KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NOKTASAL TEMASLI MAKİNA ELEMANLARINDA ELASTOHİDRODİNAMİK YAĞLAMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mak. Müh. Ayşın TOKAT

Ana Bilim Dalı : MAKİNA
Programı : KONSTRÜKSİYON

EKİM -1995

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NOKTASAL TEMASLI MAKİNA ELEMANLARINDA ELASTOHİDRODİNAMİK YAĞLAMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mak. Müh. Ayşın TOKAT

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 30 Ekim 1995
Tezin Savunulduğu Tarih : 16 Şubat 1996

Tez Danışmanı	Üye	Üye
Prof. Dr. İsmail CÜRGÜL	Prof. Dr. Resmi YILDIZ	Yrd. Doç. Adalet ZEREN
(..................)	(..................)	(..................)

EKİM -1995

NOKTASAL TEMASLI MAKİNA ELEMANLARINDA ELASTOHİDRODİNAMİK YAĞLAMA

Ayşın TOKAT

Anahtar Kelimeler: Kenar Dağılımı, Film Kalınlığı.

Özet: Noktasal ve çizgisel temas için Klasik Hidrodinamik teorinin incelenmesi kenar dağılımı varlığı hakkında yada kenar dağılımının varlıgına basınç yüklemesinde orantılı azalan eliptik faktör **ϕ** hakkında kılavuzlık eder. Bir deforme olmamış noktasal temastaki eşviskoziteli teoride R_x ve R_y hareketin yönüne dikey ve paralel eğilmenın etkili yarıçapları olduğunda **ϕ** ; $(1+ (2R_x/3R_y))^{-1}$ sabitine eşittir. Bu ifade noktasal temas için basit elastohidrodinamik teorilerin türetilmesinde kullanılır. Bu teoriler R_x/R_y yaklaşık olarak 0.3-12.0 arasında değiştiğinde çaprazlanmıs tamburlu makinada kullanılan film kalınlığı ölçümü ile uygun hassasiyette iyi sonuçlar verir.

ELASTOHYDRODYNAMIC LUBRICATION AT POINT CONTACTS

Ayşın TOKAT

Keywords: Side-Leakage, Film Thickness.

Abstract: A comparison of the classical hydrodynamic theory for point line contacts leads to the concept of a side-leakage or ellipticity factör **φ** which is the proportional reduction in pressure attributable to the existence of side-leakage. In the isoviscous theory of an undeformed point contact **φ**, is a constant equal to $1+(2R_x/3R_y)^{-1}$ where R_x and R_y are the effective radii of curvature parallel to and perpendicular to the direction of motion. The concept is used in the derivation of simple elastohydrodynamic theories for a point contact. The theories agree reasonably well with measurements of the film thickness using the crossed cylinders machine under conditions in which R_x/R_y was varied between approximately 0.3 and 12.0.

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Noktasal temaslı makina elemanlarındaki elastohidrodinamik yağlama problemine ait incelemeler bir müddet deneysel çalışmaları takip etmiştir. İlk teorik çalışmalar Archard ve Cowking tarafından yapılmış daha sonra Grubin ve bir çok araştırmacı tarafından devam ettirilmiştir.

Çalışmalarda noktasal yükleme altındaki yüzeyin deformasyonları ve oluşan film şekli incelenmiş basınç viskozite ve yoğunluk gibi parametrelerden yararlanılarak oluşturulan matematiksel modellemeler kullanılarak sayısal yöntemlerle hesaplama yoluna gidilmiştir.

Bu çalışmada da şimdiye kadar yapılmış araştırmalardan faydalanılarak noktasal temas için basit bir elastohidrodinamik teori taslağı çizilmeye çalışılmıştır.

Bana bu konuda çalışma olanağı veren danışmanım sayın Prof.Dr.İsmail GÜRGÜL'e yardımlarından dolayı teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET ii
ABSTRACT iii
ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR iv
İÇİNDEKİLER v
SİMGELER DİZİNİ viii
ŞEKİLLER LİSTESİ ix
TABLOLAR LİSTESİ xii

BÖLÜM 1. GİRİŞ I

BÖLÜM 2. NOKTASAL TEMASLARDAKİ ELASTOHİDRODİNAMİK YAĞLAMA 4
2.1. Noktasal ve Çizgisel Temas İçin Klasik Hidrodinamik Teori 4
2.2. Çizgisel Temas İçin Elastohidrodinamik Teori 10
2.3. Noktasal Temas İçin Elastohidrodinamik Teori 12
2.4. Film Kalınlığının Ölçümü 15
2.5. Noktasal ve Çizgisel Temas Arasındaki Fark 18

BÖLÜM 3. YAĞLANACAK EĞRİSEL YÜZEYLERİN DAİRE YAYLARI İLE TEMSİLİ 20
3.1. Eşdeğer Silindirler 20
3.2. Bir Elemanın Yağlanması Sırasında Geometrik Film Kalınlığının Hesaplanması 25

BÖLÜM 4. ELASTOHİDRODİNAMİK YAĞLAMADA BASINÇ YAYILIŞI 27
4.1. Reynolds Denklemi 27
4.1.1. Bir Yağlayıcı Elementteki Kuvvetlerin Dengesi 28
4.1.2. Hız Dağılımı 30
4.1.3. Kütle Sabitliği 30
4.2. Reynolds Denkleminin Özel Formları 33

BÖLÜM 5. YARI SONSUZ BİR ELEMANIN ELASTİK DEFORMASYONU 38
5.1. Temas Şartları 38
5.2. Düz Bir Sınırın Bir Noktasına Etkileyen Kuvvet 40
5.3. Düz Bir Sınırın Düsey Yükle Yüklenmesi . . 49

BÖLÜM 6. ELASTİK DEFORMASYON DENKLEMİNİN YAĞLANACAK EGRİSEL YÜZEYLERE UYGULANMASI . . 57
6.1. EHD Film Kalınlığı Denklemi 57
6.2. EHD Noktasal Temasta Yağlayıcı Film Geometrisi 61

BÖLÜM 7. HERTZ DENKLEMERİ 64
7.1. Temas Eden İki Küresel Cisim Arasındaki Basınç 64
7.2. Temastaki İki Cisim Arasındaki Basınç . . . 72

BÖLÜM 8. YAĞLAYICI AKIŞKAN ÖZELLİKLERİ 80
8.1. Yüklemenin Film Kalınlığına Etkisi 82
8.2. Hız ve Viskozitenin Film Kalınlığına Etkisi 82

BÖLÜM 9. NOKTASAL TEMASLARDAKİ EHD YAĞLAMANIN MATEMATİK MODELİ 91

BÖLÜM 10. EHD YAĞLAMADA FİLM KALINLIĞININ HESAPLANMASI İÇİN KULLANILAN DENKLEMLERİN NÜMERİK ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ....93
10.1. Nümerik çözümlerde kullanılan denklemlerin düzenlenmesi............94
10.2. Çözüm Yöntemleri...................102
10.2.1. İleri İterativ Yöntemi............102
10.2.2. Ters Çözüm Yöntemi............. 106
10.2.3. Diğer Çözüm Metodları............111

SONUÇ.................................113

KAYNAKLAR............................ 114

ÖZGEÇMİŞ.............................. 116

SİMGELER DİZİNİ

a : Hertz temas alanının yarıçapı
2b : Hertz temas bölgesinin uzunluğu
d : Yüzeylerin herbirinin lokal basıncı
h : Film kalınlığı
h_0 : Merkez çizgisi üzerindeki film kalınlığı
l : Bir nokta temas için Hertz teorisinden çıkarılan yüzeylerin ayrılması
Q_x : x yönündeki yağın akış değerinin oranı
Q_y : y yönündeki yağın akış değerinin oranı
q : Basınç azalması
q_L : Kenar dağılımı ihmal edilmiş durumda bulunan bir nokta temas için q'nun değeri
R : Eğilmenin etkili yarıçapı
R_x : X yönündeki eğilmenin etkili yarıçapı
R_y : Y yönündeki eğilmenin etkili yarıçapı
α : Viskozitenin basınç katsayısı
η : Viskozite
ρ : Yağ yoğunluğu
ϕ : Kenar dağılımı

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2. 1: Klasik Hidrodinamik Teorinin Şartları.. 4

Şekil 2. 2: Elastohidrodinamik Teorinin Şartları. 11

Şekil 2. 3: Bir Noktasal Temastaki Elastohidrodinamik Teorinin şartları.. 12

Şekil 2. 4: Hertz şekli ile Film Kalınlığının Değişimi..........................16

Şekil 3. 1: Silindirik Makaralı Yataklar için Eşdeğer Silindirler................21

Şekil 3. 2: Karmaşık Dişliler İçin Esdeğer Silindirler................... 21

Şekil 3. 3: Eşdeğer Silindirler............. 22

Şekil 3. 4: Film Geometrisi...................25

Şekil 4. 1: Bir Element Üzerindeki Kuvvetler......28

Şekil 4. 2: Bir Kolon İçindeki Akış..............31

Şekil 4. 3: Hareket Eden Kolon..................35

Şekil 4. 4: Bir Yuvarlanan Silindir.............36

Şekil 5. 1: Temas Şartları..................... 38

Şekil 5. 2: Düz Bir Sınırın Bir Noktasına Etkiyen Kuvvet.................... 41

Şekil 5. 3:..............................42

Şekil 5. 4: Yarı Sonsuz Bir Düzleme Etkiyen Kuvvet 43

Şekil 5. 5:..............................44

Şekil 5. 6: Yarı Sonsuz Bir Düzleme Etkiyen Kuvvet Çifti.......................47

Şekil 5. 7: 51

Şekil 5. 8: 52

Şekil 5. 9: Yük Elementi Sebebiyle Oluşan
Yer Değişimi 55

Şekil 5.10: Yerdeğişimlerinin Düzlem Gerilme
Sonuçları 56

Şekil 5.11: Yüklenmiş cisim 56

Şekil 6 .1: Elastik Deformasyon 58

Şekil 6. 2: Yağ Film İfadesi 60

Şekil 6 .3: Ehd Nokta Temasta Basınç Değişimi 61

Şekil 6. 4: Film Şekli Konfigirasyonu 62

Şekil 7. 1: Temas Noktası 64

Şekil 7. 2: 65

Şekil 7. 3: 68

Şekil 7. 4: 71

Şekil 7. 5: 77

Şekil 8. 1: A Yağlayıcısının Film Kalınlığı
Üzerindeki Etkisi 84

Şekil 8. 2: A Yğlayıcısının Film Kalınlığına Bağlı
Yük Değişimi 84

Şekil 8. 3: 85

Şekil 8. 4: 86

Şekil 8. 5: 86

Şekil 8. 6: 87

Şekil 8. 7: 87

Şekil 8. 8: 88

Şekil 8. 9: 88
Şekil 8.10: 89
Şekil 10.1: Ehd Film Geometrisi 94
Şekil 10.2: İntegrasyonun Ehd Nokta Temas Bögesi.. 95
Şekil 10.3: 108

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 8.1: Genel Viskozite ve Yoğunluk Verileri.. 90

Tablo 8.2: Basıncın Yağ Viskozitesi Üzerine Etkisi.......................... 90

1. GİRİŞ

Makine elemanları bir çizgi yerine bir noktada temas ettiğinde cisimler arasındaki etkili yük taşıyan yağ filmlerinin biçimlendirilişi daha karmaşık bir hal alacaktır. Bu nedenle noktasal temaslardaki yağlama genellikle bir sınır yağlama çalışması ile birleştirilir. Archard ve Kirk (1961) noktasal temaslı yağlamada elastohidrodinamik faaliyetlerin büyük rol oynadığını deneysel olarak ispat etmişlerdir.

Noktasal temaslardaki incelemeler belirli bir zamana kadar deneysel çizgileri takip etmiştir. Elastohidrodinamiklerde noktasal temas probleminin bir teoritik çözümüne doğru ilk adım Archard ve Cowking tarafından verilen bir sempozyumda ifade edilmiştir. Bu araştırmacılar Grubin tarafından açıklanan yağ film kalınlığının analizinde kullanılana benzer bir yaklaşımı benimsemişlerdir. Hertz temas bölgesi bir paralal film bölgesi formunda kabul edilmiş ve Hertz bolgesi yaklaşımlarındaki yüksek basıncın oluşması gözönünde tutulmuştur. Problem elastohidrodinamik çizgisel temastan daha karmaşık olduğundan dikkatli araştırmayı gerektirir ve bir noktasal temas cozümünde oluşan bazı detaylar için nümerik çalışmaların büyük bir miktarı kabul edilecektir.

Elastohidrodinamik yağlama temas eden cisimler arasında temasın tek noktada olması ve deneysel koşulların geniş bir alanı için çıkartılan yağlayıcı film kalınlığı örneklerinin arasındaki elektriksel kapasitenin ölçülmesi itibarıyla varolmaktadır. Elastohidrodinamik yağlamanın yayımlanan teorilerinin çoğu çizgisel temastaki cisimler ile ilgilidir. Burada noktasal temas için deneysel sonuçlar ile karşılaştırılabilen bir teoritik çalışma incelenecektir.

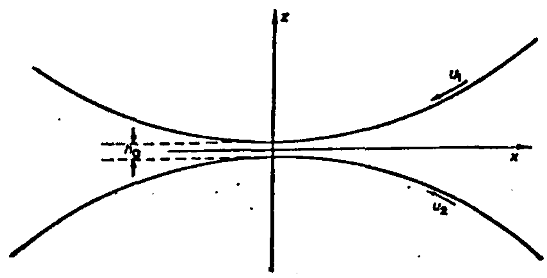
Hidrodinamik yağlama teorisi kızaklı ve kaymalı yataklardaki gibi yüzeyler rijit ve yağlayıcının viskozitesi degişmez farzedilerek tatbik edilir. Bu gibi kabuller bir nokta yada çizgi temas için analojik hesaplama yapıldığı zaman kazanılan bu geometrik düzenlemelerde tanımlanan klasik hidrodinamik teoriler kullanışlı olabilir. Deneysel olarak bu gibi teorilerin sadece düşük yüklerde kullanıldığı görülmüştür , yükün artması durumunda yükselen basınç ile yağ viskozitesi arttığında teorideki ilk degişim vuku bulur. Bu gibi yüklemelerde yuzeyleri rijit farzeden fakat basınç üzerindeki viskozite bağıntısının hesabını içeren bir teori gereklidir. En yüksek yüklemelerde ve sadece elastohidrodinamik teorilerde aynı zamanda yüzeylerin deformasyonunun hesabınıda içine alması gereklidir.

Elastohidrodinamik teoriler iki ana sınıf içinde incelenir. Grubinin teorisi gibi basit teorilerde deformasyonun Hertz seklinde olduğu varsayılır, yağlayıcının yokluğunda eşit yükleme altında vuku bulmasıyla yüzeylerin biçimi aynıdır , merkez bölgedeki yağ filmi böylece paralal olarak kabul edilir ve teoriler yağlayıcı film kalınlığı ifadesinin türeyişi ile alakalıdır. Problemin bütün bir analizi elastik ve hidrodinamik denklemlerin her ikisinin eşzamanlı çözümü için gereklidir, basınç dağılımının formu ve yüzeylerin şekli hakkında daha detaylı bilgi verir. Bu gibi çözümler çizgisel temas için yapılmıştır ancak noktasal temas için bu durum biraz daha karmaşık bir hale bürünmektedir. Burada çizgisel temas probleminin tüm bileşenleri vardır ve bundan başka hareketin yönüne bağlı olarak yağ akışı ile kenar dağılımının tespiti olayda karışıklıklar gosterir.

Anlatılan teori temel haliyle Grubininkine benzer. Bu teorinin gelişimi üç kademede devam eder. Birincisi noktasal ve çizgisel temas için klasik hidrodinamik teorilerin kıyaslanmasıdır , kenar dağılımının etkileri sonuç çıkartılarak anlatılır ve son derece basit olarak gösterilir. İkinci olarak çizgisel temas için bazı hazır bulunan teoriler ve denklemlerin bu teorilerin ve degiştirilmiş klasik teorilerin arasındaki bağıntıların gösterimesiyle yeniden sıralanmasıdır. Üçüncü olarak ise noktasal temas için bir basit elastohidrodinamik teori taslağının çizilmesidir. Başlangıçta deformasyonun hertz şeklinde olduğu varsayılır ve kenar dağılımının etkileri ihmal edilir , fakat daha sonra yağlayıcının film kalınlığı üzerindeki kenar dağılımı tesiride gözönünde tutulur.

2. NOKTASAL TEMASLARDAKİ ELASTOHİDRODİNAMİK YAĞLAMA

2.1. Noktasal ve Çizgisel Temas İçin Klasik Hidrodinamik Teori



Şekil 2.1. Klasik hidrodinamik teorinin şartları

Koordinat sisteminde (Şekil 2.1) 2u noktasal temasın genel durumunda iki yüzeyin hızlarının toplam vektörü gibi alındığında u'nun yönü x ekseni olarak seçilir z ekseni yüzeylerin normalidir. Şu halde filmin herhangi bir küçük elementi içindeki akışın sürekli gözönünde tutulmasıyla şu eşitlik yazılabilir.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho Q_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho Q_y) = u\ \rho\ \frac{\partial h}{\partial x} \qquad (2.1)$$

Burada Q_x ve Q_y ; x ve y yönündeki yağlayıcının akış miktarı ve ρ' da yoğunluktur. Hidrodinamik teorinin genel basitleştirilmiş varsayımları (yani ihmal edilen atalet momentleri, sıkıştırılamaz kabul edilen akışkanlar ve z yönünden bağımsız viskozite v.b.) şu bağıntıyı verir.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{h^3}{\eta}\cdot\frac{\partial P}{\partial x}\right]-\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{h^3}{\eta}\cdot\frac{\partial P}{\partial y}\right]=12.u.\frac{\partial h}{\partial x} \qquad (2.2)$$

Burada p basınç, h film kalınlığı, η viskozitedir. (2.1) ve (2.2) denklemlerindeki ikinci terim kenar dağılımını gösterir. Çizgisel temas için bu kenar dağılımı terimi yoktur ve denklem (2.2) integre edilerek

$$\frac{dP}{dx}=12\eta.u.\frac{h-h^*}{h^3} \qquad (2.3)$$

bulunur. Burada h^* maksimum basınçtaki film kalınlığıdır. Klasik teoride η sabit bir değer (η_0) ile verilebilir ve q ile gösterilen aşağıdaki basınç denklemi ile verilmiştir. Yüzeylerin deforme olmadığı kabul edilirse film şekli aşağıdaki denklemle verilir.

$$h = h_0.(1+X^2) \qquad (2.4)$$

Buradaki $X=x/(2.R.h_0)^{1/2}$ ve h_0 film kalınlığının minimum değeridir. R yüzeylerin eğriliğinin eşdeğer yarıçapıdır. Bu yarıçap

$$1/R = 1/R_a+1/R_b$$

Bundan başka denklem (2.3)'ün integrasyonu kabul edilen koşulların sınırına bağlıdır ve iki yaygın çözümde kullanılır. İlk önce yarı Sommerfeld çözümünde sınırlı yaklaşımın sınırında q=0 olarak kabul edilir. (x=0 ve $h=h_0$ da q=0 daha sonra sunu takip eder, $h^*=4.h_0/3$) ve

$$q=12.\eta_o\, u\left[\frac{2.R}{h_0^3}\right]^{1/2}\frac{1}{3}\;\frac{X}{(1+X^2)^2} \qquad (2.5)$$

Böylece

$$q_{max}=1.84.\eta_o.u.R^{1/2}.h_0^{-3/2}. \qquad (2.6)$$

Diğer bir yol olarak $\frac{\partial q}{\partial x}=0$ durumunda q=0 kabul edilerek ($h^*=1.266.h_0$)

$$q_{max}=2.15.\eta_o.u.R^{1/2}.h_0^{-3/2} \qquad (2.7)$$

Aşağıda matematiksel karışıklıkların azaltılmasından dolayı ve türetilen (noktasal temas için) teori ile doğrudan kıyaslamaya olanak sağladığından dolayı varsayılan (2.5) ve (2.6) denklemleri kullanılacaktır. Noktasal temas içn klasik hidrodinamik teori ikinci terimin varolmasıyla (2.2) denkleminin çözümünü içine alır. Bu düşünce Howlett, Kapitza ve Korovchinskii tarafından geliştirilmiştir. Kabul edilen (2.5) denklemi kullanılarak (x=0 da q=0) Kapitza şu denklemi bulmuştur.

$$q=12.\eta_o.u.\left[\frac{2\,Rx}{h_0^3}\right]^{1/2}\cdot\frac{1}{3+2(Rx/Ry)}\;\frac{1}{(1+X^2+\xi)^2} \qquad (2.8)$$

Yağ filminin şekli şu bağıntı ile verildiğinde

$$h=h_0(1+X^2+\xi^2) \qquad (2.8.a)$$

ve $X=x/(2.R_x.h_0)^{1/2}$, $\xi 2=y/(2.R_y.h_0)^{1/2}$, R_x ve R_y x ve y yönündeki eğilmenin bağıl ve ana yarıçaplarıdır.

Bir noktasal temasta dikkate alınan elemanter çizgisel temas her bir δ_y genişliğinin bir bağıntısı gibi klasik teorinin koşulları altında olmasıdır. Bunun gibi herhangi bir element için basınç X parametresinin ve minimum film kalınlığının uygun değerleri ile (2.5) denklemi ile verilir. y koordinatındaki element için $h_{min}=h_o.(1+\xi^2)$ ' dır ve (2.4) ve(2.5) denklemlerindeki h_o degiştirilmelidir. Aynı zamanda bu gibi silindirik elemanlar için (2.4) denklemi $h=h_{min}.(1+X_1^2)$ şeklinde olur.(2.8.a) denklemi ile birleştiğinde şu ilişkiyi verir. $X_1^2=X^2/(1+\xi^2)$. Böylece noktasal temas çizgisel temasın bir bağıntısı gibi gözönünde tutulduğunda herhangi bir noktadaki basınç

$$q_L=12.\eta_o.u.\left[\frac{2R_x}{h_{min}^3}\right]^{1/2}\frac{1}{3}.\frac{X_1}{(1+X_1^2)^2}$$

$$=12.\eta_o.u\left[\frac{2R_x}{h_o^3}\right]^{1/2}\frac{1}{3}.\frac{X}{(1+X+\xi^2)^2} \qquad (2.9)$$

Bu işlem hatalı sonuç vericektir, çünkü çizgisel temaslı teoride yağlayıcının akışı tek yönlü olarak düşünülür, yani kenar dağılımı ihmal edilir. Tam olarak kenar dağılımının etkileri q değerinin altındaki basınçlarda azalacaktır. Gerçek basınç şu şekilde kabul edilir.

$$q=\Phi.q_L \qquad (2.10)$$

(2.8) ve(2.9)denklemlerinin mukayesesiyle

$$\phi=(1+2/3.R_x/R_y)^{-1} \qquad (2.11)$$

Sonuç olarak klasik hidrodinamik teorinin koşulları altında bir noktasal temas çizgisel temasın bir bağıntısı gibi hazırlanabilir, sadece kenar dağılımının tek etkisi her yerdeki bir sabit faktör ϕ ile basıncın azalması şeklinde olacaktır.

Kenar Dağılımı:

Çizgisel temaslar için elastohidrodinamik problem teorisine tüm teoritik yaklaşımlar cisimlerin sonsuz genişliği için yapılmaktadır. Elastisite problemindeki sonuç etkileri ve hidrodinamik problemdeki kenar dağılımı böylece azaltılmaktadır.

Kenar dağılımı değerinin hesaplanmasındaki önemli nicelik kaymalı yatak problemlerinde akseden genişlik-çap oranı (b/2R) degildir. Fakat etkili yük-taşıma bölgesindeki genişlik/uzunluk oranıdır. Hertz temas bölgesinde b/2a nın uzunlugu ile bu yazılan oranların birleştirilmesi uygundur. $a/R=4.p_0/E$ eşitliğinde p_0; maximum Hertz basıncıdır. Aşırı yüklemelerde p_0/E oranı 10^{-2} ile düzenlenebilir böylece

$$b/2a=25.(b/2R)$$

ile ifade edilir. Temas böylece yük taşıyan bölgenin geometrisinin terimlerinde gerçektende çok uzun olarak görülebilir ve kenar dağılımı ve sonuç etkilerinin ihmali ispatlanabilir. Bu noktanın doğruluğu sonsuz silindirler için kazanılan teoritik ve deneysel çalışmalar arasındaki benzerliklerde bulunabilir.

2.2. Çizgisel Temas İçin Elastohidrodinamik Teori

(2.5) ve (2.10) denklemlerinde basınç yağ sabit bir viskozitedeyken (η_o) varsayılan çözümlerde işaret edilen q sembolü ile gösterilmektedir. Viskozite ile basınç arasında şu üstel ilişki vardır.

$$\eta=\eta_o . \exp.(\alpha . p) \qquad (2.12)$$

α , viskozitenin basınç sabitidir. Basınç p böylece q değerlerinden daha yüksek olur ve şu şekilde tanımlanır,

$$p=-1/\alpha . \ln(1-\alpha . q) \qquad (2.13)$$

Basınç , sabit viskoziteli (η_o) yağ ile varolduğunda q basınç azalması gibi sunulacaktır. Görülmüştürki klasik teoride artan yük ile film kalınlığı azalması viskozitenın basınç ile artmaya başlamasıyla son bulacaktır. (2.13) denklemi bu artışın maximum azaltılmış basınç (q_{max}) olarak olustuğunu bir değer yaklaşımı ile gösterir.

$$q_{max}=1/\alpha \qquad (2.14)$$

(2.6) ve (2.14) denklemlerinin birleştirilmesiyle film kalınlığına bir değerle yaklaşılır.

$$h_1=1.50(\alpha\eta_o u)^{2/3}R^{1/3} \qquad (2.15)$$

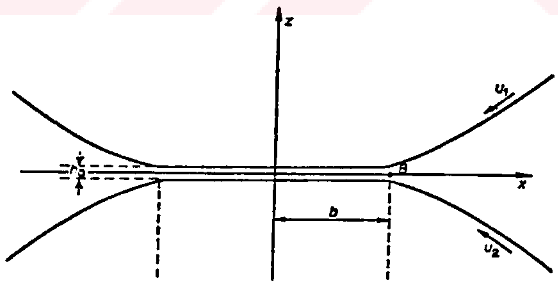
Basit elastohidrodinamik teorilerde yüzeylerin şekilleri Hertz olarak kabul edilir ve giriş bölgesine (2.14) denkleminin kriteri uygulanır. Film kalınlığı böylece kriter ile hesaplanabilirki Hertz alanının giriş bölgesindeki bir noktada azalan basınç yaklaşık olarak $1/\alpha$ değerine eşittir. Bu yolla yaklaşık olarak Grubin şu değeri elde etmiştir.

$$h_g=1.95(\alpha\eta_0 u)^{8/11}E'^{1/11}R^{4/11}(\omega)^{-1/11} \qquad (2.16.a)$$

Crook ise,

$$h_c=2.12(\alpha\eta_0 u)^{3/4}E'^{1/8}R^{3/8}(\omega)^{-1/8} \qquad (2.16.b)$$

Burada ω temasın çizgiselliğinin birim uzunluğu aracılığı ile yüklemedir ve $E=E/(1-\nu)^2$. (E=malz. elastiklik modülü ve ν ise poisson oranıdır)



Şekil 2.2 Elastohidrodinamik teorinın şartları

Kullanılan (2.15) denklemi ve Hertz denklemleri (2.16)denklemleri düzenlenerek yazılabilir

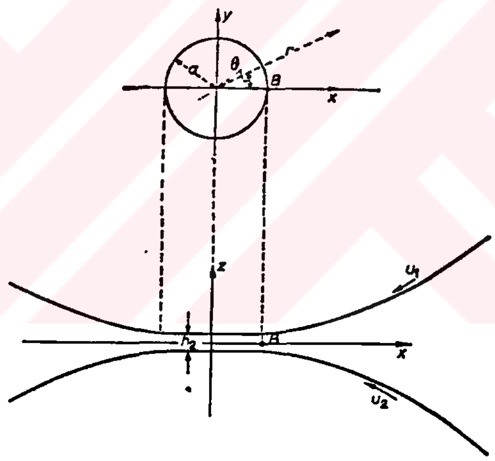
$$h_g=h_1(5.8\ h_1/d)^{1/11} \qquad (2.17.a)$$

$$h_c=h_1(5.0\ h_1/d)^{1/8} \qquad (2.17.b)$$

d yüzeylerin lokal basınçlarının ölçümüdür, 2b ise Hertz temas bölgesinin genişliğidir.

