

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

135915

**KUARK-GLUON PLAZMADA FERMİ ve BOSE
UYARILMALARININ İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ozan COŞKUNGÜN

**Anabilim Dalı: FİZİK
Danışman: Doç.Dr. Elşen VELİ**

135915

HAZİRAN 2003

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KUARK-GLUON PLASMADA FERMİ-BOSE UYARILMALARININ
İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
OZAN COŞKUNGÜN**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 27.06.2003
Tezin Savunulduğu Tarih : 11.07.2003**

**Tez Danışmanı
Doç.Dr. Elşen VELİ**

E. Velî

**Üye
Yrd.Doç.Dr.Abdurrahman ANDIÇ**

A. Andiç

**Üye
Yrd.Doç.Dr.İlhan TAPAN**

İ. Tapan

HAZİRAN 2003

KUARK-GLUON PLAZMADA FERMİ ve BOSE UYARILMALARININ İNCELENMESİ

Ozan COŞKUNGÜN

ÖZET

Anahtar Kelimeler: Yang-Mills Alanları, Termal QCD, Kuark Gluon Plazma, Fermi ve Bose Uyarılmaları.

Bu çalışmada Kuark Gluon Plazmanın termodinamik özellikleri incelenmiştir. Önce standart kuantizasyon yöntemleri ele alınmış daha sonra Termal Kuantum Renk Dinamiği (Termal QCD) path integral formülasyonu verilmiştir. Fermi ve Bose uyarılmalarının incelenmesi için standart Feynman Diyagram Tekniği uygulanarak kovaryant ayarında (Feynman Ayarı) bir ilmekli yaklaşımda kuark özenerji ve gluon özenerji diyagramları hesaplanmıştır. Sonlu sıcaklık ve yoğunlukta kuark ve gluon özenerji diyagramlarının ifadelerini kullanarak bir ilmekli yaklaşımda Fermi ve Bose uyarılma spektrumları hesaplanmıştır. Uyarılma spektrumunun enine ve boyuna modlar içerdiği gösterilmiş ve bu modlar için $\omega(k)$ dispersiyon bağıntısı elde edilmiştir.

The Investigation of Fermi Bose Excitations in Quark Gluon Plasma

ABSTRACT

Key Words: Yang- Mills Fields, Thermal QCD, Quark Gluon Plasma, Fermi and Bose Excitations.

In this study, thermodynamic properties of Quark Gluon Plasma are investigated. First standard quantization procedures are handled, second thermal QCD path integral formulation is given. In order to examine the Fermi and Bose excitations, quark and gluon self energy diagrams were evaluated in one loop approximation using Standard Feynman Diagram technique. Using the obtained expressions of quark and gluon self energy at finite temperature and density diagrams Fermi and Bose excitations spectra are calculated in one loop approximation. It is shown that excitation spectrum consist of transverse and longitudinal modes and dispersion relation $\omega(k)$ for this modes is obtained.

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Günlük hayatta karşılaştığımız fiziksel olaylar genellikle klasik fizik yasalarına göre açıklanabilmektedir. Cisimlerin hızları ışık hızına yaklaştıkça rölativistik yasaları uygulamamız gerekir. Buna benzer olarak cisimlerin boyutu küçüldükçe kuantum mekaniği kuralları işlevsellik kazanır. Maddenin en temel yapıtaşını da incelemek için çok küçük boyutlara inmemiz gerekir. Atom altı parçacıklar kuantum yasalarına uyan küçük parçacıklardır. Buna göre temel parçacıkları inceleyen teorinin rölativite ve kuantum mekaniği temel prensiplerine uygun olması gerekir.

Bilindiği gibi doğada dört temel etkileşim vardır. Zayıf, elektromanyetik, kütle çekim ve güçlü etkileşim. Birçok yüksek enerji fizikçisi güçlü etkileşimleri en iyi açıklayan teorinin kuantum renk dinamiği (QCD) olduğundan hem fikirdir. Yüksek enerji fiziğindeki son gelişmeler çok sayıda kuark ve gluonlardan oluşmuş sistemlerin incelenmesini gerektirir. Hadronik maddenin sıcaklığı dolayısıyla enerji yoğunluğu gittikçe arttırılırsa kuark ve gluonlar serbest hale geçerek maddenin yeni hali olarak kabul edilen kuark gluon plazmayı oluştururlar.

Bu çalışmada kovaryant ayar kullanılarak bir başka deyişle Feynman ayarında kuark gluon plazma fazında Fermi ve Bose uyarılmaları incelenmiştir.

Bu çalışma esnasında beni sabırla yönlendiren ve katkılarını esirgemeyen Danışmanım Sayın Doç.Dr. Elşen VELİ hocam' a en içten teşekkürlerimi sunarım...

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iii
ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR.....	iv
İÇİNDEKİLER	v
SİMGELER DİZİNİ ve KISALTMALAR	vi
BÖLÜM 1. GİRİŞ.....	I
BÖLÜM 2. SONLU SICAKLIKTA SKALER ALANLAR.....	10
2.1 Alanlar için Lagrange Denklemleri	10
2.2 Path İntegral Kuantizasyonu	11
2.3 Termal Skaler Alanlar	16
2.4 Sonlu Sıcaklıkta Skaler Alan Propagatörü (Matsubara Propagatörü).....	18
BÖLÜM 3. QCD LAGRANGİYANI ve AYAR DÖNÜŞÜMLERİ	22
3.1 QCD Lagrangianı ve Non-Abelian Ayar Dönüşümleri	22
3.2 Termal QCD	25
3.3 Kuark Gluon Plazma Sinyalleri	28
BÖLÜM 4. KUARK GLUON PLAZMADA UYARILMALAR	32
4.1 Termal Alan Teorilerinde Feynman Kuralları.....	33
4.2 Fermi Uyarılmaları	37
4.3 Gluon Özenerji Diyagramlarının İncelenmesi	52
4.4 Kuark Gluon Plazmada Bose Uyarılmaları	57
SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....	64
KAYNAKLAR	65
ÖZGEÇMİŞ	68

SİMGELER DİZİNİ ve KISALTMALAR

- a : $\overline{1,8}$: renk indisleri
- A_μ : Dört boyutlu vektör potansiyeli
- A_μ^a : Yang-Mills Alanı
- b : Beauty kuark
- B : Bag sabiti
- c : Charm kuark, ışık hızı
- d : Down kuark
- D_F : Propagatör
- e : Elektronun yükü
- f^{abc} : SU(3) grubunun anti-simetrik yapı sabiti
- $F_{\mu\nu}^a$: Yang-Mills alanının anti-simetrik şiddet tensörü
- g : Güçlü etkileşim sabiti
- G : Kuark propagatörü
- h : Planck sabiti
- \hat{H} : Hamiltonian
- i : Sanal birim
- j : Dış kaynak
- k : Momentum
- k_B : Boltzman sabiti
- L : Lagrangian
- L^a : Lee cebri jeneratörleri
- m : Parçacık kütlesi
- n : Parçacık yoğunluğu
- n_μ : Dört boyutlu sabit vektör

- \hat{N} : Parçacık Sayı Operatörü , N_f : Kuark çeşni sayısı
 p : Momentum , P : Geçiş genliği, Gauss olasılık dağılımı
 s : Strange kuark
 S : Etki
 $SU(N)$: Ayar grubu
 t : Zaman, top kuark
 T : Sıcaklık
 u : Up kuark
 U_{μ}^{abc} : Ghost-ghost-gluon tepe fonksiyonu
 V : Potansiyel
 $V_{\mu\nu\rho}^{abc}$: Üçlü gluon tepe fonksiyonu
 $V_{\mu\nu\rho\sigma}^{abcd}$: Dörtlü gluon tepe fonksiyonu
 Z : Green fonksiyonları için oluşum fonksiyoneli
 α : Etkileşme sabiti, ayar parametresi
 ϕ : Alan fonksiyonu
 Λ : QCD enerji skalası
 ν, μ : Lorentz indisleri
 Σ : Toplam sembolü, Serbest gluon özenerji diyagramı
 x_{μ} : Dört boyutlu konum vektörü
 q : Koordinat
 ε : Enerji yoğunluğu
 Γ_{α} : Tepe fonksiyonu
 δ : Dirac Delta fonksiyonu
 $\Pi_{\mu\nu}$: Polarizasyon tensörü
 ω : Plazma salınım frekansı
 φ : Skaler alan fonksiyonu
 λ^a : 3x3 şeklinde Gell-Mann matrisleri

ψ	: Kuark alanı
$\bar{\psi}$: Anti-kuark alanı
γ_μ	: Dirac matrisleri
μ	: Kimyasal potansiyel
Ω	: Termodinamik potansiyel
QCD	: Kuantum Kromodinamiği
QED	: Kuantum Elektrodinamiği
QGP	: Kuark Gluon Plazma
CERN	: Avrupa Parçacık Fiziği Laboratuvarı
BNL	: Brookhaven Ulusal Laboratuvarı
RHIC	: Ağır İyon Çarpıştırıcısı
LHC	: Büyük Hadron Çarpıştırıcısı
SLAC	: Stanford Lineer Hızlandırıcısı

1.GİRİŞ

Temel Parçacıklar fiziği maddenin temel yapı taşlarını inceleyen bir bilim dalıdır. Doğal olarak maddenin en temel yapı taşını incelemek için çok küçük boyutlara inilmesi gerekir. Atom altı boyutlara inildiğinde elektron, proton, nötron, pi mezon gibi pek çok parçacıktan söz edilebilir. Bu parçacıklar kütle elektrik yükü, spin, baryon sayısı, lepton sayısı, renk yükü vb. kuantum sayılarıyla karakterize edilmektedir.

Günlük hayatta karşılaşılan fiziksel olaylar genellikle klasik fizik yasalarına göre açıklanabilmektedir. Cisimlerin hızları ışık hızına yaklaştıkça rölativistik yasaları uygulamak gerekir. Buna benzer olarak cisimlerin boyutu küçüldükçe kuantum mekaniği kuralları işlevsellik kazanır. Atom altı parçacıklar kuantum yasalarına uyan küçük parçacıklardır. Buna göre bu durumu inceleyen teori rölativite ve kuantum mekaniğinin temel prensiplerine uygun olmalıdır. Alanları, temel parçacıkları ve onlar arasındaki etkileşmeyi inceleyen teoriye Kuantum Alan Teorisi denir.

1895 yılında maddenin en temel yapı taşlarının bulunması ile ilgili olarak yapılan ilk bilimsel deney sonucunda Thomson elektronu keşfetti. Dirac elektron için yazılmış Rölativistik Kuantum denkleminin çözümünü analiz ederek elektron ile tüm özellikleri aynı fakat elektrik yükü ters olan pozitronun varlığını ileri sürdü. Bundan üç yıl sonra Anderson deneysel olarak kozmik ışınları incelerken pozitronu gözlemledi. 1932 yılında Heisenberg tarafından çekirdeğin proton-nötron modeli ortaya atıldı. Aynı yıl içerisinde proton ve nötronların güçlü etkileşme diye adlandırılan ve o zamana kadar bilinmeyen bir tür etkileşmeye katıldıkları ileri sürüldü. 1935 yılında Yukawa proton ve nötronların mezon denilen parçacıklarla değiş-tokuş yaparak etkileşme yaptıklarını ileri sürdü. 1947 yılında Yukawa'nın

varlığını ileri sürdüğü mezonlar keşfedildi. 1960'larda ise hızlandırıcıların devreye girmesiyle çok sayıda yeni parçacık keşfedildi. Keşfedilen bu yeni parçacıkların sınıflandırılması gerekiyordu.

Güçlü etkileşmelere katılan parçacıklara hadronlar dendi. Bunlara örnek olarak p, n, π^+ , π^- , π^0 , Σ^\pm , Λ^0 , K^0 , K^+ , ρ^+ , ρ^0 vb. parçacıkları verebilir.

Daha sonra bu hadronların sınıflandırılması için 1964 yılında Kaliforniya Teknolojisi Enstitüsünden Murray Gell – Mann (1964) ve ondan bağımsız olarak George Zweig (1964) hadronların gerçekten temel birkaç tür yapının bileşenleri olduğunu ileri sürdüler. Gell – Mann bu yapı taşlarına kuark ismini verdi. Başlangıçta sadece elektrik yükü $\frac{2}{3}e$, $-\frac{1}{3}e$ ve $-\frac{1}{3}e$ olan üç tür kuarkın var olması bekleniyordu. Fakat SLAC ve Brookhaven' daki deneyler daha farklı kuark türlerinin varlığını ortaya koydu.

Kuarklar $\frac{1}{2}$ spin sayısına sahip parçacıklardı. Günümüzde 6 çeşit kuarkın varlığından söz edilebilir.

Kuarklardan meydana gelen hadronlar iki sınıfa ayrılırlar. Bunlardan spini tam olanlarına mezon adı verildi. Buna göre mezonlar kuark ve antikuarktan meydana gelirler. Spini tek yarım olan hadronlara ise baryon denir. Mezon ve baryonlara

birkaç örnek verilecek olursa:

$$\begin{cases} \pi^+ = u\bar{d} \\ \pi^- = d\bar{u} \\ \pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \end{cases}, \quad j=0$$

$$\begin{cases} P = uud, & j = 1/2 \\ \Delta^+ = uud, & j = 3/2 \\ \Sigma^- = uus, & j = 1/2 \end{cases}$$

Burada j spin kuantum sayısıdır.

Bir kuantum alan kuramında çeşitli türden temel parçacıklar, bu parçacıklara karşılık gelen alanların enerji ve momentum kuantaları olarak ortaya çıkarlar. Parçacıklar arasındaki tüm kuvvetler bazı temel parçacıkların alışverişiyle ortaya çıkar. Tüm kuram bazı dönüşümler altında alanları tanımlayan denklemlerin değişmemesini sağlayan simetri ilkeleriyle yönetilir.

Birçok yüksek enerji fizikçisi güçlü etkileşimlerin en iyi açıklandığı teorinin kuantum Kromodinamiği (QCD) olduğunda hemfikirdir. (Fritzsch, Gell-Mann 1972, Weinberg 1973). QCD'ye göre kuarklar arasındaki etkileşme gluonların alışverişiyle gerçekleşir. Kuarklar gluon yayarken (veya soğururken) renk yüklerini değiştirmektedirler.

QCD non-abelian alanları içeren bir teori olup SU (3) ayar dönüşümleri altında invaryanttır. Burada 3 rakamı renk yüklerini ifade eder. Dolayısıyla SU(N) ayar grubunda bulunan N rakamı renk yükünü temsil eder.

SU (N) gurubunun (N^2-1) tane bozonu vardır. Buna göre QCD'de $N^2-1 = 8$ tane bozon vardır. QCD'deki bu bozonlara yukarıda da bahsedildiği gibi gluon adı verilir. 8 çeşit gluon vardır. QCD'de 6 çeşit kuark vardır. Bunlar up, down, strange, charm, beauty ve top kuark olarak isimlendirilir. QCD'de çeşni sayısı N_f ile gösterilir. Altı kuarktan son üç kuarkın kütlesi diğerlerine göre çok fazladır.

QCD'de diğer alan teorilerinde olduğu gibi $h = c = k_B = 1$ doğal birim sistemini

kullanmak oldukça elverişlidir. Burada h , c , k_B sırasıyla Plank Sabiti, ışık hızı, Boltzman Sabitidir. Kütle ve sıcaklık genellikle MeV ve GeV cinsinden, uzunluk ve zaman ise MeV^{-1} veya GeV^{-1} cinsinden verilir.

Diğer alan teorilerinden farklı olarak QCD' de yüksek enerji değerlerinde asimtotik özgürlük denilen olay meydana gelir. İncelemeler gösterir ki α etkileşme sabiti, (Politzer 1973, Fradkin Kalashnikov 1976, Gross 1973)

$$\alpha = \frac{g^2}{4\pi} = \frac{2\pi}{b \left(\ln \frac{p}{\Lambda} \right)}, \quad b = 11 - \frac{2}{3} N_f \quad (1.1)$$

şeklindedir. Burada p momentum olup, Λ QCD enerji skalasıdır ve yaklaşık olarak 200 MeV değerindedir. Bu formül ancak P 'nin büyük değerlerinde geçerlidir.

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \alpha(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{b \left(\ln \frac{p}{\Lambda} \right)} \rightarrow 0 \quad (1.2)$$

durumuna asimtotik özgürlük denir.

Buna göre pertürbasyon teorisi yalnız yüksek enerjilerde geçerli olur. Bu durum nükleonlardan elastik olmayan saçılma deneylerinde test edilmiş ve olumlu sonuçlar alınmıştır.

QCD'nin en önemli bir diğer özelliği ise confinement olayıdır. Confinement kuark ve gluonların birbirinden ayrılmaması anlamına gelir. Bu özelliğin sebebi gluonların fotonlardan farklı olarak kendi aralarında da etkileşmesidir. Bilindiği gibi

elektromanyetik etkileşmeyi ileten fotonlar elektrik yüküne sahip olmadığından birbirleriyle doğrudan etkileşmeye girmezler. Fotonlardan farklı olarak gluonlar bir diğer gluonu soğurabilir ve renk yükü değişebilir. Buradan da anlaşılacağı gibi gluonlar kendiliğinden kuark ve antikuarka dönüşebilir. Yani her bir kuarkın çevresi gluonlar, kuarklar, antikuarklar ve gluon bulutu ile çevrilidir. Bu da kuarkın çevresini bir kürk gibi sarar. Bu bulut kuarkın diğer kuark tarafından çekilmesinde büyük rol oynar. (Veliyev 2000, Veliyev Kuantum Alan Teorisi ders notları)

Son derece büyük baryon yoğunluklarında yada çok büyük sıcaklıklarda kuark – gluon plazmanın varlığı QCD'nin bir öngörüsüdür (Kapusta 1993, Bellac 1996). Maddenin bu yeni fazında sıcaklık o kadar büyük değerlere sahiptir ki artık hadronlar bu değerlerde bileşimlerine ayrılmış şekilde bulunurlar. Bu yüzdendir ki güçlü etkileşimler artık oldukça zayıf etkileşim şekline dönüşmüş ve plazma içerisinde bulunan kuark ve gluonlar ideal bir forma bürünmüşlerdir.

