

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**İKİ AMAÇLI OPTİMİZASYON PROBLEMLERİNDE ÇÖZÜM
PERFORMANSININ DEĞERLENDİRİLMESİ VE BULANIK BİR
METRİK ÖNERİSİ**

CİHAT ÖZTÜRK

KOCAELİ 2013

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**İKİ AMAÇLI OPTİMİZASYON PROBLEMLERİNDE ÇÖZÜM
PERFORMANSININ DEĞERLENDİRİLMESİ VE BULANIK BİR
METRİK ÖNERİSİ**

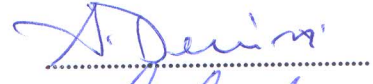
ENDÜSTRİ MÜH. CİHAT ÖZTÜRK

Prof.Dr. Alpaslan FIĞLALI
Danışman, Kocaeli Üniv.

Doç.Dr. Ayhan DEMİRİZ
Jüri Üyesi, Sakarya Üniv.

Yrd.Doç.Dr. Celal ÖZKALE
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.







Tezin Savunulduğu Tarih: 03.07.2013

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinde çözüm yöntemi kadar çözüm yönteminin bir problem üzerinde verdiği çözümlerin güvenilirliğide çok önemlidir. Elde edilen çözüm setlerinin tatmin edici seviyelerde çözüme sahip olması, çözüm uzayındaki temsil kabiliyeti ve problemin türüne göre optimale yakınsaması önemli göstergelerdir. Bu kriterler ışığında çalışmada performans metriklerinin çalışma yöntemleri incelenmiş, farklı koşullardaki ölçümlerde doğru çalışıp çalışmadıkları analiz edilmiştir. Bunun yanında bulanık tabanlı yeni bir metrik önerilmiştir.

Çalışmamın her aşamasında bilgisi, deneyimi ve farklı bakış açılarıyla yardımını esirgemeyen danışmanım Sayın Prof. Dr. Alpaslan Fığlalı'ya,

Bilgi ve tecrübeleri ile bana destek olan Sayın Yrd. Doç. Dr. Celal Özkale'ye ve çalışmamdaki maddi ve manevi destekleri için Çağrı Kaplan ve Hasan Tugay Birihan'a,

Verdikleri destekler ile bugünlere gelmemde pay sahibi olan aileme ve dostlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Haziran-2013

Cihat Öztürk

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iv
TABLolar DİZİNİ	vi
SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR	vii
ÖZET.....	viii
ABSTRACT.....	ix
GİRİŞ	1
1. ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYONDA PERFORMANS ÖLÇÜTLERİNİN KURAMSAL TEMELLERİ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI.....	3
2. ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYON	7
2.1. Çok Amaçlı Optimizasyonda Tanımlar.....	8
2.1.1. Çok amaçlı optimizasyon.....	8
2.1.2. Uygun çözüm seti.....	9
2.1.3. İki amaçlı optimizasyonda eşitsizlik	10
2.1.4. Pareto baskınlık	11
2.1.5. Pareto optimalitesi.....	11
2.1.6. Pareto optimal Set	11
2.1.7. Pareto önyüz.....	12
3. PERFORMANS ÖLÇÜTLERİ.....	13
3.1. Nicelik Tabanlı Performans İndisleri	15
3.2. Uzaklık Tabanlı Performans İndisleri	17
3.3. Alan Tabanlı Performans İndisleri	20
3.4. Dağılım Ve Yayılım İndisleri.....	21
3.4.1. Aralık Metriği.....	21
3.4.2. Δ metriği.....	22
3.4.3. Δ' metriği	23
3.4.4. Harici metrik	24
3.4.5. K-en yakın komşu tabanlı metrik	32
3.4.6. Maksimum yayılım metriği.....	33
3.4.7. Hücre tabanlı metrik.....	34
3.4.8. Minimum yayılan ağaç metriği	37
3.4.9. Grid metriği.....	40
3.4.10. Karesel grid metriği.....	44
4. MODEL ÖNERİSİ.....	46
4.1. Bulanık Mantık.....	46
4.2. Bulanık Küme Teorisi	46
4.3. Dinamik Bulanık Grid Metriği	49
5. UYGULAMA	57
5.1. Durum 1.....	57
5.2. Durum 2.....	59
5.3. Durum 3.....	62
5.4. Durum4.....	64

5.5. Durum 5.....	66
5.6. Test Problemleri	68
5.6.1. ZTD1 problemi.....	69
5.2.6. ZTD4 problemi.....	71
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	74
KAYNAKLAR	78
EKLER.....	81
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER	86
ÖZGEÇMİŞ	87

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. İki amaç fonksiyonu olan bir problem.	8
Şekil 2.2. Pareto Önyüzde Pareto Optimale Göre Baskınlık Durumları	10
Şekil 2.3. İki amaç fonksiyonunu (maliyet-çevre etkisi).....	12
Şekil 3.1. Çözüm Setlerinin Pareto Optimale göre karşılaştırmalı gösterimi	14
Şekil 3.2. Pareto Optimal ve Çözüm Seti İçin Örnek.....	17
Şekil 3.3. SP metriğinde çözümlerin uç noktalardaki durumu.....	23
Şekil 3.4. Δ' Metriği çalışma prensibi	24
Şekil 3.5. HM'in hesaplama mantığının şekil üzerinde gösterimi	25
Şekil 3.6. Δ' metriği dezavantaj durumu	26
Şekil 3.7. Birinci durum için HM.....	28
Şekil 3.8. İkinci durum için HM.....	29
Şekil 3.9. Üçüncü durum için HM	30
Şekil 3.10. Dördüncü durum için HM.....	31
Şekil 3.11. Km-UA metriğinin K=3 alındığında işleyişi	33
Şekil 3.12. ι metriği için örnek.....	35
Şekil 3.13. ι metriği dezavantaj durumu	36
Şekil 3.14. ι metriği dezavantaj durumu	37
Şekil 3.15. MYA metriğinin hesaplanması	38
Şekil 3.16. İki boyutlu minimizasyon problemi için çeşitlilik metriği örneği	39
Şekil 3.17. Grid alanı üzerinde örnek dağılımlar	41
Şekil 3.18. Tek amaç için gridlere bölünmüş sistemde pareto önyüz.....	42
Şekil 3.19. Grid metriğinin dezavantaj durumu	44
Şekil 3.20. Karesel grid üzerinde çözüm seti	45
Şekil 4.1. Bulanık Üçgensel Üyelik Fonksiyonu	48
Şekil 4.2. Bulanık Yamuk Üyelik Foksiyonu.....	49
Şekil 4.3. Grid üzerinde pareto önyüz noktalarının dağılımı	49
Şekil 4.4. Gridler İçin Üçgensel Bulanık Üyelik Foksiyonları	50
Şekil 4.5. Her grid bölgesi için gerçekleştirilen aidiyet hesabı	51
Şekil 4.6. Bulanık mantık çerçevesinde örnek çözüm seti	51
Şekil 4.7. Bir grid içerisinde birden fazla çözüm bulunması durumu.....	52
Şekil 4.8. Grid aralığı belirleme	53
Şekil 4.9. Grid yüzeyinde çözüm noktaları için oluşabilecek dezavantajlı durum ..	54
Şekil 4.10. Grid başlangıç noktası değişimi.....	55
Şekil 4.11. İki amaç için grid oluşturma	55
Şekil 4.12. İkinci amaca göre dağılımın değerlendirilmesi.....	56
Şekil 5.1. Durum1 için dağılım değişimi	58
Şekil 5.2. Durum1'deki dağılıma göre metrik sonuçlarındaki değişimler	59
Şekil 5.3. Durum2 için dağılım değişimi	60
Şekil 5.4. Durum2'deki dağılıma göre metrik sonuçlarındaki değişimler	62
Şekil 5.5. Durum3 için dağılım değişimi	63
Şekil 5.6. Durum3'teki dağılıma göre metrik sonuçlarındaki değişimler	64
Şekil 5.7. Durum4 için dağılım değişimi	65

Şekil 5.8. Durum4'teki dağılıma göre metrik sonuçlarındaki değişimler	66
Şekil 5.9. Durum5 için dağılım değişimi	67
Şekil 5.10. Durum4'teki dağılıma göre metrik sonuçlarındaki değişimler	68
Şekil 5.11. ZDT1 problemi için oluşan pareto önyüzler	69
Şekil 5.12. ZDT4 problemi için oluşan pareto önyüzler	72

TABLULAR DİZİNİ

Tablo 3.1. Gridlerdeki dağılıma göre değer ataması	42
Tablo 3.2. Tek amaç için bitlere göre değer atama	43
Tablo 4.1. Klasik Mantık-Bulanık Mantık Arasındaki Temel Farklılıklar.....	46
Tablo 5.1. Durum1 için metrik çıktıları.....	58
Tablo 5.2. Durum2 için metrik çıktıları.....	60
Tablo 5.3. Durum3 için metrik çıktıları.....	63
Tablo 5.4. Durum4 için metrik çıktıları.....	65
Tablo 5.5. Durum5 için metrik çıktıları.....	67
Tablo 5.6. ZDT1 yakınsama metrikleri	70
Tablo 5.7. ZDT1 dağılım ve yayılım metrikleri	70
Tablo 5.8. ZDT1 çeşitlilik metrikleri.....	71
Tablo 5.9. ZDT4 için yakınsama metrikleri	72
Tablo 5.10. ZDT4 için dağılım metrikleri.....	73
Tablo 5.11. ZDT4 için çeşitlilik metrikleri	73

SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR

l	: Hücre Tabanlı Metrik
$M_A(x)$: Bulanık Üyelik Fonksiyonları
P^*	: Pareto Önyüz
Q	: Optimal Set
R	: Referans Seti
S	: Çözüm Seti
Δ	: Deb Dağılım Metriği
Δ'	: Deb Çeşitlilik Metriği

Kısaltmalar

DBGM	: Dinamik Bulanık Grid Metriği
Dist1	: Distance1 (Uzaklık Metriği 1)
Dist2	: Distance2 (Uzaklık Metriği 2)
GD	: Generational Distance (Jenerasyon Uzaklığı)
GM	: Grid Metriği
H	: Hyperarea (Alan Metriği)
HM	: Harici Metrik
HR	: Hyperarea Ratio (Alan Oran Metriği)
MOGA	: Multi-objective Genetic Algorithm (Çok Amaçlı Genetik Algoritma)
MPFE	: Maksimum Pareto Front Error (Maksimum Pareto Önyüz Hata Metriği)
MYA	: Maksimum Yayılan Ağaç Metriği
NPGA	: Niche Pareto Genetic Algorithm (Hücrelendirilmiş Pareto Genetik Algoritması)
NSGA	: Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (Bastırılmamış Sıralama Genetik Algoritması)
NSGAII	: Non-dominated Sorting Genetic Algorithm 2 (Bastırılmamış Sıralama Genetik Algoritması 2)
PESA	: Pareto Envelope-based Selection Algorithm (Pareto Zarflama Temelli Seçim Algoritması)
SP	: Spacing Metric (Aralık Metriği)
SPEA	: Strength Pareto Evolutionary Algorithm (Kuvvet Pareto Evrimsel Algoritması)
VEGA	: Vector Evaluated Genetic Algorithm (Vektör Değerlendirmeli Genetik Algoritma)

İKİ AMAÇLI OPTİMİZASYON PROBLEMLERİNDE ÇÖZÜM PERFORMANSININ DEĞERLENDİRİLMESİ VE BULANIK BİR METRİK ÖNERİSİ

ÖZET

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümü tek amaçlı problemlerin çözümüne göre biraz daha zor ve karmaşıktır. İki ve daha fazla amaçlı problemlerde tek amaçlı optimizasyonda olduğu gibi tek bir optimal çözümden ziyade birden fazla olurlu çözüm bulunabilmektedir. Bu yüzden iki veya daha fazla amaç fonksiyonu olan problemlerin çözümünden ortaya çıkan çözüm setlerinin çeşitli açılardan değerlendirilmesi gerekmektedir. Bu değerlendirme işlemi literatürde önerilen çeşitli metrikler yardımı ile yapılmaktadır. Son yıllarda çok amaçlı optimizasyon problemlerinin sonuçlarını değerlendirmeye yönelik birçok metrik geliştirilmiştir. Fakat performans metriklerinin verdiği sonuçların güvenilirliği açısından yapılan değerlendirmeler oldukça azdır. Bu çalışmada literatürde bulunan çeşitli performans metrikleri bir arada verilmiştir ve bu metrikler nicelik tabanlı, çeşitlilik tabanlı ve uzaklık tabanlı olmak üzere üç grupta incelenmiştir. Çözüm setlerini dağılım açısından değerlendiren grid metriği geliştirilerek dinamik bulanık grid metriği (DBGM) adında yeni bir metrik önerilmiştir. Tüm metrikler için Python ve C programlama dillerinde kodlar yazılmıştır. Bu kodlar ile, iki amaçlı minimizasyon problemleri için, literatürde bulunan metrikler ile önerdiğimiz DBGM metriği çeşitli çözüm seti senaryolarında denenip karşılaştırılmıştır. Ayrıca literatürde bulunan bazı test problemleri gelişmiş genetik algoritmalarla (MOGA, VEGA, PESA, NSGA, NSGAI, NPGA, SPEA) çözdürülerek elde edilen sonuçlar metrikler ile değerlendirilmiş, metriklerin güçlü ve zayıf yönleri ortaya konmuştur.

Anahtar Kelimeler: Çok Amaçlı Optimizasyon, Pareto Önyüz, Performans Metrikleri.

PERFORMANCE ASSESSMENT OF SOLUTION IN BI-OBJECTIVE OPTIMIZATION PROBLEMS AND A FUZZY METRIC PROPOSAL

ABSTRACT

The solution of multi-objective optimization problems are a bit harder than the solution of single-objective optimization ones. Alike in single-objective optimization more than one feasible solutions may exist in two or multi-objective problems. Therefore solution sets of the problems which have two or more objective functions must be evaluated in terms of different methods. In the literature this evaluation process is made by different metrics. In recent years to evaluate the results of multi-objective optimization problems different metrics are developed. However the test for the reliability of the results which are obtained by performance metrics is very rare. In this study different performance metrics which exist in the literature are presented and they are investigated in three groups such as cardinality-based, diversity-based, and distance-based. A new metric is suggested in the name of Dynamic Fuzzy Grid Metric (DFGM) by developing grid metric which evaluates solutions sets in terms of distribution. For all metrics program codes are provided in Python and C programming languages. By the help of these codes for two-objective minimization problems suggested DFGM and the metrics in the literature are tested and compared in the different solution set scenarios. In addition to that some test problems which are common in literature are solved by the help of advanced genetic algorithms (MOGA, VEGA, PESA, NSGA, NSGAI, NPGA, SPEA). Finally obtained results are evaluated with metrics and the strengths and the weaknesses of these metrics are introduced.

Keywords: Multi-Objective Optimization, Pareto Front, Performance Metrics.

GİRİŞ

Farklı çözüm yöntemleri ile çok amaçlı optimizasyon problemlerinden elde edilen çözümlerin karşılaştırılması yada performanslarının ölçümü çoğu zaman önemsenmemiştir. Elde edilen çözümlerin kalitelerinin ölçümü ise sadece belirli noktalara odaklanılarak değerlendirmeye alınmıştır. Fakat bu tür bir değerlendirme, çözüm setinin bütünü ile kalitesini göstermemektedir. Çünkü bastırılmamış çözümlerin değerlendirilmesinde kullanılan ölçütler çok açık kriterlere sahip değildir. Bu yüzden çözümün iyi yada kötü olduğunu söyleyebilmek zordur. Son zamanlarda yapılan çalışmalarda bu konu önem kazanmıştır. Ve çeşitli araştırmacılar farklı performans değerlendirme ölçütleri ortaya atmışlardır.