2.3. Nokta Temas İçin Elastohidrodinamik Teori

Yüzeylerin şekilleri Hertz şeklinde kabul edildiğinden dolayı bu yüzeyleri ayıran yağ filmi paraleldir. Bu varsayım noktasal temas için hidrodinamik teoride kenar dağılımı etkisinden dolayı tavsiye edilmez. Yinede önceki kapasite olçümlerinden ve cam numunelerle yapılan deneylerden Elastohidrodinamik teoride kabul edilen geometrik konfigürasyonun geçerliliği (Şekil 3.3) için kuvvetli kanıtlar çıkartılır.



Şekil 2.3. Bir noktasal temas için elastohidrodinamik teorinin şartları

Bir Hertz teması çeviren yüzeylerin şekilleri Elastisite teorisinden sonuç olarak çıkartılabilir. Eğer yüzeyler yarıçap a'nın bir daire yüzü üzerine dokunuyorsa o zaman dairenin merkezinden bir r uzaklığındaki l ayrımı şöyle verilir,

$$l = a^2/\pi R(\tan\gamma - \gamma + \gamma\tan^2\gamma)$$

Burada $\sec\gamma = r/a$ ve R önceki gibi deforme olmamış yüzeylerin eğrilik bağıl yarıçapıdır. Daha sonra Şekil 2.3 ten sistemin merkezinden r uzaklığındaki film kalınlığı h aşağıdaki gibi verilir,

$$h = h_2 + a^2\,\Omega/\pi R \qquad (2.18)$$

$\Omega = (\tan\gamma - \gamma + \gamma\tan^2\gamma)$ ve h_2 paralel bölgedeki film kalınlığıdır. Kenar dağılımının ihmaliyle B noktasındaki azalan basınç q (2.18) denkleminden türemiş h değeri kullanılarak (2.3) denkleminin integrasyonundan bulunabilir. Böylece,

$$q_L = 24\,\eta_o u \left[\frac{2\pi R}{h_o^3}\right]^{1/2} \int_0^{\pi/2} \frac{\Psi^{3/2}.\sec\gamma.\tan\gamma.d\gamma}{(1+2\Psi\Omega)^3} \qquad (2.19)$$

$\psi = a^2/2.\pi.R.h_2$, (2.19) denkleminin (I) integrali 0.25 ve 100 arasında sıralanan ψ değerleri için kazanılmıştır. Sabit bir yaklaşımla

$$I = 0.011\,\pi\,\psi^{-0.15}$$

(2.10) denkleminde kabul edildiği gibi kenar dağılımının etkisi ϕ faktörü ile basıncın azalmasıdır ve şöyle gösterilir.

$$q = 0.375\,\pi^{3/2}\,\phi\,\eta_o\,u\,R^{1/2}\,h^{-3/2}\,\psi^{-0.15}$$

$q = 1/\alpha$ değeri yazılırsa

$$h_2 = 1.63\,\phi^{2/3}(\eta_o\alpha\,u)^{2/3}\,R^{1/3}\,\psi^{-0.10} \qquad (2.20)$$

Benzer olarak (2.15) denklemindeki değiştirilmiş klasik teori içindeki kenar dağılımının etkilerinin tespitiyle noktasal temas için film kalınlığı değeri

$$h_1=1.50\,\phi^{2/3}(\eta_o\alpha\, u)^{2/3}\,R^{1/3} \qquad (2.21)$$

ve (2.20) denklemi şimdi (2.21) denkleminin formu içinde yeniden yazılabilir.

$$h_2=h_1(3.58\,h_2/d)=h_1(4.13\,h_1/d)^{1/9} \qquad (2.22.a)$$

Burada $d=a^2/4R$ dir. Hertz denklemi ise $a=(3\,\omega^1\,R/2\,E)^{1/3}$ ile

$$h_2=2.04\phi^{0.740}(\alpha\eta_o u)^{0.740}R^{0.407}(E/W)^{0.074} \qquad (2.22.b)$$

şeklini alır.

2.4. Film Kalınlığının Ölçümü

Daha önce yapılmış olan deneyler sonucunda deneysel film kalınlığı şöyle bulunmuştur.

$$h_{den}=0.203(\alpha\,\eta_o)^{0.57}\,u^{0.55}\,R^{0.62} \qquad (2.23)$$

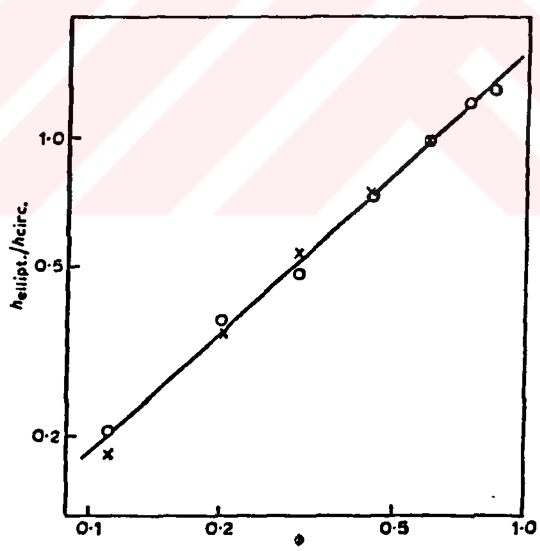
Düzenlenmiş klasik teoriye göre eliptik faktör ϕ şöyle tanımlanır $(1+2/3(R_x/R_y))^{-1}$ ve dairesel temas için 3/5'in bir değeridîr. Böylece dairesel temas için film kalınlığının teoritik değeri (2.21) denkleminden türeyerek şöyle verilir

$$h_1=1.07(\alpha\,\eta_o u)^{2/3}\,R^{1/3} \qquad (2.24)$$

Benzer olarak dairesel temas için (2.22) denkleminden yararlanarak

$$h_2=1.40(\alpha\,\eta_o u)^{0.740}\,R^{0.407}(E'/W')^{0.074} \qquad (2.25)$$

eşitliği çıkarılır. Daha önceki çalışmalar göstermiştirki film kalınlığının deneysel değerlerinin teoritik değerlerle mukayesesi sonucu büyüklükleri iyi benzerlikler göstermektedir. Fakat (2.23), (2.24) ve (2.25) denklemlerinin mukayasesiyle $(\alpha.\eta_o)$, u ve R hususunda film kalınlığına bağlı olan bir farklılık farkedilmiştir. Bu sonuçları genişletmek için eliptik faktör ϕ hususunda film kalınlığına bağlı olan deneysel verileri belirlemek gerekir. Numune çapları farklı oldugu zaman çaprazlanmış tamburlu makinada bir eliptik temas meydana gelir. Tanzim edilmiş numune çapları diğerinden daha hızlı döner teorinin gerekli şartları buluşur, yani u elipsin birinci ekseni boyunca (x ekseni) dir. R_x daha hızlı numunenin yarıçapı R_y ise daha yavaş olanın yarıçapı olur. 20 °C 'deki film kalınlığının ölçümü 67.5 ve 9.0 cm/s arasındaki u degerleri ile yapılır. R_x degerinin 3.77 cm olmasıyla R_y degeri 3.77 ve 0.317 cm arasındaki çeşitli değerleri alır. R_x degeri 1.11 cm oldugunda R_y 3.77 ve 1.11 cm degerleri arasındadır. Böylece R_x/R_y degeri 0.835 ve 0.112 arasındaki ϕ'nin degerlerine uygun olan 0.295 ve 11.9 degerleri arasında degişir.



Şekil 2.4 Hertz şekli ile film kalınlığının degişimi

Şekil 2.4 'te bir eliptik şekil için film kalınlığı olan h_{ellipt} R_x' in benzer değeri ve diğer bir yolla benzer deneysel koşullar ile bir dairesel şekil için film kalınlığının (h_{circ}) bir oranı gibi formüle edilmiştir. Yapılan çalışmalarla $h_{den} \propto \phi^{0.93}$ ifadesi (2.21) denkleminden çıkartılan $h_1 \propto \phi^{2/3}$ ve (2.22.b) denkleminden çıkartılan $h_2 \propto \phi^{0.74}$ oranlarıyla mukayese edilebilir.

2.5. Noktasal ve Çizgisel Temas Arasındaki Fark

Görülmektedirki noktasal ve çizgisel temastaki klasik hidrodinamik teorileri arasında basit bir ilişki vardır. Noktasal temastaki teori çizgisel temas teorisinin sadece kenar dağılımının etkileriyle değişiminden türemiş gibi görülmektedir. Klasik teoride kenar dağılımı temasın eliptikligi ile hesaplanabilir , faktörün sayısal olarak formüle edilişi

$$\Phi=(1 + 2R_x/3R_y)^{-1}$$

Varolan benzer çalışmalarda elemanter çizgisel temasın hazırlanışı gibi noktasal temasın elastohidrodinamik teorisi oluşturulur. Deforme olmamış numuneler arasındaki klasik teoriden sonuç çıkartılarak bulunan film kalınlıkları benzer oldukları yerde kenar dağılımı etkilerinin giriş bölgesinde oldugu varsayılır. Temastaki Hertz şeklindeki elipsin şekli u yönündeki uzunluğunun artması gibi değiştiğinde artan kenar dağılımı Φ değerindeki bir azalmaya yansır. Deneyler göstermiştirki Φ'nin degerlerinin azalmasıyla h'ın değerleri düşmektedir , fakat biraz daha hızlı oluştuğunda teoriyle oranlanır. Yinede bu bağıntıda deney ve teori arasındaki sapma daha önce deneylerle açıklanan h'nin $(\alpha.\eta_0)$ u ve R üzerindeki bağlılığından da önemli değildir.

Teoritik ve deneysel elastohidrodinamik çalışmaların coğu çizgisel temas ile ilgilidir. En önemlisi noktasal temas üzerindeki çalışmaların kenar dağılımı üzerine varoluşudur. Önceki yapılan çalışmaların incelenmesi sonucu film kalınlığı üzerindeki bütün etkiler şaşırtıcı olarak küçük çıkmıştır , böylece sonuç olarak elastohidrodinamik çalışmalar çizgisel temasta olduğu gibi noktasal temasada uygulanabilir.

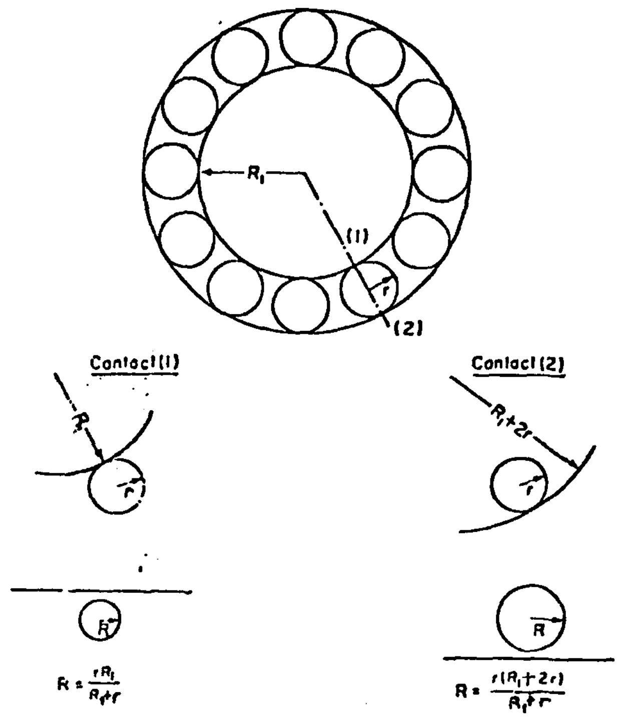
3. YAĞLANACAK EĞRİSEL YÜZEYLERİN DAİRE YAYLARI İLE TEMSİLİ

3.1. Eşdeğer Silindirler

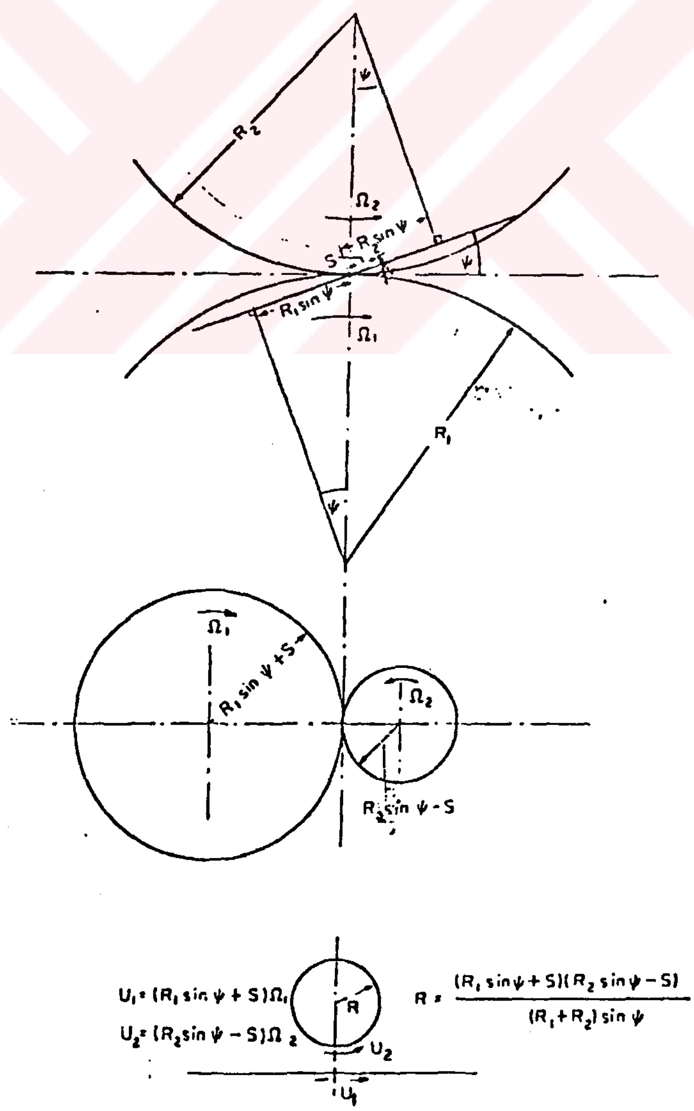
Makina elemanları arasındaki coğu temas, temasın hazır bulunan şartlarındaki deforme olmamış cisim profilleri ile geometrik tanımlamalar kullanılarak silindirler ile temsil edilebilirler. Bu arada oluşan bazı geometrik hatalar ihmal edilebilir. Burada iki örnek incelenicektir, ancak diğer temas türleri için de benzer yollarla analiz yapılabilir.

Makaralı yataklar icin cisimler Şekil 3.1' de gösterildigi gibi silindiriktirler. İçerideki yatak yada iz üzerindeki temas yarıçapları r ve R_1 olan iki konveks silindir ile şekillendirilmistir. Dairenın dış kısmındaki yatakta temas yarıcapı r olan sılindir ile (R_1+2r) olan konkav yüzey arasındadır. Karışık dişli tertibatları için rahatlıkla gösterilebilirki noktasal adımdan s uzaklığındaki temas çarkların açısal hızları ile dönen yarıçapı $(R_{1,2}\sin\psi=s)$ olan iki silindir ile temsil edilebilirler. Bu ifadede R çarkın adım yarıçapını ve ψ basınç açısını ifade eder. Bu karışık dişli tertibatının temas geometrisi Şekil 3.2' de gösterilmiştir. Bu şekilde temsil edilme dişli çark diş temaslarını taklit ederek disk makinalarının kullanımını açıklar ve kuvvet bileşenleri ile film kalınlığı ölcümlerini kolaylaştırır.

Bir matematiksel analizin bakış noktasından Şekil 3.3.a'da gösterildigi gibi iki silindir



Şekil 3.1



Şekil 3.2

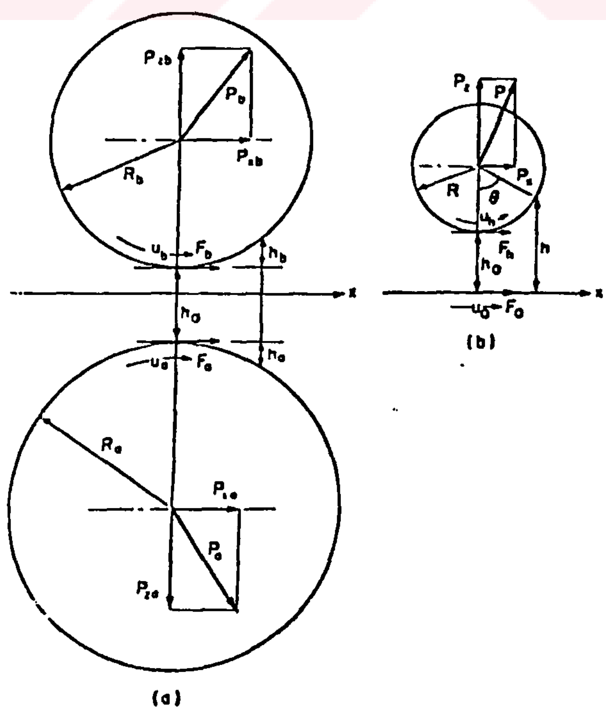
arasındaki temas Şekil 3.3.b'de gösterilen bir düzlem yanındaki eşdeğer bir silindir ile layıkıyla tanımlanabilir. Başlangıç ve eşdeğer temaslardaki silindirlerin ayrılığından dolayı oluşan geometrik ifadeler x'in eşit değerlerinde aynı olacaktır. Bu basit eşitlik küçük x'in önemli bölgesinde yeterli miktarda gecerlidir , ancak x silindirlerin yarıçapına yaklaştığında bu yetersiz kalır. Eşdeğer silindirlerin yarıçapları aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

Şekil 3.3.a'dan

$$h=h_o+h_a+h_b$$

$$h=h_o + x^2/2R_a + x^2/2R_b$$

$$h=h_o + x^2/2 \ (1/R_a+1/R_b)$$



Şekil 3.3 Eşdeğer silindirler

Eşdeğer silindirler için bu eşitlik

$h=h_0 + x^2/2R$ olur. (3.1)

Bundan dolayı x'in verilen her değerinde cisimlerin ayrılığı eşit olacaksa

$1/R=1/R_a+1/R_b$

ve eşdeğer silindirlerin yarıçapı

$R=R_aR_b / R_a+R_b$ (3.2)

şeklinde alınır. Silindirlerin merkezleri temas noktasındaki ortak teğetin aynı kenarı üzerinde duruyorsa ve $R_a > R_b$ ise eşdeğer silindirlerin yarıçapı şu sekildedir.

$R=R_aR_b / R_a-R_b$

Görünüşteki yağlama noktasından bir düzlem yanındakı bir eşdeğer silindir ile temasın ifadesi basınç oluşumu gözönünde tutuldugu zaman yeterlidir. Fakat orjinal silindirlerdeki kuvvet bileşenleri eşdeğer silindirlerdeki kuvvet bileşenlerine bağlı olduğunda işlem uygulanabilir. Merkez çizgisi boyunca kuvvet bileşenleri Şekil 3.3'te gösterildiği gibi doğrudan doğruya eşdeğer alınarak hesaplandığında

$P_{xa}=P_{xb}=P_x=\int p\ dx$ (3.3)

Kayma yönündeki normal kuvvet bileşenleri şöyle tanımlanır.

$$P_{xa} = -\int p \; dh_a = -\frac{1}{R_a}\int p \; x \; dx \tag{3.4}$$

$$P_{xb} = -\int p \; dh_b = -\frac{1}{R_b}\int p \; x \; dx \tag{3.5}$$

$$P_x = -\int p \; dh = -\frac{1}{R}\int p \; x \; dx \tag{3.6}$$

Böylece;

$$P_{xa} = \frac{R}{R_a} \; P_x \tag{3.7}$$

$$P_{xb} = \frac{R}{R_b} \; P_x \tag{3.8}$$

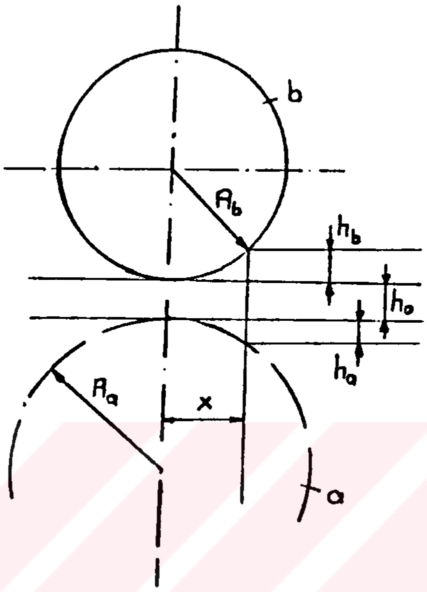
dir. Sürtünme kuvvet bileşenleri için daima

$$F_a = F_o = \int \tau_o dx \tag{3.9}$$

$$F_b = F_b = \int \tau_b dx \tag{3.10}$$

yazılabilir. Burada $\tau_{o,h}$ cisimler üzerine tesir eden teğetsel yüzey gerilmelerini ifade eder.

3.2. Bir Elemanın Yağlanması Sırasında Geometrik Film Kalınlığının Hesaplanması



Şekil 3.4

h_0 başlangıç film kalınlığı olduğunda başlangıç noktasına x mesafede yada Θ açısını gören film kalınlığını yazalım

$$h = h_0 + h_a + h_b$$

$$h_b = R_b - R_b\cos\Theta = R_b(1-\cos\Theta) \qquad (3.11)$$

$$x = R_b\sin\Theta$$

$$x^2 = R_b^2\sin^2\Theta = R_b^2(1-\cos^2\Theta) = R_b^2(1-\cos\Theta)(1+\cos\Theta) \text{ dır}$$

$$(1-\cos\Theta) = \frac{x^2}{R_b^2}\cdot\frac{1}{(1+\cos\Theta)}$$

h_b denkleminde yerine koyarsak

$$h_b = \frac{x^2}{R_b}\,\frac{1}{(1+\cos\Theta)} \quad \text{olur.} \tag{3.12}$$

Burada Θ ile ifade edilen eleman noktasal temas için çok küçük bir değerde olacağından dolayı $\cos\Theta=1$ alınır. Dolayısıyla

$$h_b = x^2/2R_b \quad \text{olur} \tag{3.13}$$

Benzer şekilde h_a ifadeside

$$h_a = x^2/2R_a \tag{3.14}$$

alınır. Bu değerleri h ifadesinde yerine koyduğumuzda

$$h = h_o + h_a + h_b$$

$$h = h_o + \frac{x^2}{2.R_a} + \frac{x^2}{2.R_b}$$

$$h = h_o + \frac{x^2}{2}\left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b}\right)$$

Eşdeğer silindirler için eşdeğer yarıçap ifadesi $1/R=1/R_a+1/R_b$ olduğu hatırlanırsa

$$h = h_o + \frac{x^2}{2R} \tag{3.15}$$

eşitliği bulunur.

4. ELASTOHİDRODİNAMİK YAĞLAMADA BASINÇ YAYILIŞI

4.1. Reynolds Denklemi

Elastohidrodinamik yağlamadaki basınç yayılışı Reynolds denklemi ile ifade edilebilir. Bir yağ filmindeki diferansiyel denklemde kullanılan basınç dağılımı 1886 'da Reynolds tarafından bulunmuştur. Newtonian akışkanları için analizde uygun durumlarda bazı basitleştirilmiş varsayımlarla yapılan Navier-Strokes denklemlerinden türetilebilir. Böyle bir yaklaşım tamamen genellestirilmiş çözümler değişen yağ filminin hesaba katılan viskozitesinin etkilerini içeren formüllerle Dowson(1) tarafından kullanılmıştır. Burada başlangıçta basitleştirilmiş varsayımlar listelenir uygun olduğunda bazı varsayımlar giderilebilir. Örneğin ehl.' de yada akışkan Nitonian olmadığında sürtünme üzerinde sıcaklığın etkisi dikkate alınabilir.

Reynolds denkleminin türetilmesinde yapılan bazı varsayımlar şunlardır

(1) Gövde kuvvetleri ihmal edilebilir.

(2) Basınç yağ filmi içinde (z yönünde) sabittir.

(3) Sınır yüzeylerinde kayma (hata) yoktur.

(4) Yağlayıcı akışı laminardır.

(5) Atalet yüzey germe ve gerilme kuvvetleri viskozite kuvvetleri ile mukayese edildiğinde ihmal edilebilir.

(6) Makaslama gerilimi ve hız gradyanları sadece yağ filmi içinde önemlidir.(z yönünde)

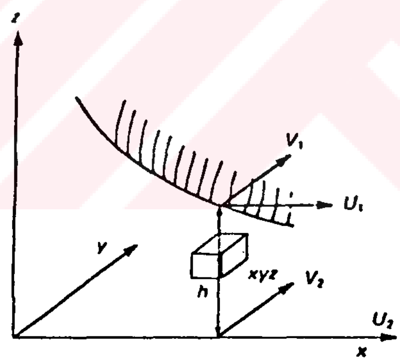
(7) Yağlayıcı Newtoniandır.