Kuark – Gluon Plazmada renk yüklerinin kuvvet menzili, elektromanyetik plazmada olduğu gibi parçacıkların kollektif hareketinden kaynaklanan Perdeleme sonucunda Debye yarıçapı mesafesinde olur.

Kuark – Gluon Plazmayı tam olarak anlayabilmek için QCD teoriyi iyi incelemek gerekir. QCD'de vakumun iki değişik faz durumunu pertürbatif vakum ve non-pertürbatif vakum kabul edersek; pertürbatif vakumda kuark ve gluonlar serbest ve fizikseldir (Sigh 1993). Non – pertürbatif vakumda ise hadronlar düşük enerjilidir. Yüksek sıcaklıkta QCD'de faz geçişinin incelenmesi kozmolojik çalışmalar için de oldukça önemlidir. Öyle ki Big-Bang'ın ilk mikrosaniyelerinde evren bu faz geçişleri gerçekleşir. Buna göre bu faz geçişi esnasında baryonlar homojen olmayacak şekilde dağılmış olabilir. Ayrıca maddenin kuark – gluon plazma fazı çok büyük nükleer yoğunluğa sahip nötron yıldızlarının çekirdekleri hakkında bilgi vermede anahtar rol oynayabilir.

Laboratuvar ortamında ultrarölativistik nükleer çarpışmalar kuark gluon plazmanın fazının anlaşılması için fırsat verir (Wong 1994, Satz 2001). Sınırlı bir hacimdeki çarpışmada büyük kütleli parçacıklar oluşabilmesi için bu hacimde büyük enerji yoğunluğuna gereksinim duyulur. Burada şunu da kabul etmek gerekir ki ağır iyon çarpışmalarını anlayabilmek, geçiş fazının denge durumunu tanımlamaktan daha fazla problem içerir. Çünkü gerçek bir çarpışma sonlu hacimde ve çok kısa bir zaman içerisinde gerçekleşir. Bu yüzden termal denge durumu, işleri kolaylaştırmak için tam anlamıyla uygun olmayabilir.

Termal QCD'ye göre evrendeki madde, büyük patlamadan yaklaşık 10^{-6} saniye sonra sıcaklık birkaç trilyon derecenin altına düşene kadar kuark – gluon plazması halindeydi.

Maddenin faz diyagramının, yani normal hadronik maddeden kuark – gluon plazmaya geçişin incelenmesi, QCD'nin hala tam olarak açıklığa kavuşturulamamış kuarkların hapsolmesi vs. gibi temel özelliklerin anlaşılmasında önemli bir rol oynayacaktır. Kuark – gluon plazmanın incelenmesi özellikle faz geçişine yakın bölgede kritik olayların araştırılması, nükleosentez, nötron yıldızları, kara delikler ve evrenin büyük ölçekli yapısının anlaşılması, yani evrene farklı bir kozmolojik bakış açısından oldukça önemlidir. (Veliyev, Yılmazkaya 2003)

Ağır iyon çarpışmalarında nükleon sayısı ve nükleon başına düşen enerji büyüdükçe, oluşan kuark – gluon plazma ömrü ve hacmi de büyüyecek. Ancak bu çarpışmalar sonucunda detaylı bilgi edinmek o kadar da kolay değildir. Kuark – gluon plazma doğrudan değil, ancak çarpışma sonunda elde edilen parçacık sağanağına bakarak belirlenmeye çalışılır. Çünkü kuark – gluon plazmanın ömrü çok kısadır. Asıl sorun buradadır. Saptanan sinyallerden faydalanarak kuark – gluon plazma oluşup oluşmadığı hakkında bilgi edinilebilir. Ancak sistem soğudukça kuark – gluon plazma sinyalleri de maskelenir.

Kuark-gluon plazma soğudukça, renk hapsi nedeniyle kuarklar, dedektöre ulaşmadan önce daima renksiz hadronlara dönüşürler. Bu olaya hadronlaşma denir. Hapsolmuş kuark ve gluonların ilk aşamadaki durumları hakkında kesin bir bilgi edinebilmek için son durum dikkatlice analiz edilmelidir. Çarpışmada kuark – gluon plazma oluşsa bile, hızla soğuyacak ve tekrar hadronlara dönüşecektir. Kuark – gluon plazmanın gözlemleneceğine dair beklenti, büyük heyecan yaratır.

Termal alan teorilerinin incelenmesi 1950'lerde başlamıştır. Matsubara (1955) kuantum istatistik mekanik için yeni bir yaklaşımda bulunarak sıcaklık Green fonksiyonu kavramını dahil etti. Sıcaklık Green fonksiyonları yöntemi ardışık şekilde Fradkin tarafından geliştirilerek termal QED'de birçok problemin çözümünde kullanıldı. Yang-Mills alanlarının termodinamik özelliklerinin incelenmesi Kirzhnits ve Linde (1972) tarafından ilk kez ele alınmıştır. Bu çalışmada kritik bir sıcaklığın üzerinde kendiliğinden bozulmuş simetrinin restore olacağı gösterildi. Bernard (1974), Dolan (1974) ve Jackiw (1974), Weinberg (1974) non-abelian alanları sonlu sıcaklık ve yoğunluklarda inceleyerek sıcaklık Green fonksiyonları yöntemini kuark ve gluon alanları için geliştirdiler. Bu çalışmalar sonucunda termal QCD'de pertürbasyon yöntemini uygulayarak sistemin termodinamik özelliklerinin incelenmesi mümkün oldu. Kuantumlanma sonucunda kuantum alan teorisinden farklı olarak fermiyon ve bozon alanları üzerine konulan sınır koşulları kuarklar için $p_4 = (2n+1)\pi T$ ve gluonlar için $p_4 = 2n\pi T$ olduğunu göstermektedir. Böylece fermiyonların momentumu mutlak değere πT 'den küçük olamaz, gluonların ise momentumu sıfıra eşit olabilir. Böylece termal QCD'de kütesiz gluonların varlığı kızılötesi problemlerin ortaya çıkmasına neden olur. Fradkin (1959), daha sonraları Kislinger (1976) ve Morley (1976) tarafından gösterildi ki termal alan teorilerinde $T = 0$ ve $\rho = 0$ durumuna ait kontur (ek) terimleri ekleyerek renormalizasyon yapmak mümkündür. Diğer deyimle termal teorilerde kuantum alan teorilerine özgü ıraksamaların dışında diğer ıraksamalar ortaya çıkmamaktadır. Termal QCD'de termodinamik özellikler literatürde geniş şekilde incelenmektedir (Gross 1981, McLerran 1986, Kalashnikov 1979, 1984).

Temel parçacıkların bazı özellikleri bir ortamdayken değişir. Örneğin bir parçacığın gerçek kütlesi aynı parçacığın vakumda ölçülen kütlesinden farklıdır. Daha genel olarak kolektif modların veya kuasi parçacıkların bazı durumlardaki propagasyonunu, sıradan parçacıkların özelliklerinin, o parçacıkların bir ortamla etkileşmesi sonucunda değişmesine benzetebiliriz. Diğer taraftan kolektif modlar vakumdaki parçacıklarla bazı benzerlikler taşımaktadırlar.

Kolektif modlar momentuma bağlı bir fonksiyon olan dispersiyon yasası $\omega(q)$ ile karakterize olunur. Yaşam süreleri vakumdaki kararlı parçacıkların aksine sonsuz değildir.

Kolektif modlar genellikle propagatörlerin kompleks enerji düzlemindeki kutupları şeklinde matematiksel olarak ifade edilirler (Bellac 1997, Veliyev 2000). Kompleks düzlemin gerçek kısmı dispersiyon yasasını, sanal kısmı ise sönüm oranını verir. Hesaplamaların en önemli sonucu enerji skalası gT 'nin en temel rolü oynamasıdır. Burada bulunan g güçlü etkileşim sabitidir. QED'de aynı görevi elektron yükü olan e görür. Gerçekten de ayar teorisinde kütesiz parçacıkların plazması yalnız iki büyüklükle karakterize olunur. Bunlardan birisi sıcaklık T , diğeri ise güçlü etkileşim sabiti birimsiz bir nicelik olan g sabitidir. Eğer gT çarpımı $T=0$ durumunda bulunan tüm parçacıkların kütle değerlerinden büyükse, kütleler ihmal edilebilir. (Kalashnikov, Klimov 1982, Veliyev 2000)

Plazmada her bir parçacığın ortalama enerjisi T sıcaklığı ile orantılı olup ve iki komşu parçacık arasındaki ortalama mesafe $\bar{r} \sim T^{-1}$ kadardır. Bu skala kuasi parçacıklarının enerjisi gibi kendini gösterir. Kolektif uyarılmaların bozunum oranı g^2T ile orantılı olduğundan kuasi parçacıkları küçük g limitinde tanımlamak uygun olur. Bozon propagatörünün boyuna kısmında, enerji skala değeri g^2T non-pertürbatif duruma eşdeğerdir. Enerji skalasının bu değerine magnetik skala adı verilir. Skalanın gT değerini aldığı durum ise elektrik skalası olarak adlandırılır.

Kolektif uyarılmaların tipik dalga boyu ($\lambda \sim gT$), termal dalga boyu $\left(\lambda_T \sim \frac{1}{T}\right)$ çok daha büyük olduğundan kolektif etkileri yarı klasik olarak tanımlayabiliriz.

Gerçekten de alan teorileri yaklaşımlarıyla elde edilen sonuçları kinetik teori kullanılarak da elde edilebilir (Bellac 1997).

Sonlu sıcaklık ve yoğunlukta Fermi ve Bose uyarılmalarının spektrumu, tek ilmekli yaklaşımda elde edilen kuark $\Sigma(p)$ özenerji diyagramı ve $\Pi_{\mu\nu}(p)$ polarizasyon tensörü kullanılarak bulunur (Kalashnikov 1984, Veliyev 2000). Spektrum hem enine hemde boyuna modlar içerir. Dispersiyon eğrisi, renormalizasyon grup denklemlerinden elde edilen $g^2(\mu, T)$ ifadesinin kullanılmasıyla daha da genelleştirilir.

Bu çalışmada Kuark Gluon Plazmanın termodinamik özellikleri incelenmiştir. Önce standart kuantizasyon yöntemleri ele alınmış daha sonra Termal Kuantum Renk Dinamiği (Termal QCD) path integral formülasyonu verilmiştir. Fermi ve Bose uyarılmalarının incelenmesi için standart Feynman Diyagram Tekniği uygulanarak kovaryant ayarda (Feynman Ayarı) bir ilmekli yaklaşımda kuark özenerji ve gluon özenerji diyagramları hesaplanmıştır. Sonlu sıcaklık ve yoğunlukta kuark ve gluon özenerji diyagramlarının ifadelerini kullanarak bir ilmekli yaklaşımda Fermi ve Bose uyarılma spektrumları hesaplanmıştır. Uyarılma spektrumunun enine ve boyuna modlar içerdiği gösterilmiş ve bu modlar için $\omega(k)$ dispersiyon bağıntısı elde edilmiştir.

BÖLÜM 2

SONLU SICAKLIKTA SKALER ALANLAR

2.1. Alanlar için Lagrange Denklemleri

Klasik alan teorisinde hareket denklemleri en küçük etki ilkesinden belirlenir (Raymond1989). Bu ilkeye göre herhangi bir $\phi(x)$ alanı, alan fonksiyonlarına ve bu alan fonksiyonlarının türevine bağlı

$$L\left(\phi(x), \frac{\partial\phi(x)}{\partial x_\mu}\right), \quad (2.1)$$

Lagrangianı ile karakterize edilir. Hareket denklemi ise

$$\delta S = \delta \int_{x_1}^{x_2} d^4x L\left[\phi(x), \frac{\partial}{\partial x_\mu}\phi(x)\right] = 0, \quad (2.2)$$

eşitliğinden elde edilir. Burada

$$\begin{cases} d^4x = dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \\ x_\mu = (\vec{r}, it) \\ \mu = 1, 2, 3, 4 \end{cases}; \quad (2.3)$$

(2.2) denkleminde yola çıkarak hareket denklemleri

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial x_\mu} \left(\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = 0, \quad (2.4)$$

şeklinde elde edilir.

Burada önce klasik Lagrangian formüle edilir. Lagrangian'ın şekli belirli muhakemelere dayanılarak yazılır. Bunlar kısaca göz önüne alırsa: (Veliyev ders notları)

- 1- Lagrangian Rölativistik invaryant olmalıdır.
- 2- Lagrangian Alan Fonksiyonlarına ve onların birinci derecede türevine bağlı olmalıdır.
- 3- Lagrangian'da $\phi(x)$ ve $\frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}$ 'ler aynı x noktasında ele alınırlar. (Yerel alan teorileri)
- 4- Lagrangian belirli hareket denklemlerini vermeli
- 5- Lagrangian'dan elde edilen hareket denklemleri en fazla 2. dereceden türev içermeli.
- 6- Lagrangian yerel ayar dönüşümlerine göre invaryant olmalıdır.

2.2. Path İntegral Kuantizasyonu

En önemli kuantumlanma metodlarından birisi olan path (yollar üzere) integral metodu Richard Feynman tarafından geliştirilmiştir.

Bu metodun bir çok avantajlı yanı vardır. Bunlardan bir kaçını sıralanırsa:

- 1- Path integral metodunda formülasyon oldukça basittir
- 2- Path integral formalizmi temel kuantum mekanik prensiplerinin öneşilerine dayanır.

- 3- Path integral formalizminde operatör olmadığından kolaydır.
- 4- Renormalizasyon Path integral formalizminde daha basit ifade edilir.

Bu metod iki postüla ile ifade edilir: (Bellac 1996)

Postüla I

Bir parçacığın a noktasından b noktasına gitme olasılığı $P(b, a)$, geçiş genliği olan $K(b, a)$ 'nın mutlak değerinin karesi ile verilir.

$$P(b, a) = |K(b, a)|^2, \quad (2.5)$$

Postüla II

$K(b, a)$ geçiş genliği, $e^{is/\hbar}$ faz faktörünün toplamıyla verilir. Burada S , a 'dan b 'ye mümkün tüm yollar üzerindeki etkidir.

$$K(b, a) = \sum_{\text{yollar}} K e^{is/\hbar}, \quad (2.6)$$

Burada K sabiti

$$K = \sum_{\text{yollar}} K(c, b) K(b, a), \quad (2.7)$$

yardımıyla hesaplanır. Tüm orta noktaların toplamı b noktaları, a ile c 'yi birbirine bağlar.

Bu postülalar kuantum mekaniğinin en önemli ilkelerinden biri olan süperpozisyon ilkesinin bir öngörüsüdür. Elektronlarla yapılan Young Deneyinde aynı enerjili elektronlar üzerlerinde I ve II no'lu yarıklar olan levhaya gönderilirler. Elektronların ekrana çarpıncaya kadar hangi yollar üzerinden gittiği gözlemlenirse elektronların

birer parçacık şeklinde davrandığı şayet gidilen yol gözlemlenmezse elektronların dalga karakterinde davrandığı izlenir. Bu durum klasik fiziğe göre bir paradokstur.

Bu durumu Bohr ve arkadaşları “Kopenhag Yorumunda” , “Bohr’un Gözlenirlik İlkesi” : Bir büyüklük gözlenmediği sürece tanımsızdır. İlkesi ile açıklamışlardır.

Path integral yaklaşımında da bu duruma, kuantum mekaniğinde olduğu gibi karar verilmiştir. Yukarıdaki postülalarla parçacığın hangi yol üzerinden gittiği değil, tüm yollar üzerinden gidilebileceği varsayılmıştır.

Kuantum Mekaniğinde olduğu gibi klasik mekaniğe $\hbar \rightarrow 0$ limitinde geçilir.

$$\delta S \gg \hbar : \sum_{\text{yollar}} e^{iS/\hbar} \sim 0; \quad (2.8)$$

Buradan

$$\delta S = 0 \rightarrow \text{Klasik Mekanik} \quad ; \quad (2.9)$$

Yani klasik limitte yollar üzere toplam olan $\delta S / \hbar$ mümkün olduğu kadar küçük olmalıdır

Parçacığın t' anındaki koordinatı q', t'' anındaki koordinatı q'' alındığında, geçiş genliği (Huang 1992)

$$\langle q'' t'' | q' t' \rangle = \langle q'' | e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}(t''-t')} | q' \rangle, \quad (2.10)$$

olur.

Gerekli işlemler yapıldıktan sonra parçacığın geçiş genliği

$$\langle q''t'' | q't' \rangle = \int DpDq \exp \frac{i}{\hbar} \int L(q, q') dt, \quad (2.11)$$

bulunur.

(2.11) eşitliği p 'ye göre integrallemeden sonra

$$\langle q''t'' | q't' \rangle = N \int Dq \exp \frac{i}{\hbar} \int_{t'}^{t''} L(q, q') dt, \quad (2.12)$$

şeklini alır.

Burada

$$Dq = \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^{N-1} dq_i, \quad Dp = \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^{N-1} \frac{dp_i}{2\pi\hbar} \text{ dir.}$$

Bu integralin anlamı başta da belirtildiği gibi q_1, q_2, \dots, q_N 'lerden her biri sonsuz değerler alabildiğinden, parçacığın t' 'den t'' 'ne giderken tüm yollar üzerinden (yörüngelerden) geçebilmesidir.

Alanlar üzerinde çalışılıyorsa q yerine $\phi(x)$ alan fonksiyonları kullanılmalıdır.

$$\begin{cases} t = t_1 \text{ anının } \phi(x) = \phi(\bar{x}, t_1) = \phi_1(x) = \phi_1 \\ t = t_2 \text{ anının } \phi(x) = \phi(\bar{x}, t_2) = \phi_2(x) = \phi_2 \end{cases}, \quad (2.13)$$

olsun.