Çok amaçlı optimizasyonda çözüme ulaşmak için bir çok sezgisel yöntem önerilmiştir. Bu yöntemlerin değerlendirilmesi noktasında da çeşitli performans ölçütleri geliştirilmiştir. Performans ölçütleri iki ana esasa göre oluşturulur. Birincisi verimlilik, ikincisi etkinliktir. Birinci ölçüt olan verimlilik, çözüm süresi, iterasyon, gibi özellikler açısından değerlendirme yaparken etkinlik daha çok doğruluk ve yakınsama özellikleri üzerinedir. Çalışmada da etkinlik ölçütleri üzerine yoğunlaşmıştır. Etkinlik ölçütleri üç kısımda incelenir. Bunlar çözüm setinin belli referans noktalarına olan uzaklıkları, çözüm setinin dağılımı ve çözüm setindeki eleman sayısıdır. Fakat, literatürde bulunan ölçütler sadece belli özellikler açısından değerlendirme yapabilmektedir. Değerlendirme kriterlerinin belirlenmesi noktasında pareto önyüzün (çözüm setinin) referans setine ya da pareto optimale olan yakınsama durumu, pareto önyüz noktalarının çözüm uzayındaki dağılımı, yayılımı ve pareto önyüzde bulunan çözüm sayısı çok önemlidir.

Özellikle sırt çantası problemleri, gezgin satıcı problemleri gibi çözümü zaman alan ve zorluk içeren problemlerin çok amaçlı olması durumunda ödünleşim alanında bir çok çözüm ortaya çıkmaktadır. Bu çözümlerin ödünleşim alanında örneğin iki amaçlı minimizasyon problemi için orjine yakınsaması gerekmektedir, çözümlerin her iki amaç içinde tüm ödünleşim alanında temsil kabiliyeti olması gerekmektedir.

Son yıllarda ortaya atılan birçok sezgisel yöntemin pareto performansını değerlendirmek için yukarıdaki özelliklere bağlı olarak geliştirilen metrikler önerilmiştir. Fakat bu metriklerin karşılaştırılması, performans ölçümlerindeki güvenilirlikleri literatürde çok geniş bir biçimde ele alınmamıştır. Bu çalışmada performans metrikleri sınıflandırılarak hangi açılardan avantajlı ve dezavantajlı oldukları incelenmiş ayrıca çözüm seti için hangi durumlarda ölçümlerini daha sağlıklı yaptıkları hangi durumlarda ölçümlerin yeterli bilgiyi verip vermediği incelenmiştir.

Birinci bölümde çok amaçlı optimizasyon problemlerinde performans değerlendirmesi için literatürde önerilen metriklere genel bir bakış yapılmıştır.

İkinci bölümde çok amaçlı optimizasyon problemleri incelenmiş, pareto önyüz, pareto optimal, baskınlık, ödünleşim alanı gibi kavramlar tanımlanmıştır.

Üçüncü bölümde performans metrikleri sınıflandırılmıştır. Nicelik tabanlı, uzaklık tabanlı ve çeşitlilik tabanlı metrikler incelenmiştir. Küçük örnekler ile metrikler değerlendirilmiş, avantaj ve dezavantajları ortaya konmuştur.

Dördüncü bölümde bulanık mantık tanımlanmış. Bulanık mantık tabanlı dinamik bir metrik önerilmiştir.

Altıncı bölümde iki amaçlı minimizasyon problemleri için çeşitli pareto önyüz sonuçları için metrikler ile karşılaştırmalı olarak değerlendirmeler yapılmış ortaya çıkan sonuçlar analiz edilmiştir. Ayrıca bazı test problemleri genetik algoritmalar ile çözdürülerek metrikler ile değerlendirmeye tabi tutulmuştur.

1. ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYONDA PERFORMANS ÖLÇÜTLERİNİN KURAMSAL TEMELLERİ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI

Çalışmamızın bu bölümünde literatürdeki çok amaçlı optimizasyon yöntemlerinin performans değerlendirmesinde kullanılan yöntemlerin incelemesi yapılmıştır.

Literatürde bulunan karşılaştırmalı performans değerlendirme yöntemleri üç kategoride incelenmektedir. Bunlardan birincisi çözüm setinde bulunan eleman sayısıdır. Bastırılmamış jenerasyondaki çözümlerin sayısı algoritmanın performansını ortaya koymaktadır. Baskın vektör jenerasyonu bu kategorideki metriklerden biridir. Baskın çözüm sayısını baz alır. Van Veldhuizen ve Lamont çok amaçlı evrimsel algoritmaların karşılaştırılması için deneysel bir metodoloji ortaya atmışlardır [1,2]. Dört adet evrimsel algoritmanın, özelliklerine göre karşılaştırılması bu metrik üzerinden değerlendirilmiştir. İkinci kategoride ise çözüm setinin doğruluğu veya pareto optimale (referans seti) yakınsama baz alınır. Üçüncü kategoride ise çözüm setinin dağılım ve yayılımı üzerinden inceleme yapılır. Van Valdhuizen ve Lamont dört adet evrimsel algoritmayı üçüncü kategoride bulunan dağılım metriği (spacing metric) üzerinden de karşılaştırmışlardır [2].

Deb evrimsel algoritmalar ile elde edilen çözümlerin karşılaştırmasını literatürde bulunan performans metrikleri ile değerlendirmiştir [3,4]. Bu değerlendirmelerin daha sağlıklı yapılabilmesi için bir kaç özellik açısından inceleme yapmıştır. Bunlar çözümün referans setine olan yakınsaması, çözümün dağılım ve yayılımı (referans setine göre) ve çözümün uzaklık ve dağılımıdır. (iki özellik tek metrik içerisinde incelenir).

Zitzler ve arkadaşları mevcut metrikler üzerinde analizler yaparak metrikleri tek bileşenli kalite indisleri ve iki bileşenli kalite indisleri olarak iki gruba ayırmışlardır [5]. Tek bileşenli kalite indislerinde tek bir değer üzerinden değerlendirme yapılırken iki bileşenli kalite indislerinde çözüm seti iki özellik üzerinden değerlendirilir. Zitzler iki bileşenli kalite indislerini önermiştir.

Fonseca ve arkadaşları değerlendirmeyi istatistiksel bir boyuta taşıyarak metasezgisel algoritmaların performanslarını stokastik bir yaklaşımla değerlendirmişlerdir [6]. Kümülatif dağılım fonksiyonu kullanarak çözüm setinin yerini incelemişlerdir.

Sayın üç kritere göre değerlendirme yapmıştır. Bunlar kapsama, homojenlik ve niceliktir. Sayın çok amaçlı matematiksel programlamada kesikli çözümlerin kalitesini bu üç kritere dayanarak ölçmüştür [7]. Kapsama, çözüm setinin tüm bölgelerde çözümü temsil edip etmediğini incelemektedir. Homojenlik çözümler arasındaki uzaklıkların birbirine benzer olmasını gösterir yani dağılımın kalitesini ölçer. Nicelik ise yeterli sayıda çözümün üretilip üretilmediğini kontrol eder.

Sayın matematiksel programlamada çözüm setlerindeki kapsama hatasına ve homojenlik seviyesini saptamaya yönelik metrik önerisinde bulunmuştur [7]. Bu çalışmaları maksimum ve minimum tipli matematiksel programlama hesaplamaları ile gerçekleştirmiştir.

Zitzler ve Thiele sırt çantası problemleri üzerinden deneysel bir çalışma ile nicel olarak çok amaçlı evrimsel algoritmaların karşılaştırmasını yapmışlardır [8]. Çok amaçlı evrimsel algoritmaların karşılaştırılmasında iki ölçüt kullanmışlardır. Birincisi çözüm setinin kapsadığı alan, ikincisi ise iki çözüm setinin birbirlerine göre baskınlıklarıdır.

Zitzler ve arkadaşları iki çözüm setinin birbirlerine göre baskınlıklarından yola çıkılarak oluşturulmuş metriği ilerleterek üç metrik önerisinde bulunmuşlardır [9]. Ve önceki çalışmalarını detaylandırmışlardır. Bu metrikler temel olarak çözüm setinin referans setine olan ortalama uzaklığı, çözüm setindeki elemanların dağılımı ve çözüm setinin yayılımı olarak sınıflandırılabilir.

Hansen ve Jaszkiwicz çözüm setlerindeki karşılaştırmaları nitel ve nicel olarak ikiye ayırmışlardır. Nitel olarak yapılan karşılaştırmalarda ortaya çıkan çözüm setleri karar vericinin varsayımlarına da dayanmaktadır [10]. Nicel olarak yapılan performans ölçümleri ve karşılaştırmalar ise daha çok olasılık ve fayda fonksiyonu değerine göre yapılır. Önerilen metotlar gerçek pareto optimal bilinmiyor olsa bile kullanılabilir metriklerdir. R_1 ölçütü bir çözüm setinin diğer çözüm setinden daha iyi olma olasılığını ölçer. R_2 ölçütü ise fayda fonksiyonunun beklenen değeri ile olan

farka veya orana göre ölçüm yapabilir. R_1 ve R_2 'de seçilen fayda fonksiyonlarının sayısal integrallemeye tabi tutulması önerilir.

Jaszkiewicz ve arkadaşları dört adet evrimesel algoritmanın performanslarını karşılaştırmak amacıyla çok amaçlı birleşimsel optimizasyon problemi üzerinde deneysel bir çalışma yapmışlardır [11]. Çok amaçlı evrimsel algoritmaların performanslarının ölçümünde kapsama metriği ile R metriği olmak üzere literatürde bulunan iki metriği kullanmışlardır [10].

Daniels gerçek pareto optimal ile çözüm seti arasındaki hata değerine göre sezgisel algoritmaların kalitesini ölçmeye yönelik bir çalışma yapmıştır [12].

Ehrgott ve Gandiblex çok amaçlı bileşimsel optimizasyon problemleri için genel bir taslak belirlemişlerdir. Çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözüm teknikleri ile literatürde bulunan birçok problemi çözmüşlerdir [13].

Kim ve arkadaşları “Bütünleşik Konveks Üstünlük” metriği adında iki kriterli bileşimsel optimizasyon problemleri için nicel bir karşılaştırma ölçütü önermişlerdir [14]. Bu karşılaştırma ölçütünde karar vericinin fayda fonksiyonundan yararlanır.

Fowler ve arkadaşları iki tip bütünleşik konveks üstünlük metriği önermişlerdir. Bu ölçütlerde olasılık yoğunluk fonksiyonları kullanılmıştır [15]. Ayrıca yeni bir ölçeklendirme modelide geliştirmişlerdir. Ortaya attıkları yeni iki metrik ile iki amaçlı paralel makine çizelgeleme problemlerinde iki genetik algoritmanın karşılaştırmasını yaparak deneysel bir çalışma gerçekleştirmişlerdir.

Jaszkiewicz çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümlerinde kullanılan meta-sezgisel yöntemlerin karşılaştırılması için etkinlik indeksi metriğini önermişlerdir [16]. Aynı kalitedeki çözüm setlerini elde edebilmek için gerekli zamanları baz alarak ölçüm yapan bir metriktir. Bu metrik ile gezgin satıcı problemleri üzerinde genetik algoritmalar ile deneysel çalışmalarda bulunmuşlardır.

Schott yedi noktalı ortalama uzaklık metriği ile referans noktalarına bağlı olarak çözüm setinin ortalama uzaklığını hesaplatmıştır [17]. Genellikle çoğu çok amaçlı optimizasyon probleminin optimal çözümü bilinmediği için bu tür bir yola başvurulmuştur.

Zeng ve arkadaşları dağılımı ölçen Deb'in önerdiği metriği geliştirerek çözüm setindeki noktaların yansımalarını dikkate almışlardır ve uzaklık indisini dağılımdan bağımsız hale getirmişlerdir [18]. Ve açıkta kalan noktalar üzerinden çözüm setinin dağılım kalitesini ölçmüşlerdir.

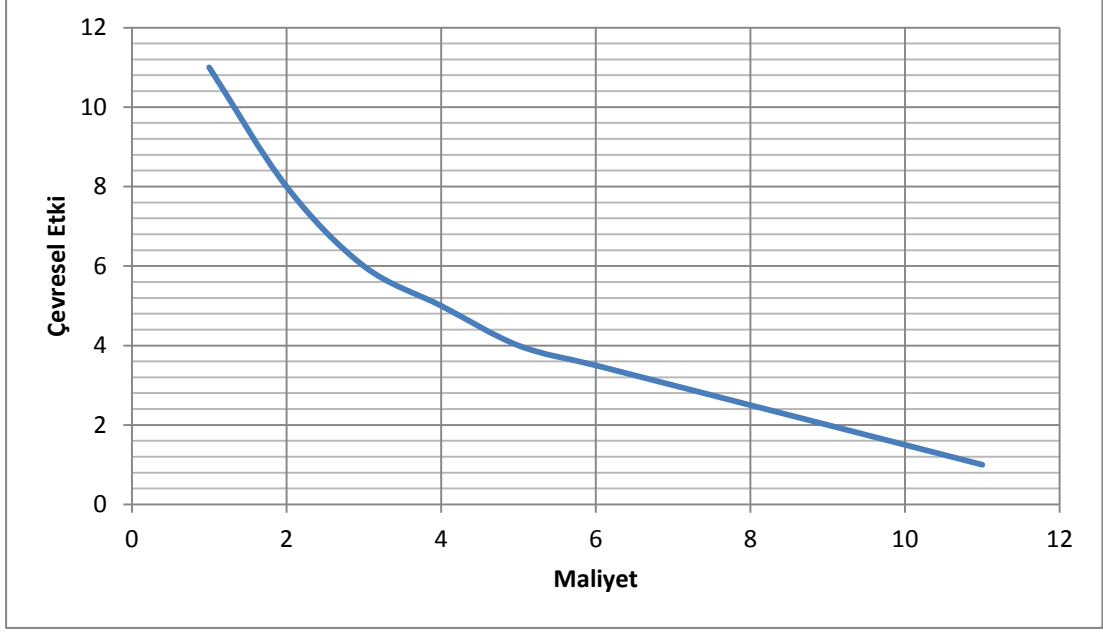
Ehrgott ve Gandibleux çok amaçlı optimizasyonda uç sınır noktaları tanımlamışlardır. Bununla birlikte çok amaçlı bileşimsel optimizasyon problemleri için geçerli olan ideal noktaların dezavantajlarını bertaraf etmişlerdir [19]. Çünkü ideal noktalar bazen çözüm setine çok uzakta olabilmektedir.

2. ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYON

Çok amaçlı optimizasyon problemleri tek amaçlı optimizasyon problemlerine göre daha zor ve karmaşık problemlerdir. Tek amaçlı optimizasyonda tek amaç için en iyi değer elde edilmeye çalışılırken çok amaçlı optimizasyonda birden fazla amacı en iyileme yani bir ödünleşim yüzeyi bulma gayreti vardır. Gerçek olayların yada problemlerin birçoğu çok amaçlı problemlerdir ve genellikle birbirleri ile çelişmektedirler. Çelişen bu amaçların eş zamanlı olarak optimize edilmesi gereklidir. Bunun için en iyi yol olan ve en sık kullanılan örneklerden biri bir kıyasal ürün üreten fabrika için zararlı çevresel etki ile maliyet amaçlarının eş zamanlı olarak en iyilenmesine yönelik problemlerdir. Çevresel etki arttıkça maliyet azalmaktadır, tam tersi olarak çevresel etki düştükçe maliyetler artacaktır. Karar vericinin istediği ise çevresel etki-maliyet gibi iki amacı eş zamanlı olarak en iyi noktada veya noktalarda buluşturmadır.