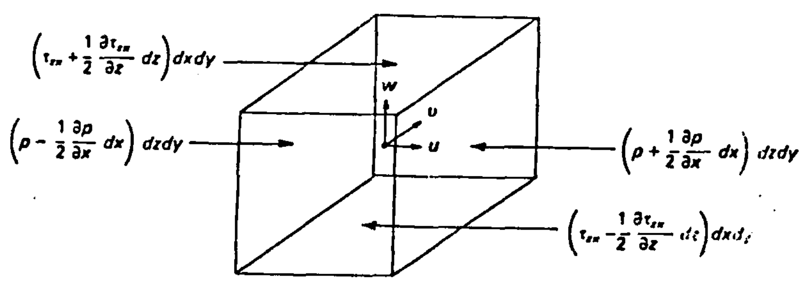
(8) Yağ viskozitesi film içinde sabittir.

(9) Yağ sınır yüzeyleri paraleldir yada herbiri

diğerine küçük bir açıyla gözlenir.
Varsayım (7) ve(8) uygunluğu için yapılır, yinede bir miktar uygulamalar için Reynolds denkleminin formu yağın davranışının Newtonian olmayışı nedeniyle değiştirilebilir. Bunun gibi Elastohidrodinamik temastaki sürtünme tanımlandığında film boyunca sıcaklık ile yağ viskozitesinin değişme miktarı önemli olabilir. Varsayım (8) bu durumda yumuşatılabilir.

4.1.1. Bir Yağlayıcı Elementteki Kuvvetlerin Dengesi





Şekil 4.1 Bir element üzerindeki kuvvetler

Şekil 4.1'de isaret edilen iki bitişik sınır yüzeylerin gözönünde tutulmasıdır. Bu yüzeyler A ve B'dir. B yüzeyi bir xyz sabit kartezyan kümesinin xy düzlemindedir. Lokal yağ filmi kalınlığı h olduğunda onların ayrı ayrı anlardaki hızları ($iu_1 + jv_1 + kw_1$) ve ($iu_2 + jv_2 + kw_2$) olur buradaki ı, j ve k sıra ile x y ve z'nin birim vektörleridir.

Film kalınlığı h olduğunda (xyz de) bir element üzerine tesir eden sınır kuvvetlerinin bir direkte olduğunu düşünelim. Oradaki hız ($iu + jv + kw$) olur. x ve y yönündeki makaslama gerilmesi ve hız gradyanlarının ihmal edilmesiyle (varsayım 6) şunu yazarız.

$$\sum F_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial x} \qquad (4.1)$$

Buradaki τ_{zx} bir düzlemde x yönündeki makaslama gerilmesini ifade eder. z normal gibi düşünüldüğünde benzer olarak

$$\sum F_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial y} \qquad (4.2)$$

Aynı zamanda Newton kanunuyla

$$\tau_{zx} = \eta \frac{\partial u}{\partial z} \qquad (4.3)$$

$$\tau_{zy} = \eta \frac{\partial v}{\partial z} \qquad (4.4)$$

denklemleri yazılır. (4.1) ve (4.3) denklemlerinin ve (4.2) ve (4.4) denklemlerinin birleştirilmesiyle

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial P}{\partial x} \qquad (4.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta \frac{\partial v}{\partial z}\right) = \frac{\partial P}{\partial y} \qquad (4.6)$$

elde edilir. η, z yönünde sabittir (varsayım 8) benzer şekilde $\partial P/\partial x$ ve $\partial P/\partial y$ de z ile degişmez. (varsayım 2)

4.1.2. Hız Dağılımı

(4.5) denkleminin z'ye göre iki kere integrasyonu sonucu

$$\eta\, u = \frac{\partial P}{\partial x} \frac{z^2}{2} + cz + d$$

İki sınır şartı c ve d sabitlerinin belirtilmesine ihtiyaç gösterir. Bunlar

z=h olduğunda $u=u_1$

z=0 olduğunda $u=u_2$

Bu sabitler ile çözülerek

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial P}{\partial x} (z^2 - zh) + \frac{z}{h}(u_1 - u_2) + u_2 \qquad (4.7)$$

Benzer olarak (4.6) denkleminden

$$v = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial P}{\partial y} (z^2 - zh) + \frac{z}{h}(v_1 - v_2) + v_2 \qquad (4.8)$$

4.1.3. Kütle Sabitliği

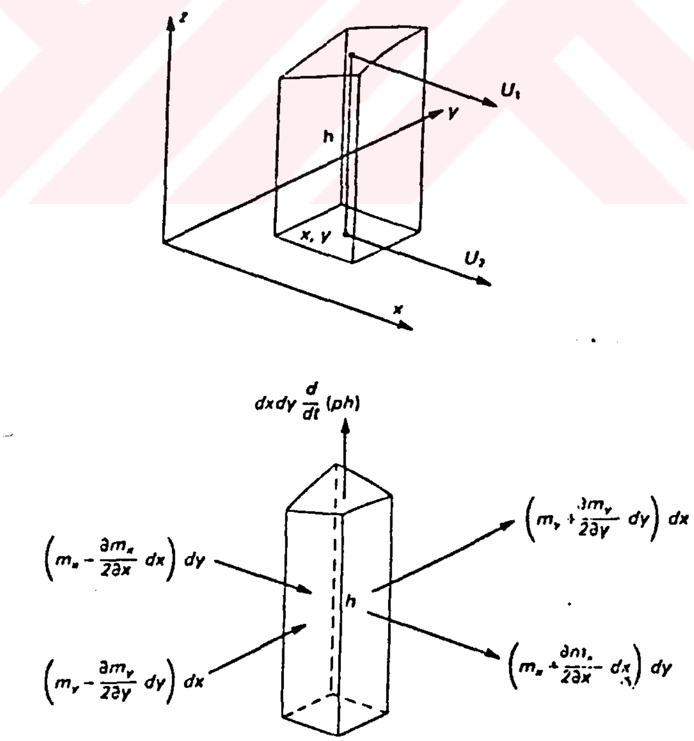
Yağlayıcı yoğunluğunun $\rho(t)$; xy ' de sıkıştırılabilir olduğu varsayılır. Şekil 4.2'a ve 4.2.b'de h sütunu alanda sabitlenmiştir. m_x ve m_y ; x ve y yönündeki birim genişlik vasıtasıyla oluşan kütle yayılmasıdır ve q_x ve q_y de akış miktarının eşitlikleridir .z yönündeki sütun dışındaki net kütle akışı $dxdy(d/dt)(\rho h)$' dır ve şöyle tanımlanır.

$$m_x = \rho q_x = \rho \int_0^h u dz. \tag{4.9}$$

$$m_y = \rho q_y = \rho \int_0^h v dz. \tag{4.10}$$

Böylece

$$\frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) = 0 \tag{4.11}$$



Şekil 4.2. Bir kolon içindeki akış

(4.9) ve (4.10) denklemlerindeki m_x ve m_y'nin tanımlaması ve (4.7) ile (4.8) denklemlerinden

$$m_x = \rho \int \left(\frac{1}{2} \eta \frac{\partial P}{\partial x} (z^2 - zh) + \frac{z}{h}(u_1 - u_2) + u_2 \right) dz$$

Böylece

$$m_x = -\frac{\rho . h^3}{12 . \eta} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) + (u_1 + u_2)\left(\frac{\rho h}{2} \right) \qquad (4.12)$$

$$m_y = -\frac{\rho . h^3}{12 . \eta} \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right) + (v_1 + v_2)\left(\frac{\rho h}{2} \right) \qquad (4.13)$$

(4.12) ve (4.13) denklemleri birim genişlik tarafından boydan boya oluşan kütle yığılmasını verir. (4.7) ve (4.8) denklemlerindeki benzerlik herbirinden basınç indüklenmiş terimin (Poiseuille akışı) ve bir limit hız indüklenmiş terimin(Couette akışı) oluşturabilmesidir. Yüzey hızları sadece bir eksen boyuncaysa örneğin x eksenindeyse $v_1 = v_2 = 0$ 'dır , bununla beraber hala kütle akışı vardır. m_y ,bir yüksek basınçtan alçak basınca enine yağlayıcı akışı ile şimdi sadece basınç değişiminden ($\partial P / \partial y$) dolayı olur.

(4.11) denkleminin içine (4.12) ve (4.13) denklemlerinin konması ve yeniden düzenlenmesi neticesiyle basınç indüklenmiş terim denklem sonucunun sol kenarındadır.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\rho h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \right] =$$

$$6 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho h (u_1 + u_2) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho h (v_1 + v_2) \right] + 2 \frac{d}{dt} (\rho h) \right\} \qquad \ldots . (4.14)$$

(4.14) denklemi bir Newtonian akışkanın sıkıştırılabilir veya sıkıştırılamaz akışı için iki boyuttaki tam reynolds denklemidir. Her bir terim $kg.m^{-2}.s^{-1}$ in ölçüsündedir. Yoğunluk sabit olduğunda önceki iptal edilerek verilen terim $m.s^{-1}$ olarak ölçülendirilir.

(4.14) denklemi x ve y yönündeki akış bileşenlerine cevap verir. Basınç bölgesi üzerinde yüzeylerin hiçbiri xy düzlemine paralel bir uniform hız vektörüne ihtiyaç duymaz. Terim içinde bulunan ifade

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho h(u_1+u_2)\right] \quad \text{ve} \quad \frac{\partial}{\partial y}\left[\rho h(v_1+v_2)\right]$$

(4.5) denkleminin sağ kenarı üzerindedir. Bundan başka basınç bölgesi üzerinde $d/dt(\rho h)$ terimi uniform olmaya ihtiyaç duymaz. Yağlayıcı film iki elastik yüzey ile sıkıştırıldığı durumda vuku bulur. Sınırındaki farklı bölümler z yönündeki farklı hızlarda genellikle muntazam hareket eder. (4.14) denkleminin sol kenarındaki ρ ve η basınç bölgesi üzerindeki hız ve yoğunluk değişkenleri için kabul edilen d/dx ve d/dy diferansiyel oparatörleri içinde oluşur.

4.2. Reynolds Denkleminin Özel Formaları

(4.14) denklemi kolayca daha pratik formda formüle edilebilir. Sıkıştırılan terimler genişletilerek

$\rho(w_1-w_2) + h\dfrac{\partial \rho}{\partial t}$ yazılır, burada

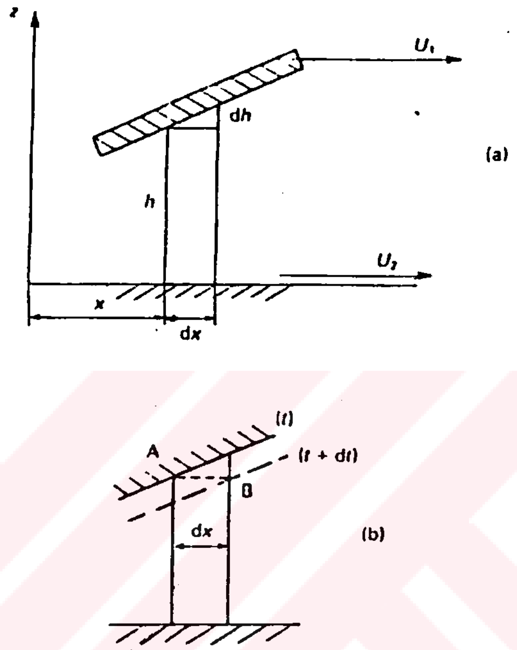
$(w_1-w_2) = \dfrac{\partial h}{\partial t}$ dır.

t zamanında h sütununun tavan ve taban hızları arasındaki farktır. Bundan başka (4.14) denklemi karşı şekillendirmeye yada bitişik sınır yüzeylere hafifçe uygulamaya gösterilen formda uygulanabilir. Basıncın bileşke bölgesindeki küçük yayılması xy düzlemine hemen hemen paralel bütün yüzeyler ile sabit bir kartezyen koordinat sistemi için kabul edilir. (u_1+u_2) ve (v_1+v_2) böylece sabit olarak düşünülebilir ve ayrı ayrı diferansiyel operatörlerinden uzaklaştırılır. Reynolds denklemi şimdi

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right]=$$

$$6\left\{U\cdot\frac{\partial}{\partial x}(\rho h)+V\cdot\frac{\partial}{\partial y}(\rho h)+2\rho(w_1-w_2)+2h\left[\frac{\partial \rho}{\partial t}\right]\right\} \quad \ldots\ldots(4.15)$$

Burada $U=u_1+u_2$ ve $V=v_1+v_2$ dir. w_1 ve w_2 terimleri dikkatle incelenmelidir. Onlar sıra ile herhangi bir nedenden oluşan toplam tavan ve taban hızlarıdır. Anlamının bir örnekteki gibi ehl. durumundan alışılagelmiş bir hidrodinamikliğe taşındığı varsayılır ve (4.15) denkleminin sağ kenarı incelenir. Şekil 4.3.a incelendiğinde $v_1=v_2=0$ ile u_2'den haraket eden(oynar) bir taban üzerinde sabit tavan hızı u_1 de haraket eden rijit bir kama modeli gibi alınır. Yağlayıcı eşviskoziteli ve sabit sıcaklıkta alındığında $\partial\rho/\partial t=0$ olur. Şekil 4.3.b incelendiğinde dt zamanında rijit kama A pozisyonundan B pozisyonuna hareket ettirilir. Böylece akışkanın sabit kolonu hdx görünüşte dh ın bir miktarı ile sıkıştırılabilir. Taban hızı u_2 meyilsiz olduğu gibi buna hiç yardım etmez.



Şekil 4.3 Hareket eden kolon

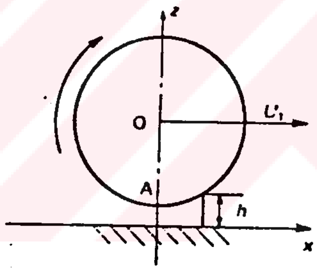
Şimdi $\sigma x = u_1 dt$ ve $dh=-w^1 dt$ buradaki w^1 hakiki tavan iniş hızıdır. Böylece $w^1=-u_1 dh/dx$ dir. Eğer ilaveten tavan w_h de inişteyse o zaman

$$w_1=-\left[w_h+u_1\frac{dh}{dx}\right] \quad \text{dir}$$

ve (4.15) denkleminin sağ kenarı şöyle olur.

$$6\cdot\left[(u_2-u_1)\frac{dh}{dx}-2w_h\right]$$

İşletilen hız u_1 ve u_2 arasındaki farktır, toplamı değildir. $w_h=0$ olduğunda oluşan hidrodinamik çalışma için u_1 , u_2 den daha büyük olmalıdır. Alternatif bir yaklaşımla $-u_1$ tavan ve tabanın her ikisinde o suretle sıfıra azalan tavan hızı ve (u_2-u_1) e azalan taban hızı üzerinde bir blok hız $(-u_1)$ yüklemedir. Burada sabit h kolonu x yönündeki limit hareketi olmaksızın sıkıştırılamazdır. Model üzerinde pratik bir örnek olarak yağlı bir yol yüzeyi üzerinde kayan bir araba tekerlek lastiğini verebiliriz. Ehl'ye daha uygun bir örnekte Şekil 4.4 te olduğu gibi rijit bir cismin yuvarlanmasıdır.



Şekil 4.4. Yuvarlanan bir silindir

Kinematiğe ait olarak incelendiğinde silindir yüzeyi üzerindeki A noktası ve ona kapalı noktalardaki hız sıfır olur yada ihmal edilebilir. Fakat hidrodinamik etki mevcutsa merkez A durumunun zamanla degişmesi anındaki gibi h sıkıştırılabilir. Bütün sisteme tekrar bir blok hız $-u_1$ yüklenir. Silindir merkezi O dayanağa yaklaşmıştır ve A ile B nin herbirinin hızı $-u_1$ dir. Sabit bir merkezin silindirler ile bükülmesinde azalan boşluk içerisindeki yağın heriki yüzeyde sağdan sola doğru yürütülmesiyle hdx kolonunun sınır şartları sabittir. (4.15) Denkleminin sağ kenarı bundan dolayı $\underline{12\ u_1 dh/dx}$ olur. (4.15) denkleminin tamamı aşağıdaki gibi bir boyutlu akış için degiştirilebilir

(1) Sadece x yönündeki akış ile kenar dağılımının olmadığı durumlarda

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \qquad \text{boylece} \qquad \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\rho h^3}{\eta}\ \frac{\partial P}{\partial y}\right] = 0 \qquad v_1 = v_2 = 0$$

(2) ρ sabit varsayıldığında

(3) Sabit durum şartları olduğunu varsaydyğımızda o zaman $w_1 = w_2 = \partial\rho/\partial t = 0$ $U = u_1 + u_2$ kabul edilerek (4.15) denklemi şöyle tanımlanır.

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{h^3}{\eta}\ \frac{dP}{dx}\right] = 6U\ \frac{dh}{dx} \tag{4.16}$$

(4.16) denklemi x e göre integre edildiğinde

$$h^3\ \frac{dP}{dx} = 6U\eta h + c$$

$dP/dx = 0$ olduğunda $h = h^*$ olarak kabul edilir ve (4.16) denklemi düzenlenerek

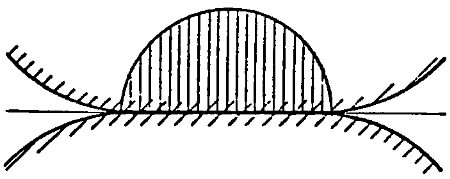
$$\frac{dP}{dx} = 6U\eta\left[\frac{h - h^*}{h^3}\right] \tag{4.17}$$

Buradaki η, x ile degişebilir. Örnekte verilen $U = 2u_1$ ile tanımlanır. (4.17) denklemi bir boyutlu Reynolds denklemi olarak isimlendirilir kenar dağılıının ihmal edildiği durumlarda yaygın olarak kullanılır.

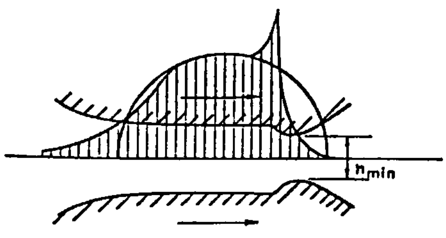
5. YARI SONSUZ BİR ELEMANIN ELASTİK DEFORMASYONU

5.1. Temas Şartları

Hesaplamalarda elastohidrodinamik yağlama için yüzey şekilleri Hertz şeklinde kabul edilir. Ancak gerçekte elastik cisimler ve Newtonian akışkanla gerçekleştirilen elastohidrodinamik yağlamadaki gerçek durum Şekil 5.1 de görüldüğü gibidir. Bu teoride birinci önemli nokta basıncın merkezler doğrultusunda çıkışa yakın yerde oluşu ikincisi ise yağlayıcının Newtonian özelliklerini bu yüksek basınç altında koruyamamasıdır.



Hertz Şartları



Elastohidrodinamik Şartlar

Şekil 5.1 Temas şartları

Basınç yüzeyin deformasyonunu degiştirir. Karşılıklı etkileşim yağlama şeklini degiştirir, iki eş çalışan noktanın ayrılışına yakın yerde pik oluşur.

5.2. Düz Bir Sınırın Bir Noktasına Etkiyen Kuvvet

Sınırsız geniş bir düzlemde yatay bir AB düz sınırına tesir eden bir düşey P kuvvetini inceleyelim. (Şekil 5.2.a) Levhanın kalınlığı boyunca yük dağılımı Şekil 5.2.b de gösterildiği gibi uniformdur. Levha kalınlığı eşit olarak alınır böylece P her birim kalınlığın yüküdür. Yükün uygulandığı noktadan r uzaklığındaki her c elementi radyal yönde basit bir basınç tesiri altındadır. Gerilme bileşenleri

$$\sigma_r = -\frac{2P}{\pi}\frac{\cos\theta}{r} \qquad \sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0 \qquad (5.1)$$

Teğet halindeki yüzeysel gerilme (σ_θ) ve makaslama gerilmesi ($\tau_{r\theta}$)=0 dir. Gerilme bileşenlerinin bu değerleri denge denklemlerini sağlar. Bu değer tüm AB düz kenarı boyunca aynıdır. Yükün uygulama noktası (r=0) haricinde dış kuvvetler farklıdır. r=0 noktasında σ_r sınırsız olur. r yarıçaplı silindirik yüzey üzerine tesir eden kuvvetlerin bileşkesi P'yi dengelemelidir. Bu değer yüzeydeki her bir $rd\theta$ elementine tesir eden $\sigma_r r d\theta \cos\theta$ düşey bileşenlerinin toplanmasıyla kazanılır. Bu usulle şunu buluruz.

$$2\int_0^{\pi/2} \sigma_r \, r \cos\theta \, d\theta = -\frac{4P}{\pi}\int_0^{\pi/2} \cos^2\theta \, d\theta = -P$$

Yukarıdaki çözüm gerilme fonksiyonundan

türemiştir. Gerilme fonksiyonu şöyle ifade edilir.

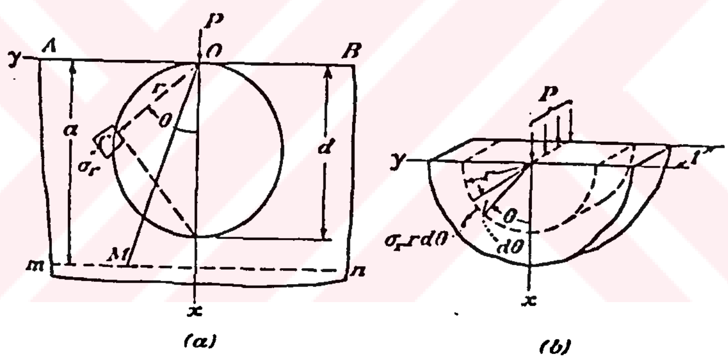
$$\phi = -\frac{P}{\pi} r\, \theta \sin\theta. \tag{a}$$

Gerilme bileşenleri ise şöyle tanımlanır

$$\sigma_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2} = -\frac{2P}{\pi}\frac{\cos\theta}{r}$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} = 0 \tag{5.11}$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right) = 0$$



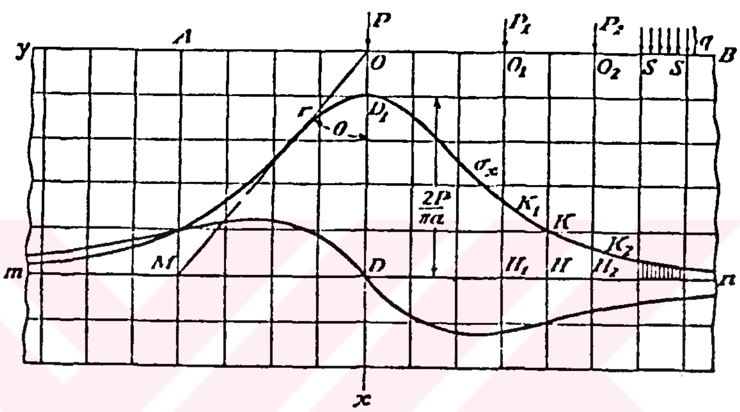
Şekil 5.2.

Şekil 5.2.a daki gibi O'da y eksenine teğet olan ve merkezi x ekseninden geçen d çaplı bir daire alarak dairenin c noktası için şu ifade yazılır. $d\cos\theta = r$ Böylece (5.1) denkleminden $\sigma_r = -2P/\pi d$ yazılabilir. Yani gerilme yükün uygulandığı nokta (o noktası) dışında tüm noktalarda aynıdır. Levhanın kenarından bir a uzaklığındaki mn yatay düzlemi üzerindeki M noktasındaki gerilmenin normal ve makaslama bileşenleri radyal yöndeki basit basınçla hesaplanabilir.

$$\sigma_x = \sigma_r \cos^2\theta = -\frac{2P}{\pi}\,\frac{\cos^3\theta}{r} = -\frac{2P}{\pi a}\cos^4\theta$$

$$\sigma_y = \sigma_r \sin^2\theta = -\frac{2P}{\pi a}\sin^2\theta\cos^2\theta \qquad (5.2)$$

$$\tau_{xy} = \sigma_r \sin\theta\cos\theta = -\frac{2P}{\pi}\,\frac{\sin\theta.\cos^2\theta}{r} = -\frac{2P}{\pi a}\sin\theta\cos^3\theta$$



Şekil 5.3

Şekil 5.3 te yatay düzlem mn boyunca σ_x ve τ_{xy} gerilmelerinin dağılımları grafikle ifade edilmistir. Yükün uygulama noktasında gerilme son derece geniştir. Gerçektende yük sınırın küçük bir alanı üzerinde dağılacaktır, plastik akış bölgesel olarak vuku bulacaktır. Öyle olsada plastik bölge Şekil 5.2.b 'de gösterildigi gibi küçük yarıçaplı bir dairesel silindirik yüzey ile kesişmis olarak tasarımlanabilir. Elastisite denklemi daha sonra düzlemin mevcut olan kısmına uygulanabilir

Benzer bir çözüm Şekil 5.4 te olduğu gibi yarı-sonsuz bir düzlemin düz sınırına uygulanan bir P kuvveti içinde kazanılabilir. Bu durum için gerilme bileşenleri aynı (5.1^1) denkleminde olduğu gibi kazanılır. Şekil 5.4 te gösterilen çizginin kesişmesiyle bir silindirik yüzey üzerine tesir eden kuvvetlerin bileşkesi hesaplamayla şöyle bulunur.

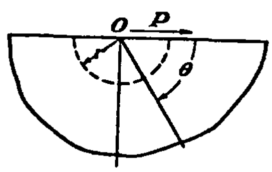
$$-\frac{2P}{\pi}\int_{0}^{\pi}\cos^2\theta = -P$$

Bu bileşke dış kuvvet P yi dengeler ve düz kenardaki gerilme bileşenleri τ_{rq} ve σ_θ da olduğu gibi sıfırdır , çözüm (5.1^1) sınır şartlarını sağlar. Eğilmiş P kuvveti iki bileşende çözülerek $P\cos\alpha$ (dikey) ve $P\sin\alpha$ (yatay) (Şekil 5.5) bileşenleri bulunur ve (5.1^1) denkleminden c noktasındaki radyal gerilme

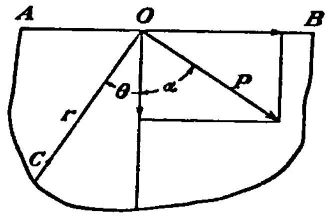
$$\sigma_r = -\frac{2P}{\pi r}\left[P\cos\alpha\cos\theta + P\sin\alpha\cos(\pi/2 + \theta)\right]$$

$$= -\frac{2P}{\pi r}\cos(\alpha + \theta) \qquad (5.3)$$

bulunur.



