_\rho T_f^A \frac{g^2 C_{ad}}{32\pi^2} \frac{1}{\epsilon} + \dots \quad (4.96)$$

Böylece fermiyon tepe fonksiyonuna toplam katkı

$$\Gamma_p^A(p, q) = -ig\mu^\epsilon \gamma_p T_f^A \frac{g^2}{16\pi^2} (C_{ad} + C_f \frac{N}{d_f}) \frac{1}{\epsilon} + \dots \quad (4.97)$$

Böylece fermiyona, ayar alanlarına ve fermiyon tepelerine en küçük mertebeli düzeltmeleri hesapladık, karşılıklı gelen renormalizasyon sabitlerini (4.37), (4.54), (4.70) ve (4.97) 'den bulabiliriz. Onlar

$$Z_1 = 1 - \frac{g^2}{16\pi^2} ([C_{ad} + C_f \frac{N}{d_f}] \frac{1}{\epsilon} + F_1) + \dots \quad (4.98)$$

$$Z_2 = 1 - \frac{g^2}{16\pi^2} (C_f \frac{N}{d_f} \frac{1}{\epsilon} + F_2) + \dots \quad (4.99)$$

$$Z_3 = 1 + \frac{g^2}{16\pi^2} ((\frac{5}{3} C_{ad} - \frac{4}{3} C_f) \frac{1}{\epsilon} + F_3) + \dots \quad (4.100)$$

Burada F_1 , F_2 , F_3 ekterimlerin keyfi sonlu kısımlarıdır. Bu ifadelerin tümü ayara bağlıdır. (Örneğin, aksel ayarda efektif Lagranjiyende ghostlar yoktur ve KED 'deki gibi $Z_1 = Z_2$ 'dir. Ancak bu Feynman ayarında doğru değildir. Eğer (4.20) S.T. özdeşlikleri hesaba katılırsa, vektör kuartik kendi kendine etkileşme terimi ıraksamalıdır, çünkü $Z_3^{1/2} Z_1 / Z_2$ oranının fermiyon katkısı içerdiği açıkça görülür. Bu durum sonlu olan KED 'nin kutu diyagramının tam tersidir. Aynı diyagram nasıl bir durumda (KED) sonlu olurda bir diğerinde (Y.M.) ıraksar ? Tabi ki bu sorunun cevabı diyagramların aynı olamamasıdır. KED 'de kutu diyagramlarının ıraksaması yalnız vektör indisleri ile gösterilen dış foton hatlarının simetrikliği durumunda sıfır olur ; Y.M. durumunda dış hatların simetrik hale getirilmesi hem vektör hemde grup indislerinin simetrikliği veya antisimetrikliği şeklinde iki yolla oluşturulabilir. Ramond (1989)

SONUÇLAR

Bu çalışmada, şiddetli etkileşmelerin modern teorisi olan KRD’de bir ilmekli diyagramların hesaplanması yer alır. Standart Feynman Diyagram tekniği ve boyutsal düzenleme kullanılarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir :

- 1) Lorentz ayarında gluonlar için propagator, tek ilmekli yaklaşımda hesaplanmış ve gluonlar için polarizasyon operatörünün enineliği ispatlanmıştır.
- 2) Kuarklar için kütle operatörü ve kuark-gluon etkileşme tepe fonksiyonu hesaplanmış ve elde edilen sonuçların Ward özdeşliklerini sağladığı gözlenmiştir.
- 3) Yapılan işlemler sonunda renormalizasyon sabitleri hesaplanmış, renk dinamiğinde meydana çıkan sonsuzlukları ortadan kaldıran ekterimler bulunmuştur.