İki veya daha fazla amacı olan problemlerde yalnızca bir optimum çözüm yerine birden fazla olurlu çözüm ortaya çıkabilir. Bu sebeple karar verici ödünleşim bölgesindeki olurlu çözümlerden uygun olanını seçebilir. Şekil 2.1'de ödünleşim yüzeyine ait bir örnek görülmektedir. İki amaç fonksiyonuna göre (çevresel etki-maliyet) optimal çözümlerin bulunduğu çizgi pareto önyüz yada ödünleşim yüzeyidir.

Gerçek hayattaki doğal seçim ile optimizasyon işlemlerinin süreçleri benzerlik teşkil etmektedir. Bu nedenle teknolojinin gelişmesi ile birlikte genetik algoritmalar ve sürü zekası optimizasyon algoritmaları ufak değişiklikler ile endüstriye ve hizmet sistemlerine entegre edilerek simüle edilmiştir. Büyük boyutlu ve çözümü için fazla zaman gerektiren problemlerin doğadan esinlenerek oluşturulmuş algoritmalar ile çözümü hem iyi sonuçlar ortaya çıkarmakta hem de hızlı bir çözüm sağlamaktadır. Son yıllarda da bu tür algoritmalar geliştirilerek çeşitli uygulamalarda fazlaca kullanılmaktadır. Ve bu tür sezgisel algoritmalar çok amaçlı optimizasyon problemleri için çalıştırıldığında Şekil 2.1'deki gibi pareto önyüzler elde edilmektedir.



Şekil 2.1. İki amaç fonksiyonu olan bir problem

2.1. Çok Amaçlı Optimizasyonda Tanımlar

Birden fazla amaca sahip problemlerde en uygun durum (optimum) kavramı değişikliğe uğrar. Çünkü çok amaçlı optimizasyonda tek bir optimal çözüm yerine en uygun çözümleri içeren bir küme vardır. Optimal kavramı sık kullanılan ve orjinal olan anlamıyla Francis Ysidro tarafından önerilmiştir. Daha sonraları ise Vilfredo Pareto tarafından geliştirilmiştir [20]. Bazı yazarlar tarafından optimum kavramı Edgeworth-Pareto olarak kullanılmasına rağmen daha çok kullanılan şekliyle Pareto-Optimal'dir

2.1.1. Çok amaçlı optimizasyon

Genel olarak çok amaçlı optimizasyon problemleri n tane parametre (karar değişkenleri), k tane amaç fonksiyonu ve m adet kısıt şeklinde tasarlanır. Amaç fonksiyonları ve kısıtlar karar değişkenlerinin fonksiyonları durumundadırlar. Optimizasyon problemini formulüze edersek:

$$\min \quad y=f(x)=(f_1(x),f_2(x),\dots,f_k(x))$$

$$\text{ş.k.g.} \quad e(x)=(e_1(x),e_2(x),\dots,e_m(x))\leq 0 \quad (2.1)$$

$$x=(x_1,x_2,\dots,x_n)\in X$$

$$y=(y_1,y_2,\dots,y_k)\in Y$$

ve x karar vektörü, y ise amaç vektörüdür. X karar uzayını Y ise amaç uzayını temsil etmektedir. $e(x)\leq 0$ kısıtları ise olurlu çözüm setini tanımlamaktadır.

2.1.2. Uygun çözüm seti

Olurlu çözüm seti X_f , x karar vektör setinin $e(x)$ kısıtını sağlayanlar kümesi olarak tanımlanır. Şu şekilde gösterilebilir:

$$X_f=\{x\in X \mid e(x)\leq 0\} \quad (2.2)$$

X_f amaç uzayında uygun çözümleri ifade ederse :

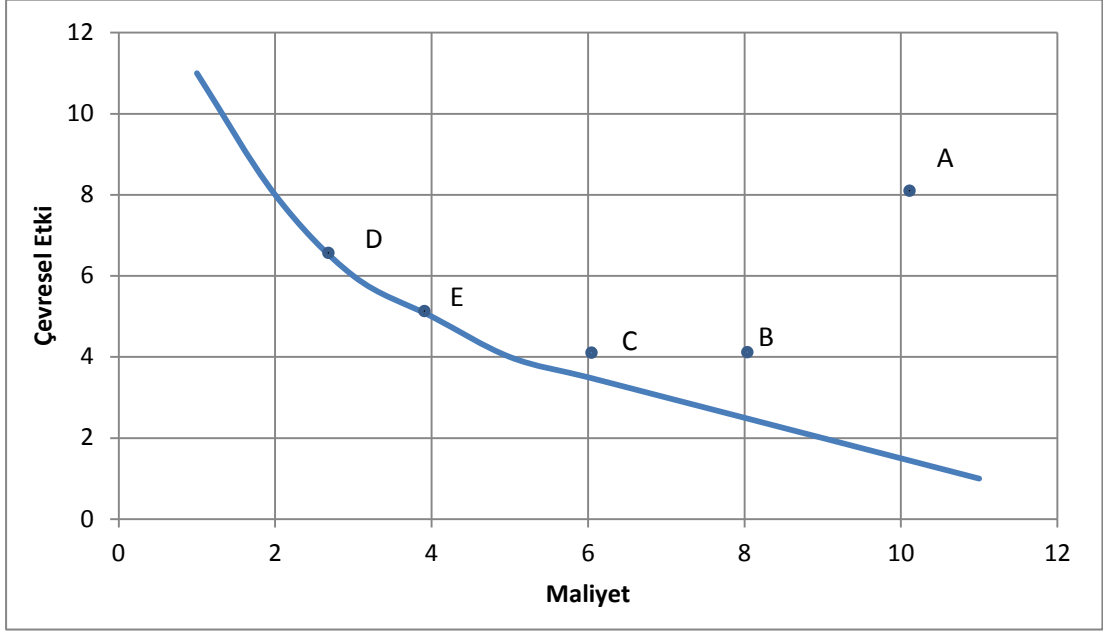
$$Y_f=f(X_f)=\bigcup_{x\in X_f}\{f(x)\} \quad (2.3)$$

olarak tanımlanır.

Burada gösterilen minimizasyon problemi maksimizasyon yada minimizasyon-maksimizasyon problemleri içinde benzer şekilde tanımlanır.

Maliyet-Çevresel Etki gibi iki amaca sahip iki amaçlı optimizasyon problemi örneği üzerinden gidilecek olursa. e_x kısıtları altında minimum maliyet ile minimum çevresel etki (çevre kirliliği vb.) elde edilmesi gerekmektedir. Burada amaçlar birbirleri ile çeliştiği için iki amacın birlikte aynı problem içerisinde optimale ulaşmaları çok zordur. Karar vericinin ihtiyaçları doğrultusunda ortalama çevresel etki ve ortalama maliyet uygun bir çözüm olabilmektedir.

Şekil 2.2'de görüldüğü üzere A ile B çözümlerini karşılaştıracak olursak B çözümü çevresel etki ve maliyet açısından A çözümüne göre daha üstündür. Çünkü her iki amaç fonksiyonu içinde daha minimize değerlere sahiptir. Fakat B ile C 'yi karşılaştırdığımızda aynı çevresel etkiye sahip olmalarına rağmen C çözümü maliyet açısından daha iyi bir çözümdür. Yani C çözümü B çözümünü bastırmaktadır ve B çözümüne göre daha üstündür. Fakat D ve E çözümlerine bakıldığında bir üstünlükten söz edilemez. Çünkü bu çözümler ödünleşim yüzeyinde (trade-off surface) bulunmaktadır. Bu tamamen karar vericinin tercihinin göre belirlenebilecek bir üstünlük olduğunu göstermektedir.



Şekil 2.2. Pareto Önyüzde Pareto Optimale Göre Baskınlık Durumları

Bu tür üstünlük durumlarını tek amaçlı optimizasyon problemlerinde matematiksel olarak ($=, \leq, \geq, <, >$) ifade edilebilmektedir. Fakat iki ve daha fazla amaçlı optimizasyon problemlerinde Tanım 4'te belirtilen biçimlerde üstünlükler ifade edilir.

2.1.3. İki amaçlı optimizasyonda eşitsizlik

İki amaç vektörü u ve v olsun;

$$u=v \text{ ancak ve ancak } \forall_i \in \{1,2,\dots,k\} : u_i=v_i \quad (2.4)$$

$$u \leq v \text{ ancak ve ancak } \forall_i \in \{1,2,\dots,k\} : u_i \leq v_i \quad (2.5)$$

$$u < v \text{ ancak ve ancak } u < v \wedge u \neq v \quad (2.6)$$

Bu durumlar \geq ve $>$ sembollerinde de benzerdir. Bu notasyonlara göre $E < C$ ve $C < B$ olursa sonuç olarak $E < B$ eşitsizliği ortaya çıkmaktadır. Fakat E ve D karşılaştırılırken benzer üstünlükten söz edilmeyebilir. $E \not< D$ ve $D \not< E$ gibi. E yüksek maliyetli fakat düşük çevresel etkiye sahip D ise düşük maliyetli olmasına rağmen yüksek çevresel etki ortaya çıkartmaktadır. Bu yüzden karar vektörleri a ve b minimizasyonda üç olasılığa sahiptir (tek amaçlı optimizasyonda iki): $f(a) \leq f(b)$, $f(b) \leq f(a)$ veya $f(a) \leq f(b) \wedge f(b) \leq f(a)$. Dördüncü tanımda çok amaçlı optimizasyonla ilgili gerekli tanım ve semboller daha ayrıntılı biçimde anlatılmaktadır.

2.1.4. Pareto baskınlık

Herhangi iki karar vektörü a ve b olmak üzere ,

$$a \succ b \text{ (a b'ye göre üstündür) ancak ve ancak } f(a) < f(b) \quad (2.7)$$

$$a \succcurlyeq b \text{ (a b'yi göre az üstündür) ancak ve ancak } f(a) \leq f(b) \quad (2.8)$$

$$a \sim b \text{ (a b'den farksızdır) ancak ve ancak } f(a) \leq f(b) \wedge f(b) \leq f(a) \quad (2.9)$$

Bu tanımların tümü maksimizasyon problemleri içinde benzer şekildedir.

Pareto baskınlık konseptinde optimallik kriteri esastır. a karar vektörü eğer herhangi bir vektör tarafından bastırılmıyorsa bu a'nın optimal olduğunu gösterir. Yani herhangi bir amaç fonksiyonunda değişikliğe gidilmedikçe a en uygun çözümdür.

2.1.5. Pareto optimalitesi

$a \in X$ için olmak üzere a bir vektör olsun;

1-) $X' \subseteq X$ durumunda a X'deki herhangi bir vektör tarafından bastırılmamış bir durumda ise;

$$\nexists a' \in X' : a' \prec a \quad (2.10)$$

Şeklinde ifade edilir.

2-) a karar vektörü sadece ve sadece X'e dair Pareto Optimaldir.

Pareto Optimalde bulunan çözümler en azından bir amaçta değişikliğe gidilmeden geliştirilemezler. Bu çözümlere global optimal çözümler denir. Fakat global optimal çözümler tüm pareto-optimal çözümleri içerisinde barındırmayabilir.

2.1.6. Pareto optimal set

Verilen bir çok amaçlı optimizasyon probleminde Pareto Optimal Set (P^*) şu şekilde tanımlanır:

$$P^* := \{x \in \Omega \mid \nexists x' \in \Omega : F(x') \preccurlyeq F(x)\} \quad (2.11)$$

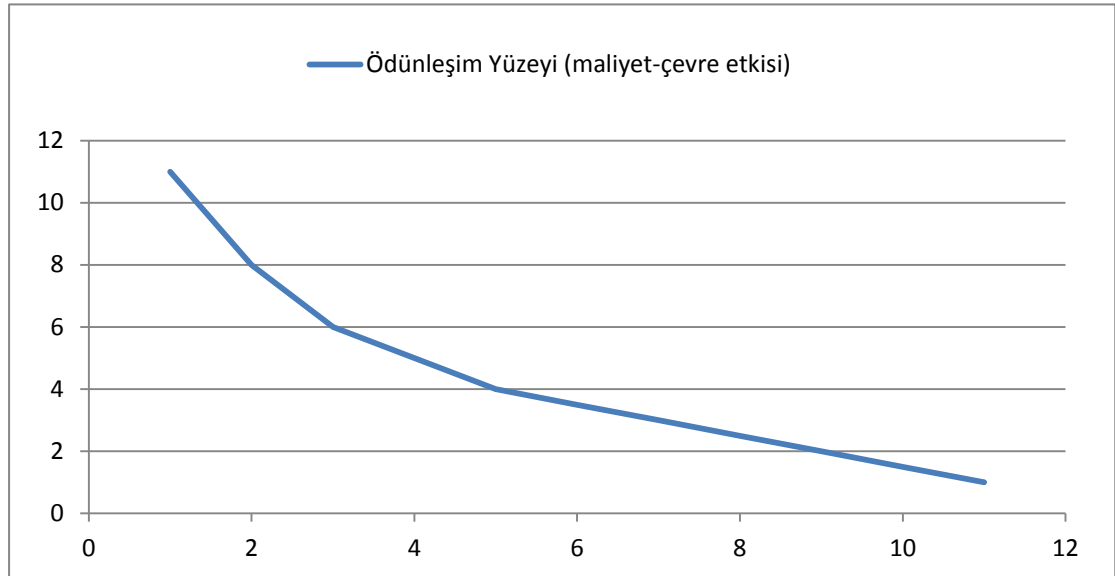
Pareto optimal çözümler ayrıca etkin, bastırılmamış veya makul çözümler olarakta adlandırılmaktadır. Pareto Optimal Çözümler karar uzayındaki genotiplerdir. Fenotip ise amaç vektörünün elemanlarının eş zamanlı olarak gelişimidir ki bu imkansıza yakın bir durumdur. Bastırılmamış çözümler içerisinde seçilen elemanların pareto optimal içerisinde olup olmadıkları yani makul bir çözüm olup olmadıkları fonksiyonel sonuçlarının değerlendirilmesine bağlı olarak belirlenir.

2.1.7. Pareto önyüz

Pareto Önyüz iki veya daha çok amaç fonksiyonu olan bir problemde ödünleşim alanında ortaya çıkan çözümlerin bütününe denir. Verilen bir çok amaçlı optimizasyon probleminde Pareto Önyüz (PF) ve Pareto Optimal P şu şekilde tanımlanır:

$$PF = \{u = F(x) \mid x \in P\} \quad (2.12)$$

Şekil 2.3'te iki amaç için oluşan bir pareto önyüz görülmektedir.