Şekil 5.4



Şekil 5.5

Bundan dolayı (5.1[1]) denklemi kuvvetin her yönü için kullanılabilir, her durumda kuvvetin yönünden Θ açısının ölcümünü sağlar.

Gerilme fonksiyonu (a) aynı zamanda Şekil 5.6.a'da sonsuz bir düzlemde düz sınıra tesir eden bir kuvvet çifti (bir çift eş ve zıt kuvvet) durumundada kullanılabilir. Gerilme fonksiyonu orjinden bir a uzaklığındaki O_1 noktasında bulunan P gerilme kuvveti durumu için ϕ 'den kazanılabilir. (a) denklemi r ve Θ nin yerine x ve y nin bir fonksiyonu gibi moment alınarak y yerine (y+a) ve aynı zamanda P yerine -P yazılarak bulunur. Bu ve orjinal gerilme fonksiyonu ϕ birleştirilerek form içinde O ve O_1 de uygulanan kuvvet çifti için gerilme fonksiyonunu bulunabilir.

$$-\phi(x, y+a) + \phi(x, y)$$

a cok küçük olduğunda bu değer

$$\Phi_1 = -a \frac{\partial \phi}{\partial y} \qquad (b)$$

(b) denklemi (a) da yerine konduğunda

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial r} \sin\Theta + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\cos\theta}{r}$$ şöyle bulunur,

$$\Phi_1 = \frac{Pa}{\pi} (\Theta + \sin\Theta\cos\Theta) = \frac{M}{\pi} (\Theta + \sin\Theta\cos\Theta) \qquad (5.4)$$

Buradaki M kuvvet çiftinin momentidir. Aynı tarzda muhakeme yapılarak Φ nin farkını alma yontemiyle Şekil 5.6 da birbirinden bağımsız olarak çok küçük bir mesafede bulunan iki nokta O ve O_1 e tesir eden kuvvet çifti M için gerilme fonksiyonu Φ_2 bulunur.

$$\Phi_2 = \Phi_1 - (\Phi_1 + \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \cdot a) = -a \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial y} = -\frac{Ma}{\pi r} \cos^3\Theta \qquad (5.5)$$

Kuvvet çiftinin yönü değiştiğinde değişen sadece işaret olur. Birbirini izleyen fark almalarla gerilme fonksiyonlarının bir serisi kazanılarak kenara paralel bir yarı-sonsuz düzlemdeki bir yarım daire çentik sebebiyle oluşan gerilme yığılımları problemin çözümünde kullanılır. Gerilme yığılımları incelenerek yöndeş yerdegiştirmeler kazanılabilir. Düz sınıra normal bir kuvvet için (Şekil 5.2) şöyle yazılabilir.

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{2P}{\pi E} \frac{\cos\theta}{r}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r \partial \theta} = \nu \frac{2P}{\pi E} \frac{\cos\theta}{r} \qquad (c)$$

$$\gamma_{r\theta} = r \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} = 0$$

Bu denklemlerden birincisinin integrasyonu sonucu

$$u = -\frac{2P}{\pi E}\cos\theta \log r + f(\theta) \qquad (d)$$

Buradaki $f(\theta)$ sadece θ nin bir fonksiyonudur. Bunu (c) denkleminin ikincisinde yerine koyup integre edilerek şu bulunur

$$v = \frac{2\nu P}{\pi E}\sin\theta + \frac{2P}{\pi E}\log r \sin\theta - \int f(\theta)\,d\theta + F(r) \qquad (e)$$

Buradaki $F(r)$ de r nin bir fonksiyonudur. (d) ve (e) yi (c) denkleminin üçüncüsünde yerine koyarak tamamlanır

$$f(\theta) = -\frac{(1-\nu)}{\pi E}\theta\sin\theta + A\sin\theta + B\cos\theta$$

$$F(r) = Cr \qquad (f)$$

Burada A, B ve C integrasyon sabitleridir ve sıkıştırmanın şartlarından belirlenebilir. Yer değişimlerini ifade eden (d) ve (e) denklemlerinden

$$u = -\frac{2P}{\pi E}\cos\theta\log r - \frac{(1-\nu)P}{\pi E}\theta\sin\theta + A\sin\theta + B\cos\theta$$

$$v = \frac{2\nu P}{\pi E}\sin\theta + \frac{2P}{\pi E}\log r \cdot \sin\theta - \frac{(1-\nu)P}{\pi E}\theta\cos\theta + \frac{(1-\nu)P}{\pi E}\sin\theta + A\cos\theta - B\sin\theta + Cr \qquad (g)$$

Yarı sonsuz düzlemdeki (Şekil 5.2) zorlamanın x eksenindeki noktaların yanal değişimi olmaksızın yapıldığı varsayılır. Böylece $\theta=0$ için $v=0$ dir ve (g) denkleminden $A=0$, $C=0$ bulunur. Bu değerler ile x eksenindeki noktaların dikey yerdeğişimleri

$$(u)_{\theta=0} = -\frac{2P}{\pi E}\log r + B \qquad (h)$$

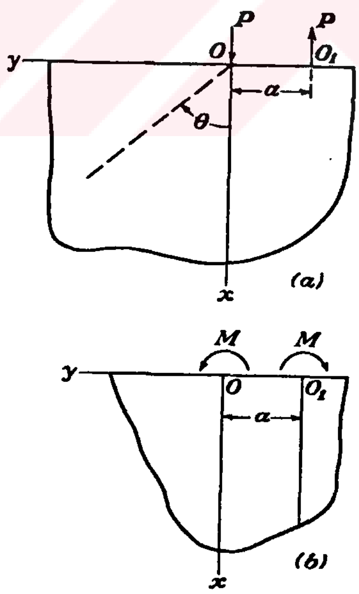
B sabiti orjinden d uzaklığındaki bir noktada düşey hareket olmadığı varsayılarak (h) denkleminden

$$B= \frac{2P}{\pi E}\cdot \log d$$

bulunur. İntegrasyon sabitlerinin tümü alınarak yarı sonsuz düzlemdeki her nokta için yerdeğişimi (g) denkleminden hesaplanabilir. Örnegin düzlemin düz sınırındaki noktaların yerdeğişimi. Yatay yerdeğişimler (g) denkleminin birincisinde $\Theta = \pm \pi/2$ konarak şöyle bulunur.

$$(u)_{\theta=\pi/2} = -\frac{(1-\nu)P}{2E} \qquad (u)_{\theta=-\pi/2} = -\frac{(1-\nu)P}{2E} \qquad (5.6)$$

Orjinin her kenarındaki düz sınır böylece sabit bir yerdeğişime sahiptir ve tüm noktalarda orjine doğru yönelir.



Şekil 5.6

Düz sınırdaki dikey yerdeğiştirmeler (g) denkleminin ikincisinden kazanılmıştır. v artan Θ nın yönünde pozitiftir ve x ekseninde gözlenen deformasyon simetriktir. Orjinden bir r uzaklığındaki aşağı yöndeki dikey yerdeğişim için şunu yazarız.

$$(v)_{\theta=-\pi/2} = -(v)_{\theta=\pi/2} = \frac{2P}{\pi E}\log\frac{d}{r} - \frac{(1-\nu)P}{\pi E} \qquad (5.7)$$

Orjindeki bu denklem sınırsız genişlikteki bir yerdeğişimini verir. Bu karışıklık giderilerek önceki gibi yükün uygulama noktasındaki materyalin bir kısmının küçük yarıçaplı bir dairesel yüzey ile kesildiğini varsayarız. Sınırın diğer noktaları için (5.7) denklemi sınırlı yerdeğişimleri verir.

5.3. Düz Bir Sınırın Düşey Yükle Yüklenmesi

Yarı sonsuz bir düzlemin AB yatay düz sınırı üzerine birkaç düsey kuvvet P_1, P_2, P_3 ... tesir ederse mn yatay düzlemindeki gerilmeler bu kuvvetlerin herbiri tarafından üretilen gerilmeleri üstüne koyarak kazanılır.(Şekil 5.3.a) Bunların her biri için σ_x ve τ_{xy} eğrileri yerdeğiştirerek kazanılır yeni orjinlere O_1, O_2, O_3 P için geometrik olarak çizilir. Bunu σ_x gerilmesinin uretimi izler. Örnegin D noktasındaki mn düzleminin P_1 kuvveti ile P_1 ile $\overline{H_1K_1}$ ordinatı çarpılarak kazanılır. Aynı tarzda P_2 tarafından üretilen D noktasındaki σ_x gerilmesi $\overline{H_2K_2}$ P ye eşittir. mn düzlemi üzerindeki D noktasındaki P_1 P_2, P_3... tarafından üretilen toplam gerilme

$$\sigma_x = \overline{DD_1}\ P + \overline{H_1K_1}\ P_1 + \overline{H_2K_2}\ P_2 + \ldots\ldots$$

Böylece σ_x eğrisi Şekil 5.3 te gösterildigi gibi D noktasındaki σ_x normal gerilmesi için etki hattındadır. Aynı şekilde D noktasındaki mn düzlemindeki makaslama gerilmesi için τ_{xy} eğrisinin etki hattında olduğu sonucuna varırız. Bu eğrilerle levhanın AB kenarındaki herhangi bir düşey yükü için D deki gerilme bileşenleri hesaplanabilir. Yoğunlaştırılmış kuvvetlerin yerine düz sınırın (Şekil 5.3) bir ss düzlemi üzerinde dağılan q yoğunluğunda bir uniform yük alırsak D noktasındaki bu yük tarafından σ_x normal gerilmesi şekilde gösterilen etki alanının yerini tutarak q ile toplanması sonucu kazanılır. Uniform yük dağılımı problemi formdaki bir gerilme fonksiyonu vasıtasıyla diğer tarzda çözülebilir.

$$\phi = A\, r^2\, \Theta \qquad (a)$$

Buradaki A sabittir. Gerilme bileşenlerinde yerine koyarak

$$\sigma_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\Theta^2} = 2\,A\,\Theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} = 2\,A\,\Theta \qquad (b)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\Theta}\right) = -A$$

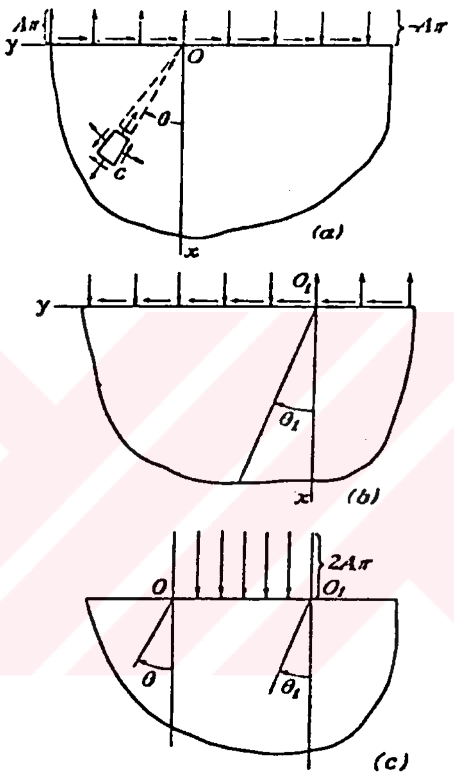
elde edilir. Bunu yarısonsuz bir düzleme uygulayarak Şekil 5.7.a da gösterilen yük dağılımına varırız. Levhanın düz kenarında 0 orjininde aniden işaret değiştirerek -A şiddetinde uniform bir makaslama kuvveti dağılımı ve $A.\pi$ şiddetinde normal yük dağılımı tesir eder kuvvetlerin yönleri bir O elementine etki eden gerilme bileşenlerinin pozitif yönlerinden takip eder.

Orjini O_1'e taşıyarak ve gerile fonksiyonu ϕ nin işaretini degiştirerek Şekil 5.7.b'de gösterilen yük dağılımına varırız. Yük dağılımının iki durumunu (Şekil 5.7.a ve b) üstüste koyarak Şekil 5.7.c de gösterilen yarı sonlu bir düzlemin düz sınırının bir kısmındaki uniform yükleme durumunu kazanırız. Üniform yüklemenin verilen q yoğunluğu şöyle alınır.

$2\,A\,\pi = q$ olduğundan $A = \dfrac{1}{2\pi}\,q$

Düzlemin her noktasındaki gerilme daha sonra gerilme fonksiyonu ile verilir.

$$\Phi = A(r^2\,\Theta - r_1^2\,\Theta_1) = \frac{q}{2\pi}(r^2\,\Theta - r_1^2\,\Theta) \qquad (c)$$



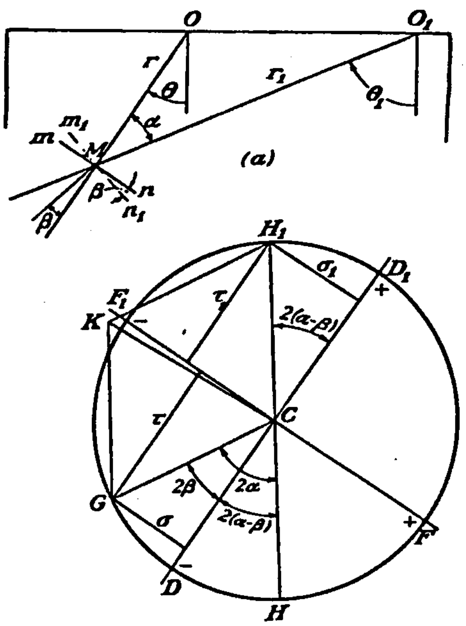
Şekil 5.7

(b) denkleminden görürüzki gerilme fonksiyonu (c) nin birinci terimi levhanan herhangi bir M noktasında verilir.(Şekil 5.8.a) Levhanan düzlemindeki tüm yönlerde bir ünform gerilme ($2A\Theta$) ile ve tam makaslama ($-A$) ile verilir. Aynı tarzda gerilme fonksiyonunun ikinci terimi bir uniform basınç ($-2A\Theta_1$) ve makaslama (A) ile verilir. Üniform gerilme ve sıkıştırma birlikte toplanarak uniform bir sıkıştırma gerilmesi bulunur.

$$P=2\,A\,\Theta - 2\,A\,\Theta_1 = 2\,A(\Theta - \Theta_1) = -2\,A\,\alpha \qquad (d)$$

α; r_1 ve r_2 arasındaki açıdır.

Saf makaslamanın iki türünü üstüste koyarak biri r yönüne ve digeri r_1 yönüne uygun gelen Şekil 5.8.b deki Mohr dairesini kullanabiliriz. Burada alınan yarıçap makaslama A nın sayısal değerine eşittir. r ye paralel DD_1 ve r ye dikey FF_1 iki çap alarak γ ve σ eksenlerindeki gibi r yönüne karşılık gelen makaslamanın bir ifadesini alırız. CF ve CF_1 yarıçapları bu makaslamaya uygun gelen M noktasında r ile $\pi/4$ açısı yapan A ve -A ana gerilmelerini ifade eder ve CD yarıçapı r ye dik mn düzlemindeki -A makaslama gerilmesini ifade eder. mn düzlemine bir β açısıyla eğilen (Şekil 5.8.a) herhangi bir m_1n_1 düzlemi için gerilme bileşenleri 2.β ye eşit $\widehat{GCD}$ açısı ile dairenin G noktasındaki σ ve τ koordinatları ile verilir.



Şekil 5.8.

Aynı daire r_1 yönünde saf makaslamadan dolayı oluşan gerilme bilesenlerinin alınmasında kullanılır. m_1n_1 düzlemini tekrar yerine koyarak ve r yönü ile (Sekıl 5.8.a) $(\alpha-\beta)$ açısı yapan bu düzlemin normali yazılarak dairenin H noktasının koordinatları ile verilen gerilme bileşenleri belirlenir. r yönüne karşılık gelen saf makaslamanın işareti dikkate alınarak gerilme bileşenlerinin işaretlerini değiştirebiliriz ve aynı yolla dairenin H_1 noktasını bulabiliriz. m_1n_1 düzlemine tesir eden toplam gerilme CK vektörü ile verilir ,buradaki bileşenler normal gerilme $-(\sigma+\sigma_1)$ ve makaslama gerilmesi $(\tau_1-\tau)$ ile verilir. CK vektörü CH_1 ve CG bileşenlerinin uzunluklarından ve onların arasındaki açıdan dolayı β'nın her değeri için aynı büyüklüktedir $\pi-2\alpha$ β'dan bağımsızdır. Bundan dolayı iki tam makaslamayı birleştirerek tekrar bir tam makaslama kazanırız. $\tau_1-\tau=0$ oldugunda β açısı H deki ana gerilmelerin birinin yönünde hesaplanır. Şekildende gördügümüz gibi τ ve τ_1 sayıca eşittir.

$2.\beta=2(\alpha-\beta)$

durumunda $\beta=\alpha/2$ olduğu zaman ana gerilmenin yönü böylece r ve r_1 yarıçapları arasındaki açıyla ikiye ayrılır. Ana gerilmelerin büyüklükleri

$$\pm 2\sigma=\pm 2 A \sin 2\beta = \pm 2 A \sin\alpha \qquad (e)$$

Bunu uniform sıkıştırma (d) ile birleştirirsek herhangi bir M noktasındaki ana gerilmelerin toplam değerlerini buluruz.

$-\ 2\ A(\alpha+\sin\alpha) \qquad -\ 2\ A(\alpha-\sin\alpha)$

0 ve 0_1 arasındaki herhangi bir daire boyunca α açısı sabit kalmaktadır ve böylece ana gerilmeler (f)'de aynı zamanda sabittir. Sınırda 0 ve 0_1 noktaları arasında (Şekil 5.8.a) α açısı π ye eşittir ve (f)den her iki ana gerilmeninde $-2\pi A=-q$ ya eşit olduğu görülür. Sınırda kalan için α ve her iki ana gerilmede sıfırdır.

Böylece Şekil 5.9 daki gibi keyfi bir yük dağılımında yatay gerilme σ_x, o elemente tamamen uygun bir yük elementinin altındadır ve

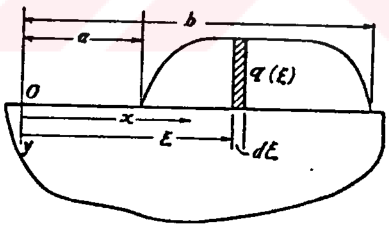
$$\sigma_x = \sigma_y = -q \qquad (g)$$

Gerilme bileşenlerine karşılık gelen denklem (b) ile verilen yerdeğiştirmeler u ve v için direk olarak integrasyon alınarak kolayca bulunur. Rijit-cisim terimlerini ihmal ederek şu sonuçlar bulunur.

$$u = \frac{2A}{E}(1-\nu).r.\Theta \qquad v = -\frac{4A}{E}\,r.\log r \qquad (h)$$

(c) denklemiyle anlatılan üstüna koyma yontemi ile bunları uygulayarak levhanan orjinal düz yatay kenarının her bir noktasındaki asağı dogru düşey yerdeğişim ifadelerini bulabiliriz. Tanımlamayla v özel $(r\Theta)$ sistemi ilişkisinde Θ yönündeki yerdeğisimde artar. Şekil 5.7.c de kenardaki aşağı doğru yerdeğişimini hesaplamada 0 nun sağındaki her nokta için v ve solundaki her nokta içinde -v alırız. 0_1'e dayandırılan sistemden yardımla (c) denklemindeki $-r_1^2 \cdot \Theta_1$ terimine karşılık gelen O_1 de işaret degiştirilir. Şekil 5.7.c deki aşağı doğru yerdegişimlerinin düzlem-gerilme sonuçları Şekil 5.10 da gösterilmiştir. Bir keyfi rijit cisim yerdegişimi ilave edilebilir. Şekil 5.10 daki ifadelerde kenarın eğimi sonsuzda ve orta noktada sıfırdır. O ve O_1 de meyil sınırsızdır ve bu anlamda bunlar tek noktadadır. Kenarın orta noktası olan C deki yerdegişimi OO_1=2a ile söyledir.

$$v_c = -\frac{2q}{\pi E}(2a\log a) \tag{1}$$



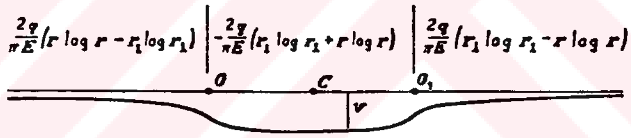
Şekil 5.9

Şimdi bu yükü uniform olmayan dağılımdakı bir yük elementi gibi (Şekil 5.9) düşündüğümüzde 2a genişliği bölünemiyecek kadar küçük olur. a ⟶ 0 için a.loga=0 limitinden dolayı değerlendirmede bu yolla her yük elementi altındaki yerdeğişimi bu elementin yardımıyla kendi kendini önemsemiyebilir. Yük elementleri sebebiyle olan yerdeğişimi (Şekil 5.9) y=0 sınırında her x noktası için kazanılabilir.

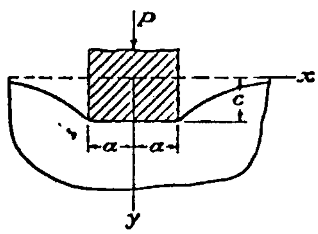
$$v(x) = -\frac{2}{\pi E}\int_{\varepsilon=a}^{\varepsilon=b} q(\xi)\,.\,\log|x-\xi|\,d\xi \qquad (j)$$

$|x-\xi|$ sembolü ξ daki yük elementi ve x'deki inceleme noktası arasındaki uzaklığı temsil eder. $x=\xi$ de integrasyon tektir yük elementi için x noktası üzerindedir. (j) denklemi aynı zamanda yük dağılımındaki q yoğunluğunu bulmak içinde kullanılabilir. Örneğin düz sınırın (Şekil 5.11) yüklenmiş kısmı boyunca sapmanın sabit olduğu varsayılarak bu kısım boyunca basınç dağılımı şu denklem ile gösterilir

$$q = \frac{P}{\pi\sqrt{a^2-x^2}}$$



Şekil 5.10



Şekil 5.11

6. ELASTİK DEFORMASYON DENKLEMİNİN YAĞLANACAK EĞRİSEL YÜZEYLERE UYGULANMASI

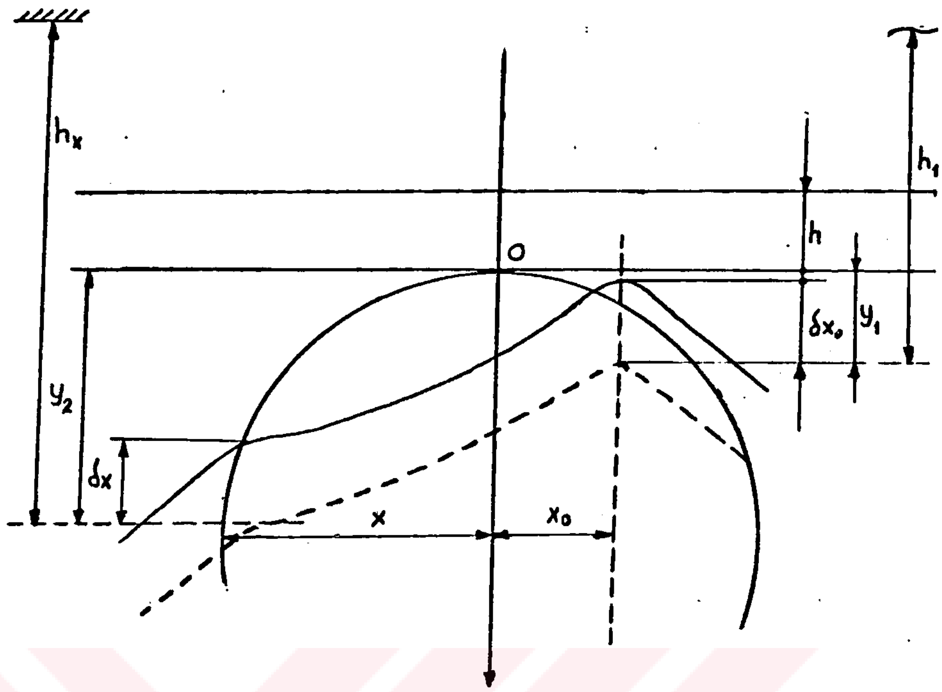
6.1. EHD Film Kalınlığı

Yoğunlaştırılmıs temasların sınırlı yayılmalarıyla eğrilerin deforme olmamış dairesel yüzeylerinin açıklanabilmesi ve basınç bölgesinin sınırı içinde parabol ile yaklaşılabileceği varsayımlarının yapılması mümkün olur, böylece sonraki tanımlamalar basitlestirilebilir. Şekil 6.1 de gösterilen iki boyutlu ehl temastaki yağ film kalınlığı ifadesi şöyle yazılabilir.

$$h_x = h_0 + (y_2 - y_1) . 2$$

Herhangi bir noktadaki film kalınlığı eş çalışan yüzey deformasyonları toplamına eşit olacaktır. Eş çalışan yüzeylerin malzemesi aynı ise bir yüzey deformasyonunun iki katı film kalınlığı olarak alınabilir. Başlangıçtaki h_0 film kalınlığı basınçla oluşan deformasyonlar sonucu değişmektedir.

Başlangıçta arasında minimum (h_0) film kalınlığı olan iki elemana F yükü uygulanmasıyla yüzey şeklinde değişiklik meydana gelir. Bu yüzey deformasyonları aşağıda Şekil 6.1 deki gibidir.(Koyu hatla çizilen şekil deformasyonları oluşur) Burada temas bölgesindeki film kalınlığı aynı degildir. Çıkışa yakın temas bölgesinde yüzey deformasyonu en fazla olur. Kesikli çizgi gerçek yüzey deformasyonunun biraz kaydırılmış hali gibi düşünülür.