Sonuç olarak;

$$\langle \phi_2 t_2 | \phi_1 t_1 \rangle = N \int_{\mathcal{A}} D\phi \exp \frac{i}{\hbar} \int_1^2 d^4x L(\phi, \partial_\mu \phi), \quad (2.14)$$

yazılabilir.

Matematik avantaj sağlaması için bakılan sistemin dış kaynakla etkileşmesini karakterize eden $\phi(x)j(x)$ terimi Lagrangiana eklenirse, yani dış kaynakların mevcut olduğu durumda sistemin geçiş genliği

$$\langle \phi_2 t_2 | \phi_1 t_1 \rangle = N \int_{\phi_1}^{\phi_2} D\phi \exp \frac{i}{\hbar} \int_1^2 d^4x [L(\phi, \partial_\mu \phi) + \phi(x)j(x)], \quad (2.15)$$

olur. Sistemin Lagrangianın

$$L(\phi, \partial_\mu \phi) = L_0(\phi, \partial_\mu \phi) + L_1(\phi, \partial_\mu \phi), \quad (2.16)$$

şeklinde yazalım.

Burada $L_0(\phi, \partial_\mu \phi)$, ϕ ve $\partial_\mu \phi$ ' ye göre 1. ve 2. dereceden, $L_1(\phi, \partial_\mu \phi)$ ise daha büyük mertebeden terimleri içerir. Bu durumda

$$\begin{aligned} \langle \phi_2 t_2 | \phi_1 t_1 \rangle &= N \int_{\phi_1}^{\phi_2} D\phi \exp \frac{i}{\hbar} \int_1^2 d^4x [L_0(\phi, \partial_\mu \phi) + L_1(\phi, \partial_\mu \phi) + \phi(x)j(x)] = \\ &= \exp \frac{i}{\hbar} \int d^4x L_1 \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta j(x)} \right) N \int_{\phi_1}^{\phi_2} D\phi \exp \frac{i}{\hbar} \int_1^2 d^4x [L_0 + \phi(x)j(x)]; \end{aligned} \quad (2.17)$$

elde edilir.

İlk terimde bulunan $L_1 \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta j(x)} \right)$ ifadesi varyasyonu belirtir. Yüksek mertebeden terim içeren L_1 ' leri diskalifiye eder.

Bilindiği gibi

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} D\phi \exp \frac{i}{\hbar} \int_1^2 d^4x (L_0(\phi, \partial_\mu \phi) + \phi j), \quad (2.18)$$

analitik olarak çözülebilir. Bu çözüm (2.17) de yerine yazılıp burada bulunan L_1 seriyeye açılarak geçiş genliği seri şeklinde bulunabilir.

Bu seri bakılan teori için Feynman Diyagramlarını verir (Veliyev, ders notları).

$t_1 \rightarrow -\infty$ 'da sistem $|0\rangle$
 $t_2 \rightarrow -\infty$ 'da sistem $|0\rangle$ durumunda bulunsun

Sistemin vakumdan vakuma geçiş genliği

$$Z[j] = \langle 0, \infty | 0, -\infty \rangle_j = \exp \frac{i}{\hbar} W[j], \quad (2.19)$$

olur. Burada $Z[j]$ ve $W[j]$ 'ye Green Fonksiyonları için oluşum fonksiyonelleri denir.

Herhangi bir alan için oluşum fonksiyoneli

$$Z[j] = N \int D\phi \exp \frac{i}{\hbar} \int d^4x [L(\phi, \partial_\mu \phi) + \phi(x) j(x)]; \quad (2.20)$$

ile verilir.

2.3 Termal Skaler Alanlar

Minkowski uzayında skaler alan

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - V(\phi), \quad (2.21)$$

Lagrangianıyla ifade edilir.

Bu Lagrangandaki $\phi(x)$: reel alan

m : parçacık kütesini

$V(\varphi)$: potansiyel ifade eder.

Lagrangian ifadesinde bulunan ilk terim serbest yayılan alanı karakterize eder.

(2.21) ifadesinden yola çıkarak Euclide uzayında etki:

$$S_E(\beta) = \int_0^\beta d^4x \left(\frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 + \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 + V(\varphi) \right) \quad (2.22)$$

şeklinde yazılabilir.

Boltzman sabiti $k_B = 1$ kabul edildiği birim sistemi için β sıcaklık değeri T 'nin tersini karakterize eder, yani $\beta = \frac{1}{T}$ 'dir.

Etki ifadesinde bulunan x dört boyutlu uzayda tanımlanmış olup, bileşenlerinden birisi sıcaklıktır. $x = (\tau, \vec{x})$, yani koordinat sıcaklığa bağlıdır.

Burada diferansiyel ve türev ifadeleri tanımlanırsa

$$\begin{cases} \int_0^\beta d^4x = \int_0^\beta d\tau \int d^3x \\ (\partial_\mu \varphi)^2 = (\partial_\tau \varphi)^2 + (\vec{\nabla} \varphi)^2 \end{cases} \quad (2.23)$$

Görüldüğü gibi dört katlı integral ifadesinde üç boyutlu koordinat sistemine göre integrallemenin yanı sıra sıcaklığı da baz alarak bir integral alınır.

Çift katlı türev ifadesinde ise sıcaklığa göre türev almanın yanı sıra üç boyutta gradyent de alınır. Bilindiği gibi $\vec{\nabla}$ operatörü

$$\left(\bar{\nabla} = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \text{ dir.}$$

Etkileşim ifadesi olan $V(\varphi)$ potansiyeli skaler alan teorisinde $\frac{\lambda \varphi^4}{4!}$ formuna uyar.

$V(\varphi)=0$ durumunda genelleştirilmiş harmonik osilatör durumuyla karşılaştırılır.

Bakılan sistemin bir $j(x)$ dış kaynakla etkileştiği göz önünde bulundurulduğu takdirde, sistem için oluşum fonksiyoneli $Z(\beta; j)$ ifadesi (Bellac 1997)

$$Z(\beta; j) = \int D\varphi \exp\left(-S_E(\beta) + \int_0^\beta d^4x j(x)\varphi(x)\right), \quad (2.24)$$

yazılabilir.

2.4 Sonlu sıcaklıkta Skaler Alan Propagatörü (Matsubara Propagatörü)

A^{-1} pozitif simetrik bir matris olmak üzere Gauss olasılık dağılımı:

$$P(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) = \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \varphi_i A_{ij}^{-1} \varphi_j\right), \quad (2.25)$$

yazılabilir.

Burada φ_i ve φ_j sırasıyla satır ve sütun matrisleri ve A_{ij} ise 4×4 şeklinde matristir.

Dolayısıyla P olasılık dağılımı ifadesi

$$P(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) = \exp\left(-\frac{1}{2} \varphi^T A^{-1} \varphi\right), \quad (2.26)$$

şeklinde yazmak mümkündür.

(2.26) ifadesinin açık şekli

$$P(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) = \exp \left[-\frac{1}{2} (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) \begin{pmatrix} A_{11}^{-1} & A_{21}^{-1} & \dots & A_{N1}^{-1} \\ A_{12}^{-1} & A_{22}^{-1} & \dots & A_{N2}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1N}^{-1} & A_{2N}^{-1} & \dots & A_{NN}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_N \end{pmatrix} \right], \quad (2.27)$$

olarak yazılabilir.

Path integral yönteminde de açıklandığı gibi $j(x)$ dış kaynak olmak üzere oluşum fonksiyoneli

$$Z(j_1, \dots, j_N) = \int \prod_{i=1}^N d\varphi_i \exp \left(-\frac{1}{2} \varphi^T A^{-1} \varphi + j^T \varphi \right), \quad (2.28)$$

yazılabilir.

Açıkça anlaşılacağı gibi j^T bir satır matrisi, φ ise sütun matrisi ifade eder. $j^T \varphi$ çarpımından da skaler bir ifade elde edilir.

Fonksiyonel integrallerin hesaplanmasından da bilindiği gibi (Huang)

$$P_0 = \int Du e^{-Q(u)} = \pi^{n/2} \exp \left(\frac{1}{2} (b, A^{-1} b) (\det A)^{-1/2} \right) \text{ dir. Burada}$$

$$Q(u) = \frac{1}{2} (u - u_0, A(u - u_0)) - \frac{1}{2} (b, A^{-1} b)$$

$$u_0 = A^{-1} b$$

şeklinde fonksiyonlardır. $A = (A_{ij})$ simetrik matristir.

$\phi(x)$ bir alan fonksiyonu olmak üzere

$$Q[\phi] = \frac{1}{2}(\phi, A\phi) - (b, a) \text{ ve}$$

$$\int D\phi e^{-Q[\phi]} = N(\det A)^{-1/2} \exp\left(\frac{1}{2}(b, A^{-1}b)\right), \quad (*)$$

$$(b, \phi) = \int b(x)\phi(x)dx$$

olup skaler çarpımdır. Bunları (2.28) denkleminde göz önüne alırsak

$Z(j_1, \dots, j_N)$ oluşum fonksiyoneli

$$Z(j_1, \dots, j_N) = Z_0 \exp\left(\frac{1}{2}j^T A j\right), \quad (2.29)$$

şeklini alır.

Görüldüğü gibi Z_0 (*) ifadesinde bulunan üstel ifadenin başındaki sabit katsayıyı ifade eder. Üstel ifadenin iç kısmında bulunan $j^T A j$ satır ve sütun matrislerinin çarpımı ise bir sayı ifade eder ve oluşum fonksiyoneli bizi üstel bir ifadeye götürür.

(2.29) ifadesinden serbest alan için oluşum fonksiyoneli ($V = 0$) durumu için

$$Z_F(\beta, j) = \int D\phi \exp\left[-d\tau \int d^3\vec{x} \left(\phi(x) \frac{1}{2} \left[-\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \nabla^2 + m^2 \right] \phi(x) - j(x)\phi(x) \right)\right], \quad (2.30)$$

yazılabilir.

Burada $\phi(x)$ üzerinden integral alındığında oluşum fonksiyoneli

$$Z_F(\beta; j) = Z_F(\beta) \exp\left(\frac{1}{2} \int_0^\beta d^4x d^4y j(x) D_F(x-y) j(y)\right)$$

$D_F(x-y)$ ifadesi serbest alan için propagatörün tersini karakterize eder.

Propagatörün tersi olan

$\left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \bar{\nabla}^2 + m^2\right)$ ifadesi Fourier uzayında ifade edilecek:

$$\begin{aligned} \left[-\frac{\partial^2}{\partial \tau} - \bar{\nabla}^2 - m^2\right]^{-1} f(x) &= \left[-\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \bar{\nabla}^2 + m^2\right] \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \tilde{f}(k) e^{-ikx} = \\ &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left(\left(\frac{2\pi m}{\beta}\right)^2 + k^2 + m^2\right)^{-1} \tilde{f}(k) e^{-ikx} \end{aligned}$$

Buradan Fourier uzayında

$$(\omega_n^2 + \omega_k^2) D_F(i\omega_n, k) = 1, \quad (2.31)$$

yazılabilir.

(2.31) eşitliğinden Matsubara Propagatörü olarak da ifade edilen serbest alan için propagatör elde edilir. Buna göre serbest alan için oluşum propagatörü Fourier uzayında k momentumu ifade etmek üzere (Bellac 1997)

$$D_E(i\omega_n, k) = \frac{1}{\omega_n^2 + k^2 + m^2} = \frac{1}{\omega_n^2 + \omega_k^2}, \quad (2.32)$$

olarak yazılabilir.

Burada

$$\omega_n = \frac{2\pi m}{\beta}, \quad \omega_k = (k^2 + m^2)^{1/2}, \text{ dir.}$$

BÖLÜM 3

QCD LAGRANGIANI ve AYAR DÖNÜŞÜMLERİ

3.1 QCD Lagrangianı ve Non-Abelian Ayar Dönüşümleri

QCD aşağıdaki Lagrangianla karakterize olunur (Ramond, Huang):

$$L = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}^a)^2 - i\bar{\psi}\gamma_\mu\left(\partial_\mu - ig\frac{\lambda^a}{2}A_\mu^a\right)\psi - m\bar{\psi}\psi, \quad (3.1)$$

Burada

$\mu, \nu : \overline{1,4}$ (Lorentz indisleri)

$a : \overline{1,8}$ (Renk indisleri)

$\lambda^a : 3 \times 3$ şeklinde Gell-Mann Matrisleri

$g : Güçlü etkileşim sabiti$

$m : Kuark kütlesi$

$\psi(x) : Kuark alanı$

$\bar{\psi}(x) : Anti-Kuark alanı$

$\gamma_\mu : Dirac Matrisleri olup $\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}$, bağıntısını sağlarlar.$

$A_\mu^a : Gluon alanını karakterize eder. (Yang-Mills alanı)$

$F_{\mu\nu}^a : Yang-Mills alanının anti-simetrik şiddet tensörü$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + igf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c$$

$f^{abc} : SU(3)$ gurubunun anti-simetrik yapı sabiti

(3.1) Lagrangianında da görüldüğü gibi Lagrangian ifadesinde bulunan ilk terim, $(F_{\mu\nu}^a)^2$, gluon alanının ifadesidir. İkinci terim olan $i\bar{\psi}\gamma_\mu\left(\partial_\mu - ig\frac{\lambda^a}{2}A_\mu^a\right)\psi$ teoremi kuark,-antikuark alanlarını ve etkileşmesini karakterize eden bir terimdir (Veliyev, ders notları). Son terim olan $\bar{\psi}\psi$ ifadesinin başında bulunan katsayı ise kuarkların kütesinin bir ifadesidir.

Burada yeri gelmişken Kuantum Elektrodinamiği (QED) Lagrangianından da biraz bahsedilecek olursa;

QED Lagrangianı:

$$L = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + i\bar{\psi}\gamma_\mu(\partial_\mu - ieA_\mu)\psi - m\bar{\psi}\psi, \quad (3.2)$$

ile ifade edilir.

Burada

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\nu - \frac{\partial}{\partial x_\nu} A_\mu$$

elektromanyetik alanın anti simetrik şiddet tensörüdür.

$\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$ (Lorentz indisleri)

$A_\mu(x)$: Elektromanyetik alanın dört boyutlu vektör potansiyelidir. Foton alanını karakterize eder.

$\psi(x)$ ve $\bar{\psi}(x)$ ise sırasıyla elektron ve pozitron alanının bir ifadesidir.

γ_μ ise yukarıda da söylendiği gibi 4x4 şeklindeki Dirac matrisleridir.

Lagrangian ifadesindeki terimlerin anlamlarına gelince: İlk terim olan $(F_{\mu\nu})^2$ terimi serbest yayılan elektromanyetik alanı, ikinci terim $\bar{\psi}\gamma_\mu(\partial_\mu - ieA_\mu)\psi$, elektron ve pozitron alanlarının etkileşimini, $\bar{\psi}\psi$ teriminin başında bulunan katsayı ise elektronların (veya pozitronların) kütlesine karşılık gelir.

QED Lagrangianı

$$\begin{cases} \psi'(x) = e^{i\alpha(x)}\psi(x) \\ A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x) \end{cases}, \quad (3.3)$$

şeklindeki yerel ayar dönüşümlerine göre invarianttır. Yani $\psi(x)$ ve $\psi'(x)$ ile $A_\mu(x)$ ve $A'_\mu(x)$ aynı fiziksel durumların ifadesidir.

Görüldüğü gibi Yang-Mills alanının anti-simetrik şiddet tensörü $F_{\mu\nu}^a$, QED' deki elektromanyetik alanın anti-simetrik şiddet tensöründen $gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c$ terimiyle farklıdır. Bu farktan dolayı QCD' de confinement ve asimtotik özgürlük olayları ortaya çıkmaktadır. Yani QCD' de gluonlarda kendi aralarında bir etkileşime girmektedir.

(3.1) Lagrangianı aşağıdaki ayar non-abelian ayar dönüşümlerine göre invarianttır.

$$\begin{cases} \psi'(x) = u(x)\psi(x) \\ A'_\mu(x) = u(x)A_\mu u^{-1}(x) - \frac{i}{g}u(x)\partial_\mu u^{-1}(x) \\ u(x) = e^{-i\omega(x)} \\ \omega(x) = \omega^a(x)L^a, \quad L^a : \text{Lee cebri jeneratorleri} \\ [L^a, L^b] = if^{abc}L^c \end{cases}, \quad (3.4)$$

3.2 Termal QCD

Yüksek enerji fiziğindeki son gelişmeler çok sayıda kuarklar ve gluonlardan oluşmuş sistemlerin incelenmesini gerektirir (Kaputsa 1979, Kalashnikov 1984). Kuark ve gluonlardan oluşmuş sistemlerin termodinamik özelliklerini inceleyen teoriye Termal Kuantum Kromodinamiği (Termal QCD) denir. Hadronik maddenin sıcaklığı dolayısıyla enerji yoğunluğu gittikçe arttırılırsa, kuark ve gluonlar serbest hale geçerek, maddenin yeni hali olarak kabul edilen kuark-gluon plazmayı oluştururlar. Kuark-gluon plazma fazında kuarklar ve gluonlar herhangi bir hadrona ait olmayıp kuark-gluon plazmanın tüm hacmi boyunca serbestçe hareket etme olanağı bulurlar (Veliyev, Yılmazkaya 2003). Elektrik yüklü parçacıklardan oluşan plazmanın toplam elektrik yükü sıfır olduğu gibi, renk yüklü kuark ve gluonlardan oluşan plazmanın da toplam renk yükü sıfır olur. Termal QCD'ye göre kuark gluon plazmada proton ve nötronlar kimliklerini kaybederler ve hadron maddesi normal nükleer maddeden farklı olarak kuark ve gluonların etkileşimde bulunduğu bir karışıma dönüşür. Bu kritik sıcaklığın 150MeV civarında olduğu tahmin ediliyor.

Kuark-gluon plazmanın termodinamik özelliklerini elde etmek için kimyasal ve termal denge durumunda bölüşüm fonksiyonu (Toimela 1984)

$$Z = Tr \exp \left[- (\hat{H} - \mu \hat{N}) / T \right] , \quad (3.5)$$

şeklinde yazılır.