Şekil 2.3. İki amaç fonksiyonunu (maliyet-çevre etkisi)

3. PERFORMANS ÖLÇÜTLERİ

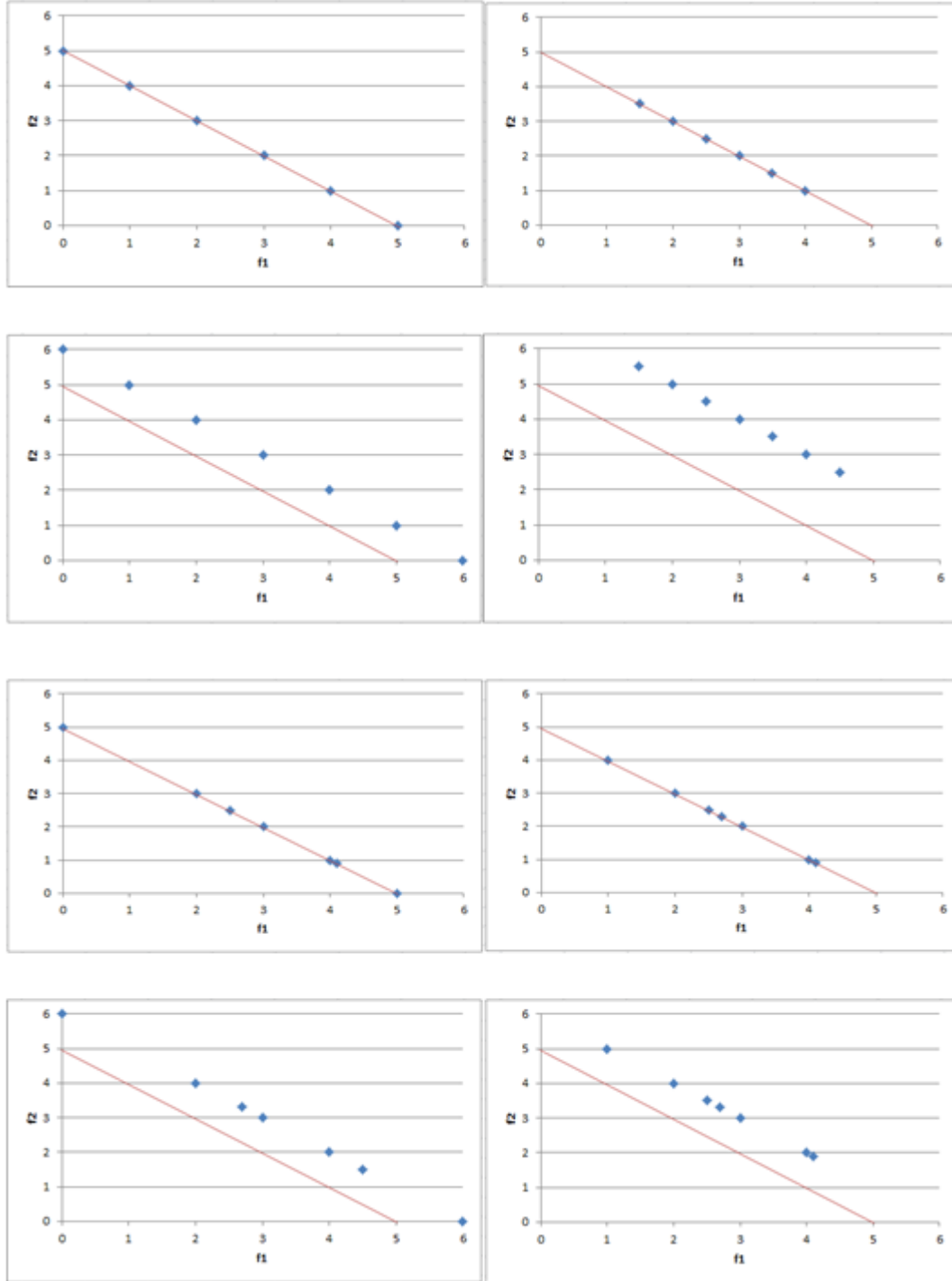
Optimal çözüm setlerinin kalitesini ölçmede kullanılan ve bu şekilde birbirinden farklı çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının performanslarını karşılaştıran bir çok performans ölçütü geliştirilmiştir. Genellikle optimal çözüm setinin kalitesi üç özellik üzerinden belirlenir. Çözüm seti içerisindeki çözüm sayısı bu özelliklerden birincisidir. İkinci olarak ise çözümlerin teorik optimal sete olan uzaklığıdır. Üçüncü performans ölçütümüz ise çözümlerin dağılımı ve yayılımıdır. Bu iki özellik birbirine yakın gibi gözüksede tam olarak benzer değillerdir.

Kullanılan performans ölçütleri statik durumlar için geçerli ölçütlerdir.Örneğin çalışma zamanı performansı, karar verici tercihleri ve farklı algoritmaların bir kaç kez çalıştırılarak elde edilmiş çözümlerinin ortalama performansı statik durumlar için ihmal edilmektedir.

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinde ortaya çıkan pareto önyüzler değerlendirmeye tabi tutulurken üç önemli özellik açısından sonuçlar karşılaştırılır veya analiz edilir. Şekil 3.1’de görüldüğü gibi bu üç özellik yakınsama, dağılım ve yayılımdır. Bunların yanında çözüm yönteminin yada algoritmanın ürettiği çözüm sayısında önemli bir kriterdir. Fakat Şekil 3.1’de bu kriterde değinilmeden yalnızca üç özellik irdelenmiştir.

Şeki 3.1’de sabit olarak görünen çizgi pareto optimal, çözüm noktaları ise problem çözümünde ortaya çıkan pareto önyüzdür. Birinci şekilde çözümler düzgün bir dağılıma sahiptir ve optimal çizgi üzerinde tüm alanı temsil kabiliyetine sahiptir. Yani geniş bir yayılım göstermiştir. Ayrıca çözümler optimal çözümler optimal çizgi üzerinde bulunduğu için yakınsamada çok iyidir. İkinci şekilde dağılım ve yakınsama iyi olmasına rağmen yayılım açısından çözümler iyi değildir. Çünkü çözümler belirli bir alana toplanmışlardır. Buda çözümlerin uç noktadaki temsil kabiliyetini etkilemiştir. Üçüncü çözümde pareto önyüz optimal çizgiden uzaktır. Bunun anlamı çözümler yakınsama açısından kötü durumdadır. Fakat yayılım ve dağılım gayet

düğgün bir biçimde ortaya çıkmıştır. Dördüncü şekilde belirli bir noktada toplanmış, dağılım açısından düğgün ve optimal çizgiye uzak bir çözüm seti vardır. Yani yakınsama ve yayılım açısından kötü, fakat dağılım açısından iyi olan bir pareto önyüzdür. Beşinci şekilde çözümler optimal çizgi üzerinde olmasına ve geniş bir yayılım göstermesine rağmen dağılım açısından kötü bir çözüm setidir.



şekil 3.1. Çözüm Setlerinin Pareto Optimize göre karşılaştırma gösterimi

Altıncı çözüm setinde ise yayılım ve dağılım kötü olmasına rağmen yakınsama çok iyi düzeydedir. Yedinci çözümde ise yayılım haricindeki özellikler iyi bir biçimde sağlanamamıştır. Sekizinci ve son şekildeki grafikte ise üç özellik açısından da iyi bir sonuç ortaya çıkmamıştır.

Şekil 3.1’de üç özellik açısından mümkün tüm durumlar incelenmiştir. Çözüm seti;

- Pareto optimale ne kadar yakınsa
- Ne kadar iyi dağılmışsa
- Ne kadar iyi yayılıma sahipse
- Mümkün olduğunca çok çözüm noktasına sahipse

Pareto önyüzün kalitesi iyi denilebilir.

3.1. Nicelik Tabanlı Performans İndisleri

En basit nicelik tabanlı performans ölçütü çözüm setinde bulunan çözümlerin sayısıdır. Bu çözümlere ise tüm bastırılmamış vektör jenerasyonu denir [1-3]. Çözüm setinde bulunan çözüm sayısı ne çok fazla ne de çok az olmalıdır.

Bunun yanında pareto optimaldeki çözüm sayısının çözüm setinde bulunan çözüm sayısına oranlanmasıyla elde edilen ölçüt ise tüm bastırılmamış vektör jenerasyonu oranı olarak adlandırılmaktadır [2,3]. Burada elde ettiğimiz çözüm setindeki çözüm sayısı $|S|$ olarak, pareto optimaldeki çözüm sayısı ise $|P|$ olarak gösterilmektedir. Tüm bastırılmamış vektör jenerasyonu oranı ise $|S|/|P|$ olarak gösterilir. Ek olarak bastırılmamış çözümlerin yüzdesini hesaplayan nicelik tabanlı metriklerde mevcuttur [4,5].

İdeal bir pareto optimal çözüm setinin iyi bir dağılım göstermesi ve yayılımının iyi olması gerekmektedir. Eğer pareto optimal seti (P) veya referans seti (R) biliniyor ise bulunan çözümlerin referans setine veya pareto optimal setine göre makul bir oranda olması gerekmektedir. Bunun için hata oranı ve referans noktalarının oranı metrikleri önerilmiştir [2,6,7,8]. Hata oranı metriği pareto optimalin elemanı olmayan çözümlerin yüzdesini gösterir.

$$HO = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{n} \quad (3.1)$$

Formülde n bastırılmamış çözüm sayısını gösterir. Eğer $HO=0$ çıkarsa optimizasyon yöntemi tarafından oluşturulmuş çözümler pareto optimalin birer üyesi anlamı çıkartılmaktadır. Referans noktaları oranı metriği ise $C1_R = ER(S,P) = 1.0 - C1_R(S,P)$ olarak bulunur.

Belirtilen metriklerin katı olması yani belli sınırları olması dolayısıyla bastırılmamış çözümlerin referans noktalarına oranı metriği ($C2_R$) biraz daha geliştirilmiştir [8]. Önceki yöntemler çözüm noktalarının referans noktasının veya pareto optimalin üyesi olup olmadığını dikkate almazken bu ölçüt çözüm setindeki öğelerin referans noktasına veya pareto optimale olan üyeliklerini de dikkate alır. $C2_R$ metriği şu şekilde tanımlanabilir:

$$C2_R(S,R) = |\{s \in S; \exists r \in R: r < s\}| / |S| \quad (3.2)$$

İki ayrı algoritmanın çalıştırılmasıyla ortaya çıkan iki çözüm setinin karşılaştırılması ise iki çözüm kapsama metriği (C) ile yapılır [8].

$$C(S_1, S_2) = |\{s_2 \in S_2; \exists s_1 \in S_1: s_1 \succ s_2\}| / |S_2| \quad (3.3)$$

Yapılan yanlışlıklardan bir tanesinde $C(S_1, S_2)$ ile $1 - C(S_2, S_1)$ 'in eşit görülmesidir. Fakat bunlar birbirlerine eşit değildirler. Bu yüzden her iki durumunda çözümü ortaya konularak incelenmelidir.

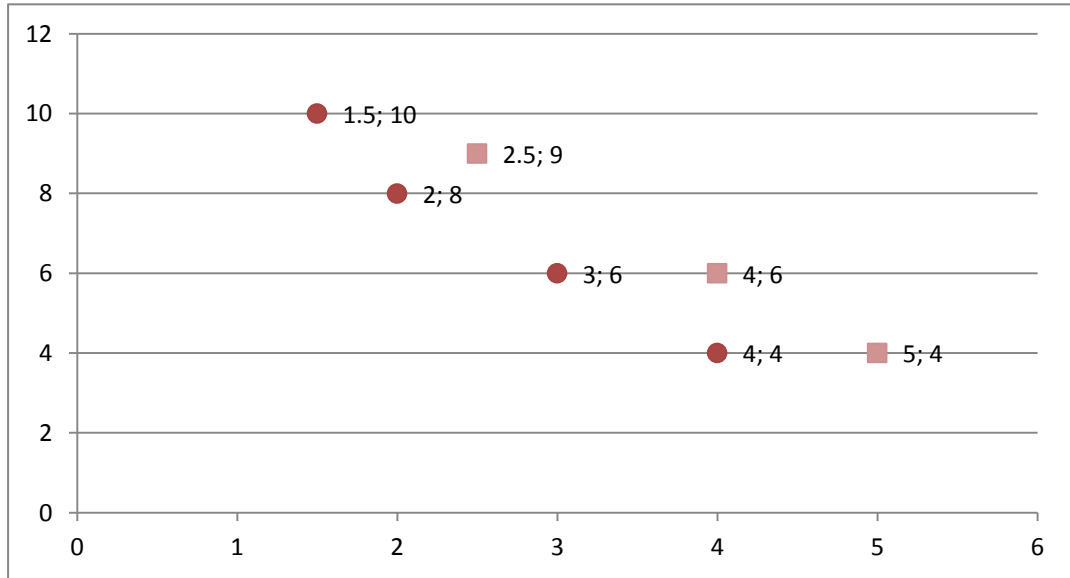
$C2_R$ metriği ile C metriği arasında yakın bir ilişki mevcuttur. Şu şekilde ifade edilebilir [8]:

$$C(S_1, S_2) = 1.0 - C2_R(S_2, S_1) + \frac{|\{s_2 \in S_2; \exists s_1 \in S_1: s_1 = s_2\}|}{|S_2|} \quad (3.4)$$

Bu kategori içerisindeki metriklerin bazı dezavantajları mevcuttur. Örneğin bu metrikler dağılım ve uzaklık hakkında hiçbir bilgi vermemektedir. Ayrıca nicelik tabanlı metrikler çok hassas çözümlere sahip değildirler [8]. Örneğin C metriğinde $C(S_1, S_2)$ ile $C(S_2, S_1)$ çözümleri sayısal olarak eşit kaliteye sahip görülselerde durum çok farklıdır.

3.2. Uzaklık Tabanlı Performans İndisleri

Uzaklığı baz alarak performans ölçen metrikler genellikle iki ana gruba ayrılmaktadır. Burada ikiye ayrılan bu metriklerin çözüm için başlangıç noktaları ya da baz aldıkları noktalar farklılık göstermektedir. Birinci tür uzaklık metriğinde pareto optimal ya da referans noktaları baz alınarak çözüm setinin optimal sete olan ortalama uzaklığı hesaplanmaktadır ve çözüm setinin referans noktası ya da optimal noktalara yakınsama durumuna göre çözümün kalitesi belirlenmektedir. İkinci türde ise referans noktası olarak çözüm seti alınmakta ve pareto optimalin veya referans setinin çözüm setine olan ortalama uzaklığı hesaplanmaktadır. Bu uzaklıklara göre işlemler yapılmaktadır. Şekil 3.2’de örnek üzerinde görülmektedir.



Şekil 3.2. Pareto Optimal ve Çözüm Seti İçin Örnek

İlk olarak açıklanan metrik jenerasyon uzaklığı (GD) olarak bilinmektedir [1,2,24]. Ve şu şekilde formülize edilmektedir:

$$GD(S,P) = \left(\sum_{i=1}^{|S|} d_i^q \right)^{\frac{1}{q}} / |S| \quad (3.5)$$

$$d_i = \min_{p \in P} \left\{ \sqrt{\sum_{k=1}^M (f_k(s_i) - f_k(p))^2} \right\} \quad (3.6)$$

Burada M amaç sayısıdır. Ayrıca $q=2$ olduğunda d_i öklidyen uzaklığı vermektedir. Bazı makalelerde $q=1$ olarak alınmıştır [3]. Fakat bu durumda pareto optimal setin daha fazla çözüm sayısına sahip olması gerekliliği de belirtilmiştir. Bu metriğede γ indisi adı verilmektedir. Bu metrik bazı makalelerde daha da geliştirilerek M_1^* metriği olarak literatüre kazandırılmıştır. M_1^* metriğinde d_i uzaklığı daha bir genel duruma dönüştürülmüştür [8,9].

Şekil 3.2 üzerinden GD metriğini çözdürecek olursak:

$$d_1 = \sqrt{(2.5-2)^2 + (9-8)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(4-3)^2 + (6-6)^2}$$

$$d_3 = \sqrt{(5-4)^2 + (4-4)^2}$$

$$GD = \sqrt{(1.118^2 + 1^2 + 1^2)/3} = 0.600$$

$GD=0$ olduğunda pareto optimal çözüm setine eşit olmaktadır. Yani GD değeri küçüldükçe çözüm seti optimale yakınsamaktadır.