Şekil 6.1

Film kalınlığını herhangi bir x_0 noktasındaki minimum film kalınlığı ve izafi deformasyonlara bağlı olarak ifade etmek mümkündür. Herhangi bir x noktasındaki elastik deformasyon δx , x_0 noktasındaki elastik deformasyon ise δx_0 olsun. Orjinden olan bu x_0 mesafesi yüzey üzerinde minimum film kalınlığı yani h_0 'ın bulunduğu yeri ifade eder. Burada her iki yüzeyin deformasyonu bu minimum film kalınlığını meydana gtirmek için yüzeylerin gerekli kaydırma miktarlarına eşit olmalıdır. Şekildeki deformasyonu δx_0 kadar öteledik. Deforme olmuş yüzeyler arasındaki minimum film kalınlığı yani h_0 eksenler dogrusunun kesim noktası O da degil bu noktanın biraz sağında x_0 noktasında meydana gelmiştir. Bu sebeple deforme olmuş yüzeyin herhangi bir x noktasındaki film kalınlığı bu noktadaki deformasyonların toplamı olarak x_0 mesafesindeki deformasyonlara göre yazılabilir. Bu x_0 noktası ise iterasyonla tayin edilen bir noktadır. Şimdi bu x noktasındaki deformasyon hesabını inceliyelim. Orjinden x_0 mesafesindeki deformasyon

$$y_1 = \delta x_0 + \frac{x^2}{4R} \qquad (a)$$

ile ifade edilir. O dan x mesafesindeki deformasyon ise

$$y_2 = \delta x + \frac{x^2}{4R} \qquad (b)$$

ile tanımlanır. x mesafesindeki toplam film kalınlığı

$$h_x = h_0 + (y_2 - y_1).2 \text{ dır.} \qquad (c)$$

(a) ve (b) denklemlerini (c) de yerine koyarak

$$h_x = h_0 + 2(\delta x + \frac{x^2}{4R} - \delta x_0 - \frac{x_0^2}{4R})$$

$$h_x = h_0 + \frac{x^2 - x_0^2}{2R} + 2(\delta x - \delta x_0) \qquad (d)$$

Aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi bir yükleme altında bulunan düz bir sınırın düsey yükle yüklenmesi sonucu oluşan elastik deformasyon ifadesi şöyle tanımlanır. Yükün başlangıç noktası $-\infty$ da seçildiğinde ($x=-\infty$) şekil degiştirmeyi sınır şartları oranında

$x = -\infty$ da $p=0$

$x = x^*$ da $p=dp/dx=0$

olarak tanımlanır. Bu şartlar altında A noktasındaki elastik deformasyonun genel hali

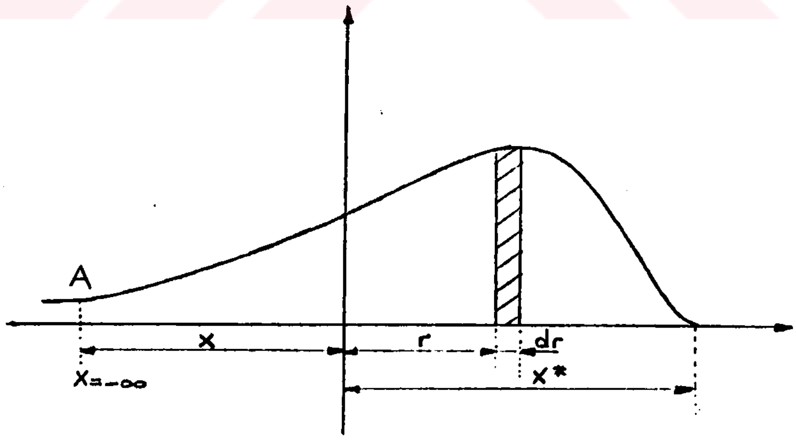
$$h_A = -\frac{2}{\pi E}\int_{-\infty}^{x^*} p(r)\ \ln\frac{r-x}{d}\ dr - \frac{(1+\nu)}{\pi E}\int_{-\infty}^{x^*} p(r)\ dr.$$

olarak hesaplanır. Buna göre δx ve δx_0 deformasyonları ifadelaride

$$\delta x = -\frac{2}{\pi E}\int_{-\infty}^{x^*} p(r)\ln\left[\frac{r-x}{d}\right] dr - \frac{(1+\nu)}{\pi E}\int_{-\infty}^{x^*} p(r)\,dr$$

$$\delta x_0 = -\frac{2}{\pi E}\int_{-\infty}^{x^*} p(r)\ln\left[\frac{r-x_0}{d}\right] dr - \frac{(1+\nu)}{\pi E}\int_{-\infty}^{x^*} p(r)\,dr \qquad \text{dır}$$

$$\delta x - \delta x_0 = -\frac{2}{\pi E}\int_{-\infty}^{x^*} p(r)\ln\left[\frac{r-x}{r-x_0}\right] dr \qquad (e)$$



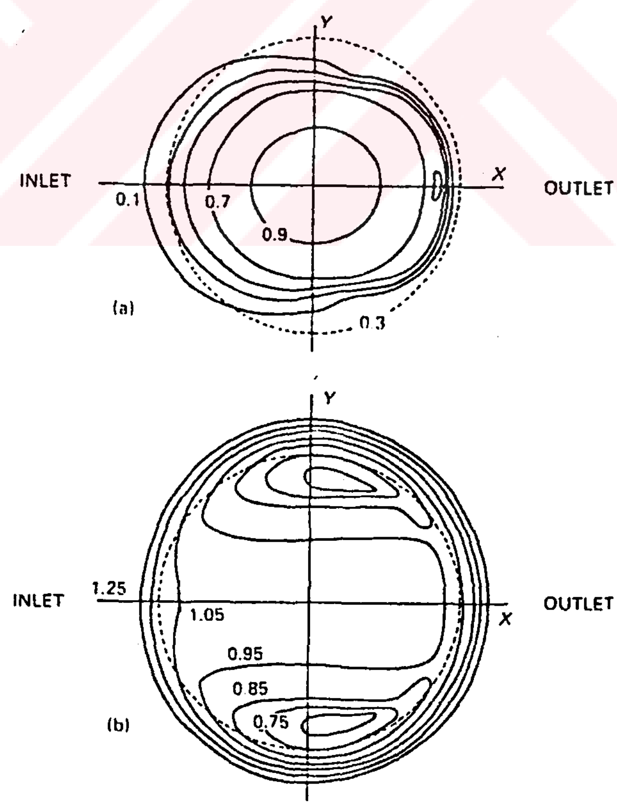
Şekil 6.2

ifadesi bulunur. Bu değer (d) denkleminde yerine konarak x noktasındaki film kalınlığını veren ifade ortaya çıkar

$$h_x = h_0 + \frac{x^2 - x_0^2}{2R} - \frac{4}{\pi E}\int_{-\infty}^{x^*} p(r)\ln\left[\frac{r-x}{r-x_0}\right]\cdot dr.$$

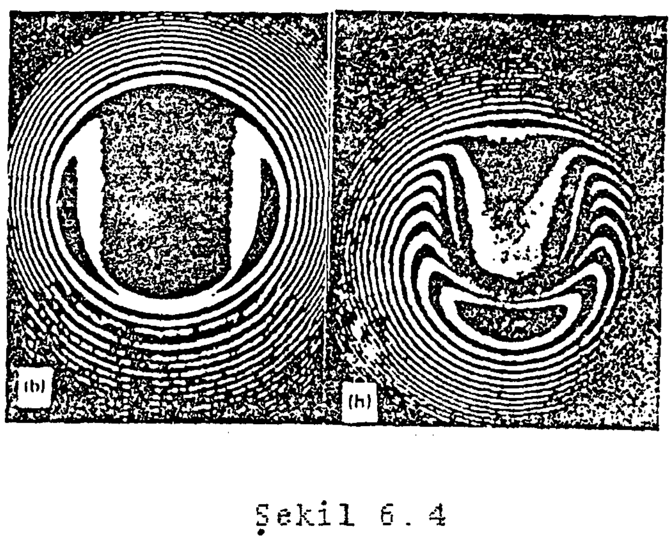
6.2. EHD Noktasal Temasta Yağlayıcı Film Geometrisi

Yapılan çalısmalar sonucunda Ranger,Evans ve Snidle pik noktası basınçları için yaklaşık olarak 1 GPa sonucunu kazanmışlardır. Şekil 6.3 onların birleştirdigı metodlardan çıkarılan verileri gösterir. Dikkatlice incelendiginde temasın sonundaki akıntı yönündeki x ekseni boyunca bir minimum film kalınlığı vardır ,fakat tam minimum nokta yüksek basınç bölgesinin her kenar üzerindeki yuvarlak loblar altında oluşur. Bütün yüksek basınç bölgesi Hertz dairesi ile kuşatılmıştır.



Şekil 6.3

Film şeklinin konfigirasyonu Şekil 6.4 ile verilmiştirki aynı geometrinin bir cam-çelik kombinasyonu ile üretilen karışım saçaklarını gösterir. Daha yüksek hızlarda not ederek deforme olmamış şekillerine doğru yüzeyler dahada yumuşatılır. x ekseninin çevresinde çıkış bölgesinde film incelmesi şöyle açıklanabilir. Basıncın nispeten küçük bir bölgesi üzerindeki ve bütünüyle bir düşük hızda yüksek yüklemeye dayanması için Şekil 6.3.a ve b resmedildiği gibi yaklaşık olarak dikdortgen şeklindeki taslağın bir paralel film oluşturmasıyla merkez yüksek basınç bölgesinde yüzeyler deforme olur. Bu durumda hemen hemen sabit olan azalan basınc q paralel bölgenin kenarlarına doğrudur. Fakat çıkışa paralel bölge için kenar dağılımı ağız boyunca azaltılabilir. Bu sadece lokal film incelmesi ile meydana getirilebilir.



Şekil 6.4

Yüksek hız durumunda Şekil 6.4.h interferogramında tarif edildigi gibi yüzeyler deforme olmamış şekillerine göre daha da yumuşatılmışlardır. Çünku aynı yük burada geniş bir temas alanı üzerinde genellikle daha düşük basınç yayılması ile alınmıştır. Bundan dolayı bu durumda minimum film kalınlığı paralel bölgenin kenarlarındaki kenar dağılımı ile x ekseni üzerindeki akış bölgesine taşınmıştır.

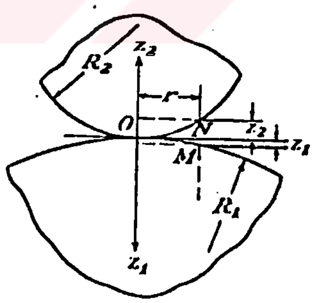
7. HERTZ DENKLEMLERİ

7.1. Temas Eden İki Küresel Cisim Arasındaki Basınç

Temas eden iki cismin temas noktasında (Şekil 7.1) R_1 ve R_2 yarıçaplarındaki küresel yüzeylere sahip olduğu kabul edildiğinde Cisimler arasında basınç yoksa temasın bir tek 0 noktasında olduğunu bilinir. z_1 ve z_2 eksenlerinden çok küçük bir r uzaklığındaki kürelerin bir meridyen bölümü üzerindeki M ve N noktalarının 0 ya teget olan düzleme uzaklığı şöyle formüle edilebilir.

$$z_1 = \frac{r^2}{2R_1} \quad , \quad z_2 = \frac{r^2}{2R_2} \qquad \text{olduğunda} \tag{a}$$

$$z_1 + z_2 = r^2\left(\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2}\right) = \frac{r^2(R_1+R_2)}{2.R_1R_2} \tag{b}$$



Şekil 7.1

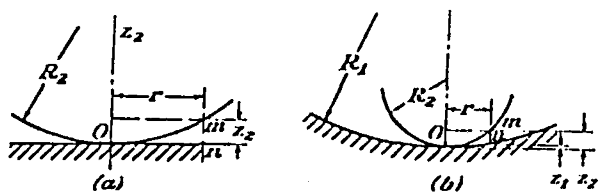
Şekil 7.2.a da bir düzlem ve bir küre arasındaki temasta belirli durumda $1/R_1$ sıfırdır ve MN uzaklığı için denklem (b) şöyle verilebilir.

$$\frac{r^2}{2R_2} \tag{c}$$

Şekil 7.2.b de bir küresel merkez ve bir bilya arasındaki temastaki durumda R_1 denklem (b)de sıfırdır ve

$$z_2 - z_1 = \frac{r^2(R_1 - R_2)}{2.R_1.R_2} \quad \text{dir.} \qquad (c^1)$$

Cisimler bir P kuvvetiyle O daki normal boyunca beraber olarak basınca uğradıysa dairesel bir sınırda temas yuzeyi olarak isimlendirilen küçük bir yüzey üzerinde meydana gelen temasta temas noktasının yanında bölgesel bir deformasyon olacaktır. R_1 ve R_2 eğriliğinin yarıçaplarının temastaki yüzey sınırlarının yarıçapları ile mukayese edildiğinde çok geniş olduğu varsayılarak ve bölgenin deformasyonu gözönünde tutularak yarı sonlu bir cisim için önceki kazanılan sonuçları uygulayabiliriz. w_1 ,(Şekil 7.1) küçük küre yüzeyinin M gibi bir noktasının z_1 yönündeki lokal deformasyonu sebebiyle oluşan yerdeğişimini ifade eder. w_2 üstteki kürenin N gibi bir noktası için z_2 yönündeki benzer deformasyonu ifade eder.



Şekil 7.2.

Sabit lokal sıkıştırma müddetince O'daki düzleme teğet tutarak O'dan geniş aralıklarda olan z_1 ve

z_2 eksenlerindeki cisimlerin her iki noktasında belirli bir miktar α ile birbirine yaklaşılacaktır (Şekil 7.1) ve M ve N gibi iki nokta arasındaki uzaklık $\alpha-(w_1+w_2)$ ile azaltılacaktır. Sonuçta lokal basınca uygun olarak M ve N noktaları temasın yüzeyi içerisinde olur.

$$\alpha-(w_1+w_2)= z_1+z_2 = \beta . r^2 \tag{d}$$

Burada β R_1 ve R_2 yarıçaplarına bağlı olan sabitlerdir ve (b) (c) yada (c^1) denklemleriyle verilir. Böylece geometrik ifadelerden temas yüzeyinin her noktası için

$$w_1+w_2 = \alpha-\beta . r^2 \tag{e}$$

yazılabilir.

Lokal deformasyon ise şu şekilde incelenir. Simetri şartlarından deformasyona karşılık gelen temastaki cisimler arasındaki basıncın q yoğunluğu temas yüzeyinin 0 merkezi ile ilgili olarak simetriktir. Temas yüzeyini ifade eden Şekil 7.3.a ve küçük kürenin temas yüzeyi üzerindeki bir nokta olan M' yi inceliyerek noktanın w_1 yerdegişimi önceki ifadelerden şöyle yazılır.

$$w_1= \frac{(1-\nu_1^2)}{\pi E} \iint q . ds . d\psi \tag{f}$$

Burada w_1 ve E_1 küçük küre için elastik sabitlerdir ve integrasyon temasın bütün alanı üzerine yayılmıştır.

Benzer bir formülle büyük küre için aynı şekilde şu ifade kazanılır

$$w_1+w_2 = (k_1+k_2) \iint q \,.\, ds \,.\, d\psi \qquad (g)$$

Burada $k_1 = \dfrac{1-\nu_1^2}{\pi E_1}$, $k_2 = \dfrac{1-\nu_2^2}{\pi E_2}$ (7.1)

(e) ve (g) denklemlerinden

$$(k_1+k_2) \iint q \,.\, ds \,.\, d\psi = \alpha - \beta \,.\, r^2 \qquad (h)$$

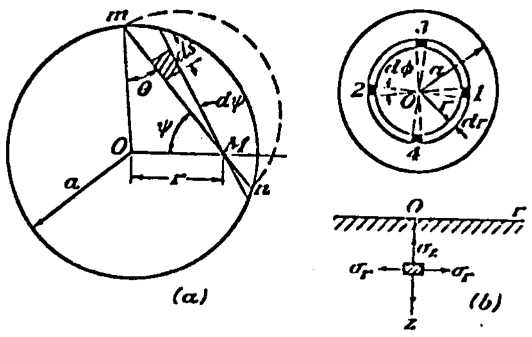
Böylece (h) denklemini tamamlamak için q için bir ifade bulunur. Bu ifade temasın yüzeyleri üzerinde a yarıçapı ile gösterilen bir yarım dairenin ordinatları ile ifade edilen temas yüzeyi üzerindeki q basıncının dağılımından kazanılır. q_0 temas yüzeyinin merkez 0 daki basıncı olarak şöyle tanımlanır.

$$q_0 = k \,.\, a$$

Buradaki $k = q_0/a$ basınç dağılımı ifadesinin değerini gösteren sabit faktördür. mn kirişi boyunca basınç q nokta ile gösterilen yarım daire ile gösterildiği gibi değişir. Kiriş boyunca integrasyon yapılarak şu ifade bulunur.

$$\int q \,.\, ds = \frac{q_0}{a} A$$

Burada A noktalanmış çizgi ile gösterilen yarım dairenin alanıdır ve $\frac{1}{2}\pi(a^2 - r^2 \sin^2\psi)$ degerindedir. Bu ifadeyi (h) denkleminde yerine koyarak şunu buluruz.



Şekil 7.3.

$$\frac{\pi(k_1+k_2)q_0}{a}\int_0^{\pi/2}(a^2-r^2\sin^2\psi)\,d\psi=\alpha-\beta.r^2 \qquad \text{yada}$$

$$(k_1+k_2)\,\frac{q_0\pi^2}{4a}\,(2a^2-r^2)=\alpha-\beta.r^2$$

Bü denklem r nin her değeri için kullanılacaktır ve temas yüzeyinin a yarıçapı ve α yerdegişimi için aşağıdaki bağıntı varoldugunda basınç dağılımı uygun olarak varsayılacaktır.

$$\alpha=(k_1+k_2)\,q_0\,\frac{\pi^2 a}{2}$$

$$a=(k_1+k_2)\,\frac{\pi^2 q_0}{4\beta} \qquad (7.2)$$

Maksimum basınç q_0'ın değeri P sıkıştırma kuvvetiyle temas alanı üzerindeki basınçların toplam denklemi ile bulunacaktır. Yarı küresel basınç dagılımı için bu değer

$$\frac{q_0}{a}\,\frac{2}{3}\,\pi.a^3=P \qquad \text{buradan}$$

$$q_0=\frac{3P}{2\pi a^2} \qquad (7.3)$$

Yani maksimum basınç temas yüzeyindeki ortalama basıncın 1.1/2 katıdır.(7.2) denkleminde yerine konarak ve (b) denkleminden alarak

$$\beta=\frac{R_1+R_2}{2R_1R_2}$$

Temastaki iki küre için şu ifade bulunur.

$$a=\sqrt[3]{\frac{3\pi}{4}\,\frac{P(k_1+k_2)R_1R_2}{R_1+R_2}}$$

$$\alpha=\sqrt[3]{\frac{9\pi^2}{16}\,\frac{P^2(k_1+k_2)^2(R_1+R_2)}{R_1\cdot R_2}} \qquad (7.4)$$

Her iki küreyide aynı elastik özelliklerde kabul ederek ve ν=0.3 alarak

$$a=1.109\sqrt[3]{\frac{P}{E}\,\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}$$

$$\alpha=1.23\sqrt[3]{\frac{P^2}{E^2}\,\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}} \qquad (7.5)$$

Maksimum basınca şu tekamül eder.

$$q_0=\frac{3}{2}\,\frac{P}{\pi a}=0.388\quad P.E^2\,\frac{(R_1+R_2)^2}{R_1^2\cdot R_2^2} \qquad (7.6)$$

Bir düzlem yüzey içine bastırılmış bir küre için ve her iki cisim aynı elastık sabitlere sahip olarak kabul edilerek (7.5) ve (7.6) denklemlerinde $1/R_1=0$ ifadesini yerine koyarak şu tanımlamalar bulunur.

$$a=1.109\sqrt[3]{\frac{PR_2}{E}} \qquad \alpha=1.23\sqrt[3]{\frac{P^2}{E^2R_2}}$$

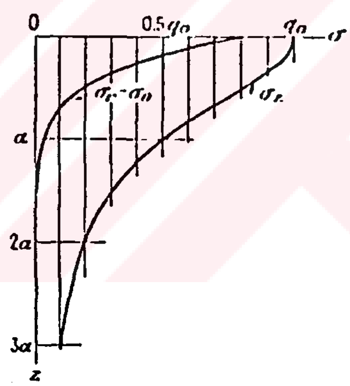
$$q_0=0.388\sqrt[3]{\frac{PE^2}{R_2^2}} \qquad (7.7)$$

R_1'i negatif alarak aşağıdaki gibi (Şekil 7.2.b) bir küresel merkez içindeki bir bilya için denklemler yazılabilir. Temas yüzeyinin büyüklüğü ve ona tesir eden basınçları alarak gelistirilen metodları kullanarak gerilmeler hesaplanabilir. oz_1 ve oz_2 eksenleri boyuncaki noktalar için bu hesaplamaların sonuçları Şekil 7.4 te gösterilmiştir. Temas yuzeyinin merkezindeki maksimum basınç q_0 gerilmenin belirli bir miktarı gibi alınır. z ekseni boyunca mesafelerin ölcümünde temas yüzeyindeki yarıçap a birim uzunluk olarak alınır. En büyük gerilme temas yuzeyinin merkezindeki σ_z sıkıştırma gerilmesidir fakat aynı noktadaki diğer iki ana gerilme σ_r ve σ_θ $1/2(1+2\nu)\sigma_z$ ye eşittir. Bundan dolayı maksimum makaslama gerilmesi bu noktada nispi olarak küçüktür. Maksimum makaslama gerilmesi ile nokta temas yüzeyi yarıçapının aşağı yukarı yarısı değerinde derinlikte z ekseni üzerindedir. Bu nokta (çelik materyalinde olduğu gibi) en dayanıksız nokta gibi düşünülmelidir. Bu noktadaki (ν=0.3 için) maksimum makaslama gerilmesi asağı yukarı $0.31q_0$ dır.

Gevrek materyalin ihmali durumunda maksimum çekme gerilmesi üretilir. Bu gerilme temas yüzeyinin dairesel sınırında olusur radyal yönde etki eder ve degeri

$$\sigma_r = \frac{(1-2\nu)}{3} q_0 \text{ dır.}$$

Diger ana gerilme dairesel yönde etki eder sayısal olarak asağı yukarı radyal gerilmeye eşittir fakat zıt işaretlidir. Bundan dolayı temas yüzeyinin sınırı boyunca yüzey üzerindeki normal basınç sıfıra eşit olduğunda makaslama miktarı $q_0(1-2\nu)/3$ olarak alınır. $\nu=0.3$ alındığında bu makaslama miktarı $0.133q_0$ degerine eşit olur. Bu gerilme yukarıda hesaplanan maksimum makaslama gerilmesinden daha küçüktür , fakat normal basınç daha büyük olduğunda temas yüzeyi merkezinde makaslama gerilmesinden daha büyüktür. Yapılan çoğu deneyler materyaller için Hertz(5) 'in teoritik sonuçlarını ve bunu takip eden Hook kanununu ve elastik sınır içindeki Hook gerilmelerini ispatlar.



Şekil 7.4

7.2. Temastaki Herhangi İki Cisim Arasındaki Basınç

Temastaki elastik cisimlerin sıkıştırılmasının genel durumu önceki kısımda incelenen küresel cisimlerin durumundaki gibi incelenebilir. (şekil 7.1) xy düzleminde olduğu gibi O temas noktasına teğet düzlem düsünelim. Temas noktasının yanındaki cisimlerin yüzeyleri yüksek sıralamanın küçük miktarlarını ihmal ederek düzlemler ile anlatılabilir.

$$z_1=A_1 . x^2 + A_2 . xy + A_3 . y^2$$

$$z_2=B_1 . x^2 + B_2 . xy + B_3 . y^2 \qquad (a)$$

M ve N gibi iki noktanın arasındaki uzaklık

$$z_1+z_2=(A_1+B_1)x^2 + (A_2+B_2)xy + (A_3+B_3)y^2 \qquad (b)$$

x ve y için daima xy nin yok olması sonucunu içeren yönlerdeki gibi alabiliriz.

$$z_1+z_2=A . x^2 + B . y^2 \qquad (c)$$

Burada A ve B temas yüzeylerinin ana egriliklerinin büyüklüklerine ve iki yüzeyin ana eğriliklerinin düzlemleri arasındaki açıya bağlı olan sabitlerdir. R_1 ve $R_1{}^1$ cisimlerin birinin temas noktasındaki eğriliğinin ana yarıçapını ifade ederse R_2 ve $R_2{}^1$ de diğerininkini ifade eder ve ψ ; $1/R_1$ ve $1/R_2$ eğriliklerini içeren düzlemlerin normalleri arasındaki açı olduğunda , A ve B sabitleri denklemlerden şöyle tanımlanır.

$$A+B=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_1'}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_2'}\right)$$

$$B-A=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_1'}\right)^2+\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_2'}\right)^2 +2\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_1'}\right)\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_2'}\right)\cos 2\psi\right]^{1/2}$$

(c) denklemindeki A ve B (z_1+z_2) pozitif olması gerektiğinden dolayı pozitiftir. Böylece tüm noktaların aynı müşterek uzaklık (z_1+z_2) ile elipsin üzerinde durmasıyla tanımlanabilir. Bundan dolayı 0 düzlemine teğet düzlemin normali yönünde cisimleri sıkıştırdığımızda temas yüzeyi bir eliptik sınıra dönüşür. Temas yüzeyindeki noktalar için şunlar yazılabilir.

$$w_1+w_2+z_1+z_2=\alpha$$

yada (e)

$$w_1+w_2=\alpha-A.x^2-B.y^2$$

Bu tanımlama geometrik ifadelerden kazanılmıştır. Temas yüzeyindeki bölgesel deformasyon incelendiginde yüzeylerin cok küçük olduğu varsayılarak yarı sonlu cisimlerde temas yüzeyinin noktaları için w_1 ve w_2 yrdegisimleriin toplamı kazanılır.

$$w_1+w_2=\left(\frac{1-\nu_1^2}{\pi E}+\frac{1-\nu_2^2}{\pi E}\right)\iint\frac{q\,dA}{r} \qquad (f)$$

burada q.da temas yüzeyinin sonsuz küçük bir elementine tesir eden basınçtır ve r dikkate alınan noktadan bu elemente olan uzaklıktır. İntegrasyon temasın giriş yüzeyi üzerine yayılabilir (e) ve (f) den şunu bulabiliriz.

$$(k_1+k_2)\iint \frac{q\,dA}{r} = \alpha - A.x^2 - B.y^2 \qquad (g)$$

Problem (g) denklemini kullanarak q basıncının değişimini bulmaktır. Hertz bu ihtiyacı temas yüzeyi üzerindeki q basınç yoğunlugunun temas yüzeyinde oluşan bir yarı elıpsoidin ordinatları ile ifade edildigini varsayarak karşılamıştır. Maksimum basıncın temas yüzeyi merkezinde oluştuğu açıkça görülür , q_0 ile ifade edilir ve temas yüzeyinin eliptik sınırının yarı eksenleri a ve b ile açıklanır. Denklemlerden maksimum basıncın büyüklügü şöyle ifade edilir.

$$P = \iint q.dA = 2/3.\pi.a.b.q_0$$

Burada

$$q_0 = 3/2.\frac{P}{\pi ab} \qquad (7.8)$$

Maksimum basınç temas yüzeyi üzerindeki ortalama basıncın 1.1/2 katıdır bu basıncı hesaplamak için a ve b yarıeksenlerinin büyüklüklerinin bilinmesi gerekir. Küresel cisimler için kullanılana benzer bir analizle şu ifadeler bulunur.

$$a = m.\sqrt[3]{\frac{3\pi}{4}\,\frac{P(k_1+k_2)}{(A+B)}}$$

$$b = n.\sqrt[3]{\frac{3\pi}{4}\,\frac{P(k_1+k_2)}{(A+B)}} \qquad (7.9)$$

Burada A+B (d) denkleminden hesaplanır ve m ve n katsyıları $(B-A)/(A+B)$ oranına bağlı sayılardır. Aşağıdaki tanımlama kullanılarak

$$\cos\Theta=(B-A)/(A+B) \tag{h}$$

Θ nın degişik değerleri için m ve n değerleri aşağıdaki tablo ile verilir.