Burada bulunan μ kimyasal potansiyeli, \hat{H} ve \hat{N} sırasıyla Hamiltonyen ve parçacık sayı operatörü T ise sıcaklığı karakterize etmektedir. (3.5) ifadesinde iz almakla elde edilebilecek tüm fiziksel durumların toplamı alınmıştır.

Termodinamik potansiyel ifadesi olan Ω , Z 'ye

$$\Omega = -T \ln Z \text{ şeklinde bağlıdır.}$$

Bakılan sistem için enerji ve parçacık yoğunluğu

$$\varepsilon = \left(\frac{T^2}{V} \right) \frac{\partial}{\partial T} Z + \mu n , \quad (3.6)$$

$$n = \left(\frac{T}{V} \right) \frac{\partial}{\partial \mu} Z , \quad (3.7)$$

şeklinde yazılabilir.

Sistemde serbest parçacık ve anti parçacıklar için $\ell n Z$ ifadesi yazılacak olursa

$$\begin{aligned} \ell n Z = & \frac{gV}{6\pi^2 T} \int \frac{dk k^4}{(k^2 + m^2)^{1/2}} \left(\exp \left(\left[(k^2 + m^2)^{1/2} - \mu \right] / T \right) + \eta' \right)^{-1} + \\ & + \left(\exp \left(\left[(k^2 + m^2)^{1/2} + \mu \right] / T \right) + \eta' \right)^{-1} \end{aligned} , \quad (3.8)$$

olur. Burada bulunan g sistemin dejenerasyon sabitidir. η' değeri ise fermiyonlar için +1 değerini, bozonlar için -1 değerini alan bir sabittir.

Sistem için diğer termodinamik değişkenler Z' ye bağlı şekilde ifade edilecek olursa, basınç ifadesi

$$P = \left(\frac{\partial}{\partial V} (T \ell n Z) \right)_{T, \mu} = \frac{-\Omega}{V} \quad (3.9)$$

Entropi yoğunluğu

$$S = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial (T \ell n Z)}{\partial V} \right)_{T, \mu} , \text{ olur.} \quad (3.10)$$

Bu hesaplamaların kuark-gluon plazma durumu için yapılmasının sebebi, kuark-gluonlar serbest halde bulunuyor olmasıdır. Farz edelim ki kuark yapıtaşları gluonlar,

diğer kuarklar v.s tarafından sıkı bir şekilde kuşatılmış olsun. Bu durumda sisteme vakum bölüşüm fonksiyonuyla uyumlu yeni bir bölüşüm terim eklemek gerekirdi.

Bu durum bizi kuark-gluon plazma için bölüşüm fonksiyonuna götürür.

$$(T\ell nZ)_{KGP} = \left[\frac{37}{90} \pi^2 T^4 + \mu_q^2 T^2 + \left(\frac{1}{2\pi^2} \right) \mu_q^4 \right] V - BV$$

Böylece kuark gluon-plazma için ε ve P eşitlikleri

$$\varepsilon = \frac{37}{90} \pi^2 T^4 + 3\mu_q^2 T^2 + \left(\frac{3}{2\pi^2} \right) \mu_q^4 + B \quad (3.11a)$$

$$P = \frac{37}{90} \pi^2 T^4 + \pi_q^2 T^2 + \left(\frac{1}{2\pi^2} \right) \mu_q^4 - B \quad (3.11b)$$

şeklinde yazılabilir.

Bu eşitliklerde bulunan μ_q terimi kuark-gluon plazmada kimyasal potansiyeli B ise Bag-Model için Bag sabitini karakterize eder.

Bunlara benzer olarak serbest hadron gazı için de eşitlikler yazılabilir. Faz diyagramları termodinamik denge durumunda Gibbs kriterleri kullanılarak elde edilebilir. Böylece mekanik, termal ve kimyasal denge koşulları

$$P_Q = P_H, \quad T_Q = T_H, \quad \mu_Q = \mu_H, \quad (3.12)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada bulunan H alt indisi hadronik fazı, Q alt indisi kuark fazını karakterize eder.

3.3 Kuark Gluon Plazma Sinyalleri

Ultrarölativistik ağır iyon çarpışmalarında en önemli problem kuark-gluon plazma fazı için delil aramaktır. Böylece merkezi çarpışmalarda sistemin sıcaklığı, enerjisi ve entropisi incelenecektir.

Kuark-gluon plazması sinyali gözlemleyebilmek için en uygun yol nükleon-nükleon çarpışması verilerini, kuark-gluon fazı öngörüsüyle karşılaştırmaktır.

İsviçre'deki Avrupa Parçacık Fiziği laboratuvarı (CERN) ve ABD New York'ta bulunan Brookhaven Ulusal Laboratuvarlarında (BNL) ağır iyonlar yaklaşık ışık hızında çarpıştırılarak kuark-gluon plazma gözlemlenmeye çalışılıyor. İlk olarak 1986 yılında CERN ve BNL' de Termal QCD kuramı üzerine deneysel çalışmalar yapılmaya başlandı. BNL deneyleri nükleon başına 15 GeV enerji düzeyinde silikon demetleriyle başladı ve ağır hedefler üzerine altın demetlerinin gönderildiği deneylerle devam etti. CERN'de ilk olarak oksijen iyonları 60 GeV/nükleon, daha sonra kükürt iyonları 200 GeV/nükleon enerjisine kadar hızlandırıldı. Bu deneyleri 1994 yılında kurşun iyonlarının (160 GeV/nükleon) kullanıldığı yeni bir program izledi. Yapılan deneylerde kuark-gluon plazmanın oluştuğuna dair güçlü ipuçları gözlemlendi (Veliyev, Yilmazkaya 2003).

2000 yılında BNL'de kurulan Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısında (RHIC) altın çekirdekleri yaklaşık ışık hızında çarpıştırılarak Büyük Patlamaya benzer 500 MeV sıcaklığında bir ortam oluşturulmaya çalışıldı.

Deneylerden elde edilen sonuçlar oldukça umut verici. Bu deneylerden elde edilen aşağıdaki sonuçlar ışığında kuark-gluon plazma sinyali elde edildiğine inanılıyor

a) s kuark sayısındaki artış kuarkları içeren s ve \bar{s} hadronlara garip parçacıklar denir. Rölativistik ağır iyon çarpışmalarında oluşan garip parçacıkların sayısındaki artış kuark-gluon plazma sinyali olabileceği öne sürülüyor. Deneylerde çarpıştırılan

iyonlar s değil u ve d kuarklar içerir. Kuark-gluon plazmasındaki s kuark da iki gluon çarpışmasıyla yada kuark-anti kuark çarpışmasıyla oluşur.

$$gg \rightarrow s\bar{s} \text{ veya } q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}$$

Ağır iyon çarpışmalarında en çarpıcı gözlemlerden biri saptanan s hadronlardan görülen göreceli fazlalıktır. CERN’de nükleon başına 160GeV enerjili kurşun iyonlarının çarpıştırıldığı deneylerde s parçacıklarının ve \bar{s} parçacıklarının sayısında fazlalık gözlenmiş bulunuyor. Bu deneysel veriler 2001 yılında RHIC’te yapılan STAR deneyinde Λ ve $\bar{\Lambda}$ parçacıklarında artış gözlemlenerek desteklenmiş durumda. Yapılan deneylerde garip mezon ve anti-baryonların sayısının oldukça arttığı görülüyor. Örneğin $\Omega = sss$ ve $\bar{\Omega} = \bar{s}\bar{s}\bar{s}$ sayısında 15 kat gibi çok büyük bir artış söz konusudur.

b) J/ψ parçacıklarının sayısında azalma: Bu parçacıkları c ve \bar{c} kuarktan oluşmuşlardır ($J/\psi = c\bar{c}$) Ağır iyon çarpışmalarında belirli enerjilerinde J/ψ parçacıklarının sayısındaki azalma kuark-gluon plazma sinyali olabileceği öne sürülmüştür. Kuark-gluon plazmada c ve \bar{c} kuarklar $q + \bar{q} \rightarrow c + \bar{c}$ ve $g + g \rightarrow c + \bar{c}$ süreçleriyle oluşmaktadır.

Elektrik yüklü parçacıklardan oluşan plazmadaki Debye perdelenmesine benzer olarak kuark-gluon plazmadaki renk yükü perdelenmesi nedeniyle J/ψ parçacıklarının sayısında azalma olacağı düşünülüyor. Gerçekten de CERN’de yapılan sülfür uranyum çarpışmalarında J/ψ ’nin uyarılmış durumu olan ψ' parçacıklarının, kurşun-kurşun çarpışmalarındaysa J/ψ parçacıklarının sayısında azalma görülmüştür.

c) Lepton çiftleri sayısındaki artış: Ağır iyon çarpışmalarında oluşan yoğun maddenin özelliklerini incelememize olanak sağlayan bir diğer sinyal de lepton çiftleridir. (e^+e^- ve $\mu^+\mu^-$ ve $\tau^+\tau^-$). Leptonlar çevreleriyle yalnızca elektrozayıf etkileşmeye girdiklerinden ve oluşur oluşmaz güçlü etkileşim bölgelerini terk

etiklerinden, kuark-gluon plazma hakkında hadronlardan çok daha fazla bilgi verebilirler.

Lepton çiftleri kuark-gluon plazmada kuark ve anti kuarkların çarpışması esnasında ($q\bar{q} \rightarrow e^+e^-$ yada $\mu^+\mu^-$) karışık fazda mezonların (örneğin ρ -mezon, ω -mezon, ϕ -mezon) bozunum sonucunda oluşuyorlar.

1996 yılında CERN' de kükürt ve uranyum çekirdeklerinin 200GeV enerjide çarpıştırıldığı deneylerde 0,2 – 0,6 GeV/c² kütle bölgesinde kuark-gluon plazmanın varlığına işaret eden elektron çifti fazlalığına rastlanmış bulunuyor. Ayrıca nükleon başına 200 GeV enerjili merkezi kükürt ve wolfram çarpışma deneyinde ise 1-3 GeV/c² kütle bölgesinde müon çifti fazlalığı gözlenmiş durumda.

d) Büyük enine momentumlu fotonlar: Kuark-gluon plazmada fotonlar kuark ve gluonların saçılması ($qg \rightarrow q\gamma$), kuark ve anti kuarkların yok oluşu $q\bar{q} \rightarrow g\gamma, q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma$ ve uyarılmış kuarkların ışımaya yapmasıyla ($q \rightarrow q\gamma$) ortaya çıkabilirler. Fotonlar sadece elektromanyetik olarak etkileştiklerinden, herhangi bir nükleer çarpışmada oluşan sıcak madde bölgesinin boyutları, fotonların ortalama serbest yolundan (fotonların etkileşme yapmaksızın alabileceği yol) daha küçüktür. Bu nedenle, plazma içerisinde oluşan yüksek enerjili fotonlar etkileşme yapmaksızın, KGP ortamını terk eder. Bu onları ideal bir test parçacığı yapar.

Kuark-gluon plazmanın soğuması sonucunda ortaya çıkan hadron fazında da hadronların pek çoğu elektrik yüküne sahip olduğundan, foton üretimi devam edecektir. Böylece hadron fazında oluşan fotonların büyük bir arka alan oluşturması sebebiyle, saptanan fotonların kuark-gluon plazmadan kaynaklanan bir durum olup olmadığını ayırt etmek oldukça zordur. Cern' de 158 GeV enerjili kurşun iyonlarının kullanıldığı deneylerde yüksek enerjili fotonların sayısında ve enine momentumu $k_T > 1,5$ GeV/c olan foton sayısında artış gözlenmiş bulunuyor. Bu artışların kuark-gluon plazma sinyali olabileceği düşünülüyor.

Kuark-gluon plazma oluşmadığını varsayarsak, yalnız hadronlar arasındaki etkileşmeyi göz önünde bulundurarak oluşturulan modeller, deneysel verileri açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Diğer taraftan deneysel veriler, kuark-gluon plazma için öngörülen sinyalleri desteklemektedir. Bu yıl içerisinde (2003) CERN’ de indiyum ve kurşun iyonlarının kullanıldığı yeni bir programa başlanacak. Ayrıca 2005 yılında faaliyete geçirilmesi planlanan Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC) inşa ediliyor (CERN’ de).

LHC’ de kurşun iyonları yaklaşık nükleon başına 5,4 TeV’ lik (RHIC’ in yaklaşık 30 katı) kütle merkezi enerjilerinde çarpıştırılacak. Çarpışan iyonların başlangıç enerjileri ne kadar büyük olursa, plazma ömrü de o kadar uzun olacak ve plazmanın ışımmasının direk gözlenmesi mümkün olacaktır.

LHC de kurşun-kurşun çarpışmalarında ulaşılabilecek sıcaklığın, yaklaşık 1000 MeV olacağı tahmin ediliyor. Gelecekte Brookhaven’ daki ve CERN’ deki yeni LHC hızlandırıcılarında yapılacak olan deneylerle pek çok bilgi gün ışığına çıkacaktır.

Bu güne kadar yapılan deneyler kuark-gluon plazmanın varlığına işaret etmekle birlikte, kesin kanıt olarak kabul edilemez. Çünkü deneysel veriler ilk çarpışma ve son gözlemler arasında ortaya çıkan pek çok farklı katkılar içermektedir. Ancak yakın gelecekte yapılacak olan deneylerde kuark-gluon plazmanın varlığına kesin kanıt oluşturacak sinyallerin gözlenmesi beklenmektedir.

BÖLÜM 4

KUARK GLUON PLAZMADA UYARILMALAR

Termal QCD' de sıcaklık Green Fonksiyonları yöntemi geniş bir şekilde kullanılmaktadır. Green Fonksiyonları renormalize Schwinger-Dyson eşitlikleri yardımıyla bulunur. Sonlu sıcaklık ve yoğunlukta renormalizasyon terimleri kuantum alan teorisine benzer şekilde elde edilir. Sıcaklığa bağlı Green Fonksiyonlarına tek ilmekli yaklaşımda rölativistik ve axial ayar dönüşümleri kullanılarak ulaşılır.

Birbirinden ayar dönüşümüyle elde edilen $A_\mu(x)$, $A'_\mu(x)$, ... fonksiyonları, fonksiyonlar uzayında farklı noktalarla gösterilse bu fonksiyonlar bir eğri oluşturur. Bu eğriye ayar grubunun orbitası denir. Bu durumda fonksiyonel integral üzerinde her eğri üzerindeki bir noktayı göz önüne almak yeterlidir. Bu nedenle fonksiyonlar uzayında $F(A)=0$ şeklinde bir yüzey alınır. Bu alınan $F(A)=0$ koşuluna ayar koşulu denir.

$$\partial_\mu A_\mu^a = 0 \quad , \quad \mu = 1,2,3,4 \quad (\text{Lorentz ayar koşulu})$$

$$\partial_k A_k^a = 0 \quad , \quad k = 1,2,3 \quad (\text{Coulomb ayar koşulu})$$

$$n_\mu A_\mu^a = 0 \quad \text{axial ayar koşulu şeklindedir. (Veliev, Karnaukov, Fainberg 1989)}$$

Burada bulunan n_μ , 4 boyutlu sabit vektördür.

Diğer bir deyimle ayar koşuluyla fiziksel olmayan serbestlik dereceleri ortadan kaldırılır.

4.1 Termal Alan Teorilerinde Feynman Kuralları

j bakılan bir sistem için dış kaynak olmak üzere, sistem için oluşum fonksiyoneli

$$Z(B, j) = N \exp \left(- \int d^4x V \left(\frac{\delta}{\delta(j(x))} \right) \exp \left(\frac{1}{2} \int d^4x d^4y j(x) \Delta_F(x-y) j(y) \right) \right) \quad (4.1)$$

şeklinde yazılabilir.

(4.1) eşitliğine bakıldığında integral altı ifade de bulunan $V \left(\frac{\delta}{\delta(j(x))} \right)$ terimi varyasyonu belirtir ve yüksek mertebeden terimleri diskalifiye eder. Ayrıca $T = 0$ durumunu içermektedir. Bu eşitlik aynı zamanda $T = 0$ 'da Feynman Kurallarının çıkarılması için ideal bir denklemdir. Denkleminde bulunan $\Delta_F(x-y)$ propagatörü $T \neq 0$ durumuna geçirildiğinde Matsubara Propagatörüne dönüşür. x uzayında $T = 0$ sıcaklığında Feynman Kuralları, termal Matsubara propagatörünün bulunması için önemlidir.

Feynman Kuralları (Bellac 1997):

1. Tüm diyagramlar çizilir.
2. Diyagramdaki her bir çizgiye $\Delta_F(i\omega_n, k)$ faktörü uygulanır.
3. Her tepe fonksiyonu noktasına $-\lambda\beta\delta \left(\sum_{i=1}^4 \omega_i \right) (2\pi)^3 \delta^{(3)} \left(\sum_{i=1}^4 k_i \right)$ faktörü uygulanır.

Burada bulunan k Fourier uzayındaki momentumdur.

$$k_0 = 2\pi niT \quad (\text{bozon ve ghost parçacıkları için}) \quad (4.2)$$

$$k_0 = (2n + 1)\pi i T + \mu \quad (\text{Fermiyonlar için}) \text{ değerlerini alır.}$$

1. Tüm yollar üzerinden $T \sum_n \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}$ integrali hesaplanır.

2. Simetri faktörüyle çarpılır.

3. Tüm faktörler $\beta(2\pi)^3 \delta^{(3)}(0) = \beta V$ olacaktır.

Şeklinde özetlenebilir.

Feynman kurallarının açık haline bakılacak olursa;

Üçlü gluon tepe fonksiyonu için :

$$V_{\mu\nu\rho}^{abc}(p, q, r) = gf^{abc} (2\pi)^{2\omega} \delta^{2\omega}(p+q+r) \times \\ \times [g_{\mu\nu}(p-q)_\rho + g_{\nu\rho}(q-r)_\mu + g_{\rho\mu}(r-p)_\nu], \quad (4.3)$$

Burada g bildiğimiz gibi güçlü etkileşim sabiti, f^{abc} Lee cebri genaratörleridir.