GD metriğine alternatif olarak sunulan ve optimal setin ya da referans setinin çözüm setine olan uzaklığını ölçen metriklerde vardır. Bu metriğe de r-GD (r-generation distance) adı verilmektedir. Herbir optimal noktanın pareto önyüz üzerindeki her bir çözüm noktasına olan uzaklığını ölçer. r-GD metriğinin GD metriğine olan avantajı uzaklığı hesaplanmamış optimal noktanın kalmamasıdır. Fakat burada pareto optimalin bulunması zor olduğu için genellikle referans seti seçilmektedir. Yedi Noktalı Ortalama Uzaklık (SPAD) metriği bu kategoride yer almaktadır [17]. Bu metrikte referans seti yedi noktadan oluşmaktadır. $(0, \max(f_2))$, $(0, 2 \cdot \max(f_2)/3)$, $(0, \max(f_2)/3)$, $(0,0)$, $(\max(f_1),0)$, $(\max(f_1)/3,0)$, $(2 \cdot \max(f_1)/3,0)$ oluşturulan yedi referans noktasıdır. Buradan yola çıkarak SPAD metriği şu şekilde formülize edilmiştir:

$$SPAD = \frac{1}{|R|} \sum_{i=1}^{|R|} \min_{s \in S} \sqrt{|f_k(r_i) - f_k(s)|^2} \quad (3.7)$$

Benzer olarak referans setinden ortalama uzaklığı ölçen Dist1 metriği şu şekilde ifade edilmektedir [25]:

$$\text{Dist1}(R,S) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^{|R|} \{\min_{s \in S} \{c(r_i, s)\}\} \quad (3.8)$$

$$c(r_i, s) = \max_{j=1,2,\dots,M} \{0, w_j (f_j(s) - f_j(r_i))\} \quad (3.9)$$

w_j referans setinde f_j amacının çarpıma göre tersini temsil etmektedir. Dist1 metriği normalizasyon işleminin gerçekleştirilip gerçekleştirilmediği ve uzaklığın yerine göre GD metriğine göre farklılıklara sahiptir.

Ortalama uzaklığı hesaplamak yerine maksimum pareto önyüze göre hata metriği (MPFE) önerilmiştir. Burada çözüm setindeki maksimum hataya dayalı bir ölçüm geliştirilmiştir. Şu şekilde ifade edilen bir metriktir [1]:

$$\text{MPFE}(P,S) = \max_{p \in P} \sqrt{\left(\min_{s \in S} \sum_{k=1}^M |f_k(s) - f_k(p)|^2 \right)} \quad (3.10)$$

Şekil 3.2'deki örnekte çözüm setimizin MPFE değeri 1.118 çıkmaktadır. Üç tane minimum uzaklık bulunmuştu. Bunlar 1.118, 1 ve 1'dir. Bu üç sonuçtan maksimum olanı seçilmiştir.

Benzer şekilde referans setinden maksimum uzaklık metriği (Dist2) önerilmiştir. Formülize edilmiş şekli şöyledir [25]:

$$\text{Dist2}(R, S) = \max_{r \in R} \{\min_{s \in S} \{c(s, r)\}\} \quad (3.11)$$

Bu performans ölçütü $r \in \mathbb{R}$ setinden en yakın uzaklıktaki s çözümünün en uzak olanını verir. Yani referans setine en yakın çözüm setinin en uzakta olanının uzaklık bilgisini verir.

Bu kategoride bulunan performans indisleri referans seti ile çözüm seti arasındaki uzaklığa göre performans ölçümünü gerçekleştirir. Uzaklık tabanlı performans indislerinde ölçüm yapabilmek için referans seti ya da optimal çözüm setine ihtiyaç vardır. Son olarak ise uzaklık metrikleri her ne kadar referans setinin ya da optimal çözüm setinin yayılım ve dağılımından bağımsız gözüksede bazı noktalarda uzaklık metriğini etkilemektedir.

3.3. Alan Tabanlı Performans İndisleri

Alan tabanlı performans indislerinde elde edilen çözü setinin domine ettiği alan baz alınarak ölçüm yapılmaktadır. Temel mantık, büyük alana sahip çözümler yani daha geniş bir alana yayılmış bastırılmış çözümleri olan setler çözüm kalitesi açısından daha üstündür.

Bu tip bir performans ölçütü için çeşitli yöntemler mevcuttur. Bastırılmış alan metriği olan H indeksi bu kategoride bulunmaktadır [8]. Alan harici indeksi olarakta adlandırılmaktadır. Bir başka ölçütte ise optimal çözümün ya da referans noktalarının çözüm alanı ile çözüm setinin alanı arasındaki oran baz alınır ve HR(Hyperarea Ratio) metriği olarak adlandırılır. Ölçütte optimal çözüm ile elde ettiğimiz çözümün oranına bakılır [23].

Önerilen bir başka alan tabanlı ölçüt ise D indisidir. D indisi iki çözüm seti arasındaki alan farkına göre kalite değerlendirmesi yapar. Örneğin $D(S_1, S_2)$ indisi S_1 tarafından bastırılan fakat S_2 tarafından bastırılmamış alanı temsil eder.

H indeksinin formülize edilmiş hali şu şekildedir:

$$H \triangleq \left\{ \bigcup_i \text{area}_i \mid \text{vec}_i \in \mathbb{R} \right\} \quad (3.12)$$

Formüldeki vec_i çözüm setindeki bastırılmamaış vektörü ifade eder $area_i$ ise orijin ile vec_i vektörü arasındaki alanı belirtir.

H_1 çözüm setinin alanı, H_2 ise pareto optimalin alanı olarak kabul edilirse HR metriği şu şekilde ifade edilir:

$$HR \triangleq \frac{H_1}{H_2} \quad (3.13)$$

Bu oran ne kadar küçük olursa çözüm setinin kaliteside doğru orantılı olarak daha iyidir. Şekil 3.2'deki örnekten yola çıkılırsa $H_1=28$ ve $H_2=42$ çıkmaktadır. HR oranı ise 0,66 olarak bulunur. D indisi ise optimal çözüm ile çözüm seti arasındaki farkı bulur. Aynı şekilde örnek üzerinden ilerlenilirse $D=14$ olarak bulunur.

3.4. Dağılım ve Yayılım İndisleri

Bu kategorideki indisler yayılım ve dağılım bilgisini ölçerler. Bu ölçü üç şekilde gerçekleşir;

- Uzaklık Tabanlı
- Hücre Tabanlı
- Entropi Tabanlı

3.4.1. Aralık metriği

Aralık metriği (SP) matematiksel olarak çözüm setindeki elemanların dağılımını tanımlar. Çözüm setindeki elemanların varyansına göre bir ölçüm gerçekleştirir. SP aşağıdaki biçimde formülüne edilebilir [17]:

$$SP(s) = \sqrt{\frac{1}{|S|-1} \sum_{i=1}^{|S|} (d_i - \bar{d})^2} \quad (3.14)$$

$$d_i = \min_{s_k \in S \wedge s_k \neq s_i} \sum_{m=1}^m |f_m(s_i) - f_m(s_k)| \quad (3.15)$$

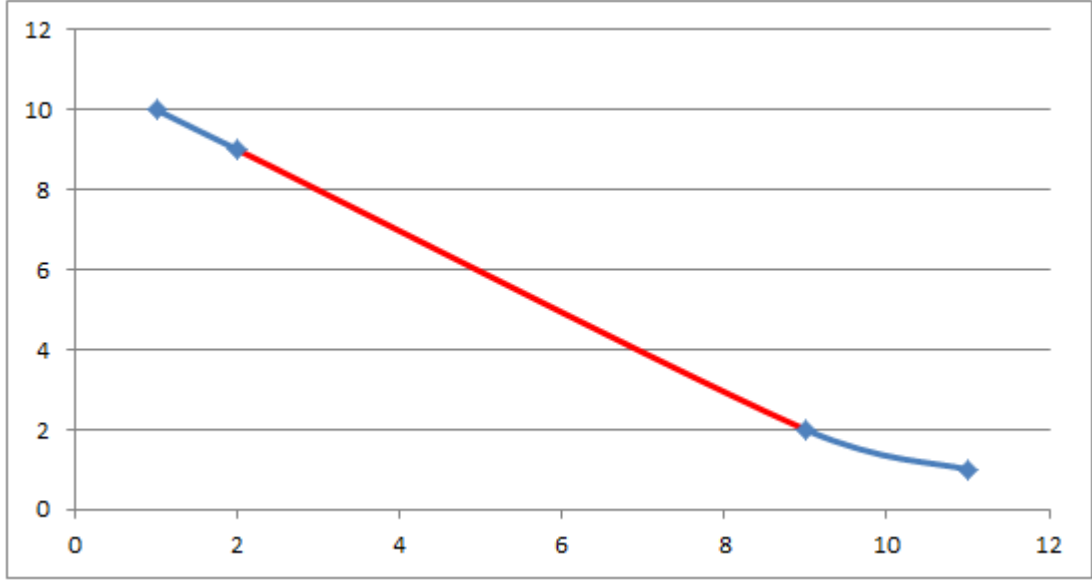
\bar{d} uzaklığı tüm d_i uzaklıklarının ortalaması olarak tanımlanır. Tüm eksenler boyunca uzaklık farkları hesaplanır. Ek olarak her bir çözüm noktasından sıralama olmaksızın en kısa uzaklık alınır. Daha sonra bu uzaklıklar $i=1$ 'den $i=|S|$ 'e kadar toplanır. Fakat SP metriğinin dezavantajıda vardır. Örneğin A(1,10), B(2,9) C(9,2) ve D(11,1) noktalarında elemanları olan bir çözüm setinde d_i uzaklığı hesaplanırken A-B ve C-D ikili noktaları arasındaki uzaklıklar iki kez hesaba katılmaktadır. B ve C arasındaki uzaklık ise hiç kullanılmamaktadır. Şekil 3.3'de kırmızı olarak çizilmiş olan uzaklık hesaplamaya hiç katkı yapmamıştır. Bu da hesaplamanın sağlıklı bir sonuç vermesini olanaksız kılmaktadır. Çok uç bir örnek olmasına rağmen $d_i=0$ olduğu durumda $\bar{d}=0$ olmaktadır. Bu durumda SP=0 sonucuna ulaşılmaktadır. Bu sonuç bize çeşitliliğin çok iyi olduğunu göstereceği gerçekte böyle bir durumdan söz edilemez.

3.4.2. Δ metriği

Aralık metriğinden (SP) daha fazla kullanılan ve Deb tarafından önerilen uzaklık tabanlı dağılım metriği Δ ilk olarak ardışık çözümler arasındaki öklidyen mesafeler olan d_i değerlerini hesaplar [3,4]. Daha sonra \bar{d} değeri hesaplanır. Ardından aşağıdaki formül ile Δ metriğinin sonucu bulunur.

$$\Delta(s) = \sum_{i=1}^{|S|-1} \frac{|d_i - \bar{d}|}{|S|-1} \quad (3.16)$$

Aralık metriği Δ' metriğinin başlangıç hali olarak geliştirilmiştir. Δ' metriği çözüm setlerindeki yayılımı ölçmektedir. Δ metriği ise yalnızca standart sapma üzerinden dağılımı ölçmektedir. Bunuda çözüm setindeki çözüm noktalarının arasındaki ortalama uzaklıklardan sapmaların ortalaması olarak yapmaktadır. İlk geliştirilen metriklerden biri olmasından dolayı basit bir mantığa dayanmaktadır. Bu metrik tüm çözüm noktaları arasındaki uzaklıkları hesaba kattığı için daha doğru sonuçlar vermektedir. Fakat çözüm setinin yayılımı hakkında bilgi vermediği yeterli bir metrik değildir. Farklı açılardan değerlendirme yapan metrikler kullanıldığında ise dağılım ölçümü için kullanılabilir.



Şekil 3.3. SP metriğinde çözümlerin uç noktadaki durumu

3.4.3. Δ' metriği

Deb tarafından çeşitliliği pareto önyüz üzerindeki çözümlerin çeşitliliğini değerlendirmeye yönelik bir metriktir [3][4]. Δ metriğinden farklı olarak çözüm setinin yayılımı hakkında da bilgi vermektedir. Ölçümün matematiksel olarak tanımı:

$$\Delta = \frac{1}{ap_1 + p_{10}b + 9m} (\overline{ap_1} + (\overline{p_1p_2} - m) + (\overline{p_2p_3} - m) + \dots + (\overline{p_8p_9} - m) + (\overline{p_9p_{10}} - m) + \overline{p_{10}b}) \quad (3.17)$$

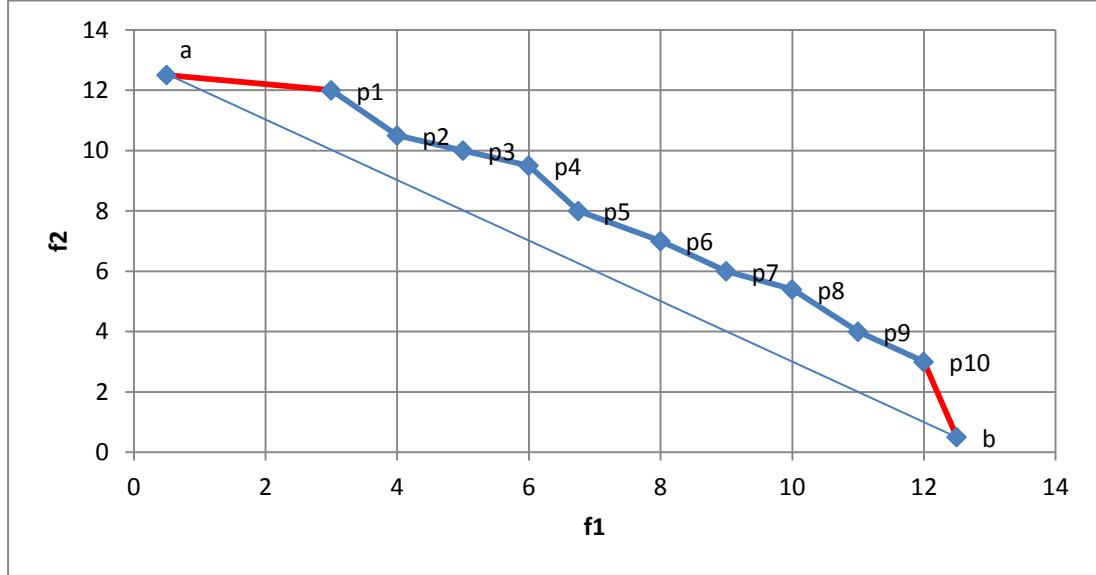
şeklindedir. Ve:

$$m = \frac{1}{9} [(\overline{p_1p_2}) + (\overline{p_2p_3}) + \dots + (\overline{p_8p_9}) + (\overline{p_9p_{10}})] \quad (3.18)$$

biçiminde tanımlanır.

$\overline{p_i p_j}$ ifadesi iki çözüm noktası arasındaki uzaklığı belirtmektedir (p_i ve p_j noktaları arasındaki uzaklık). Çözüm setinin çeşitliliği iki metriğin kombinasyonundan ortaya çıkar. Bunlar, çözüm setindeki elemanların yayılımı ve çözüm setindeki elemanların dağılımıdır. Genel manada üniform dağılıma sahip olan ve geniş bir yayılım alanı olan çözüm setleri kaliteli pareto önyüzlerdir. Şekil 3.4'de görüldüğü gibi a ve b noktaları uç çözümler olmak üzere çözüm seti bir pareto önyüz oluşturmuştur. a ve b

noktalarından pareto önyüzdeki elemanları birleştiren çizgiler çözüm setinin yayılımı hakkında bilgi vermektedir. Yani $\overline{ap_1} + \overline{p_{10}b}$ çözüm setinin uç noktaları, temsil ettiği



alan açısından değerlendirmeye katılır.