$\theta =$	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°
$m =$	2.731	2.397	2.136	1.926	1.754	1.611	1.486	1.378	1.284	1.202	1.128	1.061	1.000
$n =$	0.493	0.530	0.567	0.604	0.641	0.678	0.717	0.759	0.802	0.846	0.893	0.944	1.000

Örnekteki gibi bir silindirik cont ile bir tekerlegin temasının yarıçapı $R_1=15.8$ in ve silindir kapağının yarıçapı ile bir rayınki $R_2=12$ in olduğunda $1/R_1{}^1$ ve $1/R_2{}^1$ de sıfırı ve $\psi=\pi/2$ (a) denklemi içinde yerine koyarak şu ifade bulunur.

$A+B=0.0733$ $B-A=0.0099$ $\cos\Theta=0.135$ $\Theta=82.15^1$

Daha sonra interpolasyon yöntemi ile tablodan yaklaşık olarak şu ifade bulunur.

$m=1.098$ $n=0.918$

(7.9) denkleminde yerine konarak ve E=30.16 psi ve $\nu=0.025$ alarak şu ifade bulunur.

$a=0.00946\sqrt[3]{P}$ $b=0.00792\sqrt[3]{P}$

Bilinen bir basınç dağılımı değeri için

$$q_0=3/2\ \frac{P}{\pi ab}$$ denkleminden

her noktadaki gerilme hesaplanabilir. Aynı usulle görülürki maksimum makaslama gerilmesindeki noktalar a ve b yarı eksenlerinin büyüklüklerine bağlı olarak merkezde z_1 e küçük bir derinlikteki z ekseni üzerindedir. Örnegin b/a=1 olduğunda $z_1=0.47.a$ b/a=0.34 olduğunda $z_1=0.24.a$ dır. Maksimum makaslama gerilmesine karşılık gelen değerler ($\nu=0.3$ için) sıra ile $\tau_{max}=0.31.q_0$ ve $\tau_{max}=0.32.q_0$ dır. Temas yüzeyinin eliptik yüzeyindeki noktaları düşünerek ve a ve b yarıeksen yönlerindeki x ve y eksenlerini alarak sıra ile temas yüzeyinin merkezindeki ana gerilmeler

$$\sigma_x=-2\nu q_0-(1-2\nu)q_0\frac{b}{a+b}$$

$$\sigma_y=-2\nu q_0-(1-2\nu)q_0\frac{a}{a+b}$$

$$\sigma_z=-q_0$$

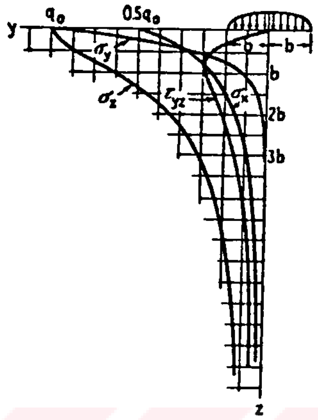
Elips eksenleri sonuçları için $\sigma_x=-\sigma_y$ ve $\tau_{xy}=0$ bulunur. Radyal yöndeki çekme gerilmesi dairesel yöndeki çekme gerilmesine eşittir. Böylece bu noktalarda tam makaslama vardır. Büyük eksenin sonundaki bu makaslama büyüklüğü ($x=+a$ $y=0$)

$$\tau=(1-2\nu)q_0.\beta/e^2((1/e)\operatorname{arctanh} e-1) \qquad (j)$$

ve küçük eksenin sınırı için ($x=0$ $y=+b$)

$$\tau=(1-2\nu)q_0.\beta/e^2(1-(\beta/e)\arctan(e/\beta)) \qquad (k)$$

Burada $\beta=b/a$ ve $e=(1/a)\sqrt{a^2-b^2}$ b , a'ya yaklaştığında ve temas yüzeyinin sınırı bir dairesel yüzeye yaklaştığında gerilmeler kürelerin sıkıştırılması durumunda olduğu gibi önceki bölümde verilen gerilmelere yaklaşımla i, j ve k ile verilir.



Şekil 7.5.

Temas yüzeyindeki tüm noktaların daha bir detaylı incelenmesiyle $e < 0.89$ için maksimum makaslama gerilmesinin (j) denklemi ile verildiği görülür. $e > 0.89$ için maksimum makaslama gerilmesi elipsin merkezindedir (i) denkleminden hesaplanabilir. (a/b) oranı arttıkca daralmayı ve temas elipsinin daralmasını kazanırız. $a/b= \infty$ limitinde paralel eksen ile silindirin temas durumuna varırız. Temas yüzeyi şimdi bir dikdörtgen ile sınırlandırılır. Temas yüzeyinin genişligi boyunca q basınç dağılımı (Şekil 7.5) bir yarı elips ile simgelenir. X ekseni şekil düzlemine dik olduğunda b temas yüzeyinin genişliğinin yarısıdır ve P^1 temasyüzeyi boyunca birim uzunluktaki yüktür yarı eliptik basınç dağılımından şu ifade kazanılır.

$P^1=1/2.\pi.b.q_0$ buradan

$$q_0=2.P^1/\pi.b \qquad (7.10)$$

Lokal deformasyonun incelenmesiyle b miktarı için şu ifade verilir.

$$b=\sqrt{\frac{4P'(k_1+k_2)R_1R_2}{R_1+R_2}} \qquad (7.11)$$

burada R_1 ve R_2 silindirlerin yarıçplarıdır ve k_1 ve k_2 sabitlerdir. İki silindirde aynı malzemedense ve $\nu=0.3$ ise o zaman

$$b=1.52.\sqrt{\frac{P'R_1R_2}{E(R_1+R_2)}} \qquad (7.12)$$

iki yarıçapın eşit olması durumunda $R_1=R_2=R$ ise

$$b=1.08.\sqrt{\frac{P'R}{E}} \qquad (7.13)$$

bir silindirin bir düzlem yüzeyi ile temas durumu için

$$b=1.52.\sqrt{\frac{P'R}{E}} \qquad (7.14)$$

(7.11) denklemindeki b'yi (7.10) denkleminde yerine koyarak şu ifade bulunur.

$$q_0=\sqrt{\frac{P'(R_1+R_2)}{\pi^2(k_1+k_2)R_1.R_2}} \qquad (7.15)$$

aynı malzemedense ve $\nu=0.3$ ise

$$q_0=0.418.\sqrt{\frac{P'.E(R_1+R_2)}{R_1.R_2}} \qquad (7.16)$$

bir silindirin bir düzlem yüzeyi ile teması durumunda

$$q_0=0.418.\sqrt{\frac{P'E}{R}} \tag{7.17}$$

q_0 ve b bilindiginde her noktadaki gerilme hesaplanabilir. Bu hesaplama gosterirki belirli bir derinlikte nokta maksimum makaslama gerilmesi ile z ekseni üzerindedir. Gerilme bileşenlerin derinlik ile değisme miktarı Şekil 7.5'te gösterilir. Maksimum makaslama gerilmesi z=0.78.b derinliğinde ve 0.304.q_0 büyüklüğündedir.

8. YAĞLAYICI AKIŞKAN ÖZELLİKLERİ

Yüksek basınç yüksek makaslama oranları ve yumuşatılmıs sıcaklıklardaki akışkanların davranışları elastohidrodinamik analizlerde büyük derecede önemlidir. Belirli etkilerin özelliği yoğunluktur. Yoğunluğun basınç ile değişmesi deneysel çalışmalarla kazanılan şu formla ifade edilebilir.

$$\rho=\rho_0(1+\gamma.P/(1+\lambda.P)) \qquad (8.1)$$

burada γ ve λ yağlayıcıya bağlı sabitlerdir. İzotermal viskozite-basınç bağıntısının dayandığı esas ise şu üstel ifade ile tanımlanabilir.

$$\eta=\eta_0 \cdot e^{\alpha p} \qquad (8.2)$$

$\log(\eta/\eta_0-p)$ bağıntısının eğiminden hesaplanabilen α ifadesi elastohidrodinamiklerde cok önemlidir. Basınç dağılımının ve yağ film kalınlığının hesaplanmasında önemli rol oynar. Basit üstel ifadelere nazaran sabit bir α degeri $\log(\eta/\eta_0)$ ve P arasında bir lineer bagıntı vericektir fakat viskozite ölcümü cok yüksek basınclarda basit üstel tanımlamalardan dolayı sık sık aşağılara düser. Üstel kaidelerden bu sapma nispeten düşük basınçlardaki yağlayıcı özellikleri ile hesaplanabilen film kalınlıklarından dolayı film kalınlığı hesaplamalarında önemli degildir ,fakat sürtme kontağındaki yüzey çekme hesaplamalarında oldukça önemlidir. Gerçektende yüksek basınçlardaki bu viskozite hatası sürtme kontağı analizlerinde dikkate alınabilir ve daha karmaşık bir üstel forma ihtiyaç duyulabilir. Dyson, Naylor ve Wilson(4) tarafından yapılan elastohidrodinamik temaslardaki yağ film kalınlığının ölcüm çalışmalarında çeşitli yağlar kullanılarak bu yağların yük viskozite ve hız etkilerinin film kalınlığına tesirleri incelenmiştir. Kullanılan 8 yağlayıcı ve özellikleri aşağıda tanımlanmıştır.

Yağlayıcı	Tanımlama
A	Yüksek viskozite endeksli mineral yağ
B	Orta viskozite endeksli mineral yağ
D	Yüksek viskozite. düşük viskoziteendeksli mineral yağ
F	Düşük viskozite endeksli mineralyağ + metaktrilik polimer
G	Etilen-okside propilen okside kopolimer
I	Kastor yağı
L	Di etil hekzil
M	Poli dimetil silikon (orta silikonlu akışkan)

Film kalınlığının teoritik formülasyonu içine dahil olan önemli bir fiziksel nicelik α viskozitenin basınç katsayısıdır. Dowson(5) ve yardımcılarının çalışmaları sonucu yukarıda da ifade edildigi gibi viskozite-basınç arasındaki üstel ifade nümerik olarak şöyle tanımlanmıştır.

$$\eta=\eta_0 \exp(\alpha p)$$

Bu oranyı sadece oldukça reel akışkanların davranışlarına bir yaklaşımdır.

8.1. Yüklemenin Film Kalınlığına Etkisi

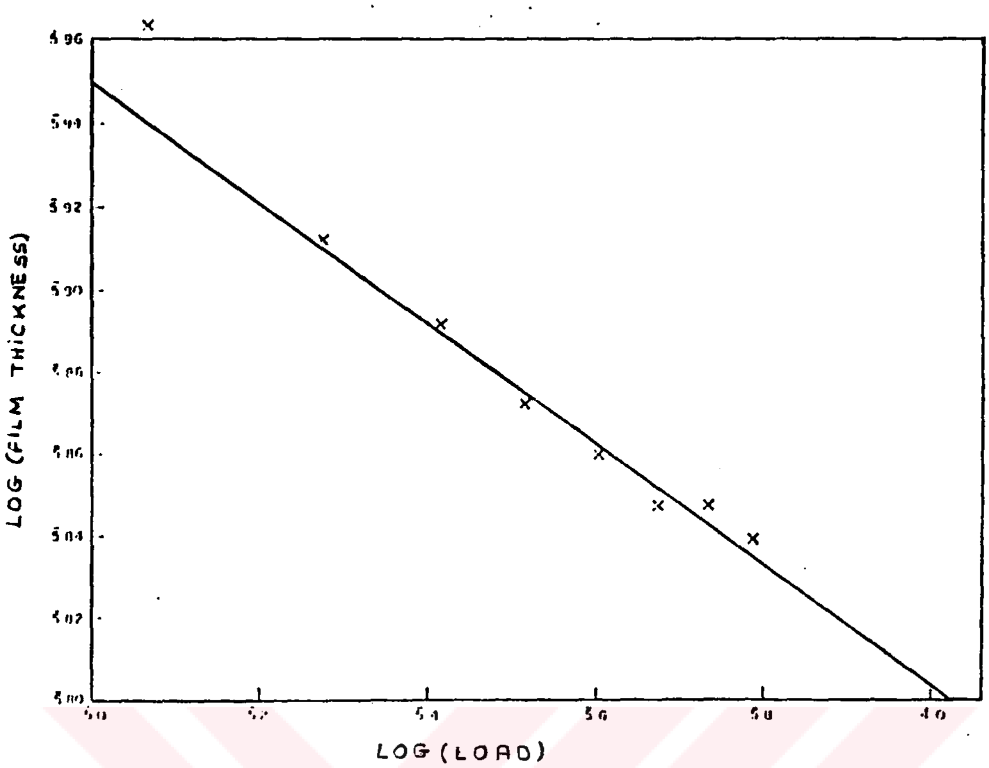
Yuvarlanmalı temasta film kalınlığının yük üzerindeki bağlılığı 40 °C sabit bir disk yüzey sıcaklığında ve 42.7 ~ 606 cm/s yuvarlanma hızında A yağlayıcısı ile incelenmiştir. Farklı hızlarda film kalınlığının yük ile degişimi Şekil 8.1 de gösterilmistir aynı zamanda bu ifade Dowson(5) ve Whitaker a uygun olarak elastohidrodinamik sisteminin sınırınıda gösterir. Şekil 8.2 'de anlatılan Şekil 8.1 de gösterilen 9 hız üzerinde alınan boyutsuz film kalınlğının logaritmsıın yüklemenin logaritmasına karşı tanımlanmasıdır. En ağır 7 yükleme için noktaların $w=11.7.10^{-6}$ ya karşılık gelen yükleme için deneysel hatalar içinde bir düz hat üzerine düştüğü görülmüstür. Bu sonuç istatistik analiz ile saptanır. Aynı zamanda bu en ağır 7 yükleme için yüke karşı film kalınlığının log-log taslağının meyilinin hız ile önemli bir degişime uğramadığı görülmüştür. Emniyet limiti % 95 + 0.013 olduğunda ortalama eğimin 0.147 oldugu görülür.

8.2. Hız ve Viskozitenin Film Kalınlığına Etkisi

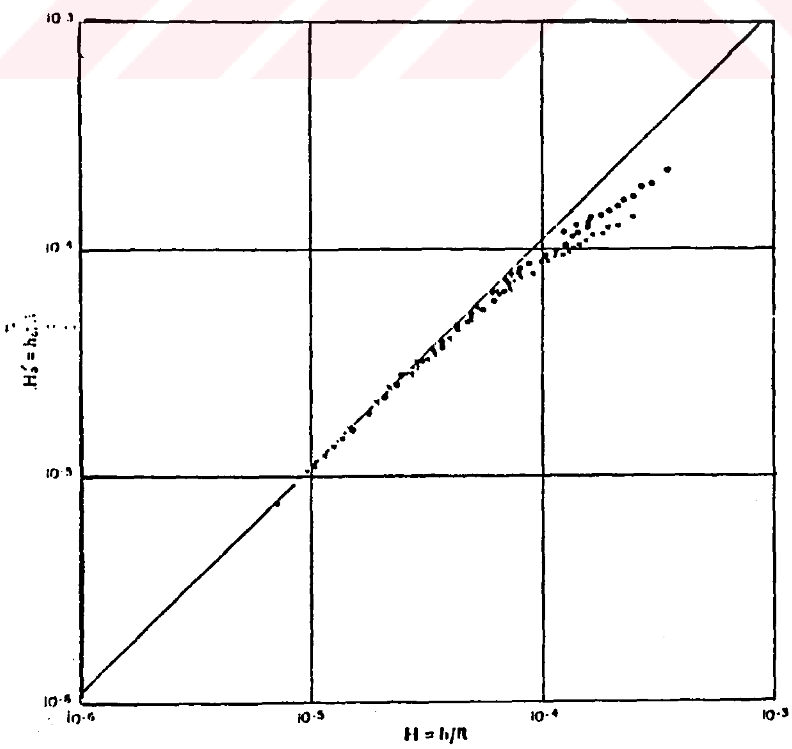
Deneylerde yuvarlanma hızı ve viskoziteye bağlı film kalınlığı hesaplanması yük seçilerek iki karşılaştırılan varsayım ile sınırlandırılan diskler arasında uygulanabilir. Temastaki elastohidrodinamik şartlar oluşturularak yük $w=11.7.10^{-6}$ değerinden daha büyük olabilir. Artan yükün etkisi Hertz temas alanında genişletilebilir ve böylece diskler arasındaki elektriksel temasın sık sık artmasıyla kapasitanın ölcümü zayıflar.

Her ne kadar kaymada ölçülen minimum yağ film kalınlığı sık sık destekleme ile limitlendirilirsede bu limit tam yuvarlanmada rastgelmez. Tam yuvarlanmada ölcülen en ince film için $h_0{}^1/R=0.62.10^{-6}$ dır. ($h_0{}^1=0.45\mu$ın ya da yaklaşık olarak 100 °Å). B yağlayıcısı ile kazanılan bu değer yapılan bu ölcümler (u=8.0cm/s 135 C de $\eta=0.036$ $\alpha=1.52.10^{-9}$ cm^2/dyne $w=25.8.10^{-6}$) altındaki şartlar için Dowson ve Higginson(3) tarafından kabul edilen $H=0.5.10^{-6}$ değeri için mantıklı olarak kabul edilebilir.

Yukarıda yuvarlanma ve kayma ile yuvarlanmanın her ikisindede film kalınlığı limiti artan yuvarlanma hızı ile yükselen disk sıcaklıklarının egimi ile hesaplanır. Her denemede artan hız ile artan film kalınlığı artan sıcaklık ile viskozitedeki bir dengeleme azalması ile denge meydana getirir, hız ve viskozitenin oluşumu aşağı yukarı sabit kalır. Yukarıdaki ve asagıdaki film kalınlıklarında yapılan limit ölcümleri ayrı yağlayıcıların viskoziteleri ile idare edilen sınıflandırma üzerindeki sekiz akışkan ile şekillendirilmiştir. Diskler yuvarlanma kontağında iken 1/1 oranındaki dişliler ile baglanmıştır, halbuki kayma ile yuvarlanmada 3/1 oranının bir tertibi kullanılmıştır. Bu sartlarda kayma hızı (u_2-u_1)

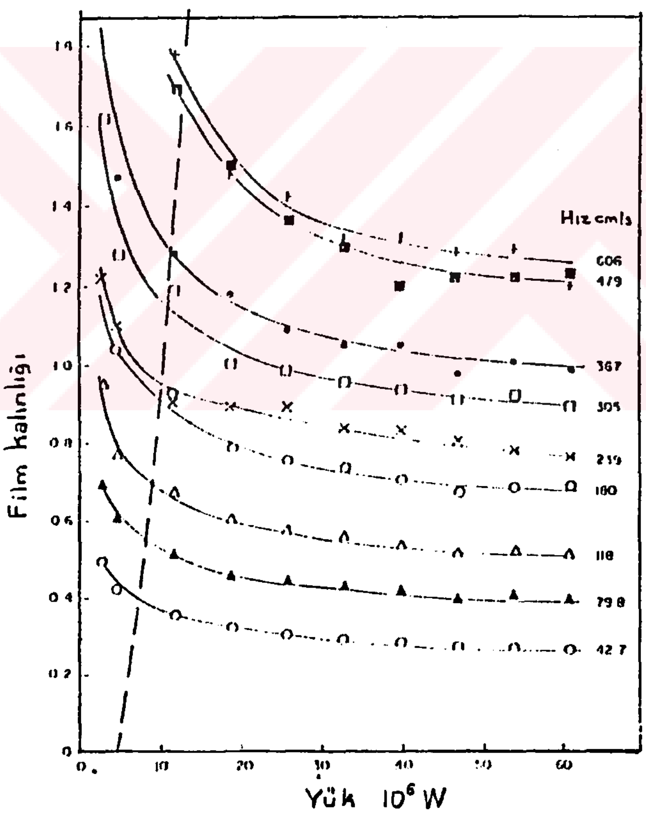


Şekil 8.2 A Yağlayıcısının film kalınlığına bağlı yük değişimi

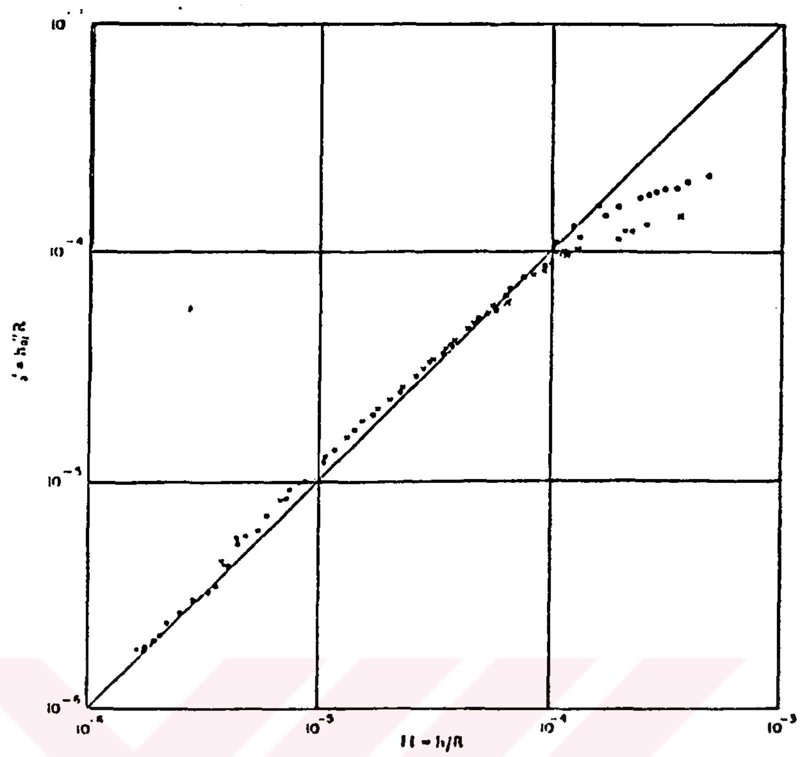


Şekil 8.3 .A Yağlayıcısı

ortalama yuvarlanma hızına 1/2(u_1+u_2) eşittir. Şekil 8.3 - Şekil 8.10 arasında yuvarlanma ve kayarak yuvarlanma ile yapılan ölçümler Dowson ve Higginsonun tanımlanan ifadelerinden hesaplanan değerlerle boyutsuz form içindeki değerler kıyaslanarak şekillendirilmiştir. Aşağıda Tablo-8.1 ve 8.2 de kullanılan yağlayıcıların bazı fiziksel özellikleri incelenmektedir.