KAYNAKLAR

- 1 - RAMOND, P. 1989. Field Theory. The Benjamin / Cummings Publishing Company, Inc. 2 .nd ed. Addison-Wesley, U.S.A.
- 2 - LEIBRANDT, G. 1994. Non-Covariant Gauges. World Scientific, U.S.A.
- 3 - HUANG, K. 1992. Quarks, Leptons & Gauge Fields. World Scientific, Massachusetts, U.S.A.
- 4 - ITZYKSON, C. and ZUBER, J.B. 1980. Quantum Field Theory. Mc Graw Hill, Newyork.
- 5 - OKUN, L.B. 1985. Particle Physics. Harwood Academic, England.
- 6 - OKUN, L.B. 1987. A Primer In Particle Physics. Harwood Academic England.
- 7 - MANDL, F. and SHAW, G. 1991. Quantum Field Theory. A. Wiley-Interscience, England.
- 8 - LIFSHITZ, E.M. and PITAEVSKI, L.P. 1973. Rölativistic Quantum Theory. Pergamon Press, Oxford.
- 9 - RYDER, L.H. 1985. Quantum Field Theory. Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- 10 - RIVERS, R. J. 1987. Path Integral Methods In Quantum Field Theory. Cambridge University Press.
- 11 - YANG , C.N. and Mills, R.L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. Phy. Rev, 1954, Vol 96, No:1, p.191-195.
- 12 - GELL - MANN, M. A. Schematic Model of Baryons and Mesons. Phy. Lett., 1964, Vol 8, No:3, P.124-215.
- 13 - FRITZSCH, H, GELL - MANN, M. and LEUTWYLER, H. Advantages of the Color Octet Gluon Picture. Phy. Lett, 1973, Vol. 47 ,B, No:4,P.365-368.
- 14 - WEINBERG, S. Non Abelian Gauge Theories of the Strong Interactions. Phy. Rev. Lett, 1973, Vol:31, No:7, P.494-497.

- 15 - GROSS, D.J. and WILCZEK, F. Ultraviolet Behaviour of Non-Abelian Gauge Theories. *Phys. Rev. Lett.*, 1973, Vol.30, No:26, P.1343-1346.
- 16 - POLITZER, H.D. Reliable Perturbative Results For Strong Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 1973, Vol.30, No:26, P.1346-1349.
- 17 - WARD, J.C. An Identity in Quantum Electrodynamics. *Phys. Rev.*, 1950, Vol.78, No:2, P.182
- 18 - BECCHI, C., ROUET, A. and STORA, R. Renormalization of Gauge Theories. *Annals of Phys.*, 1976, Vol.98, No:2, p.287-321.
- 19 - LEIBRANDT, G. Introduction to Non-covariant Gauges. *Rev. of Modern Phys.*, 1987, vol.59, No:4, p.11067-1115
- 20 - OLIVEIRA, M. Algebraic Renormalization of the Topological Yang-Mills field theory. *Phys. Lett.*, 1993, vol.307, p.347-352
- 21 - SIMIRNOV, V.A. Differential Renormalization and Dimensional Regularization. *Nuclear Phys. B.*, 1994, vol.427, p.325-337
- 22 - HABA, Z. Stochastic Interpretation of Feynman Path-Integral. *Journal of Math. Phys.*, 1994, vol.35, p.6344-6359
- 23 - BASSETTO, A. Renormalization of Yang-Mills Theories in Light-Cone Gauge : Recent results. *Phys. Rev. D.*, 1993, vol.47, No:2, p.727-729
- 24 - SHRAUNER, J.E. Gluon Mass and Gauge Consistency Constraints. *Phys. G:Nucl. Part. Phys.*, 1993, vol.19, p.979-986
- 25 - PARWANI, R.R. Dimensionality of Spacetime as a Gauge-Invariance Parameter in Yang-Mills Calculations. *Phys. Rev. D.*, 1993, vol.48, No:8, p.3852-3859
- 26 - FACHIN, S.P. Quantization of Yang-Mills Theory without Gribov Copies : Perturbative Renormalization. *Phys. Rev. D.*, 1993, vol.47, No:8, p.3487-3496
- 27 - WEINBERG, S. Non-Abelian Gauge Theories of the Strong Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 1973, vol.31, No:7, p.494-497.

- 28 - BERN, Z., DIXON, L. and KOSOWER, D.A. Dimensionally regulated one-loop integrals. Phys. Lett. B, 1993, Vol.302, p.299-308
- 29 - HARINDRANATH, A. and ZHANG, W. Light-front QCD III. Coupling Constant Renormalization. Phy. Rev. D., 1993, Vol.48, No:10, p.4903-4915
- 30 - MCKEON, D. G. C., On Using The Quantum Mechanical Path Integral In Quantum Field Theoryi Annals of Phys, 1993, Vol.224, p.139-154



ÖZGEÇMİŞ

1970 yılında İstanbul'da doğdu. İlk, orta, lise öğrenimini İstanbul'da tamamladı. 1987 yılında girdiği Yıldız Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Lisans Bölümünden 1991 yılında mezun oldu. Aynı yıl, Yıldız Teknik Üniversitesi Fizik Lisans Ana Bilim Dalı'nda Yüksek Lisans öğrenimine başladı. Bir yıl hazırlık, bir yılda Yüksek Lisans derslerini alarak, Yüksek Lisans tez çalışmasını Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Lisans Ana Bilim Dalı'nda sürdürdü.

1993 yılından beri Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölüm'ünde, araştırma görevlisi olarak görev yapmaktadır.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON BÖLÜMÜ