Şekil 3.4. Δ' Metriği çalışma prensibi

$(\overline{p_1p_2}-m) + (\overline{p_2p_3}-m) + \dots + (\overline{p_8p_9}-m) + (\overline{p_9p_{10}}-m)$ ifadesi ise dağılımın üniform olup olmadığını test eder. (3.17)'deki formülün sonucu ne kadar küçük bir değer çıkarsa çözüm setindeki çeşitliliğin iyi olduğu anlamı çıkmaktadır.

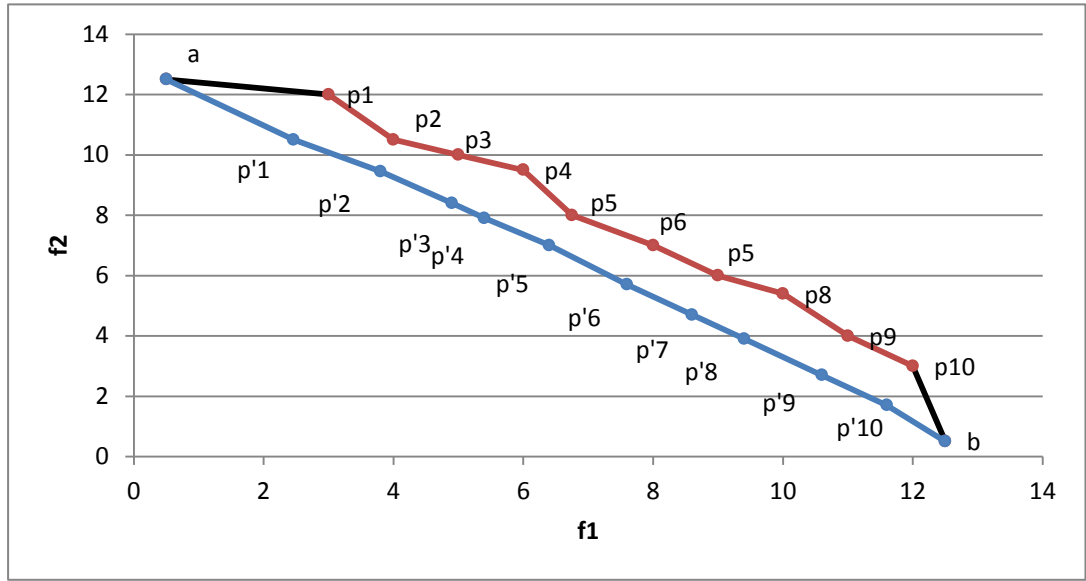
3.4.4. Harici metrik

Deb'in önerdiği Δ' metriğine karşı ortaya atılmış bir performan metriğidir [3,4]. Δ' bazı açılardan yetersiz olduğu ve iyileştirilmesinin gerektiği görüşü ile Zeng S. ve ark. tarafından önerilmiştir [18]. Şekil 3.5'de görüldüğü gibi pareto önyüz üzerindeki elemanların a ve b uç noktalarından çıkan doğrusal bir doğru üzerinde izdüşümleri alınmıştır. Sonucu ortaya çıkaran yöntemin performansının değerlendirilmesi bu düzlem üzerindeki izdüşüm noktaları ile yapılmaktadır. Bunun nedeni Şekil 3.5'de görüldüğü gibi ;

$$\overline{ap_1} = \sqrt{(\overline{ap_1'})^2 + (\overline{p_1'p_1})^2} \quad (3.19)$$

$$\overline{p_1 p_2} = \sqrt{(\overline{p_1 p_2''})^2 + (\overline{p_2 p_2''})^2} \quad (3.20)$$

İşlemlerinden $\overline{p_1 p_1}$ ve $\overline{p_2 p_2}$ uzaklık bilgisini (yakınsama bilgisi) barındırdıkları için metrik içerisinde elimine edilmeleri gerekmektedir. Bu yüzden pareto önyüzüm değerlendirme işlemi, pareto önyüzdeki çözümlerin doğrusal bir çizgi üzerindeki yansımaları üzerinden olmalıdır. Şekil 3.5'deki konumları ile harici metrik yorumlandığında (3.21)'deki işlemler yapılarak sonuca gidilir.

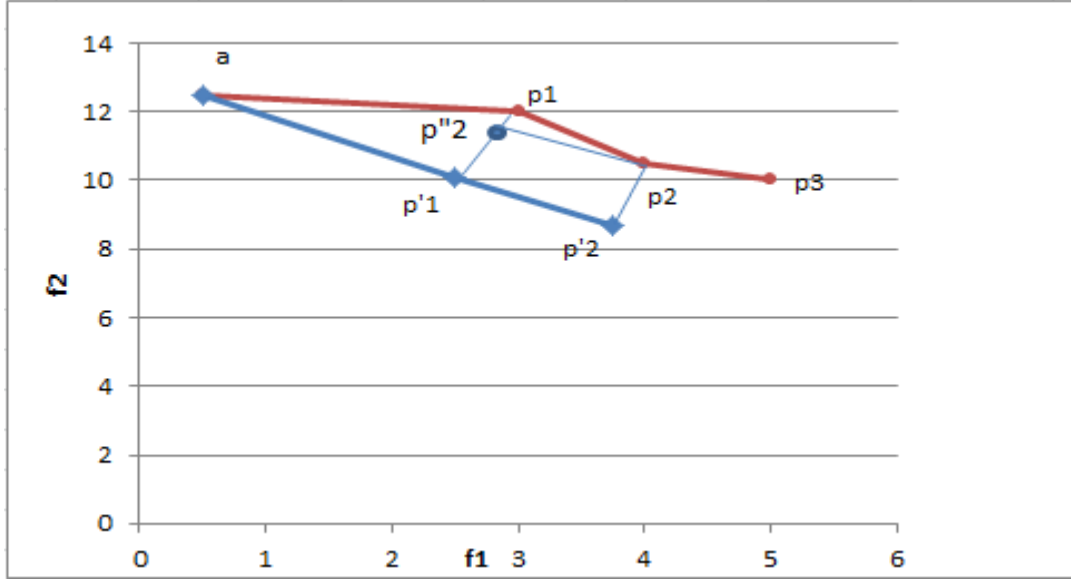


Şekil 3.5. HM'in hesaplama mantığının şekil üzerinde gösterimi

$$\Delta = \frac{1}{2+9} (\overline{ap_1} + (\overline{p_1 p_2} - m') + (\overline{p_2 p_3} - m') + \dots + (\overline{p_8 p_9} - m') + (\overline{p_9 p_{10}} - m') + \overline{p_{10} b}) \quad (3.21)$$

$$m' = \frac{1}{9} (\overline{p_1 p_2}) + (\overline{p_2 p_3}) + \dots + (\overline{p_8 p_9}) + (\overline{p_9 p_{10}}) \quad (3.22)$$

Noktaların doğrusal bir çizgi üzerindeki izdüşümleri alınarak problem sonucunda elde edilen performans değerlerinden uzaklık bilgisi arındırılmıştır. Şekil 3.6'da uzaklık bilgisinin çözümü hangi noktalardan nasıl etkilediği görülmektedir. İzdüşüm alındığı taktirde Şekil3.6'da da görüldüğü gibi fazlalık uzaklık bilgisi girmeyecektir. Daha sağlıklı ve doğru sonuçlara ulaşma açısından harici metrik izdüşüm yöntemini kullanmaktadır.



Şekil 3.6. Δ' metriği dezavantaj durumu

Bunun yanında Δ' metriğindeki bir başka eksiklik ise birden fazla amacı olan problemler üzerinde etkili bir denetim mekanizması olmamasıdır.

Harici metrik (EM) çözümündeki ilk adım pareto önyüz üzerindeki çözümlerin izdüşümlerinin bulunmasıdır. Bu sayede pareto önyüz uzaklık bilgisinden tamamen arındırılmış olacaktır.

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}\}$$

$$Q = \{p'_1, p'_2, p'_3, p'_4, p'_5, p'_6, p'_7, p'_8, p'_9, p'_{10}\}$$

Q kümesindeki elemanlar pareto önyüzdeki elemanların izdüşümleri konumundadır. Bu noktalara harici noktalar (exposed points) adı verilmektedir.

Çözüm aşamasından önce P ve Q iki ayrı set olarak kabul edilmektedir. Ve P, Q'ya yakınsamaktadır. Bu varsayımdan yola çıkarak şu şekilde çıkarımlarda bulunulabilir:

Tanım 1: $Q \subset \mathbb{R}^n$ ve $p \in \mathbb{R}^n$ olmak üzere (\mathbb{R}^n öklidyen n boyutlu uzaydır) p noktası ile Q seti arasındaki uzaklık şu şekilde tanımlanır:

$$D(p, Q) = \inf\{D(p, q) | q \in Q\} \quad (3.23)$$

$D(p, Q) = \overline{pq}$ p ve q noktaları arasındaki uzaklığı belirtmektedir. $\{D(p, q) | q \in Q\}$ ise sınır değeri gösterir yani en küçük değere sahip olmalıdır.

Tanım 2: Verilen bir $p \in \mathbb{R}^n$ noktası $p' \in Q$ şeklinde bir izdüşüme sahipse $D=(p,p')=D(p,Q)$ olarak ifade edilir ve p' noktasının Q üzerindeki izdüşümü olarak değerlendirilir [18].

İzdüşüm noktaları üç durum içerisinde değerlendirilir. İlk durum yalnızca bir tane izdüşüm setinin ve her çözüm noktasının yalnızca bir tane izdüşümü olduğu durumdur. İkincisi çözüm setindeki noktanın Q üzerinde izdüşümünün olamamasıdır. ab bir Q setinin doğrusu olsun p çözümü hariç bir nokta konumundadır. Yani Q üzerinde bir izdüşümü yoktur. Üçüncü durum ise bir noktanın birden fazla izdüşümünün olduğu durumdur. Dairesel bir Q üzerinde p 'nin birden çok izdüşümü olacaktır. Bir setten diğer bir izdüşüm set oluşturma tanım 3'te verilmektedir.

Tanım 3: $P \subset \mathbb{R}^n$ ve $Q \subset \mathbb{R}^n$ için P 'nin Q üzerindeki izdüşümü tüm p noktaları için [18];

$$P' = \{p' \in Q \text{ üzerindeki } p \text{ izdüşümleridir, } p \in P\}$$

olur.

Üçüncü tanıma göre P' Q 'nun alt kümesi durumundadır. Yani $P' \subset Q$ 'dur.

Tanım 4: Çözüm setindeki çeşitlilik değerlendirmesi yapılacak olursa P' Q üzerinde p noktalarının izdüşümleri olmak üzere [18];

$$Q = \{q_1, q_2, \dots, q_N\}$$

olarak tanımlanır.

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N D(q_i, P')/N \quad (3.24)$$

olarak formülüne edilir.

Λ metriği (harici metrik) için örnek verilecek olursa Q üzerinde p noktalarının çeşitliliği teste tabi tutulur. Elimizde 4 pareto önyüz ve bir Q seti bulunmaktadır.

$$Q = \{q_1, \dots, q_{10}\} = \{(1,0), (2,0), (3,0), (4,0), (5,0), (6,0), (7,0), (8,0), (9,0), (10,0)\}$$

olmak üzere ve ;

$$(1) P=\{p_1,p_2,p_3\}=\{(2,2),(5,1),(8,3)\}$$

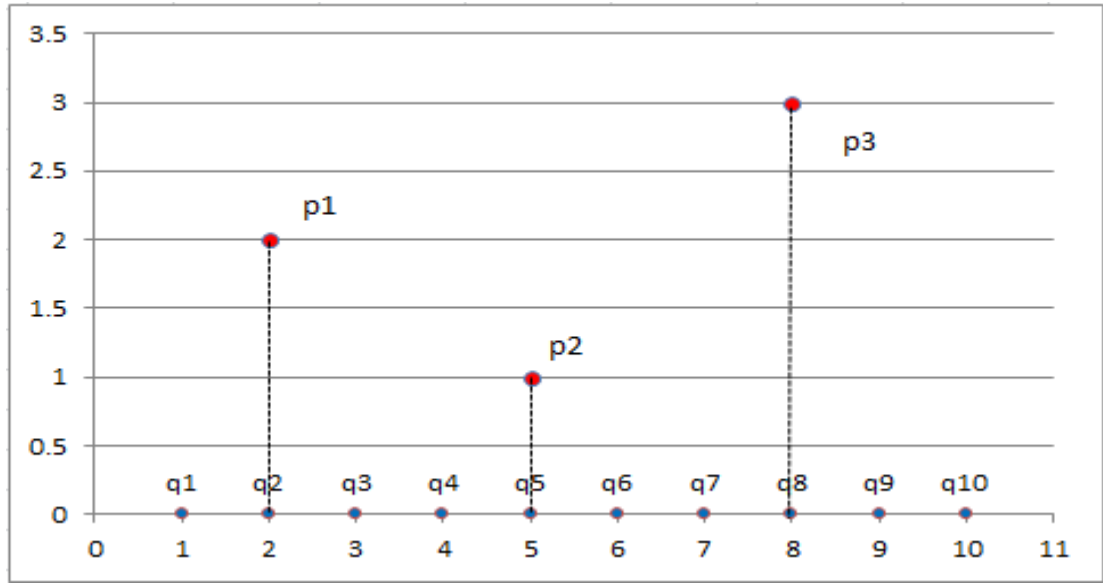
$$(2) P=\{p_1,p_2,p_3\}=\{(2,2),(4,1),(8,3)\}$$

$$(3) P=\{p_1,p_2,p_3\}=\{(4,2),(5,2),(6,2)\}$$

$$(4) P=\{p_1,p_2,p_3\}=\{(2,3),(5,1),(8,4)\}$$

(1) çözüm seti için p noktalarının Q çizgisi üzerindeki izdüşümü Şekil 3.7'de gösterilmektedir. (1) durumu için P setinin Q üzerindeki izdüşümleri şu şekilde tanımlanır:

Çözüm noktaları $Q:P'=\{(2,0),(5,0),(8,0)\}$ şeklinde belirlenerek izdüşümleri Şekil 3.7'de alınmıştır.