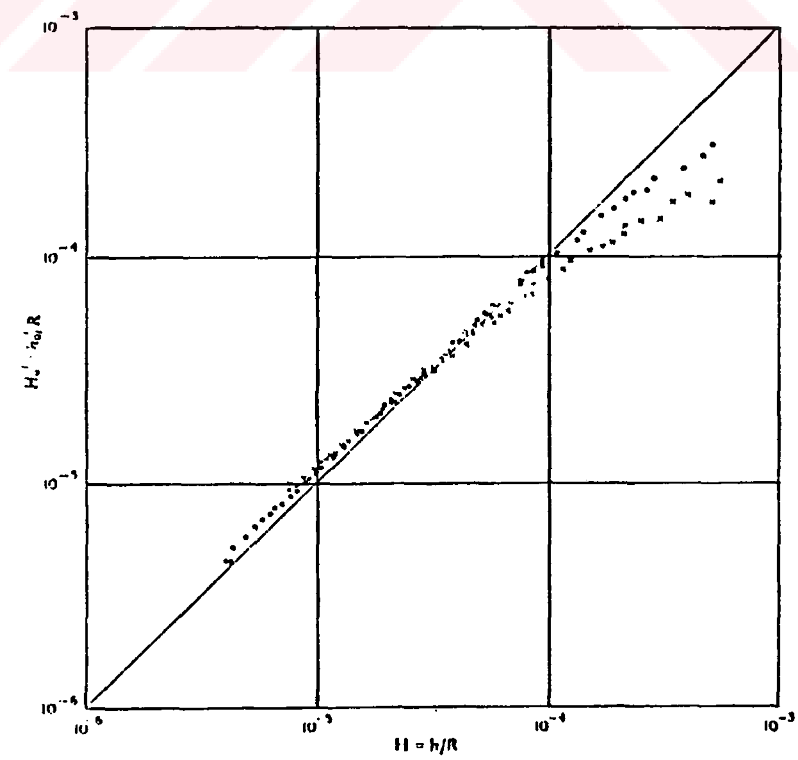


Şekil 8.1. Yağlayıcının film kalınlığı üzerine etkisi

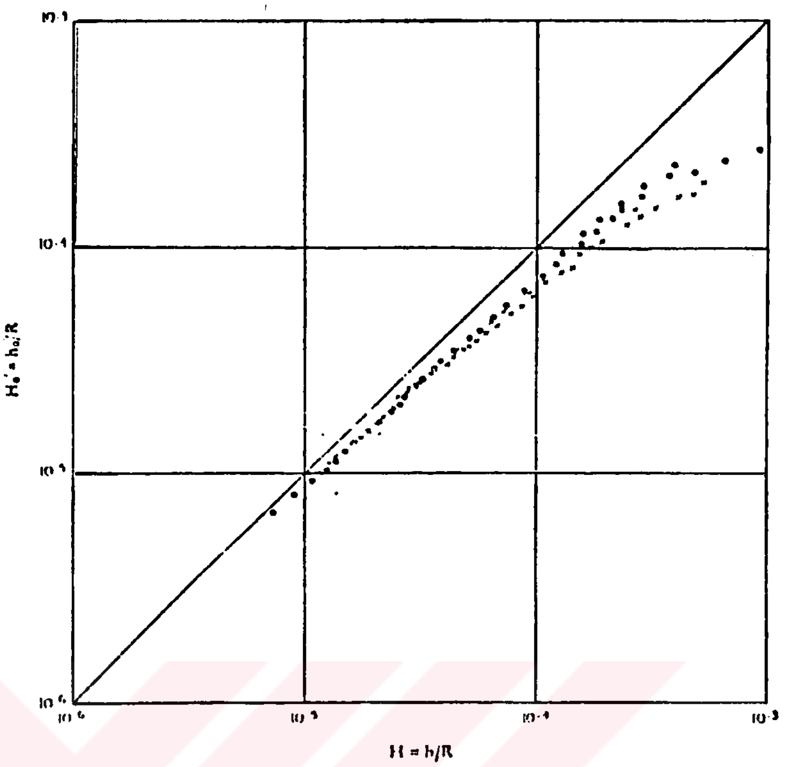


Şekil 8.4 B Yağlayıcısı

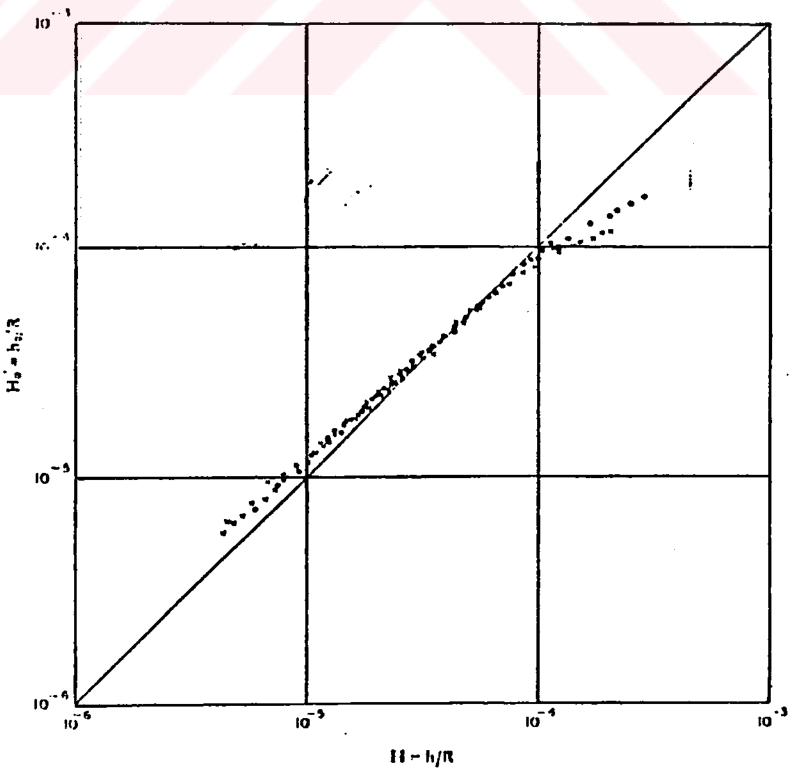
• Tam yuvarlanma × Kayarak yuvarlanma



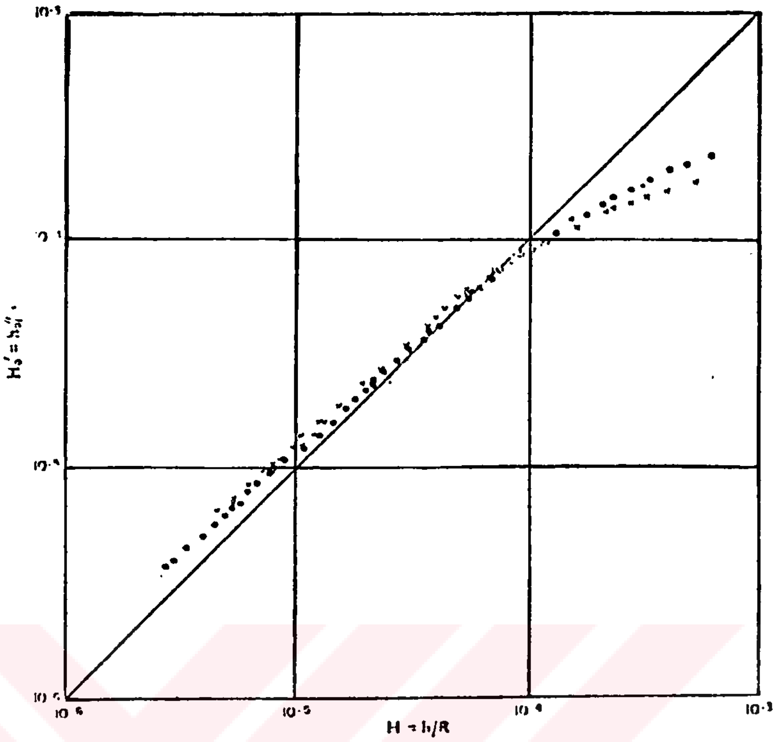
Şekil 8.5 D Yağlayıcısı



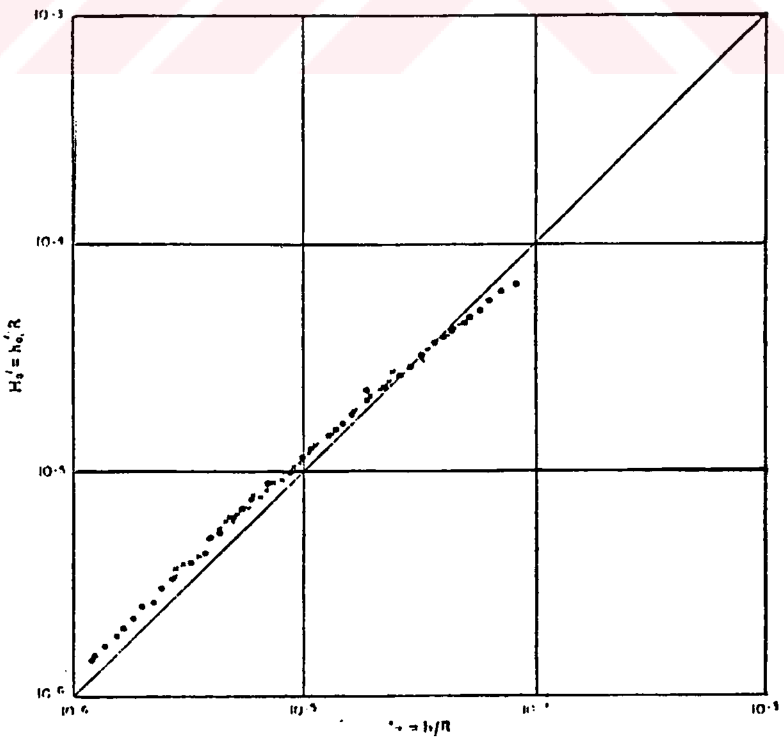
Şekil 8.6 F Yağlayıcısı



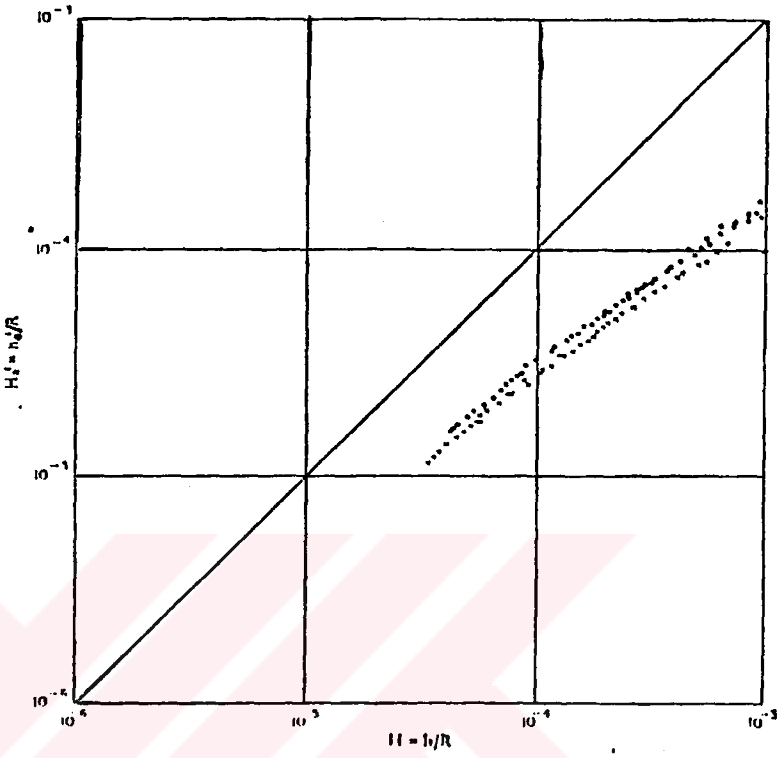
Şekil 8.7 G Yağlayıcısı



Şekil 8.8. I Yağlayıcısı



Şekil 8.9. L Yağlayıcısı



Şekil 8.10 M Yağlayıcısı

TABLO 8.1 Genel viskozite ve yoğunluk verileri

Yağlayıcı	Kinematik viskozite		Kinematik viskozite endeksi	Spesifik gravite 60 /60 F	60 F deki suya bağıl spesifik gravite		
	100°F	210°F			30°C	60°C	100°C
A	175·3	15·36	96	0·891	0·884	0·866	0·843
B	83·0	8·8	84	0·899	0·890	0·872	0·851
D	180·1	10·84	8	0·946	0·938	0·920	0·895
F	219·8	17·73	99	0·944	0·931	0·915	0·890
G	143·4	24·10	142	1·018	1·008	0·983	0·955
I	295	20·2	87	0·963	0·955	0·935	0·909
L	12·58	3·31	153	0·918	0·908	0·887	0·859
M	767·4	306·5	—	0·978	0·965	0·941	0·907

TABLO 8.2. Basıncın yağ viskozitesi üzerine etkisi

Yağlayıcı	Ayarlama basıncı lb/in^2	Mutlak viskozite			Basınç katsayısı $\alpha (cm^2/dyne) 10^{-9}$ (0 ve 500 lb/in^2 arasında)		
		30°C	60°C	100°C	30°C	60°C	100°C
A	0 5000	2·50 [illegible]	0·505 [illegible]	0·126 [illegible]	2·5	2·13	1·76
B	0 5000	1·22 3·19	0·263 0·555	0·073 0·135	2·70	2·16	1·75
D	0 5000	3·10 10·25	0·442 1·10	0·094 0·185	3·46	2·63	1·95
F	0 5000	1·73* 4·60*	0·60 1·39	0·153 0·290	3·10	2·44	1·85
G	0 5000	2·04 3·80	0·625 1·04	0·225 0·350	1·76	1·43	1·22
I	0 5000	2·46* 4·18*	0·80 1·31	0·180 0·274	1·59	1·44	1·23
L	0 5000	0·149 0·249	0·0621 0·097	0·0282 0·0421	1·50	1·29	1·16
M	0	8·70	5·01	2·73	1·81†	1·92†	2·02†

9. NOKTASAL TEMASLARDAKİ EHD YAĞLAMANIN MATEMATİK MODELİ

Film Kalınlığı Denklemi

Noktasal temaslı Ehd yağlamada herhangi bir noktadaki yağ film kalınlığı denklemi aşağıdaki gibi tanımlanır. h_0 başlangıç film kalınlığı olduğunda $2(\delta x-\delta x_0)$ elastik deformasyon sonucu oluşan düşey yerdeğişimidir. Bu tanımlamalarla

$$h=h_0+(h_a+h_b)+2(\delta x-\delta x_0)$$

$$h=h_0+\frac{x^2-x_0^2}{2R}-\frac{4}{\pi E}\int_{-\infty}^{x^*} p(r)\,.\ln\left[\frac{r-x}{r-x_0}\right].dr$$ 'dir.

Basınç Dağılımı Denklemi

Noktasal temaslı Ehd yağlamada temas bölgesindeki basınç değişimi aşağıdaki bir boyutlu Reynolds denklemi ile ifade edilir. $dP/dx=0$ olduğu durumda $h=h^*$ ile tanımlandığında

$$\frac{dP}{dx}=6\,.\,U\,.\,\eta\,.\left(\frac{h-h^*}{h^3}\right)$$

Buradaki η, x ile değişmektedir. ve $U=2u_1$ ile tanımlanır.

Yağlayıcı Akışkan Özelliklerine İlişkin Denklemler

Yoğunluk

Yoğunlugun basınç ile değişiminin ifadesi

$$\rho=\rho_0\left(1+\frac{\gamma P}{1+\lambda P}\right)$$

γ ve λ yağlayıcıya bağlı sabitlerdir.

Viskozite

$\eta = \eta_0 e^{\alpha p}$

α viskozitenin basınç katsayısıdır. ($cm^2/dyne$)

10. EHD YAĞLAMADA FİLM KALINLIĞININ HESAPLANMASI İÇİN KULLANILAN DENKLEMLERİN NÜMERİK ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Nümerik çözumler için oncelikle aşağıdaki varsayımları yapmak gereklidir

(1) Distorsiyona uğramadan önce orjinal haliyle parabolik olan yüzeyler basınç bölgesinde elastik olarak deforme olurlar.

(2) Yağlayıcı Newtoniandır.

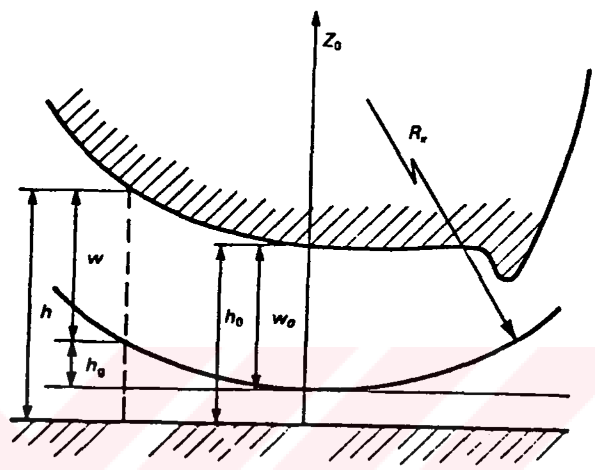
(3) Yüzeylerbaska türlü belirtilmediği taktirde pürüzsüz olarak varsayılır , böylece elastik özellıklere etkisi olmadığı gibi sertlikleride oldukca küçüktür.

(4) Reynolds denklemi Swift-Steiber çıkış sınır şartları ile uygulanır. (Reynolds şartları)

(5) Sınır yüzeyi izotermal olarak düşünülür böylece transfer yoluyla ısı iletilerek sıcaklığın yükseltilme durumu yoktur. Aynı zamanda yağ filmide ince olarak düşünülür burada da ısı yayılımı yoktur.

10.1. Nümerik Çözümlemede Kullanılan Denklemlerin Düzenlenmesi

10.1.1. Film Şekli



Şekil 10.1 Ehd film geometrisi

Film şekli boyutsuz olarak ifade edilirse

$$h^{*}=h_{0}^{*}+h_{g}^{*}+(\bar{w}-\bar{w}_{0}) \qquad (10.1)$$

denklemi bulunur, burada

$$h_{g}=\frac{a^{*2}}{2}(\bar{X}-2\bar{c}M_{i})^{2}+\frac{\bar{b}^{2}}{2}a^{*2}(\bar{Y}-2\bar{d}M_{i})^{2} \qquad (10.2)$$

ve

$$h^{*}=h^{*}(\bar{X}.\bar{Y})=h/R_{x} \qquad h_{0}^{*}=h^{*}(\bar{X}_{0}.\bar{Y}_{0})=h_{0}/R_{x}$$

$$\bar{w}_{0}=w(0.0)=w_{0}/R_{x}$$

ile tanımlanır.

10.1.2. Elastik Deformasyon Denklemi

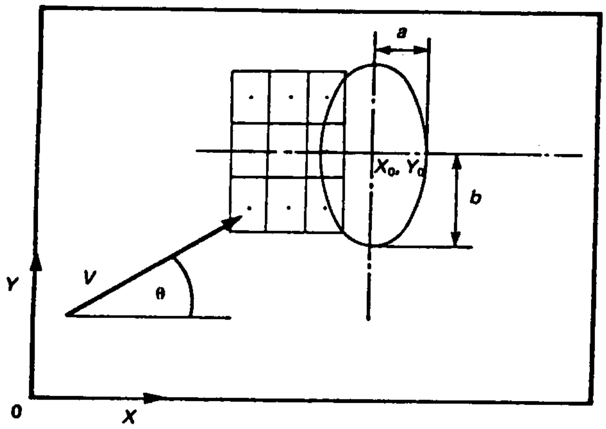
Potansiyel denklemi bir elastik deformasyon için varsayım (1)'e uyarak dikdortgen şeklindeki bir taban üzerindeki tek bir basınç elementi için şöyle yazılır.

$$\delta(x.y) = 1/E_r \int_{-d}^{d}\int_{-c}^{c} \frac{P.dx_1.dy_1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}} \quad (10.3)$$

Buradaki E_r bileşik elastik yüzeyi belirleyen azalan modüldür. $p=p(x_1.y_1)$ element tavanını tayin eder, c ve d merkezdeki element sınırını tayin eder. Şekil 6.3 integrasyonun ehd noktasal temas bölgesini gösterir. Burada x=x/a y=y/b olarak sonlu eleman yonteminde ağ kenarından ölçülmüştür. x.y durumunda toplam deformasyon

$$\bar{W}_{i,j} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{M} I_{ij,kl}\cdot\bar{P}_{kl} \quad (10.4)$$

Burada i=1,N ve j=1,M ve $\bar{W}=W/R_x$



Şekil 10.2. İntegrasyonun ehd nokta temas bölgesi

10.1.3. Yağlayıcı Durum Denklemleri

Yoğunluk

Yoğunluğun basınç ile değişimi anlatılmıştı. Yoğunluk ifadesinin ampirik formülasyon ile ifadesi

$$\rho=\rho_0(1+\gamma.P/(1+\lambda.P))$$

Tipik bir mineral yağ için boyutsuz formda bu denklem ifadesi

$$\bar{\rho}=\left(1+\frac{0.6\,\bar{P}\,E_r}{1+1.7.\bar{P}E_r}\right) \qquad (10.5)$$

Burada $\bar{\rho}=\rho/\rho_0$ dır.

Viskozite

Viskozite ifadesi

$$\eta=\eta_0 e^{\alpha p}$$

boyutsuz formda tanımlaması

$$\bar{\eta}=\bar{\eta}_0 e^{\alpha\bar{p}}$$

seklinde olur.

10.1.4. Reynolds Denklemi

Reynolds denklemi söyle tanımlanır.

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial P}{\partial X}\right)+\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial P}{\partial Y}\right)=6\left\{U\frac{\partial}{\partial X}(\rho h)+V\frac{\partial}{\partial Y}(\rho h)\right\} \qquad .....(10.7)$$

$V=\sqrt{u^2+v^2}$ ifadesini ve $\tan\Theta=v/u$ ifadesini alalım, burda u ve v sıra ile x ve y yönündeki yüzey hızlarının toplamıdır ve V , x eksenindeki Θ acısındaki toplam hızdır. (Şekil 10.2 deki gibi)

(10.7) denklemini boyutsuz forma getirirken $\bar{x}=x/a$ $\bar{y}=y/b$ $\bar{\eta}=\eta/\eta_o$, $\bar{\rho}=\rho/\rho_o$, $\bar{b}=b/a$, $\bar{p}=p/E_r$

$a^*=a/R_x$ ve $V^*=(\eta_o V)/(E_r \cdot R_x)$ alınır ve daha sonra reynolds denkleminin boyutsuz formu şöyle ifade edilir.

$$\frac{\partial}{\partial \bar{X}}\left(\frac{\bar{\rho}\,h^{*3}}{\bar{\eta}}\frac{\partial\bar{P}}{\partial\bar{X}}\right)+\frac{1}{\bar{b}^2}\frac{\partial}{\partial\bar{Y}}\left(\frac{\bar{\rho}\,h^{*3}}{\bar{\eta}}\frac{\partial\bar{P}}{\partial\bar{Y}}\right)=$$
$$6.V^*.a^*\left[\cos\Theta\,\frac{\partial(\bar{\rho}h^*)}{\partial\bar{Y}}+\frac{\sin\Theta}{\bar{b}}\frac{\partial}{\partial\bar{Y}}(\bar{\rho}h^*)\right] \quad \ldots\ldots(10.8)$$

Alternatif olarak $\bar{h}=h/h_m=h^*/h_m^*$, h_m ; minimum film kalınlığı olduğunda (10.7) denklemi sadece x ekseni boyunca olan akış için

$$\frac{\partial}{\partial\bar{X}}\left(\frac{\bar{\rho}\bar{h}^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial\bar{P}}{\partial\bar{X}}\right)+\frac{1}{\bar{b}^2}\frac{\partial}{\partial\bar{Y}}\left(\frac{\bar{\rho}\bar{h}^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial\bar{P}}{\partial\bar{Y}}\right)=\left(\frac{6a^*U^*}{h_m^{*2}}\right)\frac{\partial}{\partial\bar{X}}(\bar{\rho}\bar{h}) \quad \ldots\ldots(10.9)$$

Azalan basınç terimi Reynolds denklemi üzerinde yeniden bir hesaplama yapılarak genel bir ifade ile

$$\bar{q}=\int_0^{\bar{P}}\frac{d\bar{P}}{\bar{\eta}(\bar{P})} \quad (10.10)$$

Burada $\bar{q}=q/E_r$ ve $\bar{\eta}=\eta/\eta_o$ dır. (10.10) denkleminde $\partial\bar{q}/\partial\bar{x}=(\partial\bar{p}/\partial\bar{x}).1/\bar{\eta}$ ve $\partial\bar{q}/\partial\bar{y}=(\partial\bar{p}/\partial\bar{y}).1/\bar{\eta}$ yerine konarak ve $\bar{H}=\bar{\rho}.h$ ve $\bar{\eta}'=\bar{\rho}^2\bar{\eta}$ ifadeleride yerine yazılarak şu eşitlik elde edilebilir.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\bar{H}^3}{\bar{\eta}'}\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}}\right)+\frac{1}{\bar{b}^2}\frac{\partial}{\partial Y}\frac{\bar{H}^3}{\bar{\eta}'}\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{Y}}=\left(\frac{6\bar{a}U^*}{h_m^{*2}}\right)\frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{x}} \qquad (10.11)$$

tekrar diğer azalan basıncın tayin edilmesi ile

$$|\bar{q}_0| = G^*\int_0^{\bar{p}}\frac{d\bar{P}}{\bar{\eta}'(\bar{p},\bar{P})} \qquad (10.12)$$

Burada $\bar{q}_0=\alpha q_0$ dır. (10.11) denklemi şu şekle dönüşür.

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}}\left(\bar{H}^3\frac{\partial \bar{q}_o}{\partial \bar{H}}\right)+\frac{1}{\bar{b}^2}\frac{\partial}{\partial Y}\left(\bar{H}^3\frac{\partial \bar{q}_o}{\partial \bar{Y}}\right)=\left(\frac{6a^*U^*}{G^*h_m^{*2}}\right)\left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{x}}\right) \qquad (10.13)$$

a^* ve $\bar{b}$ yük ve temas geometrisi bilindiğinde kolayca şu formüllerle hesaplanır.

$$a^*=\left[\frac{3(R^*\ 0.571).W^*.R^*}{\bar{b}^2(R^*+1)}\right]^{1/3} \qquad (10.14)$$

$$\bar{b} = R^*2/\pi \qquad (10.15)$$

Burada $R^*=R_y/R_x$'tir.