Dörtlü gluon tepe fonksiyonu için

$$W_{\mu\nu\sigma\rho}^{abcd}(p, q, r, s) = -ig^2 (2\pi)^{2\omega} \delta^{2\omega}(p+q+r+s) \times \\ \times [f^{eba} f^{ecd} (g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho}) + \\ + f^{eac} f^{edb} (g_{\mu\sigma} g_{\rho\nu} - g_{\mu\nu} g_{\rho\sigma}) + \\ + f^{ead} f^{ebc} (g_{\mu\nu} g_{\sigma\rho} - g_{\mu\sigma} g_{\rho\nu})], \quad (4.4)$$

Ghost-ghost-gluon tepe fonksiyonu için:

$$U_\mu^{abc}(p, k, q) = -igf^{abc} p_\mu (2\pi)^{2\omega} \delta^{2\omega}(k+p-q) \quad (4.5)$$

şeklinde yazılabilir.

Feynman kurallarında da belirtildiği gibi tüm yol üzerinden

$T \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3}$ integrali ve toplamı hesaplanır.

Yani Path integral kuantumlanmasından bildiğimiz dört katlı integral termal alan teorilerinde

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \rightarrow iT \sum_{k_0} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \text{ şeklinde üç katlı integral haline ve birde } k_0$$

üzerinden toplam şekline dönüşür.

(4.1) geçişine geri döndüğümüzde bu eşitlik üzerindeki toplam hesaplamamızın en uygun yolu onu kontur integral haline dönüştürmektir (Toimela 1984). Bu metoda

göre bozonlar için $g_+(z) = \left(\frac{\beta}{2}\right) \coth\left(\frac{\beta z}{2}\right)$ terimi çarpan olarak ilave edilir. Bu terim

aynı zamanda $z = 2\pi i n T$ noktasında kutup noktasına sahiptir. Aynı şekilde

fermionlar için $z = (2n + 1)\pi i T + \mu$ noktasında kutba sahip $g_-(z) = \frac{\beta}{2} \tanh\left[\frac{(z - \mu)}{2}\right]$

ilave terimi çarpan olarak gelir. Bu nedenle Matsubara frekansları üzerinden toplam sanal eksen civarında kontur integralle ifade edilir.

$f(z)$ fonksiyonu sonsuz limitinde ($z \rightarrow \infty$) ihmal edilebilen bir fonksiyon olsun.

Eğer $f(z)$ fonksiyonu imajiner eksen üzerinde hiçbir tekil noktaya sahip değilse eşitlik ifadesi

$$T \sum_n f(2n\pi i T) = \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{dk_0}{2\pi i} f(k_0) + \int_{-i\infty+\epsilon}^{i\infty+\epsilon} \frac{f(k_0) + f(-k_0)}{e^{\beta k_0} - 1} \frac{dk_0}{2\pi i} \quad (4.6)$$

şeklinde olacaktır.

Eğer $f(z)$ fonksiyonu $z = \omega_a$ kompleks değerlerde değerinde basit kutba sahipse

(4.6) eşitliği

$$\begin{aligned}
T \sum_n f(2n\pi iT) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_o}{2\pi i} f(k_o) - \sum_{\text{Re } \omega_a > 0} \frac{1}{e^{\omega_a/T} - 1} \text{Res } f(k_o) + \\
&+ \sum_{\text{Re } \omega_a < 0} \frac{1}{e^{-\omega_a/T} - 1} \text{Res } f(k_o)
\end{aligned} \tag{4.7}$$

şeklinde olur.

Fermiyonlar içinde benzer yaklaşımı kullanılabilir:

$$\begin{aligned}
T \sum_n f((2n+1)\pi iT + \mu) &= \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{dp_o}{2\pi i} f(p_o) + \oint_c \frac{dp_o}{2\pi i} f(p_o) - \\
&- \int_{-i\infty+\mu+\varepsilon}^{i\infty+\mu+\varepsilon} \frac{dp_o}{2\pi i} \frac{f(p_o)}{e^{(p_o-\mu)T} + 1} - \int_{-i\infty+\mu-\varepsilon}^{i\infty+\mu-\varepsilon} \frac{dp_o}{2\pi i} \frac{f(p_o)}{e^{(p_o-\mu)T} + 1}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

(4.8) eşitliği fermiyonların herhangi bir tekil noktaya sahip olmadığı durum için yazılmış bir eşitlik. Bu eşitlikte bulunan son iki terim $\mu = 0$ durumlarında ihmal edilebilir.

Diğer taraftan basit kutuplara sahip olduğu durumlarda

$$\begin{aligned}
T \sum_n f((2n+1)\pi iT + \mu) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_o}{2\pi i} f(p_o) + \\
&+ \sum_{\text{Re } \omega_a > 0} \frac{1}{\left(\exp\left(\frac{\omega_a - \mu}{T}\right) \right) - 1} \text{Res } f(p_o) - \\
&- \sum_{\text{Re } \omega_a < 0} \frac{1}{\left(\exp\left(\frac{-\omega_a + \mu}{T}\right) \right) - 1} \text{Res } f(p_o) ,
\end{aligned} \tag{4.9}$$

olur.

4.2 Fermi Uyarılmaları

$\Sigma(p)$ tek ilmekli yaklaşımda serbest kuark kütle tensörü olmak üzere kuark-gluon plazmada yüksek sıcaklıkta

$$\Sigma = - \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} D_{\alpha\beta}(q) \gamma_\beta G(k) \Gamma_\alpha(k, p, p-k)$$

diyagramını inceleyelim. Feynman kurallarına göre

$$\Sigma(p) = \frac{N^2 - 1}{2N} \frac{g^2}{\beta} \sum_{k_4} \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} D_{\alpha\beta}(q) \gamma_\beta G(k) \Gamma_\alpha(k, p, p-k) \quad (4.10)$$

yazabiliriz (Kalashnikov 1984, Veliev 2000). Yukarıdaki ifade Bilindiği gibi SU(N) grubu için yazılmış olup, ileride $N=3$ durumunu göz önüne alacağız. Ayrıca (4.10) denkleminde de görüldüğü gibi dört katlı integral ifadesi üç katlı integral şeklinde ve k_4 'e göre de toplam içermektedir. Burada $G(k)$ kuark propagatörünün ifadesidir. $D_{\alpha\beta}$ gluon propagatörü, Γ_α tepe fonksiyonudur. Toplam ifadesinde bulunan k_4 fermiyonlar için $k_4 = (2n+1)\pi T$ değerlerini alır ki burada n tam sayıdır. g ise güçlü etkileşim sabiti, k, p, q ise Fourier uzayında momentum vektörleridir. γ_μ 'ler ise 4x4 Dirac Matrisleridir.

(4.10) eşitliğinde gluon propagatörü ifadesi $D_{\alpha\beta}(q) = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{q^2}$ ve kuark propagatörü

ifadesi $G(p) = \frac{-i\hat{p} + m}{p^2 + m^2}$ eşitlikleri yerine yazılırsa:

$$\begin{aligned}\Sigma(p) &= \frac{8}{6} \frac{g^2}{\beta} \sum_{k_4} \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{\delta_{\alpha\beta}}{q^2} \gamma_\beta \frac{-i\vec{k}}{k^2} \gamma_\alpha = \\ &= \frac{-4ig^2}{3\beta} \sum_{k_4} \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{\gamma_\alpha \hat{k} \gamma_\alpha}{q^2 k^2}\end{aligned}$$

elde edilir.

Burada

$$\begin{aligned}\gamma_\alpha \hat{k} \gamma_\alpha &= \gamma_\alpha (\gamma_\mu k_\mu) \gamma_\alpha = k_\mu (2\delta_{\alpha\mu} - \gamma_\mu \gamma_\alpha) \gamma_\alpha = \\ &= 2k_\mu \gamma_\mu - 4k_\mu \gamma_\mu = -2k_\mu \gamma_\mu\end{aligned}$$

özdeşliği yerine yazılırsa

$$\Sigma(p) = \frac{8ig^2}{3\beta} \sum_{k_4} \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{k_\mu \gamma_\mu}{(p-k)^2 k^2}, \text{ olur.} \quad (4.11)$$

(4.11) eşitliğinde k' dan $-k'$ ya geçildiğinde ($k = -k$)

$$\Sigma(p) = \frac{-8ig^2}{3\beta} \sum_{k_4} \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{k_\mu \gamma_\mu}{(p+k)^2 k^2}, \text{ olur.} \quad (4.12)$$

(4.12) eşitliğinde toplam ifadesi hesaplanırsa:

Bilindiği gibi

$$k_4 = (2n+1)\pi T \text{ idi}$$

Burada

$$\lambda^2 = (\vec{p} + \vec{k})^2 \quad ; \quad \lambda = |\vec{p} + \vec{k}| \text{ da göz önüne alınırsa}$$

$$\begin{aligned}\sum_{k_4} \frac{1}{(p+k)^2 k^2} &= \sum_{k_4} \frac{1}{(\vec{p} + \vec{k})^2 + (p_4 + k_4)^2} \frac{1}{k_4^2 + \vec{k}^2} = \\ &= \sum_{k_4} \frac{1}{k_4^2 + \vec{k}^2} \frac{1}{(k_4 + p_4)^2 + \lambda^2}\end{aligned}$$

bulunur. Toplam ifadesinin altındaki çarpan basit kesirlere ayrıldığında

$$\frac{1}{k_4^2 + \bar{k}^2} \frac{1}{(k_4 + p_4)^2 + \lambda^2} = \frac{Ak_4 + B}{k_4^2 + \bar{k}^2} + \frac{Ck_4 + D}{(k_4 + p_4)^2 + \lambda^2}, \text{ olur} \quad (4.13)$$

Burada

$$\left\{ \begin{array}{l} A = -\frac{2p_4}{\alpha^2 + 4p_4^2\bar{k}^2}, \quad C = -A \\ B = \frac{\alpha}{\alpha^2 + 4p_4^2\bar{k}^2}, \quad D = \frac{4p_4^2 - \alpha}{\alpha^2 + 4p_4^2\bar{k}^2} \text{ dir.} \\ \alpha = p_4^2 + 2\bar{p}\cdot\bar{k} + \bar{p}^2 \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Gerçekten de

$$\lambda^2 + (k_4 + p_4)^2 = \bar{p}^2 + \bar{k}^2 + 2\bar{p}\cdot\bar{k} + k_4^2 + p_4^2 + 2k_4p_4 = \alpha + k^2 + 2k_4p_4$$

olduğu görülür.

Ayrıca A,B,C ve D katsayıları hesaplanırsa:

$$\begin{aligned}
\frac{Ak_4+B}{k_4^2+\bar{k}^2} + \frac{Ck_4+D}{(k_4+p_4)^2+\lambda^2} &= \frac{1}{k_4^2+\bar{k}^2} \frac{\alpha-2p_4k_4}{\alpha^2+4p_4^2\bar{k}^2} + \frac{2p_4k_4+4p_4^2-\alpha}{(k_4+p_4)^2+\lambda^2} \frac{1}{\alpha^2+4p_4^2\bar{k}^2} = \\
&= \frac{1}{\alpha^2+4p_4^2\bar{k}^2} \frac{1}{k_4^2+\bar{k}^2} \frac{1}{(k_4+p_4)^2+\lambda^2} \left\{ (\alpha-2p_4k_4)\left((k_4+p_4)^2+\lambda^2\right) + (2p_4k_4+4p_4^2-\alpha)(k_4^2+\bar{k}^2) \right\} = \\
&= \frac{1}{\alpha^2+4p_4^2\bar{k}^2} \frac{1}{k_4^2+\bar{k}^2} \frac{1}{(k_4+p_4)^2+\lambda^2} \left\{ (\alpha-2p_4k_4)(\alpha+2p_4k_4+k^2) + k^2(2p_4k_4+4p_4^2-\alpha) \right\} = \\
&= \frac{1}{\alpha^2+4p_4^2\bar{k}^2} \frac{1}{k_4^2+\bar{k}^2} \frac{1}{(k_4+p_4)^2+\lambda^2} \left\{ \alpha^2-4p_4k_4+k^2(\alpha-2p_4k_4)+k^2(2p_4k_4-\alpha)+4p_4^2k^2+p_4k_4 \right\} = \\
&= \frac{1}{\alpha^2+4p_4^2\bar{k}^2} \frac{1}{k_4^2+\bar{k}^2} \frac{1}{(k_4+p_4)^2+\lambda^2} \left[\alpha^2+4p_4^2\bar{k}^2 \right] = \frac{1}{k_4^2+\bar{k}^2} \frac{1}{(k_4+p_4)^2+\lambda^2}
\end{aligned}$$

Görüldüğü gibi A, B, C ve D katsayıları denklemi sağlıyor. Bu katsayıları bulmak için

$$(\bar{q} + \bar{n})^2 + \varepsilon^2 = \rho^2 \quad \text{ve} \quad \lambda^2 = (\bar{p} + \bar{q})^2 \quad \text{olmak üzere}$$

$$\frac{1}{q_4^2 + \rho^2} \frac{1}{(q_4 + p_4)^2 + (\bar{p} + \bar{q})^2} = \frac{Aq_4 + B}{q_4^2 + \rho^2} + \frac{Cq_4 + D}{\lambda^2 + (q_4 + p_4)^2}$$

payda eşitlendiğinde

$$\frac{1}{q_4^2 + \rho^2} \frac{1}{(q_4 + p_4)^2 + \lambda^2} = \frac{(Aq_4 + B)(\lambda^2 + (q_4 + p_4)^2) + (Cq_4 + D)(q_4^2 + \rho^2)}{(q_4^2 + \rho^2)((q_4 + p_4)^2 + \lambda^2)}$$

Buradan

$$(Aq_4 + B)(\lambda^2 + (q_4 + p_4)^2) + (Cq_4 + D)(q_4^2 + \rho^2) = 1$$

elde edilir. Elde edilen son denklem A, B, C ve D katsayıları olarak çarpan olacak şekilde açılırsa

$$Aq_4(\lambda^2 + (q_4 + p_4)^2) + B(\lambda^2 + (q_4 + p_4)^2) + Cq_4^3 + C\rho^2 q_4 + Dq_4^2 + D\rho^2 = 1$$

olur.

Elde edilen denklemi q_4 'ün derecelerine göre incelendiğinde

$$Bp_4^2 + B\lambda^2 + D\rho^2 = 1 \quad (4.15a)$$

$$Aq_4(\lambda^2 + p_4^2) + B2p_4q_4 + C\rho^2 q_4 = 0 \quad (4.15b)$$

$$A2p_4q_4 + Bq_4^2 + Dq_4^2 = 0 \quad (4.15c)$$

$$Aq_4^3 + Cq_4^3 = 0 \quad (4.15d)$$

Denklem sistemi elde edilebilir.

(4.15d) denkleminden de görüldüğü gibi $A = -C$ 'dir. Diğer denklem takımlarından q_4 'ler elenirse

$$B(p_4^2 + \lambda^2) + D\rho^2 = 1 \quad (4.15aa)$$

$$A(\lambda^2 + p_4^2) - A\rho^2 + 2Bp_4 = 0 \quad (4.15bb)$$

$$2p_4A + B + D = 0 \quad \text{olur.} \quad (4.15cc)$$

Bu denklem takımlarının çözümünü bulmak için

$$\lambda^2 + p_4^2 - \rho^2 = \alpha \quad \text{olsun.} \quad \text{Bu durumda (4.15bb) denkleminden}$$

$$A\alpha + 2Bp_4 = 0 \Rightarrow A = -\frac{2Bp_4}{\alpha} \quad \text{olur.} \quad A'nın bu ifadesi (4.15cc)'de yerine yazılırsa$$

$$\begin{aligned}
2p_4 \left(-\frac{2Bp_4}{\alpha} \right) + B + D &= 0 \\
-4Bp_4^2 + B\alpha + D\alpha &= 0 \\
D\alpha &= B(4p_4^2 - \alpha) \\
D &= \frac{4p_4^2 - \alpha}{\alpha} B \quad (**) \text{ olur.}
\end{aligned}$$

(**) ifadesi (4.15aa) denkleminde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned}
B(p_4^2 + \lambda^2) + D\rho^2 &= 1 = B(p_4^2 + \lambda^2) + \frac{4p_4^2 - \alpha}{\alpha} B\rho^2 = \\
= B \frac{\alpha p_4^2 + \lambda^2 \alpha + 4p_4^2 \rho^2 - \alpha \rho^2}{\alpha} &= 1 \Rightarrow B = \frac{\alpha}{\alpha p_4^2 + \lambda^2 \alpha + 4p_4^2 \rho^2 - \alpha \rho^2} = \\
= \frac{\alpha}{\alpha(p_4^2 + \lambda^2 - \rho^2) + 4p_4^2 \rho^2} &= \frac{\alpha}{\alpha^2 + 4p_4^2 \rho^2} \quad (4.16)
\end{aligned}$$

$$B = \frac{\alpha}{\alpha^2 + 4p_4^2 \rho^2}$$

bulunur.

Bu bulunan B katsayısı yardımıyla A , C ve D katsayıları:

$$A = -\frac{2p_4}{\alpha^2 + 4p_4^2 \rho^2} \quad (4.17)$$

$$D = \frac{4p_4^2 - \alpha}{\alpha^2 + 4p_4^2 \rho^2} \quad (4.18)$$

$$C = -A = \frac{2p_4}{\alpha^2 + 4p_4^2 \rho^2} \quad (4.19)$$

olarak bulunur.