Şekil 3.7. Birinci durum için HM [18]

q noktalarının P setine karşı Q'daki harici derecelendirilmesi ise aşağıdaki gibidir:

$$D=(q_1,P')=1 \quad D=(q_2,P')=0 \quad D=(q_3,P')=1$$

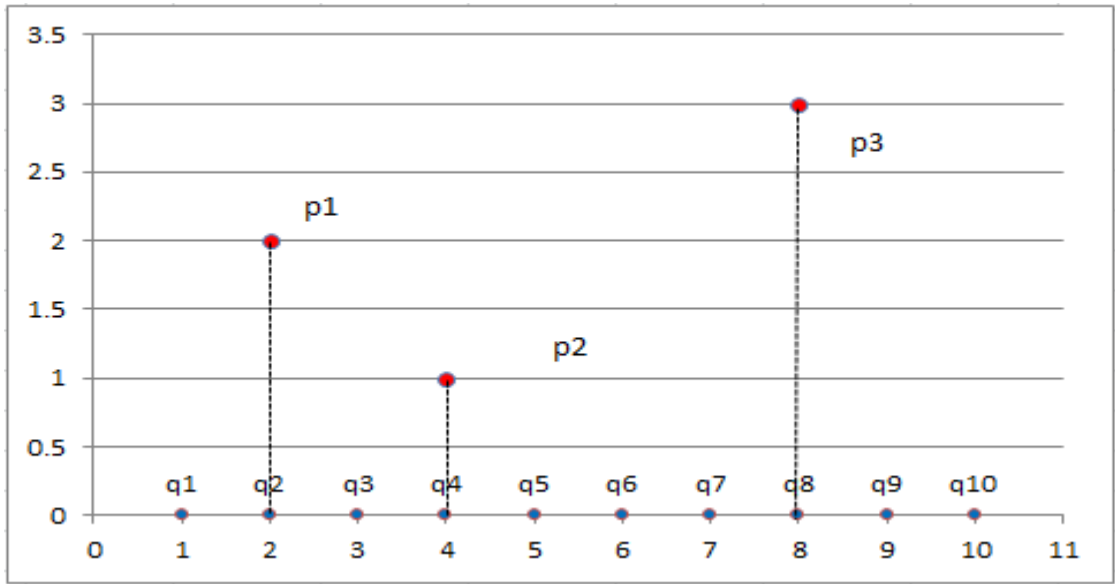
$$D=(q_4,P')=1 \quad D=(q_5,P')=0 \quad D=(q_6,P')=1$$

$$D=(q_7,P')=1 \quad D=(q_8,P')=0 \quad D=(q_9,P')=1$$

$$D=(q_{10},P')=2$$

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N D(q_i, P')/N = \sum_{i=1}^{10} D(q_i, P')/10 = 8/10 = 0,8$$

(2) çözüm seti için Q üzerinde P'nin izdüşümü $Q:P'=\{(2,0),(4,0),(8,0)\}$ şeklinde tanımlanır. Bu tanımlama Şekil 3.8'de de görülmektedir. q noktalarının P setine karşı Q'daki harici derecelendirmeye yönelik oluşturulan izdüşümler aşağıdaki şekilde gibidir:



Şekil 3.8. İkinci durum için HM [18]

$$D=(q_1, P')=1 \quad D=(q_2, P')=0 \quad D=(q_3, P')=1$$

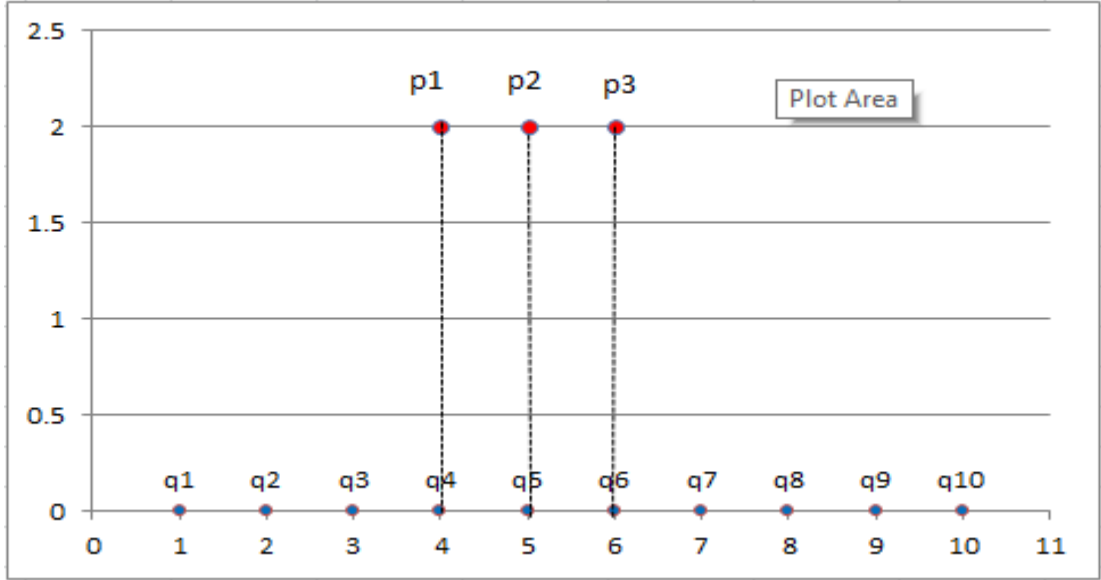
$$D=(q_4, P')=0 \quad D=(q_5, P')=1 \quad D=(q_6, P')=2$$

$$D=(q_7, P')=1 \quad D=(q_8, P')=0 \quad D=(q_9, P')=1$$

$$D=(q_{10}, P')=2$$

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N D(q_i, P')/N = \sum_{i=1}^{10} D(q_i, P')/10 = 9/10 = 0,9$$

(3) çözüm seti için Q üzerinde P'nin izdüşümü $Q:P'=\{(4,0),(5,0),(6,0)\}$ olmaktadır. Ve q noktalarının P setine karşı Q'daki harici derecelendirilmesi ise aşağıdaki



gibidir:

Şekil 3.9. Üçüncü durum için HM [18]

$$D=(q_1,P')=3 \quad D=(q_2,P')=2 \quad D=(q_3,P')=1$$

$$D=(q_4,P')=0 \quad D=(q_5,P')=0 \quad D=(q_6,P')=0$$

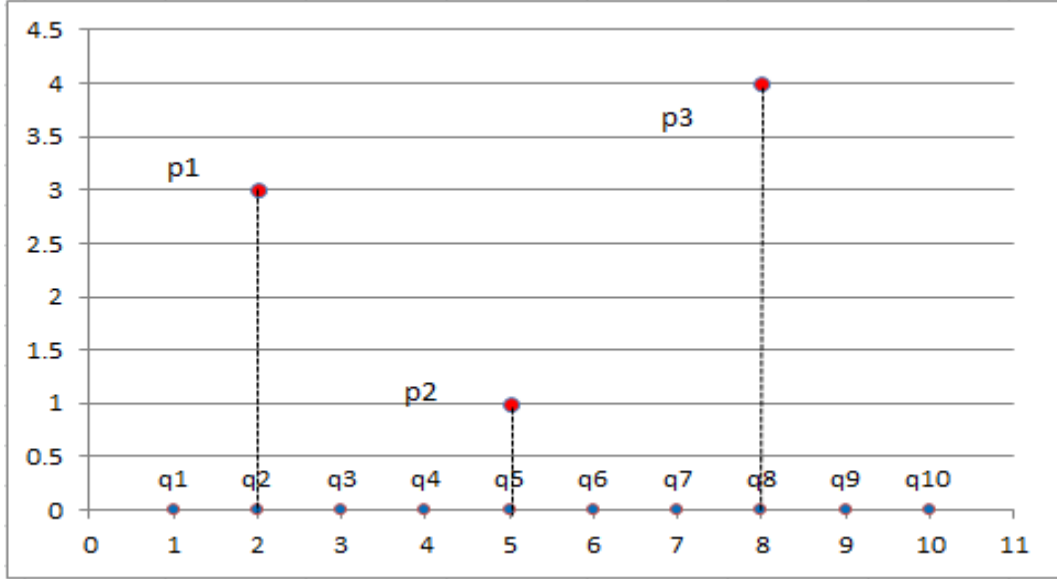
$$D=(q_7,P')=1 \quad D=(q_8,P')=2 \quad D=(q_9,P')=3$$

$$D=(q_{10},P')=4$$

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N D(q_i, P')/N = \sum_{i=1}^{10} D(q_i, P')/10 = 16/10 = 1,6$$

(4) çözüm seti için Q üzerinde P'nin izdüşümü $Q:P'=\{(2,0),(5,0),(8,0)\}$ olmaktadır. Bu manada (1) çözümü ile benzerlik göstermektedir. Görsel olarak incelenecek olursa Şekil 3.9'da (1)-(3) çözümlerinde dağılım benzerdir yalnızca y eksenindeki değerlerde farklılıklar vardır.

$$D=(q_1,P')=1 \quad D=(q_2,P')=0 \quad D=(q_3,P')=1$$



$$D=(q_4, P')=1 \quad D=(q_5, P')=0 \quad D=(q_6, P')=1$$

Şekil 3.10. Dördüncü durum için HM [18]

$$D=(q_7, P')=1 \quad D=(q_8, P')=0 \quad D=(q_9, P')=1$$

$$D=(q_{10}, P')=2$$

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N D(q_i, P')/N = \sum_{i=1}^{10} D(q_i, P')/10 = 8/10 = 0,8$$

Analizi (1) ve (2) durumları için yapacak olursak P' çözümleri aynı genişliğe sahip olmalarına rağmen farklı dağılım özellikleri göstermektedirler. (1) durumunda üniform bir dağılım varken (2) durumunda bundan söz edilemez. Hesaplama sonuçlarından da görüldüğü üzere (1) için yapılan işlemler sonucu ortaya çıkan harici derecelendirme (2) çözümüne göre daha küçüktür.

(1) ve (3) karşılaştırıldığında ise iki durum içinde üniform dağılım sözkonusudur. Fakat genişlikler farklıdır. (1) durumunda çözümler daha geniş bir alana yayılmaktadır. Hesaplamalar sonucunda (1) durumunda elde edilen değer (3) durumuna göre daha küçüktür. Yani geniş alana yayılan çözüm daha iyi bir sonuç vermiştir.

3.4.5. K-en yakın komşu tabanlı metrik

Km-UA metriği hibrit bir metrik olarak değerlendirilebilir. Çünkü hem uzaklık hem de komşuluk tabanlı bir metriktir. Metotta, bastırılmamış çözüm setindeki elemanların komşuluk yaptıkları elemanlar ile dağılım ilişkisi dikkate alınır ve çözüm setindeki her bir elemana uzaklık tabanlı bir uygunluk değeri atanır. Daha sonra bu uygunluk değerleri değerlendirilir. Eğer pareto önyüz üniform dağılmıyorsa bu değerler sabit olmayacaktır, yani çözüm setindeki her bir eleman için farklılıklar gösterecektir. Metriğin hesaplaması yapıldıktan sonra ortaya büyük bir değer çıkacaktır. Ayrıca her birey için komşuluk sayısı da önemlidir. Bu sayı için kesin bir değer belirlememiştir fakat makul bir değer olması önemlidir. Sürecin adımları şu şekilde yazılabilir:

Adım 1: Giriş değerleri belirlenir.

$c=0$: iterasyon sayısı

$n*n$: oluşturulacak matris boyutu (her çözümün birbirleri arasındaki uzaklık değerleri)

Başlangıçta her birey için uygunluk değeri 0 olarak atanır.

Adım 2: Her birey için uzaklıklar hesaplanarak $n*n$ 'lik matris oluşturulur.

Adım 3: Her birey için belirlenen sayıda komşuluk uzaklıkları seçilir. Seçilen değerler en kısa uzaklıklar olmalıdır.

Adım 4: Her birey için ind_i ($i=1,2,\dots,n$) en yakın üç komşu, çocuk birey olarak ind_j ($j=1,2,\dots,K$) seçilir. Tüm çocuk bireyler incelenir. Eğer çocuk bireyde ebeveyn bireyin komşuluğu yoksa iki birey arasındaki bağ silinir. Ve iterasyon sayısı bir artırılır ($c=c+1$). Bu süreç $j=n$ olana kadar devam eder.

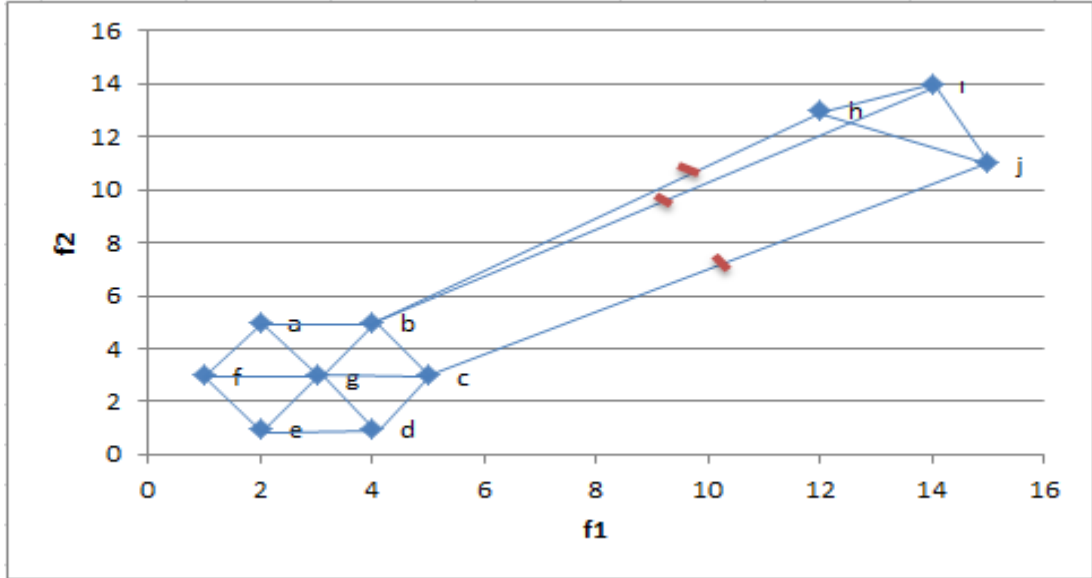
Adım 5: Her birey için ind_i ($i=1,2,\dots,n$) uygunluk değerleri hesaplanır.

$$\text{uygunluk değeri}(i)=UD(i)=\sum_{j=1}^{|S|} d_{ij} \quad (3.25)$$

j burada j'inci çocuk bireyi temsil eder ve |S| değeri ise ind_i bireyinin çocuk bireylerinin sayısını ifade eder.

Adım 6: Bu adımlar sonucunda kümelenmeler meydana gelir. Her küme için Km-UA aşağıdaki biçimde bulunur:

$$KmUA=\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (f_{\text{uygunluk}} - \text{uygunluk})^2} \quad (3.26)$$



Şekil 3.11. Km-UA metriğinin K=3 alındığında işleyişi

Şekil 3.11'de pareto önyüz iki gruba bölünmüş durumda. Küme1: (a,b,c,d,e,f,g) ve Küme2: (h,i,j)'dir. Vegörüldüğü gibi 10 elemanlı bir çözüm seti için Km-UA metriği işletilmiştir. h elemanı için i,j, ve b olmak üzere 3 çocuk birey bulunmuştur. Bu çocuk bireyler h çözümüne en yakın olanlardır. Fakat b için bulunan çocuk bireyler a,g ve c olmuştur. h bireyinin ikinci birey kümesinde bulunmamasından dolayı h ile b bireyleri arasındaki ilişki kesilmiştir. Aynı durumlar i-b ve j-c ikilileri içinde geçerlidir. Son adımdan sonra bireyler iki ayrı kümeye ayrılmışlardır.

3.4.6. Maksimum yayılım metriği

Zitzler tarafından önerilen bir metriktir. Sınır çözümleri arasındaki uzaklığı bulur [5]. Şu şekilde tanımlanabilir:

$$M_3^* := \sqrt{\sum_{i=1}^n \max\{\|a_i - b_i\| \mid a, b \in A\}} \quad (3.27)$$

Burada çözüm setindeki tüm elemanlar arasındaki uzaklıklar ölçülür ve maksimum değere sahip olanlar toplanarak işlem yapılır. Çözüm setinin yayılımını ölçmektedir. Yani herhangi bir yöntem ile çözülmüş çok amaçlı bir problemin çözüm noktalarının çözüm uzayındaki yerleşim genişliği açısından bir değerlendirme yapar.