Reynolds Denkleminin Sonlu Farklar Formu

Nümerik hesaplamalar için Reynolds denkleminin sonlu farklar formuna ihtiyaç vardır. Sonlu çizgisel temas ve tam noktasal temas uygulamalarının iki boyutlu çözümü için düzensiz aralıklı bir ağ yöntemi sık sık kullanılır. Hesaplama calışmalarında Reynolds denkleminde sık

sık bir yerdeğiştirme yapılır.

$$\Phi = q \, . \, h^{*3/2} \qquad (A)$$

Azalan basınç q yerine Φ parametresi kullanılarak daha genel bir eğri üretilir Reynolds ifadesinde bu değer yerine konarak şu sonuç elde edilir.

$$h^{*3/2}\left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}}\left(\bar{\rho}\,\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{x}}\right) + \frac{1}{\bar{b}^2}\,\frac{\partial}{\partial \bar{Y}}\left(\rho\,\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{Y}}\right)\right] .$$

$$-\frac{3}{2}\,\bar{\Phi}\left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}}\left(\bar{\rho}\,h^{*1/2}\frac{\partial h^*}{\partial \bar{x}}\right) + \frac{1}{\bar{b}^2}\,\frac{\partial}{\partial \bar{Y}}\left(\bar{\rho}\,h^{*1/2}\,\frac{\partial h^*}{\partial \bar{Y}}\right)\right] .$$

$$= 6\,V^*\,a^*\left[\cos\theta\,\frac{\partial}{\partial \bar{x}}\,(\bar{\rho}\,h^*) + \frac{\sin\theta}{\bar{b}}\,\frac{\partial}{\partial \bar{Y}}\,(\bar{\rho}\,h^*)\right] .$$

Standart merkez sonlu farklar yaklaşımlarını kullanarak ve Şekil 10.3'ten faydalanarak $\bar{\Phi}$'nin X yönündeki birinci ve ikinci türetimleri şöyledir.

$$\partial\bar{\Phi}/\partial\bar{x} = (\bar{\Phi}_{(i+1),j} - \bar{\Phi}_{(i-1),j}) \;/\; 2\bar{\Delta x}$$

$$\partial^2\bar{\Phi}/\partial\bar{x}^2 = (\bar{\Phi}_{(i+1,j)} + \bar{\Phi}_{(i+1),j} - 2\bar{\Phi}_{i,j}) \;/\; \bar{\Delta x}^2$$

y yönünde de benzer ifade elde edilebilir, burada $\bar{\Delta x} = 2c$ ve $\bar{\Delta y} = 2d$ merkezdeki yakın elementler arasındadır. (10.16) denklemi sonlu farklar formu ile şöyle yazılabilir.

$$E_{i,j}\cdot\Phi_{i+1,j} + W_{i,j}\cdot\Phi_{i-1,j} + N_{i,j}\cdot\Phi_{i,j+1} + S_{i,j}\cdot\Phi_{i,j-1}$$

$$-C_{i,j}\Phi_{i,j} - SO_{i,j} = 0 \qquad (10.17)$$

Burada

$$E_{i,j}=(h^{*3/2}/16\bar{c}^2)\left[\bar{\rho}_{i+1,j}-\bar{\rho}_{i-1,j}+4.\bar{\rho}_{i,j}\right]$$

$$W_{i,j}=(h^{*\,3/2}_{i,j}/16c^2)\left[-\bar{\rho}_{i+1,j}+\bar{\rho}_{i-1,j}+4.\bar{\rho}_{i,j}\right]$$

$$N_{i,j}=(h^{*\,3/2}_{i,j}/16d^2b^2)\left[\bar{\rho}_{i,j+1}-\bar{\rho}_{i,j-1}+4\bar{\rho}_{i.j}\right]$$

$$S_{i,j}=(h^{*\,3/2}_{i,j}/16d^2b^2)\left[-\bar{\rho}_{i,j+1}+\bar{\rho}_{i.j-1}+4\bar{\rho}_{i.j}\right]$$

$$C_{i,j}=(3/32c^2)\Big[h^{*\,1/2}_{i,j}.(\bar{\rho}_{i+1,j}-\bar{\rho}_{i-1.j})(h^*_{i+1.j}-h^*_{i-1,j})$$

$$+(h^{*\,1/2}_{i,j}\cdot\rho_{i,j}/32\bar{c}^2)\;(h^*_{i+1,j}-h^*_{i-1,j})^2$$

$$+(h^{*\,1/2}_{i,j}\cdot\bar{\rho}_{i.j}/4\bar{c}^2)\;(h^*_{i+1,j}+h^*_{i-1,j}-2h^*_{i,j})$$

$$+(h^{*\,1/2}_{i,j}/16\bar{d}^2\bar{b}^2)\;(\bar{\rho}_{i,j+1}-\bar{\rho}_{i,j-1})(h^*_{i,j+1}-h^*_{i,j-1})$$

$$+(h^{*\,-1/2}_{i,j}\cdot\bar{\rho}_{i,j}/32\bar{d}^2\bar{b}^2)\;(h^*_{i,j+1}-h^*_{i,j-1})^2$$

$$+(h^{*\,1/2}\cdot\bar{\rho}_{i,j}/4\bar{d}^2\bar{b}^2)\;(h^*_{i,j+1}+h^*_{i,j-1}-2h^*_{i,j})$$

$$+(1/12\bar{c}^2)\;\bar{\rho}_{i,j}\cdot h_{i,j}\;+\;(1/12\bar{b}^2\bar{d}^2)\cdot\bar{\rho}_{i,j}\cdot h^{*\,3/2}_{i,j}\Big]$$

$$SO_{i,j}=6\;V^*a^*\Big\{(\cos\Theta/4c)\big[h^*_{ij}(\bar{\rho}_{i+1,j}-\bar{\rho}_{i-1,j})$$

$$+\rho_{i,j}(h^*_{i+1,j}-h^*_{i-1,j})\big]$$

$$+(\sin\Theta/4\bar{d}\bar{b})\big[h^*_{ij}(\bar{\rho}_{i,j+1}-\bar{\rho}_{i,j+1})\bar{\rho}_{ij}(h^*_{i,j+1}+h^*_{i,j-1})\big]\Big\}$$

. . . . (10.18)

(10.17) denkleminde $E_{i,j}$ $W_{i,j}$ $N_{i,j}$ ve $S_{i,j}$; merkez noktasının doğu, batı, kuzey ve güney noktalarına uygulanan katsayıları, C; merkez noktaya uygulanan katsayıyı gosterir. S; kaynak terimdır.

9.1.5. Yük

Noktasal ve sonlu çizgisel temastaki yük reel basınç dağılımında integre edilebilir.

$$W = \iint_A p \, . \, dx \, . \, dy \qquad (10.19)$$

Burada A basıncın etkisindeki alandır, boyutsuz formda ifadesi

$$W^* = \bar{a}^2 \, . \, \bar{b} \iint_{A(x,y)} \bar{p} \, . \, d\bar{x} \, . \, d\bar{y} \qquad (10.20)$$

Burada $W^* = W/(E_r R_x)^2$ bir noktasal temas için boyutsuz yüktür

10.2. Çözüm yöntemleri

Yağ filminin değerlendirilmesinde başlıca iki farklı sayısal yöntem kullanılmaktadır. Bunların biri olan (inverse solution metod) ters çözüm yöntemi Dowson ve Higginson(3) tarafından önerilmistir Bu yontemin kuvvet noktası pratik uygulamalı yükler için doğru çözümler üretir, fakat iki boyutlu temaslar için pahalıdır. Diğer yöntem ileri iterativ yontemdir. Bağıl sadeliklerde avantajlıdır, diğer yeni gelişen yontemlerde bölüm 10.2.3'te anlatılmıştır.

10.2.1. Forward iterativ yontemi

Elastizite film kalınlığı ve yağlayıcı durumu denklemleri ile birlikte non-lineer Reynolds denkleminin cözümündede tipik bir yol takip edilir. Seçilen bir yük malzeme özellikleri ve geometrisi için elastostatik temas alanı boyutları tanımlanan yöntemler yada uygun yerlerde (10.14) ve (10.15) denkemini kullanarak hesaplanır. Daha önce tanımlanan dikdörtgen şeklindeki bir ızgara ağ hesaplama bölgesi üzerinde temas durumu ve deyme noktasının (X_0, Y_0) koordinatları V vektörü ve yağlayıcı yoklugu miktarının tahmin edilmesi ile hesaplanmıştır V, x eksenine bir Θ acısıyla bağlı olduğunda alan, Şekil 10.2 deki qibi kullanılabilir.

Sınır Şartları

Hesaplamanın çesitliliğinin nedeni çıkış sınır şartlarının normal olarak Swift-Steiber(Reynolds) şartları gibi kabul edilmesidir. Bu tamamen doğru şonuclar verir. Giriş sınır durumu giriş şartlarının gösterdigi ihtiyaca bağlıdır. (Şekil 10.2) incelendiginde doldurulmuş şartlar için V^* sadece x ekseni boyunca olduğunda $\overline{X}_i=4.5$ ve $\overline{Y}_i=1.5$ alınabilir. (10.17) dnkleminden ϕ nin istenilen terim oldugu varsayılarak

(a) ϕ hesaplama bolgesi kenarları boyunca sıfır olarak alınır.

(b) Negatif oldugunda $\bar{\phi} = \partial\bar{\phi}.\partial\bar{\phi} = \partial\bar{\phi}.\partial\bar{Y}$ kabul edilerek her iterasyon işlemi müddetince gerilme basıncından uzak durulur. Bu şartlar negatif durumda ϕ`nin sayıca sıfıra ayarlanmasıyla yaygın olacaktır ve boylece çıkış sınırıda otomatik olarak tayin edilecektir.

Başlangıç şartları

Hesaplama isleminin başlangıcında kuru temaslı temas yüzeyı üzerinde elastostatik şekilde basınç dağılımı yapılır.

Hesaplama Algoritması

Hesaplama için aşagıdaki algoritma kullanılabilir. Malzemler geometri ve hesaplama bölgesi seçilir ve sırayla şu işlemler yapılır.

(1) w^* u^* ve Θ seçilerek $h_g^*(\bar{x}.\bar{y})$ hesaplanır

(2) Basınç dağılımı $\bar{P}_s$ elastostatiktir.

(3) Ehl film kalınlığının (h_o^*) bir değeri kabul edilir (gercekçi bir kabul Grubin tipindekı bir çözümden kazanılabilir)

(START OUTER LOOP)

(4) Film kalınlığı hesaplamasında

(a) bilinen $\bar{P}_s$ (10.4) denkleminde kullanılarak kayıplar hesaplanır.

(b) $h^*(\bar{X}.\bar{Y})$ film kalınlığı bulunur.

(START INTERMEDIATE LOOP)

(5) Birinci iterasyonda sıfır gibi alınan $\bar{P}_h$ basıncı artarak Ehd basınç dagılım bölgesine dahil olur. Boylece $\bar{q}$ (10.10) denkleminden hesaplanır.

(6) $\bar{\Phi}$; A denkleminden $\bar{q}.h^{3/2}$ gibi başlatılmıştır.

($\bar{P}_h$) kullanılarak yoğunluk dağılımı $\bar{\rho}$ (10.6) denkleminden hesaplanır.

(8) Denklem (10.17) Reynolds denklemi sonlu farklar form katsayısı hesaplanır.

(START INNERMOST LOOP)

(9) Bir çizgi iterativ yöntem ile $\bar{\Phi}$ için (10.16) denklemi çözülerek en içteki halkaya girilir.

(10) $\bar{q}$'nun geçerli değerleri $\bar{\Phi}$ den kazanılır ve farklı değerlerdeki (adım 5) birbirine uygunluğu kontrol edilir.

(a) eğer uygunluk yoksa $\bar{q}$ nun düzenlenmiş değerleri (10.10) denkleminden $\bar{P}_h$ nın yeni değerleri üretilerek gevşeme altında hesaplanır. Algoritma 6. adıma geri döner.

(b) eğer uygunluk varsa algoritma en içteki halkanın dışına gelir ve bir sonraki adıma taşınır.

(END INNERMOST LOOP)

(11) $\bar{P}_h$ nin yeni değerleri q'dan hesaplanır.

(12) (10.22) denkleminden $\bar{P}_h$ üretilen bir yük olan W^* ye integre edilir.

(13) W^* ihtiyaç gösteren başlangıç yükünün bir özelleştirilmiş toleransı icindemidir ?

(a) HAYIR h_0 düzenlenir ve 5. adıma dönülür.

(b) EVET yeni adıma geç

(END INNERMEDIATE LOOP)

(14) $\bar{P}_s$ ve $\bar{P}_h$ dağılımları birbirine uygunluğu için kontrol altına alınır.

(a) eğer yakınlaşmışsa $\bar{P}_s$ nin yeni değerleri $\bar{P}_h$ dan ağır gevşeme altında hesaplanır ve algoritma 4. adıma döner.

(b) bazı özellestirilmiş toleranslar içinde yakınlaşmışsa çözüm kazanılır.

(END OUTER LOOP)

Yakınlaşma Kriteri Ve Kullanılan Elementlerin Numarası

Dıştaki halka iterasyonunu durdurmak için aşağıdaki yakınlaşma (uygunluk) kriteri kullanılır.

$$\sum^{i=1,N\; j=1,M} \left| \frac{\bar{P}_{hi,j} - \bar{P}_{si,j}}{\bar{P}_{hi,j}} \right| \leq CONOP$$

Burada CONOP, 0.02 ve 0.03 arasındadır ve çözümün istenen doğruluğuna bağlıdır. Benzer olarak içteki halkadaki basınç azalması için

$$\sum^{i=1,N\; j=1,M} \left| \frac{q_{yeni} - q_{eski}}{q_{yeni}} \right| = 0.01$$

ortadaki halkadaki yük için talep edilen yakınlık

$$\left| \frac{W^*_{düşünülen} - W^*_{kazanılan}}{W^*_{düşünülen}} \right| = 0.05$$

Gevşeme Faktörü

Alt gevşeme dış halkadaki basınçlar için kullanılır.

yeni $\bar{P}_s=\bar{P}_s + \lambda_p(\bar{P}_h-\bar{P}_s)$

İterasyonun önceki sayısında istenilen yakınlaşma verilerek λ_p düzenlenir. İterasyonun artma numarasında olduğu gibi (λ_p nin) ortalama değeri 0.05 den 0.02 ye değişir. İç halkadaki q için alt gevşeme faktörü

$\bar{q}_{yeni}=\bar{q}_{eski} + \lambda(\bar{q}-\bar{q}_{eski})$

burada $\lambda_p = 0.1$ (daima)

10.2.2. Ters Çözüm Metodu (İnverse Solution Metod)

İşlem temel olarak aşağıda anlatıldığı gibidir. Önce bir basınç dağılımı kabul edilir, oluşan iki ayrılmış yağ film şekli daha sonra sıra ile elastizite ve Reynolds denklemi tarafından hesaplanır. Bu iki birbirinden ayrı yağ şekli daha sonra mukayese edilir. Eğer bazı belirtilmiş toleranslar farklıysa kabul edilen basınç iki yağ şekli uyuşana kadar ayarlanır. İşlem yaygın olarak bir boyutlu çizgisel temaslar için uygulanırsa da son zamanlarda nokta temas geometrisi içinde kullanılmaktadır.

İlk önce basit çizgi temas durumu için inclendiginde denklem (10.13) kenar dağılımı olmaksızın söyle yazılır,

$$\frac{d}{dX}\left(\bar{H}^3 \frac{d\bar{q}_o}{dX}\right) = \left(\frac{6a^* U^*}{G^* h_m^{*2}}\right) \frac{d\bar{H}}{dX}$$

yeniden düzenlenerek

$$\frac{d\bar{H}}{d\bar{x}}\left(K^{*}-3\bar{H}^{2}\frac{d\bar{q}_o}{dH}\right)=\bar{H}^{3}\frac{d^{2}\bar{q}_o}{d\bar{x}^{2}} \qquad (10.23)$$

burada $K^{*}=(6a^{*}U^{*})/(G^{*}h_m^{2})$ (10.23) denkleminde sağ kenar basınç egrisindeki bükülme noktasında sıfıra esitlenir yani $d^{2}\bar{q}_0/d\bar{x}^{2}=0$ Bu gibi noktalada

$$K^{*}=3\bar{H}^{2}\frac{d\bar{q}_o}{d\bar{x}} \qquad (a) \qquad (a)$$

yada

$$\frac{d\bar{H}}{d\bar{x}}=0 \qquad (b) \qquad (b)$$

İlk şart q_0 eğrisinin yükselen giriş bölümü üzerindeki bükülme noktasında uygulanır. Burada $d\bar{H}/d\bar{x}=0$ ikinci şart çıkışta uygulanır, burada $d\bar{q}_0/d\bar{x}$ negatiftir ve burada ilk şart sağlanmaz. İlk şart için başlangıç gradyanı orada H_a gibi film kalınlığına karşılık gelmesiyle $(d\bar{q}_0/d\bar{x})_a$ olmalıdır. Burada

$$\bar{H}_a=\sqrt{\frac{K^{*}}{3(d\bar{q}_o/d\bar{x})_a}} \qquad (10.23)$$

Bir çizgisel temastaki gibi düşünülerek (10.22) denkleminin bir integrsyonu yapılır ve

$$\bar{H}^{3}\frac{d\bar{q}_o}{d\bar{x}} = K^{*}\bar{H} + C$$

Burada C bir integrasyon sabitidir. Maksimum basınçta $d\bar{q}_0/d\bar{x}=0$ ve $H=H_a=1$ tanımlanarak

$$d\bar{q}_0/d\bar{x}= K^{*}(\bar{H}-1)/\bar{H}^{3} \qquad (10.24)$$

Böylece (10.23) ve (10.24) denklemlerinden

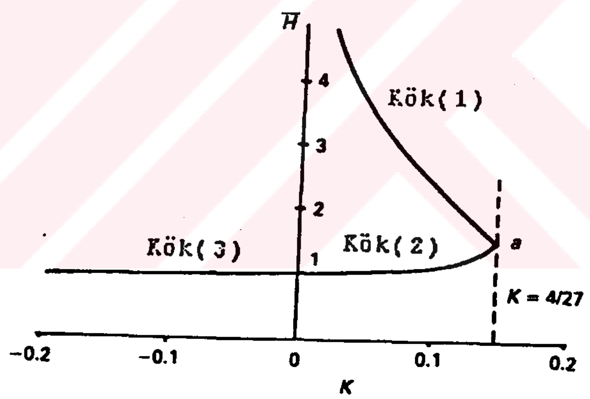
$\bar{H}_a = 3/2$ (10.25)

Şimdi basınç gradyanı bilindiğinde her noktadaki H değerinin hesaplanması için bağıntılar yeterlidir. (10.23) ve (10.25) denklemlerinden

$$h_m^* = \frac{8a^* U^*}{9G^*(d\bar{q}_o/d\bar{x})_a} \qquad (10.26)$$

$H_a = 3/2$'yi (a) ifadesinde yerine koyarak

$$K^* = 27/4.\left(\frac{d\bar{q}_o}{d\bar{x}}\right)_a \qquad (10.27)$$



Şekil 10.3

Daha sonra bir kübik gibi düşünülerek (10.24) denklemi yeniden düzenlenerek

$$\bar{H}^3 - \frac{\bar{H}}{K} + \frac{1}{K} = 0 \text{ dır.} \qquad (10.28)$$

Burada $K = (d\bar{q}_0/d\bar{x})/K^*$ ya da (10.23) ve (10.25) denklemlerinden ve K^* ifadesinden

$$K=4/27 \cdot \frac{(d\bar{q}_o/d\bar{x})}{(d\bar{q}_o/d\bar{x})_a} \tag{10.29}$$

Böylece K ve $\bar{H}$ basınç dağılımı olan her noktada bulunur. Özellikle $\partial^2\bar{q}_0/\partial\bar{x}^2$ sıfır olarak olduğu durumlarda $(d\bar{q}_0/d\bar{x})_a$ öncelikle bulunabilir. Burada K=4/27 dir. Diğer şart (b) K=4/27 için kafi gelmektedir. Bu dH/dx=0 olduğunda $\bar{H}$ ın değerine tekabül eder. Şekil 10.3 , (10.28) denkleminin reel pozitif kökünün durumunu gösterir. $K < 0$ ve $K < 4/27$ için iki karışık kök vardır. $K > 0$ için gösterilmeyen bir negatif kök vardır. Alınan pozitif yükün seçimi M' in sürekliliğinin devamına dayanır. Onların uygun seçimi tamamıyla Ruskell tarafından incelenmiştir çıkışta K negatiftir kök 3 uygulanır. Giriş bölümünde $(d\bar{q}_0/d\bar{x})_a$ oluştuktan sonra her iki köklerde bir yada iki kere tatbik edilir. Onların seçimi en iyi muayene ile yapılır fakat kökün değişimi daima q_0 eğrisinde bükülme noktasında oluşur.

Noktasal temasta ters çözüm için daha aydınlatılmış benzer bir işlem izlenir. Daha karmaşık olarak Reynolds denklemi burada iki boyutlu formda kullanılabilir. Bir düzlem üzerindeki bir kürenin geometrisi için yöntemin bir taslağı U^* ile sadece aşağıdaki gibidir.(10.13) denkleminde $\bar{x}$ ve $\bar{y}$ eksenleri dairesel temas alanı merkezi içinden geçer, b=1 olduğunda

$$\frac{\partial}{\partial \bar{X}}\left(\bar{H}^3\frac{\partial \bar{q}_o}{\partial \bar{X}}\right) + \frac{\partial}{\partial \bar{Y}}\left(\bar{H}^3\frac{\partial \bar{q}_o}{\partial \bar{Y}}\right) = K^*\frac{\partial \bar{H}}{\partial X} \tag{10.30}$$

$$(\bar{A}\bar{H}^2 + B)\frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{X}} + C\bar{H}^2\left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{Y}}\right) + D\bar{H}^3 = 0 \tag{10.31}$$

Burada $B=K^*$, $A=3(d\bar{q}_0/d\bar{x})$ $C=3(d\bar{q}_0/d\bar{y})$ ve

$D= \nabla^2\bar{q}_0(\nabla^2=(d^2/d^2\bar{x}^2)+(d^2/d^2\bar{y}^2))$ (10.31)

denklemi $\bar{H}$'deki yarı lineer denklem için birincidir karakteristik eğrilerde meyil gibi hesaplanarak

$$\frac{\partial\bar{Y}}{\partial\bar{X}} = \frac{C\bar{H}^2}{(A\bar{H}^2+B)} \qquad (10.32)$$

x ekseni c=0 ile kendi başına bir karekteristik eğridir (10.31) denklemi kullanılarak burada

$$(A\bar{H}^2+B)\frac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{X}} = -D\bar{H}^3 \qquad (10.33)$$

Merkez çizgide (x ekseni) $D\bar{X}_a$' nın bazı noktalarında D=0 dır, burada $d\bar{H}/d\bar{X}=0$ dır. yada

$(A\bar{H}^2+B)=0$ dır.

(a) şartı aralığın birbirine yakınlaştırılmasındaki gibi giriş bolümünde mümkün değildir. Bu durumda

$\bar{H}_a=\sqrt{-(B/A)}$ yazılırsa (b) şartı olusur.

Böylece $\bar{H}_a$ orada verilen her basınç profili için merkez çizgisı boyunca sayısal diferansiyel ile bulunan D ile hesaplanabilir ve belirli hesaplamalarda D değeri sıfıra eşittir. $\bar{H}(\bar{X}.\bar{Y})$ nın dayanağı tüm $\bar{q}_0(\bar{X}.\bar{Y})$ a işlem üzerinde yayılarak bulunabilir. Matematiksel tartışmalar ve sonuç olarak çıkarılan sayısal işlemler tamamen karmaşık haldedir ve $d\bar{H}/d\bar{Y}$ hesaplamasında (10.31) denklemine bağlıdır. Sonuçta Reynolds denkleminde ileri iteratiV çözüm ve ters çözümün birleştirilmesinden meydana gelen işlemler uygulanabilir. İleri çözüm yöntemi $\bar{q}_0 \propto 1$ olduğu hafif yüklenmiş giriş bölgeşinde kullanılırken inverse(ters) yöntemi basıncın yüksek olduğu temasların en agır yüklenmiş bölgesindede kullanılır.

10.2.3. Diger Çözüm Yöntemleri

10.2.3.1. Newton-Raphson Yöntemi(N-R)

Okamura , Houpert ve Hamrock tarafından ilk defa farklı degişkenler için kullanılan Newton-Raphson yöntemi ile sunulan bulgulardaki farklı teknikler alınarak bir boyutlu akış için yük , film kalınlığı(elastisite denklemlerinide içeren) ve Reynolds denklemlerinin formu aynı şekilde çözülebilir. Ayrıca viskoziteye bağlı basınç için daha doğru Roelands ifadesi kullanılarak Newton-Raphson yönteminin bir bölümünde Reynolds denklemi için dP/dX ifadesi hassasiyetle hesaplanmıştır, böylece yüksek basınç degişimlerinde artan hassasiyet için uniform olmayan bir ağ yöntemi zorunludur.

Ehd problemlere uygulandığında N-R yonteminin avantajlari şöyle belirlenmiştir.

(a) Küçük bir etkileşim numarası(~20)

(b) N-R yonteminin bir karekteristiği çözüm civarında hızlıca birbirine yaklaşır.

(c) Ağ ucunun küçük bir numarası için küçük hesaplama zamanı

(d) Bir boyutlu (çizgisel temas) poblemlerde idealdir.

Bu yöntem aşağıdaki sebepten dolayı noktasal temas problemlerinde kullanışlı degildir. Nokta ve çizgi temasın her ikisinde de kullanılan denklemlerin aynı zamanda cözülmesinden dolayı çıkış basıncı sıfırdan daha az olamaz. Boylece matrix hemen hemen yüksek yüklemelerde aynıdır. Yine de Houpert ve Hamrock çizgisel temas çözümü için bir düzensiz ağ kullanarak problemi çözmek istemişlerdir.

10.2.3.2. Multigrid (Çok Ağ Yöntemi)

Multigrid yöntem Lubrecht tarafından Ehl çizgi ve nokta temas problemlerinin çözümü için kullanılmıştır. Tanımlanan yöntemin üzerindeki avantajlar kesin hesaplamalarla alınmıştır. Multigrid iterativ yonteminin sonuç olarak özellikle ehd çevrede deneysel sonuçlar ile kıyaslandığında titizlikle inceleme sonucu tamamen dikkate değer olduğu bulunmuştur.

SONUÇ

Noktasal temaslı yüklerdeki elastohidrodinamik yağlama çalışmaları daha basit olan çizgisel temasın var olan benzer çalışmalarından faydalanılarak gerçekleştirilmektedir. Çizgisel temas durumuna göre daha karmaşık olduğundan daha hassas araştırma gerektirir. Elastohidrodinamik yağlama şartları altında basınç dağılımı elastisite ve akışkan özelliklerine ilişkin denklemlerden yararlanılarak noktasal temas için gerekli yağ film kalınlığı bulunmaya çalışılır. Temelde çizgisel temas ile benzer olan çalışmaların farkı kenar dağılımı etkilerininde varoluşudur. Yapılan bu çalısmalar metin içinde de açıklandığı gibi elastohidrodinamik yağlama problemini çözmek için kullanılan çesitli nümerik yöntemlerle hesaplanarak sonuçlandırılmaktadır.

KAYNAKLAR

1-ARCHARD J.F. COWKİNG E.W. Elastohydrodynamik Lubrication at Point Contacts , The Instution of Mechanical Engineering. p. 47-71. 1965-66

2-MOORE Desmond. F. Elastohydrodynamics , The Friction and Lubrication of Elastomers Associate Proffesör of Mechanical Engineering West Wirginia University, p. 145-160

(3)-DOWSON. D. and HIGGINSON. G.R. Representation of Contacts by Cylinders ,The Fundamentals of Roller Gear Lubrication. Elastohydrodynamik Lubrication . P. 14-19. (1973)

(4)-DYSON. A. NAYLOR. H. ve WILSON. A.R. The Measurement of Oil Film Thickness in Elastohydrodynamic Contacts , Proc. Instn. Mech. Engrs, 1965-66, p. 119-134

(5)-DOWSON. D. Elastohydrodynamic Lubrication. An Introduction and a Review of Theoretical Studies, The Institution of Mechanical Engıneering, p. 7-16. 1965-66

(6)-GOHAR Ramsey The Governing Equation of

Elastohydrodynamic Lubrication Elastohydrodynamic Ellis Horward Series in Mechanical Engineering. p. 58-113.

(7)-SANG Gyu Lım and DAVID. E A System-Approach to the Elastohydrodynamic Lubrication Point Contact Problem , STLE Tribology Transaction, Volume 35(1992). 2. p. 367-373

(8)-TIMOSHENKO Theory of Elasticity. p. 97-109 (1970)

(9)- Elastohydrodynamic Lubrication , The institution of Mechanical Engineering Proceedings, 1965-66. Volum 180. Part 3P

(10)-YANG Peiran WEN Shizhu Pure Squeeze Theory of Elastohydrodynamic Lubrication in Point Contacts Chinese Journal of Mechanical Engineering, Qinghua University, Volume 3. Number 1. 1990. p. 101-110

ÖZGEÇMİŞ

1972 yılında İstanbul da doğdu. İlk, orta öğrenimini Sakarya'da lise öğrenimini Kocaeli'de tamamladı. 1989 yılında girdigi Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisligi bölümünden 1993 yılında mezun oldu. Ekim-1993 tarihinden beri Kocaeli Üniversitesi Müh. Fak. Makina Mühendisliği Konstrüksiyon-İmalat programında yüksek lisans öğrenimine devam etmektedir.