Sonuç olarak $\sum(p)$ ifadesi

$$\begin{aligned}\sum(p) &= \frac{-8ig^2}{3\beta} \sum_{k_4} \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{k_\mu \gamma_\mu}{(p+k)^2 k^2} = \frac{-8ig^2}{3\beta} x \\ x \sum_4 \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} k_\mu \gamma_\mu &\left(\frac{Ak_4+B}{k_4^2+\vec{k}^2} + \frac{Ck_4+D}{(k_4+p_4)^2+\lambda^2} \right) = \frac{-8ig^2}{3\beta} x \\ x \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} &\left[(\vec{k}\cdot\vec{\gamma}) \sum_{k_4} \left(\frac{Ak_4+B}{k_4^2+\vec{k}^2} + \frac{Ck_4+D}{(k_4+p_4)^2+\lambda^2} \right) + \sum_{k_4} \left(\frac{Ak_4+B}{k_4^2+\vec{k}^2} + \frac{Ck_4+D}{(k_4+p_4)^2+\lambda^2} \right) k_4 \gamma_4 \right]\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir.

Toplam hesaplamaya geçmeden önce bazı ifadeler incelenecek olursa:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2+a^2} = \frac{1}{2a} + \frac{\pi}{2a} \coth(\pi a) \quad (4.20)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2+a^2} = \frac{\pi}{4a} \tanh\left(\frac{\pi a}{2}\right) \quad (4.21)$$

$$\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k^2+a^2} = 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2+a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{\pi}{a} \coth(\pi a)$$

$$\begin{aligned}\sum_{k_4} \frac{1}{k_4^2+\vec{k}^2} &= \sum_{k_4} \frac{1}{(2\pi\hbar T)^2+\vec{k}^2} = \frac{1}{4\pi^2 T^2} \sum_n \frac{1}{n^2+\frac{\vec{k}^2}{4\pi^2 T^2}} = \\ &= \frac{1}{4\pi^2 T^2} \frac{\pi}{|\vec{k}|} 2\pi T \coth\left(\pi \frac{\vec{k}}{2\pi T}\right) = \frac{1}{2|\vec{k}|T} \coth\left(\frac{|\vec{k}|}{2T}\right)\end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2+a^2} = \frac{\pi}{2a} \tanh\left(\frac{\pi a}{2}\right) \quad (4.23)$$



$$\sum_{q_4=(2n+1)\pi} \frac{1}{q_4^2 + \bar{q}^2} = \sum_{q_4} \frac{1}{(2n+1)^2 \pi^2 T^2 + \bar{q}^2} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{|\bar{q}| \pi^2 T^2} \tanh\left(\frac{\pi |\bar{q}|}{2 \pi T}\right) =$$

$$= \frac{1}{2|\bar{q}|T} \tanh\left(\frac{|\bar{q}|}{2T}\right) \quad (4.24)$$

(4.20), (4.21), (4.22), (4.23) ve (4.24) eşitlikleri yardımıyla

$$I_1 = \sum_{k_4} \left(\frac{B}{k^2 + \bar{k}^2} + \frac{Ck_4 + D}{(k_4 + p_4)^2 + \lambda^2} \right)$$

ve

$$I_2 = \sum_{k_4} \left(\frac{Ak_4^2 Bk_4}{k^2 + \bar{k}^2} + \frac{Ck_4^2 + Dk_4}{(k_4 + p_4)^2 + \lambda^2} \right)$$

toplamları hesaplanırsa

$$I_1 = \frac{B}{2|\bar{k}|T} \cot\left(\frac{|\bar{k}|}{2T}\right) + \sum_{t_4} \frac{C(t_4 - p_4) + D}{t_4^2 + \lambda^2} =$$

$$= \frac{B}{2|\bar{k}|T} \tanh\left(\frac{|\bar{k}|}{2T}\right) + (D - Cp_4) \frac{1}{2\lambda T} \coth \frac{\lambda}{2T} \quad (4.25)$$

Burada

$$k_4 + p_4 = t_4 \quad , \quad t_4 = 2\pi mT' \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned}
I_2 &= \sum_{\vec{k}_4} \frac{A(k_4^2 + \vec{k}^2 - \vec{k}^2)}{k_4^2 + \vec{k}} + \sum_{t_4} \frac{C(t_4 - p_4)^2 + D(t_4 - p_4)}{t_4^2 + \lambda^2} = \\
&= -A\vec{k}^2 \frac{1}{2|\vec{k}|T} \tanh\left(\frac{|\vec{k}|}{2T}\right) + \sum_{t_4} \frac{C(t_4^2 + p_4^2) - Dp_4}{t_4^2 + \lambda^2} = \\
&= -A\vec{k}^2 \frac{1}{2|\vec{k}|T} \tanh\left(\frac{|\vec{k}|}{2T}\right) + (Cp_4^2 - Dp_4) \frac{1}{2\lambda T} \coth\frac{\lambda}{2T} + \sum_{t_4} \frac{C(t_4^2 + \lambda^2 - \lambda^2)}{t_4^2 + \lambda^2} = \quad (4.26) \\
&= -\frac{A|\vec{k}|}{2T} \tanh\left(\frac{|\vec{k}|}{2T}\right) + (Cp_4^2 - Dp_4 - C\lambda^2) \frac{1}{2\lambda T} \coth\frac{\lambda}{2T}
\end{aligned}$$

(4.25) ve (4.26) denklemleri $\sum(p)$ ifadesinde yerine yazılırsa:

$$\sum(p) = -\frac{8ig}{3\beta} \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} [(\vec{\gamma} \cdot \vec{k})I_1 + \gamma_4 I_2] \quad (4.27)$$

olur.

Bilindiği gibi $\tanh x$ ifadesi

$$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = 1 - \frac{2}{e^{2x} + 1} = -\frac{2}{e^{2x} + 1}$$

İntegral altı ifadede bulunan $(\vec{\gamma} \cdot \vec{k})I_1 + \gamma_4 I_2$ ifadesinin açık şekli incelenirse:

$$\begin{aligned}
(\vec{\gamma} \cdot \vec{k})I_1 + \gamma_4 I_2 &= \left(\frac{B(\vec{\gamma} \cdot \vec{k})}{2|\vec{k}|T} - \frac{A|\vec{k}|\gamma_4}{2T} \right) \tanh \frac{|\vec{k}|}{2T} + \left[(D - Cp_4)(\vec{\gamma} \cdot \vec{k}) + (Cp_4^2 - Dp_4 - C\lambda^2)\gamma_4 \right] x \\
x \frac{1}{2\lambda T} \coth \frac{\lambda}{2T} &= \frac{-2}{2|\vec{k}|} \frac{1}{\alpha^2 + 4p_4^2 \vec{k}} \left(\alpha \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + 2p_4 \gamma_4 |\vec{k}| \right) n_f(k) + \frac{2}{2\lambda T} \frac{1}{\alpha^2 + 4p_4^2 \vec{k}^2} x \\
x \left[(4p_4^2 - \alpha - 2p_4^2) \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + (2p_4^3 - 4p_4^2 + \alpha p_4 - 2p_4 \lambda^2) \gamma_4 \right] n_B(\lambda)
\end{aligned}$$

olur.

Burada A, B, C ve D katsayıları yerine yazıldı. Aşağıdaki ifade incelendiğinde:

$$\begin{aligned}
\frac{|\vec{k}|\gamma_4 - i\vec{\gamma} \cdot \vec{k}}{\vec{p}^2 + p_4^2 + 2\vec{k}\vec{p} + 2i|\vec{k}|p_4} - hc &= \frac{(|\vec{k}| - ip_4)\gamma_4 - i\vec{\gamma} \cdot \vec{\lambda}}{\alpha + 2ip_4|\vec{k}|} - \frac{|\vec{k}|\gamma_4 + i(\vec{\gamma} \cdot \vec{k})}{\alpha - 2ip_4|\vec{k}|} = \\
&= \frac{-2i\alpha\gamma_4 p_4 - 2i\alpha\vec{\gamma} \cdot \vec{\lambda} - 4ip_4\gamma_4|\vec{k}|^2}{\alpha^2 + 4p_4^2|\vec{k}|^2} = 2i \frac{\left(-\alpha\gamma_4 p_4 - \alpha\vec{\gamma} \cdot (\vec{p} + \vec{k}) - 2p_4\gamma_4|\vec{k}|^2 \right)}{\alpha^2 + 4p_4^2|\vec{k}|^2}
\end{aligned}$$

bulunur.

Buradan $\sum(p)$ ifadesi

$$\begin{aligned}
\sum(p) &= \frac{8g^2}{3} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{n_f}{2|\vec{k}|} \left(\frac{|\vec{k}|\gamma_4 - i\vec{\gamma} \cdot \vec{k}}{\vec{p}^2 + p_4^2 + 2\vec{k}\vec{p} + 2i|\vec{k}|p_4} - hc \right) + \\
&+ \frac{8g^2}{3} \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{n_B}{2|\vec{k}|} \left(\frac{(|\vec{k}| - ip_4) - i\vec{\gamma} \cdot (\vec{k} + \vec{p})}{\vec{p}^2 + p_4^2 + 2\vec{k}\vec{p} + 2i|\vec{k}|p_4} - hc \right),
\end{aligned} \tag{4.28}$$

yazılabilir.

$\sum(p)$ ifadesi $\sum_1(p) + \sum_2(p)$ şeklinde ayrılıp $T \rightarrow \infty$ limit durumuna bakılırsa:

$$\Sigma(p) = \Sigma_1(p) + \Sigma_2(p)$$

$$\Sigma_2(p) = -\frac{8ig^2}{3B} \int \frac{d^3\bar{k}}{(2\pi)^3} \frac{2}{2\lambda T} \left[(2p_4^2 - \alpha)\bar{\gamma}\cdot\bar{k} + (\alpha p_4 - 2p_4^3 - 2p_4\lambda^2)\gamma_4 \right] \frac{n_B(\lambda)}{\alpha^2 + 4p_4^2|\bar{k}|^2},$$

olur.

$\bar{k} + \bar{p} = \bar{k}'$ değişken dönüşümü uygulandığında

$\bar{\lambda} = \bar{p} + \bar{k}$ olmak üzere

$$\alpha = \bar{p}^2 + p_4^2 + 2\bar{k}\bar{p} = \bar{p}^2 + p_4^2 + 2\bar{k}\bar{p} = \bar{p}^2 + p_4^2 + 2(\bar{k}' - \bar{p})\bar{p} = -\bar{p}^2 + p_4^2 + 2\bar{k}'\bar{p}$$

α ifadesi $\Sigma_2(p)$ 'de yerine yazılırsa

$$\Sigma_2(p) = -\frac{8ig^2}{3B} \int \frac{d^3\bar{k}}{(2\pi)^3} \frac{2}{2|\bar{k}|T} x$$

$$x \left[(2p_4^2 + \bar{p}^2 - p_4^2 - 2\bar{k}\bar{p})\bar{\gamma}\cdot(\bar{k} - \bar{p}) + (-p_4\bar{p}^2 + p_4^3 - 2\bar{k}\cdot\bar{p}p_4 - 2p_4^3 - 2p_4\bar{k}^2)\gamma_4 \right] x, \quad (4.29)$$

$$x \frac{n_B(k)}{(-p^2 + p_4^2 + 2\bar{k}\bar{p}) + 4p_4^2(\bar{k} - \bar{p})^2}$$

olur.

Burada \bar{k} 'dan $(-\bar{k})$ 'ya geçilirse;

$\bar{k}' = -\bar{k}$ olmak üzere $\Sigma_2(p)$:

$$\sum_2(p) = \frac{8ig^2}{3B} \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{2}{2|\vec{k}|T} x$$

$$x \left[-\left(p_4^2 + \vec{p}^2 + 2\vec{k}\vec{p}\right) \gamma(\vec{k} + \vec{p}) - p_4 \left(\vec{p}^2 + p_4^2 + 2\vec{k}\vec{p} + 2\vec{k}^2\right) \gamma_4 \right] \frac{n_B(k)}{\left(\vec{p}^2 + p_4^2 + 2\vec{p}\vec{k} - 2p_4^2\right) + 4p_4^2(\vec{p} + \vec{k})}$$

olur.

Son çarpanın paydası incelendiğinde

$$\begin{aligned} \left(\vec{p}^2 + p_4^2 + 2\vec{p}\vec{k} - 2p_4^2\right) + 4p_4^2(\vec{p} + \vec{k}) &= \left(\alpha - 2p_4^2\right)^2 + 4p_4^2(\vec{p} + \vec{k})^2 = \\ &= \alpha^2 + 4p_4^2\vec{k}^2 - 4\alpha p_4^2 + 4p_4^4 + 4p_4^2\vec{p}^2 + 8p_4^2(\vec{p}\vec{k}) = \\ &= \alpha^2 + 4p_4^2\vec{k}^2 - 4\alpha p_4^2 + 4p_4^2 \underbrace{\left(p_4^2 + \vec{p}^2 + 2\vec{p}\vec{k}\right)}_{\alpha} = \alpha^2 + 4p_4^2\vec{k}^2 \end{aligned}$$

O halde $\sum_2(p)$:

$$\sum_2(p) = \frac{8ig^2}{3B} \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{2}{2|\vec{k}|T} \left[-\alpha\vec{\gamma}(\vec{k} + \vec{p}) - p_4(\alpha + 2\vec{k}^2)\gamma_4 \right] \frac{n_B(k)}{\alpha^2 + 4p_4^2\vec{k}^2}$$

olur.

Sonuç olarak $\sum(p)$ ifadesi $\sum(p) = \sum_1(p) + \sum_2(p)$ şeklinde yazılmıştı. Buradan

$\sum(p)$:

$$\sum(p) = \frac{8ig^2}{3B} \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{-2\alpha\vec{\gamma}\vec{k} + 2p_4\gamma_4|\vec{k}|^2}{2|\vec{k}|T} \frac{n_B(k) - \alpha\vec{\gamma}(\vec{k} + \vec{p}) - p_4(\alpha + 2\vec{k}^2)\gamma_4}{\alpha^2 + 4p_4^2\vec{k}^2}$$

$\vec{k} = \vec{x}T$ ise

$$\sum(p) = -\frac{8ig^2}{3} T^2 \int \frac{d^3 \bar{x}}{(2\pi)^3} \frac{n_f(x)}{|\bar{x}|} \frac{-T\alpha\bar{\gamma}\cdot\bar{x} - 2p_4\gamma_4 x^2 T^2}{(p_4^2 + \bar{p}^2 + 2\bar{p}\cdot\bar{x}T)^2 + 4p_4^2 x^2 T^2} - \frac{8ig^2}{3} \int \frac{d^3 \bar{k}}{(2\pi)^3} \frac{n_B(x)}{|\bar{x}|} x$$

$$x \frac{-\alpha\bar{\gamma}\cdot\bar{p} - \alpha\bar{\gamma}\cdot\bar{x}T - 2p_4\gamma_4 x^2 T^2 - p_4\gamma_4(p_4^2 + \bar{p}^2 + 2\bar{p}\cdot\bar{x}T)}{(p_4^2 + \bar{p}^2 + 2\bar{p}\cdot\bar{x}T)^2 + 4p_4^2 x^2 T^2}$$

olur.

$T \rightarrow \infty$ limiti son denklemden göz önüne alındığında:

$$\sum(p)_{T \rightarrow \infty} = -\frac{8ig^2}{3} T^2 \int \frac{d^3 \bar{x}}{(2\pi)^3} \frac{-2(\bar{\gamma}\cdot\bar{x})(\bar{p}\cdot\bar{x}) - 2p_4\gamma_4 x^2}{4(\bar{p}\cdot\bar{x})^2 + 4p_4^2 x^2} \frac{n_f}{x} - \frac{8ig^2}{3} \int \frac{d^3 x}{(2\pi)^3} \frac{n_B(x)}{x} x$$

$$x \frac{-2(\bar{\gamma}\cdot\bar{x})(\bar{p}\cdot\bar{x}) - 2p_4\gamma_4 x^2}{4(\bar{p}\cdot\bar{x})^2 + 4p_4^2 x^2}$$

(4.30)

bulunur. Burada

$$n_B(k) = \left[\exp\left(\frac{k}{T}\right) - 1 \right]^2, \quad (4.31)$$

$$n_F(k) = \left[\exp\left(\frac{k}{T}\right) + 1 \right]^2 \text{ dir.} \quad (4.32)$$

n_B Bose uyarılmalarına karşılık gelir. n_F ise Fermi uyarılmalarının karşılığıdır.

(4.28) denklemi

$$\sum(p) = \frac{8g^2}{3} \int \frac{d^3 \bar{k}}{(2\pi)^3} \frac{n_F}{2|\bar{k}|} \left(\frac{|\bar{k}|\gamma_4 - \bar{\gamma}\bar{k}}{\bar{p}^2 + p_4^2 + 2\bar{k}\cdot\bar{p} + 2|\bar{k}|p_4} - hc \right) + \frac{8g^2}{3} \int \frac{d^3 \bar{k}}{(2\pi)^3} \frac{n_B}{2|\bar{k}|} \left[\frac{(|\bar{k}| - ip_4)\gamma_4 - i\bar{\gamma}(\bar{k} + \bar{p})}{\bar{p}^2 + p_4^2 + 2\bar{k}\cdot\bar{p} + 2|\bar{k}|p_4} - hc \right]$$

idi.

Burada $|\vec{k}| = xT, (\vec{k} = T\vec{x})$ ve $T \rightarrow \infty$ için çözüm yapılacaktır. $\sum(p)$ 'deki birinci parantez içerisinde bulunan terim:

$$\frac{(|\vec{x}|\gamma_4 - i\vec{\gamma} \cdot \vec{x})T}{\bar{p}^2 + p_4 + 2T\vec{x} \cdot \bar{p} + 2i|\vec{x}|p_4T} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \frac{|\vec{x}|\gamma - i\vec{\gamma} \cdot \vec{x}}{2\vec{x} \cdot \bar{p} + 2i|\vec{x}|p_4} \quad (4.33)$$

ikinci terim ise:

$$\left. \frac{T|\vec{x}|\gamma_4 - ip_4 \cdot \gamma_4 - i\gamma_4 \cdot \bar{p} - i\vec{\gamma} \cdot \vec{x} \cdot T}{\bar{p}^2 + p_4^2 + 2T \cdot \vec{x} \cdot \bar{p} + 2i|\vec{x}|p_4T} \right|_{T \rightarrow \infty} = \frac{|\vec{x}| \cdot \gamma_4 - i\vec{\gamma} \cdot \vec{x}}{2\vec{x} \cdot \bar{p} + 2i \cdot |\vec{x}| \cdot p_4} \text{ olur.}$$

Bu terim *hc* ifadesiyle birlikte göz önüne alınırsa

$$\frac{|\vec{x}| \cdot \gamma_4 - i\vec{\gamma} \cdot \vec{x}}{2\vec{x} \cdot \bar{p} + 2i \cdot |\vec{x}| \cdot p_4} - \frac{|\vec{x}| \cdot \gamma_4 + i\vec{\gamma} \cdot \vec{x}}{2\vec{x} \cdot \bar{p} - 2i \cdot |\vec{x}| \cdot p_4} = \frac{-2i \cdot (\vec{\gamma} \cdot \vec{x})(\vec{x} \cdot \bar{p}) - 2ix^2\gamma_4 p_4}{2((\vec{x} \cdot \bar{p})^2 + x^2 \cdot p_4^2)}, \quad (4.34)$$

olur.

(4.33) ve (4.34) ifadeleri (4.28) da yerine yazılırsa $\sum(p)$:

$$\sum(p) = \frac{8g^2}{3} T^2 \int \frac{d^3 \vec{x}}{(2\pi)^3} \frac{-in_F}{2|\vec{x}|} \left(\frac{(\vec{\gamma} \cdot \vec{x}) \cdot (\vec{x} \cdot \bar{p}) + x^2 \gamma_4 p_4}{(\vec{x} \cdot \bar{p})^2 + x^2 \cdot p_4^2} \right) + \frac{8g^2 \cdot T^2}{3} \int \frac{d^3 \cdot \vec{x} - in_B}{(2\pi)^3} \frac{(\vec{\gamma} \cdot \vec{x})(\vec{x} \cdot \bar{p}) + x^2 \gamma_4 p_4}{2|\vec{x}| (\vec{x} \cdot \bar{p})^2 + x^2 p_4^2}$$

bulunur.

Bu ifadede bulunan

$\int \frac{d^3 \vec{x}}{|\vec{x}|} \frac{(\vec{\gamma} \cdot \vec{x}) \cdot (\gamma \cdot \vec{p})}{(\vec{x} \cdot \vec{p})^2 + x^2 p_4^2}$ terimini hesaplamak için polar koordinat sistemine

geçilirse:

$$x_1 = \text{Sin} \theta \text{ Cos} \varphi$$

$$x_2 = x \text{ Sin} \theta \text{ Sin} \varphi$$

$$x_3 = x \text{ Cos} \theta \quad \text{olmak üzere}$$

$$(\vec{\gamma} \cdot \vec{x})(\vec{\gamma} \cdot \vec{p}) = \gamma_i x_i \gamma_j p_j = x^2 (\vec{\gamma} \cdot \vec{p}) + \sum_{i \neq j} x_i x_j \gamma_i p_j$$

Ayrıca

$$x_i x_j \quad (i \neq j, \text{ ise}) \rightarrow (x_1 x_2, \quad x_1 x_3, \quad x_2 x_3)$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi x_1 x_3 = \int_0^{2\pi} d\varphi x_1 x_3 = \int_0^{2\pi} d\varphi x_2 x_3 = 0$$

Bunlar hesaplanmak istenen integrale göz önüne alındığında

$$\int \frac{d^3 \vec{x}}{|\vec{x}|} \frac{(\vec{\gamma} \cdot \vec{x})(\vec{\gamma} \cdot \vec{p})}{(\vec{x} \cdot \vec{p})^2 + x^2 p_4^2} = \int \frac{dx \text{ Sin} \theta d\theta d\varphi}{p^2 \text{Cos}^2 \theta + p_4^2} \frac{x^2 (\vec{\gamma} \cdot \vec{p})}{x}$$

olduğundan $\sum(p)$ ifadesi,

$$\sum(p) = \frac{8g^2 T^2}{3} \int \frac{xdx \text{ Sin} \theta d\theta d\varphi}{2(2\pi)^3} (-i)n_F \frac{\vec{\gamma} \cdot \vec{p} - \gamma_4 p_4}{p^2 \text{Cos}^2 \theta + p_4^2} +$$

şeklini alır.

$$\frac{8g^2 T^2}{3} \int \frac{xdx \text{ Sin} \theta d\theta d\varphi}{2(2\pi)^3} (-i)n_B \frac{\vec{\gamma} \cdot \vec{p} - \gamma_4 p_4}{p^2 \text{Cos}^2 \theta + p_4^2}$$

Bu denklemde n_F ve n_B değerleri için

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x + 1} = \frac{\pi^2}{12}, \quad \int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6} \quad \text{özdeşlikleri kullanılırsa:}$$

$$\Sigma(p) = \frac{g^2 T^2}{6} \cdot 2 \cdot \frac{1}{12} \int_0^{\pi} d\theta \cdot \text{Sin}\theta (-i) \frac{\vec{\gamma} \cdot \vec{p} + \gamma_4 p_4}{p^2 \text{Cos}^2 \theta + p_4^2} + \frac{g^2 T^2}{6} \cdot 2 \cdot \frac{1}{6} \int_0^{\pi} \text{Sin}\theta \cdot d\theta (-i) \frac{\vec{\gamma} \cdot \vec{p} + \gamma_4 p_4}{p^2 \text{Cos}^2 \theta + p_4^2}$$

olur.

$$\int_0^{\pi} d\theta \cdot \text{Sin}\theta \cdot f(\text{Cos}\theta) = - \int_0^{\pi} d(\text{Cos}\theta) f(\text{Cos}\theta) \stackrel{\text{cos}\theta=z}{=} \int_{-1}^1 dz \cdot f(z)$$

Özdeşliği $\Sigma(p)$ 'de göz önüne alındığında

$$\Sigma(p) = \frac{-ig^2 T^2}{18} \int_0^1 dz \frac{\vec{\gamma} \cdot \vec{p} + \gamma_4 p_4}{p^2 z^2 + p_4^2} + \frac{-i \cdot g^2 T^2}{9} \int dz \frac{\vec{\gamma} \cdot \vec{p} + \gamma_4 p_4}{p^2 z^2 + p_4^2} = \frac{g^2 T^2}{6} x$$

$$x \left[-i\vec{\gamma} \cdot \vec{p} \int_0^1 \frac{dz}{p^2 z^2 + p_4^2} - i\gamma_4 p_4 \int_0^1 \frac{dz}{p^2 z^2 - p_4^2} \right]$$

$$\Sigma(p) = \frac{g^2 T^2}{6} \left[-i\vec{\gamma} \cdot \vec{p} \int_0^1 \frac{dz}{p^2 z^2 - p_4^2} - i\gamma_4 p_4 \int_0^1 \frac{dz}{p^2 z^2 + p_4^2} \right] \quad (4.35)$$

bulunur.

4.3 Gluon Özenerji Diyagramlarının İncelenmesi

Buradaki amaç sonlu bir sıcaklıkta ve kimyasal potansiyelin sıfırdan farklı bir değer aldığı durumda polarizasyon tensörünün özelliklerini ortaya çıkarmaktır. Polarizasyon tensörü tek ilmekli yaklaşımda incelenebilir. Burada sonlu sıcaklıkta ghost, Fermi parçacıklarının kuantumlanmış ve yine sonlu sıcaklık ve

yoğunlukta polarizasyon tensörünün renormalize olması önemlidir.

Sıcaklık ve yoğunluk çok fazla arttığında kuvvetli bağlar zayıflar. Bu yüzden yüksek sıcaklık ve yoğunlukta QCD serbest kuark-gluon fazına yaklaşır. Bu durumda pertürbasyon teorisi kullanışlı durumu gelir. QCD için polarizasyon tensörünü Dyson denklemleri eşitliği tanımlanır. (Toimela 1985)

$$D_{\mu\nu} = D_{\mu\nu}^0 - D_{\mu\alpha}^0 \Pi^{\alpha\beta} D_{\beta\nu} , \quad (4.36)$$

Burada $D_{\mu\nu}$ ve $D_{\mu\nu}^0$ sırasıyla gerçek ve yalın gluon propagatörünün ifadesi, μ ve ν Lorentz indisleridir.

Tek ilmekli yaklaşımda polarizasyon tensörü ,

$$\Pi_{\mu\nu} = \Pi_{\mu\nu}^Q + \Pi_{\mu\nu}^G , \quad (4.37)$$

şeklinde karakterize olunur. Burada Π^Q kuark ilmeği için polarizasyon tensörünün , Π^G ise yalnızca ayar alanlarının katkısının içerildiği polarizasyon tensörünün bir ifadesidir.

Gluon ilmeğinin polarizasyon tensörüne katkısı Π^G :

$$\begin{aligned}
\Pi_{\mu\nu}^G = & -\frac{3g^2}{2} \frac{1}{\beta} \sum_{p_4} \int \frac{d^3\bar{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\bar{p}^2} \frac{1}{(\bar{p}-\bar{k})^2} \{ [\delta_{\mu\nu}(8\bar{k}\cdot\bar{p}-4\bar{p}^2) + 8p_\mu p_\nu - 2k_\mu k_\nu - \\
& -4(k_\mu p_\nu + k_\nu p_\mu)] + \frac{2(\alpha-1)}{\bar{p}^2} 2p_\mu p_\nu k^2 + k_\mu k_\nu \bar{p}^2 + \delta_{\mu\nu}(4(\bar{k}\cdot\bar{p}) \\
& -2(\bar{k}\cdot\bar{p})\bar{p}^2 - \bar{p}^2 - \bar{k}^2) - (p_\mu k_\nu + p_\nu k_\mu) \cdot (3\bar{k}\cdot\bar{p} - \bar{p}^2)] + \frac{(\alpha-1)^2}{\bar{p}^2(p-k)^2} \times \\
& \times [k_\mu k_\nu (\bar{k}\cdot\bar{p})^2 + p_\mu p_\nu k^4 - (k_\mu p_\nu - k_\nu p_\mu)(\bar{p}\cdot\bar{k})k^2] \}
\end{aligned} \tag{4.38}$$

Burada α ayar parametresidir. p_4 ise $\frac{2\pi}{\beta}$, nın tam katlarıdır: $p_4 = \frac{2\pi n}{\beta}$

Π^G eninelik özelliğine sahiptir. $k_\mu k_\nu \Pi_{\mu\nu} = 0$ Polarizasyon tensörünün hesabında kolaylık için Feynman ayarı kullanılabilir. Bu durumda ayar parametresi $\alpha = 1$ değerini alır.

Feynman ayarında Π^G ifadesi daha basit bir ifadeye dönüşür. Bileşenleri :

$$\begin{aligned}
\Pi_{ij}^G = & -\frac{3g^2}{2\beta} \sum_{p_4} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{\delta_{ij}(8\bar{k}\cdot\bar{p}-4\bar{p}^2) + 8p_i p_j - 2k_i k_j - 4(k_i p_j - k_j p_i)}{\bar{p}^2(\bar{k}-\bar{p})^2} \\
\Pi_{i4}^G = \Pi_{4i}^G = & -\frac{3g^2}{2\beta} \sum_{p_4} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{8p_i p_4 - 2k_i k_4 - 4(k_i p_4 - k_4 p_i)}{\bar{p}^2(\bar{k}-\bar{p})^2} \\
\Pi_{44}^G = & -\frac{3g^2}{2\beta} \sum_{p_4} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{8\bar{p}\cdot\bar{k} - 4\bar{p}^2 + 8p_4^2 - 2k_4^2 - 8k_4 p_4}{\bar{p}^2(\bar{k}-\bar{p})^2}
\end{aligned} \tag{4.39}$$

şeklinde olup, bunlar ayrı ayrı hesaplanabilir. Bu eşitlikler analitik ve süreklidirler. Bu durum plazma salınımlarının incelenmesi için gereklidir.

Polarizasyon tensörünün renormalize olması sıfır sıcaklık ve yoğunlukta hesaplanmış olan invaryant ayar parametreleri ile orantılıdır. Polarizasyon tensörünün dış etkenlerden ayrılmış şekli sonlu sıcaklıkta ve $\mu = 0$ durumunda vakum polarizasyon tensörü ile verilir.

(4.39) eşitliklerinde bir önceki bölümde yapılan toplam hesaplamalarına benzer şekilde tüm frekanslar üzerinde toplam yapıldıktan sonra integral çözümü yapılırsa:

$$\begin{cases} \Pi_{ij}^G = \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{\bar{k}^2} \right) A^G + \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{k_4^2}{\bar{k}^2} \Pi_{44}^G \\ \Pi_{i4}^G = \Pi_{4i}^G = -\frac{k_i k_4}{\bar{k}^2} \Pi_{44}^G \end{cases}, \quad (4.40)$$

elde edilir. Burada $i, j = 1, 2, 3$ değerlerini alır.

(4.40) ifadesinde bulunan iki skaler terimin açık şekli

$$A^G = 5g^2(\bar{p}^2 + p_4^2) \ln \frac{p^2 + p_4^2}{s^2} + \frac{g^2}{4\beta^2} \left(1 - \frac{p_4^2}{\bar{p}^2} \right) - \frac{3g^2(\bar{p}^2 + p_4^2)}{16\pi^2 |\bar{p}|^3} x \quad (4.41)$$

$$x \int_0^\infty dk n_k^B \left\{ (3\bar{p}^2 - p_4^2 + 4\bar{k}^2) \ln a^G + 4i|\bar{k}| p_4 \ln b^G \right\}$$

$$\Pi_{44}^G = \frac{5g^2 \bar{p}^2}{16\pi^2} \ln \frac{\bar{p}^2 + p_4^2}{s^2} + \frac{g^2}{2\beta^2} - \frac{3g^2}{8\pi^2 |\bar{p}|^3} x \quad (4.42)$$

$$x \int_0^\infty dk n_k^B \left\{ (3\bar{p}^2 - p_4^2 + 4\bar{k}^2) \ln a^G + 4i|\bar{k}| p_4 \ln b^G \right\}$$

şeklinde yazılabilir.

a^G, b^G, n_k^B katsayılarının açık formları yazılacak olursa:

$$\left\{ \begin{array}{l} a^G = \frac{(\bar{p}^2 + p_4^2 + 2|\bar{p}||\bar{k}|)^2 + 4\bar{k}^2 p_4^2}{(\bar{p}^2 + p_4^2 - 2|\bar{p}||\bar{k}|)^2 + 4\bar{k}^2 p_4^2}, \\ b^G = \frac{(\bar{p}^2 + p_4^2 + 2|\bar{p}||\bar{k}|)^2 + 4\bar{k}^2 p_4^2}{(\bar{p}^2 + p_4^2 - 2|\bar{p}||\bar{k}|)^2 + 4\bar{k}^2 p_4^2}, \\ n_k^B = [\exp(\beta|\bar{k}|) - 1]^{-1} \end{array} \right. \quad (4.43)$$

olur.

(4.37) eşitliğinde bulunan kuark ilmeğinin polarizasyon tensörüne katkısını ifade eden Π^Q tensörü içinde yukarıdaki eşitliklere benzer şekilde eşitlikler yazılabilir:

$$\mathcal{A}^Q = -\frac{g^2(\bar{p}^2 + p_4^2)}{4\pi^2} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \frac{m^2 + (\bar{p}^2 + p_4^2)(1-x)x}{m^2 + s^2 x(1-x)} + \frac{g^2}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{\bar{k}^2 dk}{\varepsilon_k} n_k^F x \quad (4.44)$$

$$x \left\{ 1 - \frac{p_4^2}{\bar{p}^2} - \frac{p^4 - p_4^4 + 4\varepsilon_k^2 p_4^2 + 4k^2 p^2}{8|\bar{k}||\bar{p}|^3} \text{In} \mathcal{A}^Q - \frac{\bar{p}^4 \varepsilon_k}{2|\bar{k}||\bar{p}|^3} (\bar{p}^2 + p_4^2) \text{In} \mathcal{B}^Q \right\},$$

$$\Pi_{44}^Q = -\frac{g^2 p^2}{4\pi^2} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \frac{m^2 + (\bar{p}^2 + p_4^2)x(1-x)}{m^2 + s^2 x(1-x)} + \frac{g^2}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{\bar{k}^2 dk}{\varepsilon_k} n_k^F x \quad (4.45)$$

$$x \left\{ 1 - \frac{\bar{p}^2 + p_4^2 - 4\varepsilon_k^2}{8|\bar{k}||\bar{p}|} \text{In} \mathcal{A}^Q - i \frac{p_4 \varepsilon_k}{2|\bar{p}||\bar{k}|} \text{In} \mathcal{B}^Q \right\},$$

a^Q, b^Q ve n_k^F katsayıları

$$\left\{ \begin{array}{l}
a^{\varrho} = \frac{(\bar{p}^2 + p_4^2 + 2|\bar{p}||\bar{k}|)^2 + 4p_4^2 \varepsilon_k^2}{(\bar{p}^2 + p_4^2 - 2|\bar{p}||\bar{k}|)^2 + 4p_4^2 \varepsilon_k^2}, \\
b^{\varrho} = \frac{(\bar{p}^2 + p_4^2 - 4|\bar{p}||\bar{k}| - ip_4 \varepsilon_k)^2}{(\bar{p}^2 + p_4^2 - 4|\bar{p}||\bar{k}| + ip_4 \varepsilon_k)^2}, \\
n_k^B = [\exp(\beta(\varepsilon_k - \mu) + 1)]^{-1} + [\exp(\beta(\varepsilon_k + \mu) + 1)]^{-1}
\end{array} \right. \quad (4.46)$$

şeklindedir.

$\varepsilon_k = \sqrt{k^2 + m^2}$, μ kuark-gluon plazmanın kimyasal potansiyelidir.

(4.42) ve (4.44) eşitlikleri QCD' de tek ilmekli yaklaşım için polarizasyon tensörünün son halleridir.

4.4 Kuark-Gluon Plazmada Bose Uyarılmaları

Fermi ve Bose uyarılmaları, Tek ilmekli yaklaşımda sonlu sıcaklıkta ve $\mu \neq 0$ durumlarında polarizasyon tensörlerinin ve serbest kuark enerjisinin kullanılması yardımıyla belirlenir. Hem enine hem de boyuna modlar içerilir.

Spektrumun enine salınımları incelenirken dikkatli davranmak gerekir. Çünkü bu salınımlar etkileşimsiz alanlardaki salınımlara benzer davranış göstermezler. Hesaplamalarda direk olarak pertürbasyon teorisinin verilerini kullanamayız.

Hesaplamalar

$$\begin{cases} \bar{k}^2 + k_4^2 + A(\bar{k}, k_4) = 0 \\ 1 + \frac{\Pi_{44}(\bar{k}, k_4)}{\bar{k}^2} = 0 \end{cases} \quad (4.47)$$

dispersiyon eşitliklerine dayanır.

Dispersiyon eşitliklerinin lineer elemanları

$$1 + \frac{\text{Re} \Pi_{44}(\bar{k}, \omega(k))}{\bar{k}^2} = 0; \quad \Gamma = \frac{\text{Im} \Pi_{44}(\bar{k}, \omega)}{\left. \frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re} \Pi_{44}(\bar{k}, \omega) \right|_{\omega=\omega(k)}} \quad (4.48)$$

Bose uyarılmaları için ayrı ayrı hesaplanabilir. Bu eşitliklerin çözümleri uzun dalga boyu limitinde bulunur ($|\bar{k}| \rightarrow 0$).

Π_{44} polarizasyon tensörünün çözümü burada yazılırsa

$$-\text{Re} \Pi_{44}(\omega, |\bar{k}| \rightarrow 0) = a \frac{\bar{k}^2}{\omega^2} + b \frac{\bar{k}^4}{\omega^4}, \quad (4.49)$$

olur. Katsayılar

$$\begin{cases} a = \frac{g^2}{3\beta^2} + \frac{g^2 N_f}{2\pi^2} \int_0^\infty n_p^F \bar{p}^2 \left(\frac{2p^2 + 3m^2}{3\epsilon p^3} \right) dp, \\ b = \frac{g^2}{5\beta^2} + \frac{g^2 N_f}{2\pi^2} \int_0^\infty n_p^F \bar{p}^4 \left(\frac{2p^2 + 5m^2}{5\epsilon p^2} \right) dp, \end{cases} \quad (4.50)$$

eşitlikleriyle tanımlanır. Hesaplama teknikleri Fermi uyarılmalarının incelendiği bölümde olduğu gibidir.

(4.49) yardımıyla dispersiyon bağıntısı çözülecek olursa plazma salınımları için

$$\omega^2 = a + \frac{b}{a} \bar{k}^2 \text{ gibi olur.} \quad (4.51)$$

Burada bulunan a ve b katsayıları (4.50) ile tanımlanmıştır. (4.51) eşitliği termodinamik parametreler bakımından oldukça karmaşıktır. Bu durumu ortadan kaldırmak için iki limit durumunu göz önüne alabiliriz. Bunlardan birincisi yüksek sıcaklık, diğeri ise yüksek yoğunluk durumlarıdır.

Yüksek sıcaklık limitinde ($T \rightarrow \infty$)

$$\omega^2 = \frac{g^2}{3\beta^2} \left(1 + \frac{N_f}{6} \right) + \frac{3}{5} \bar{k}^2, \quad (4.52)$$

Yüksek yoğunluk limitinde ($\mu \rightarrow \infty$)

$$\omega^2 = \frac{g^2 N_f \mu^2}{6\pi^2} + \frac{3}{5} \bar{k}^2, \quad (4.53)$$

olur.

Sistemin invaryant ayar olması önemlidir. Gerçekten de (4.50) eşitliklerinin de yardımıyla Π_{44} k^2 ile orantılıdır. $|\bar{k}| \rightarrow 0$ limiti de göz önüne alındığında sistem invaryanttır.

$$\Delta\Pi_{44} = D_1 k^2 g^2 + \frac{D_2 g^2 k^4}{\omega^2}, \quad (4.54)$$

D_1 ve D_2 polinomları (4.50) eşitliklerinin nümerik olarak çözümlerinden elde edilen katsayılardır.

Yüksek sıcaklıklar için yazılan (4.52) eşitliğinde g^2 ifadesi T 'ye bağlı bir değişken olmakta, yüksek yoğunluklar için tanımlanan (4.53) eşitliğinde g^2 terimi μ 'ye bağlı bir değişken olmaktadır. Uzun dalga boyları için ω yazılacak olursa

($T \rightarrow \infty$)

$$\omega^2 = \frac{4\pi}{3} \frac{T^2}{b_0 \ell n(T/T_0)} \left(1 + \frac{N_f}{6}\right) + \frac{3}{5} \bar{k}^2, \quad (4.55)$$

($\mu \rightarrow \infty$) için

$$\omega^2 = \frac{2}{3\pi} \frac{N_f \mu^2}{b_0 \ell n(\mu/\mu_0)} + \frac{3}{5} \bar{k}^2, \quad (4.56)$$

Boyuna salınımların spektrumu da dispersiyon eşitliklerine paralel olarak

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{k}^2 - \omega^2 + \text{Re} A(\bar{k}, \omega(\bar{k})) = 0 \\ \Gamma = \frac{\text{Im} A(\omega, \bar{k})}{2\omega \left(1 - \frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re} A(\omega, \bar{k})\right)} \Big|_{\omega=\omega(\bar{k})} \end{array} \right. , \quad (4.57)$$

ile verilir.

Burada spektrum $\Gamma \ll \omega$ durumu için tanımlanmıştır. $g=0$ için boyuna salınımlarda $\omega = |\bar{k}|$ dır ve (4.56) eşitliğinin çözümünden

$$\omega^2 = \bar{k}^2 + D\omega^2 + \dots, \quad (4.58)$$

elde edilir.

(4.57) eşitliğini (4.56) ile karşılaştırıldığında

$$\omega^2 = \bar{k}^2 + \text{Re } A(\omega = |\bar{k}|, \bar{k}) , \quad (4.59)$$

olur.

Sonuç olarak boyuna salınımlar için salınım frekansı olarak.

$$\omega^2 = \bar{k}^2 + \frac{g^2}{2\beta^2} + \frac{N_f g^2}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{\bar{k}^2 dk}{\varepsilon_k} n_k^F, \quad (4.60)$$

bulunur.

(4.60) eşitliği T ve μ 'nün limit durumları için yazılırsa

$T \gg n, \mu$ için

$$\omega^2 = \bar{k}^2 + \frac{g^2}{2\beta} \left(1 + \frac{N_f}{6} \right), \quad (4.61)$$

$\mu \gg T, m$ için

$$\omega^2 = \bar{k}^2 + \frac{g^2 \mu^2 N_f}{4\pi^2}, \quad (4.62)$$

elde edilir.

(4.59) ifadesinde bulunan A' nın daha açık ifadesini yazılırsa

$$A = \frac{1}{2} \left[\Pi_{\nu\nu} - \frac{\vec{k}^2 - \omega^2}{\vec{k}^2} \Pi_{44} \right]. \quad (4.63)$$

(4.38) eşitliğinin ayar alanına bağlı terimlerinden iz alındığında son derece kullanışlı bir eşitlik elde edilir.

$$\Pi_{\nu\nu}^{(\alpha)} = (\vec{k}^2 - \omega^2) \tilde{\Pi}_{\nu\nu}^{(\alpha)}, \quad (4.64)$$

Bu eşitlik $\tilde{\Pi}_{\nu\nu}^{(\alpha)}$ fonksiyonuyla birlikte $\omega = |\vec{k}|$ noktasında tekillik içermez. $\omega = |\vec{k}|$ limit durumunda keyfi ayar alanında Π_{44} polarizasyon tensörü logaritmik tekillik

içerir. Böylece ayar alanına bağlı terimler $\text{Re} A(\omega = |\vec{k}|, \vec{k})$, ya bir katkı yapmazlar, bu yüzden (4.60) salınım frekansı (4.61) ve (4.62) ile birlikte invaryanttır.

Sonuç olarak keyfi momentum bölgesinde spektrum uyarılmalarının enine ve boyuna modları Termal QCD plazma için $T \gg m, \mu$ durumu için elde edilebilir. Burada polarizasyon ve kütle tensörü için yüksek sıcaklık limiti kullanılır.

Bose uyarılmalarının spektrumu polarizasyon tensörünün incelenmesiyle bulunabilir. Bu uyarılmalar için tek ilmekli yaklaşımda invaryant ayar sonuçları genelleştirilirse

$$F(x) = \frac{x}{2} \left[\ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| - i\pi\theta(1-|x|) \right] \text{ ve}$$

$$\omega_{pl}^2 = \frac{g^2 T^2}{3} \left(1 + \frac{Nf}{6} \right) \text{ olmak üzere}$$

$$\vec{p}^2 - \omega^2 + \frac{3}{2} \omega_{pl}^2 \left[\frac{\omega^2}{p^2} + \frac{p^2 - \omega^2}{p^2} F \left(\frac{\omega}{|p|} \right) \right] = 0 \quad (4.65)$$

olarak bulunur. Bulunan bu dispersiyon eşitliği momentumun plazma salınımlarına göre çok küçük ve çok büyük olduğu durumlar için incelenip plazma salınımlarının enine ve boyuna kipleri bulunabilir.

Salınımların sıcaklığa bağlı plazma frekansı

$$\omega_{pi.}^2 \rightarrow \omega_{pi.}^2(T) = \frac{2\pi T^2 (Nf + 6)}{9 \left[1 + \frac{1}{4\pi} \left(22 - \frac{4}{3} Nf \right) \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right]} \text{ olur.} \quad (4.66)$$

Benzer şekilde Fermi uyarılmaları için kütle tensörü yardımıyla

$$\omega_0 = \frac{g^2 T^2}{6} \text{ ve}$$

$$F(x) = \frac{x}{2} \left[\ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| - i\pi\theta(1-|x|) \right] \text{ olmak üzere}$$

$$\left[\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega} F \left(\frac{\omega}{|\vec{p}|} \right) \right]^2 = \left\{ |\vec{p}| + \frac{\omega_0^2}{|\vec{p}|} \left[1 - F \left(\frac{\omega}{|\vec{p}|} \right) \right] \right\}^2, \quad (4.67)$$

dispersiyon bağıntısı bulunur.

Buradan da Fermi uyarılmaları için plazma frekansı

$$\omega_0^2 \rightarrow \omega_0^2(T) = \frac{2\pi T^2}{3} \left[1 + \frac{1}{4\pi} \left(22 - \frac{4}{3} Nf \right) \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right]^{-1}, \quad (4.68)$$

olur.

SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Yüksek enerji fiziğindeki son gelişmeler çok sayıda kuark ve gluonlardan oluşmuş sistemlerin incelenmesini gerektirir. Kuark ve gluonlardan oluşmuş sistemlerin termodinamik özelliklerini inceleyen Termal kuantum Kromodinamiği (Termal QCD)' ye göre hadronik maddenin sıcaklığı, dolayısıyla enerji yoğunluğu gittikçe arttırılırsa kuark ve gluonlar serbest hale geçecek ve maddenin yeni hali kabul edilen kuark-gluonlar herhangi bir hadrona ait olmayıp, kuark-gluon plazmanın tüm hacmi boyunca serbestçe hareket etme olanağı bulurlar. Elektrik yüklü parçacıklardan oluşan plazmanın toplam elektrik yükü sıfır olduğu gibi, renk yüklü parçacıklardan oluşan plazmanın da toplam renk yükü sıfır olur. Termal QCD' ye göre kuark gluon plazmada proton ve nötronlar kimliklerini kaybeder ve hadron maddesi normal nükleer maddeden farklı olarak kuark ve gluonların etkileşimde bulunduğu bir karışıma dönüşür.

Bu çalışmada kuark gluon plazmada sonlu sıcaklık ve yoğunlukta Fermi ve Bose uyarılmaları hesaplanmıştır. Hesaplamalar tek ilmekli yaklaşımda Feynman ayarı kullanılarak yapılmıştır. Standart Feynman diyagram tekniği kullanılarak kuarklar için özenerji diyagramı $\Sigma(p)$, Gluonlar için özenerji diyagramı $\Pi_{\mu\nu}$ incelenmiştir. Fermi ve Bose uyarılmalarının spektrumunun hem enine hemde boyuna modlar içerdiği görülmüş ve bu modlar için $\omega(k)$ dispersiyon bağıntıları elde edilmiştir. Termal QCD' nin daha iyi anlaşılması için uyarılma spektrumlarını ve kuark-gluon plazmayı karakterize eden diğer niceliklerin farklı ayarlarda da hesaplanması önem taşımaktadır.

KAYNAKLAR

- 1- BELLAC, M., 1996. Thermal Field Theory (Cambridge : Cambridge University Pres)
- 2- BERNARD, C.W., 1974. Feynman Rules for Gauge Theories at Finite Temperature. Phys. Rev. V.D9, No:12, I.3312-3320.
- 3- DOLAN, L. and JACKIW, R., 1974. Symmetry Behavior at Finite Temperature. Phys. Rev. V.D9, No:12, P.3320-3340.
- 4- FRADKIN, E.S. and KALASHNIKOV, O.K., 1976. Renormalized set of Equations for the Green Functions and its a Symptotical Solution in the Gauge Field Theory with Fermions. Acta. Phys., V.75, No:1-2, P.81-95, Austria.
- 5- FRADKIN, E.S. and KALASHNIKOV, O.K., 1974. The Asymptotic Solution of the set of Equations for the Green's Functions in the Yang-Mills Field Theory. Lett. Nuovo Cim., V.10, No: 17, P.771-775.
- 6- FRADKIN, E.S., 1959. The Green Functions Method in Quantum Statistics. Nucl. Phys, V.12, No: 5, P.455-484.
- 7- FRITZSCH, H. And GELL-MANN, M., 1972. Proc. XVI Intern. Conf. On High Energy Physics. V.2, P. 135, Chicago.
- 8- GELL-MANN, M., 1964. A Schematic Model of Baryons and Mesons. Phys. Lett., V.8, No: 3, P.214-215.
- 9- GROSS, D.J., PİSARSKİ, R.D. and YAFFE, L.G., 1981. QCD and Instantons at Finite Temperature. Rev. Mod. Phys., V. 56, No: 1, P.43-80.
- 10- GROSS, D.J. and WILZEK, F., 1973. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories. Phys. Rev. Lett., V. 30, No: 26, P.1343-1346.
- 11- HUANG, K., 1992. Quark, Leptons and Gauge Fields. Word Scientific, Massachusetts, U.S.A.
- 12- KALASHNIKOV, O.K., 1984. QCD at Finite Temperature Fortsch. Phys., V. 32, No: 10, P.525-583.
- 13- KALASHNIKOV, O.K. and KLIMOV, V.V., 1979. Phase Transition in the Quark-Gluon Plasma. Phys. Lett., V. 88B, No: 3,4, P.328-330.

- 14-KAPUSTA, J., 1993. Finite Temperature Field Theory. Cambridge (Cambridge Pres)
- 15-KAPUSTA, J., 1979. Quantum Chromodynamics at High Temperature. Nucl. Phys., V.B148, No: 3,4, P.461-498.
- 16-KISLINGER, O.K. and MORLEY, P.D., 1976. Collective Phenomena Gauge Theories. Phys. Rev., V. D13, No: 10, P.2771-2777
- 17-KIRZHNTZ, D.A. and LINDE, A.D., 1972. Macroscopic Consequences of the Weinberg Model. Phys. Lett., V. 42B, No: 4, P.471-474.
- 18-MATSUBARA, I., 1955. A New Approach to Quantum Statistical Mechanics. Progr. Theo. Phys., V. 14, No: 4, P.351-378.
- 19-Mc LERRAN, I., 1986. The Physics of the Quark-Gluon Plasma. Rev. Mod. Phys., V. 58, No: 4, P.1021-1064.
- 20-POLITZER, H.D., 1973. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions. Phys. Rev. Lett., V. 30, No: 26, P.1346-1349.
- 21-RAMOND, P., 1989. The Benjamin (Cummings Publishing Company, 2 nd ed.) Addison-Wesley-U.S.A.
- 22-SATZ,H., 2001. The Search for the QGP: A Critical Appraisal. Nucl. Phys. Proc. (Suppl.), 94, 204-18.
- 23-SINGH, C.P., 1993. Signals of Quark-Gluon Plasma. Physics Reports (Review Section of Physics Letters).
- 24-TOIMELA, T., 1985. Perturbative QED and QCD at Finite Temperatures and Densities. Inter. Journal Theo. Phys., V. 24, No: 9, P.901-944.
- 25-VELIEV, E.KH. and KARNAUKOV, S.N. and FAINBERG, V.YA., 1989. Yang-Mills Field Quantization in Modified Axial Gauge. Sov. J. Nucl. Phys. 49, 1101.
- 26-VELIEV, E.V., 2000. Fermi Excitations in the light-cone Gauge. J. Phys. G. Nucl. Part. Phys. 26, 1235.
- 27-WEINBERG, S., 1973. Non-Abelian Gauge Theories of the Strong Interaction. Phys. Rev. Lett., V. 31, No: 7, P.494-497.
- 28-WEINBERG, S., 1974. Gauge and Global Symmetries at High Temperature. Phys. Rev., V. D9, No: 12, P.3357-3378.
- 29-WONG, C.Y., 1994. Introduction to High Energy Heavy-Ion Collisions. World Scientific. Singapore.

30-ZWEIG, G., 1964. CERN Preprints. No: 401 and No: 412.



ÖZGEÇMİŞ

1975 yılında Bursa'da doğdu İlk ve Orta öğrenimini Bursa'da tamamladı. 1995 yılında girdiği Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünü 2000 yılında tamamladı. Ekim 2000- Temmuz 2003 yılları arasında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında Yüksek Lisans eğrenimi gördü.

2001 yılından beri özel sektörde Fizik Öğretmeni olarak görev yapmaktadır.