3.4.7. Hücre tabanlı metrik

ι metriği [26] tarafından önerilmiştir. Formülasyonu aşağıda gösterildiği biçimdedir:

$$\iota = \sqrt{\sum_{i=1}^{|\mathcal{P}|+1} \left(\frac{n_i - \bar{n}_i}{\sigma_i}\right)^2} \quad (3.28)$$

n_i pareto optimal üzerindeki i 'inci kümedeki çözüm sayısını belirtmektedir. \bar{n}_i ise i 'inci alt çözüm bölgesinde beklenen çözüm sayısını belirtir. P arzu edilen optimal çözüm sayısını gösterir. $(P+1)$ 'inci bölge bastırılmış alandaki çözümleri ifade eder. Pareto optimal çözüm üzerindeki her çözüm bir çember merkezine yerleştirilerek alt bölgeler oluşturulur. Bu bölgelerin herbiri için işlemler gerçekleştirilir. Her alt bölgenin beklenen sayıda çözümü vardır ve gerçekleşen çözüm sayısı vardır. Oluşturulan hücreler üzerinden varyans işlemi gerçekleştirilir.

$i = 1, 2, \dots, |P|$ için;

$$\sigma_i^2 = \bar{n}_i \left(1 - \frac{1}{|P|}\right) \quad (3.29)$$

olur.

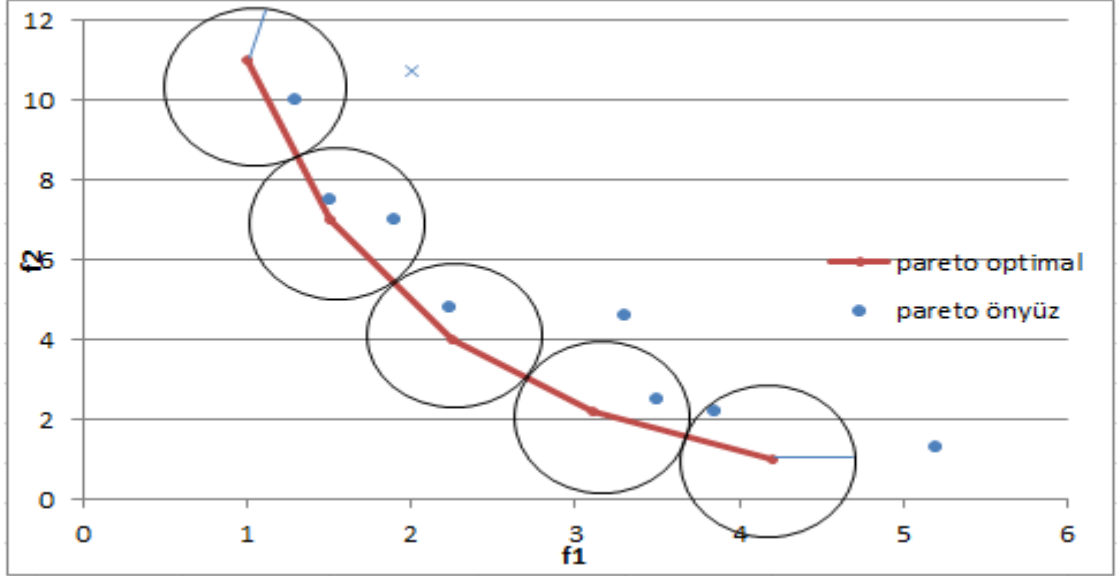
$$\sigma_{|P|+1}^2 = \sum_{i=1}^{|\mathcal{P}|} |S_i| \left(1 - \frac{1}{|P|}\right) \quad (3.30)$$

Şekil 3.12'deki örnek üzerinden gidilecek olursa;

$$n_1=1 \quad n_2=2 \quad n_3=1$$

$$n_4=1 \quad n_5=1 \quad n_6=2\sigma_i^2=\bar{n}_i \left(1-\frac{1}{|P|}\right)=\frac{8}{5} \left(1-\frac{1}{5}\right)$$

$$\sigma_i=\sqrt{1.28}$$



Şekil 3.12. ι metriği için örnek

$$\sigma_6^2=|S| \left(1-\frac{1}{|P|}\right)=8 \left(1-\frac{1}{5}\right)=6.4$$

$$\sigma_6=\sqrt{6.4}$$

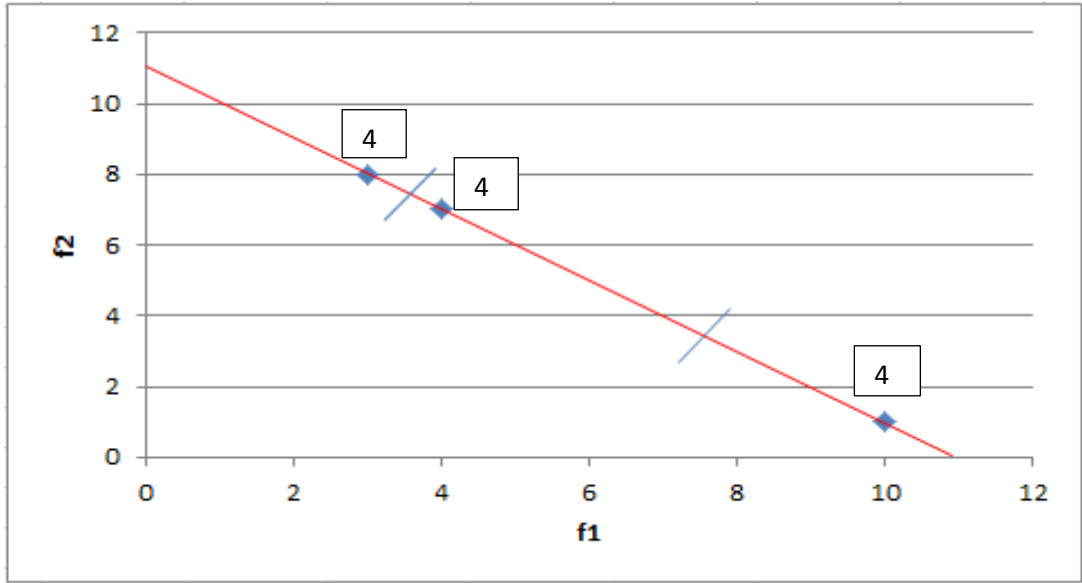
$$\iota=\sqrt{\frac{\left(\frac{1-1.6}{\sqrt{1.28}}\right)^2 + \left(\frac{2-1.6}{\sqrt{1.28}}\right)^2 + \left(\frac{1-1.6}{\sqrt{1.28}}\right)^2 + \left(\frac{1-1.6}{\sqrt{1.28}}\right)^2}{\left(\frac{1-1.6}{\sqrt{1.28}}\right)^2 + \left(\frac{2-1.6}{\sqrt{6.4}}\right)^2}}$$

$$\iota=1.129$$

Örnekte de görüldüğü gibi ι metriğinin sonucu 1.129 olarak bulunmuştur. Her bir hücrenin beklenen değeri ile hücrede ortaya çıkan çözüm sayısı arasındaki farklar bulunarak σ_i değerine bölünmüştür. Ayrı olarak dışarıda kalan elemanların σ_i değeri

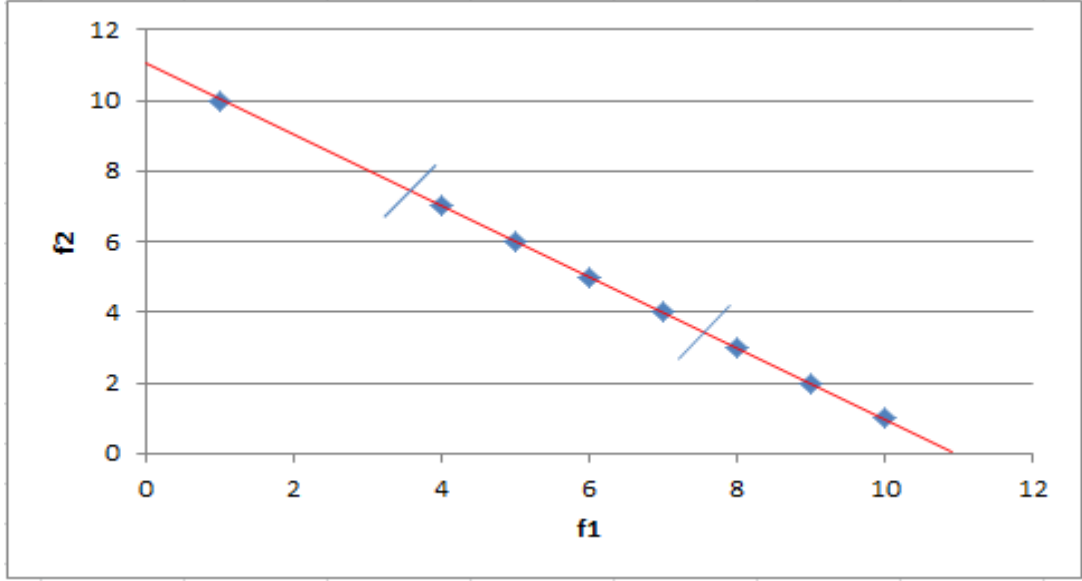
farklıdır. Daha sonra tüm değerlerin kareleri alınarak toplanmış ve sonuca ulaşılmıştır. Yapılan işlem basitçe bir varyans alma işlemidir.

Çoğu performans metriğinde olduğu gibi ι metriğininde eksik yönü bulunmaktadır. Şekil 3.13’de Pareto önyüz üzerinde P’yi 3 olarak kabul ettiğimizde pareto önyüz çizgisi 3 eşit parçaya bölünecektir. Çözüm setindeki çözüm seti ise 12 elemanlı olsun. Yani bölümlendirilmiş her bir hücre içerisinde $\bar{n}_i = \frac{12}{3} = 4$ eleman olması gerekmektedir.



Şekil 3.13. ι metriği dezavantaj durumu

Şekil 3.13’de her nokta 4 çözümü göstermektedir. Yani 4 çözüm noktasında aynı bölgede bulunmaktadır. ι metriğinin hesaplama sonuçlarına bakıldığında Şekil 3.13’deki dağılımın daha iyi olduğunu gösterir. Fakat Şekil 3.14’deki dağılımın daha iyi olduğu açıkça görülmektedir. Çok nadir görülebilecek bir durum olmasına rağmen bu bir dezavantajdır.



Şekil 3.14. t metriği dezavantaj durumu

3.4.8. Minimum yayılan ağaç metriği

Minimum yayılan ağaç metriği (MYA) çok amaçlı evrimsel algoritmaların çeşitlilik açısından performanslarını ölçen bir indistir. MYA çözüm aşamasında komşu çözümlerin dağılım ilişkisine dayalı bir konseptte sahiptir. Eğer çözüm, komşuluklarda düzgün dağılmış ise çözümün iyi olduğu kabul edilir. Geleneksel metotların aksine komşuluk bölgesi konsepti minimum yayılan ağaç yöntemini kullanır. Ve bir çözümün birden çok komşuluk ilişkisi bulunabilir. MYA yönteminin adımlarını şu şekilde sıralayabiliriz [31]:

1. Çözüm seti üzerinde öklidyen uzaklık yöntemi kullanılarak minimum yayılan ağaç sistemi kurulur.
2. Her çözüm noktası için, çözüm noktası merkez olacak şekilde çemberler oluşturulur. Çemberin yarıçapı olarak ise çözüme komşu olan diğer çözüm noktalarından en uzak olanı seçilir. Her çember sınırlarında çözümler bulundurulur. N , çözüm setindeki eleman sayısı olmak üzere $2N-2$ adet komşuluk olması beklenir. Fakat komşuluk için sadece bir nokta seçildiği için diğer noktalar dikkate alınmamaktadır.
3. Her komşuluk için dağılım ilişkisi hesaplanır. Örneğin A çözümünün X komşuluğunun dağılım ilişkisi şu şekilde hesaplanır:

$$\Phi_X = \prod_{i=1}^{|\mathcal{P}_X|} f(d_{S_i}, l_x) \quad (3.31)$$

$f(d_{S_i}, l_x) = d_{S_i} / l_x$ ve $S_i \in \mathcal{P}_X$ olarak alınır. d_{S_i} A çözümü ile S_i çözümü arasındaki

uzaklığı belirtir. l_x ise X çemberinin yarıçapıdır.

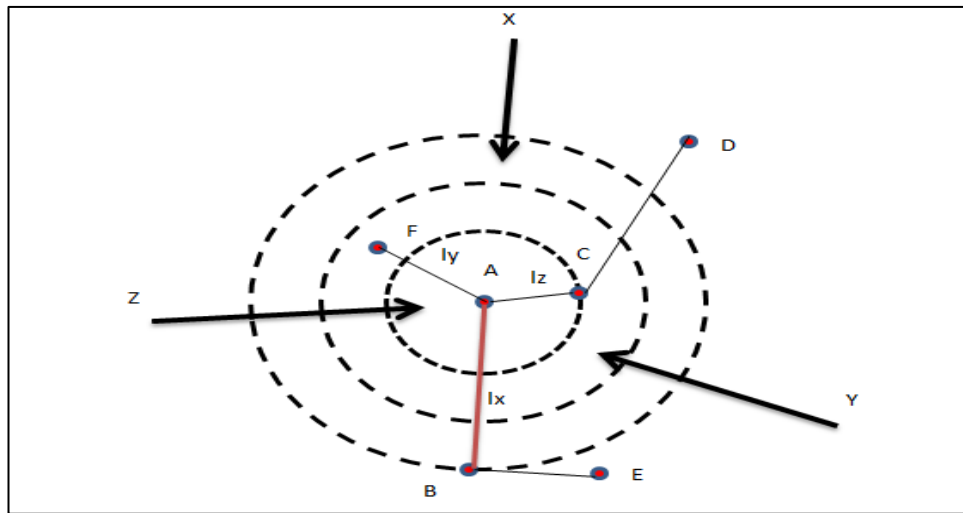
4. Elde edilen özümün çeşitliliği dağılım ilişkisinin ortalaması alınarak bulunur:

$$D = \sum_{j=1}^{2N-N_r-2} \Phi_X / 2N-N_r-2 \quad (3.32)$$

Şekil 3.15 komşuluk ilişkilerini kullanarak çeşitlilik metriği hesabı için bir fikir sunmaktadır. Çözüm A için X,Y,Z olmak üzere üç komşuluk vardır. X'in dağılım ilişkisini hesaplarken çözüm F,C ve B dikkate alınmaktadır. X komşuluğu içerisinde A'ya en uzak çözüm bu çözüm için en iyi dağılım ilişkisine sahiptir. Bu noktada F çözümü C çözümüne göre daha iyi olmasına rağmen B çözümüne göre daha kötüdür. Üçüncü adımdaki X komşuluğu içerisindeki S_i çözümünün dağılım ilişkisi;

$f(d_{S_i}, l_x) = d_{S_i} / l_x$, $f \in (0,1]$ olarak tanımlanırsa çözümün dağılım ilişkisi f değeri 1'e

yakınsadığında en iyi değerini alır. İdeal çözüm, A'nın etrafındaki elemanların düzgün dağılması ile elde edilen çözümdür. Bu da tüm elemanların (çözümlerin) çemberlerin sınırlarında olacağı durum anlamına gelmektedir. Böyle bir durumda f 1'e eşitlenir.



Şekil 3.15. MYA metriğinin hesaplanması

Şekil 3.15'te kırmızı noktalar (A,B,C,D,E,F) elde edilen çözümleri göstermektedir. X,Y,Z , A'nın komşuluğu olan üç adet çemberdir ve l_x, l_y, l_z ise X,Y,Z komşuluklarının yarıçaplarıdır.

MYA metriği için örnek bir problem üzerinden gidilecek olursa Şekil 3.16'da altı adet pareto önyüz çözüme sahip olan bir set görülmektedir. Aralıklar için şu şekilde değerleri formülde yerlerine yazdığımızda komşuluk değerlerini buluruz:

$$\Phi_A = \frac{L_{cb}}{L_{ab}} \times \frac{L_{db}}{L_{ab}} \times \frac{L_{ab}}{L_{ab}} = 0,4418$$

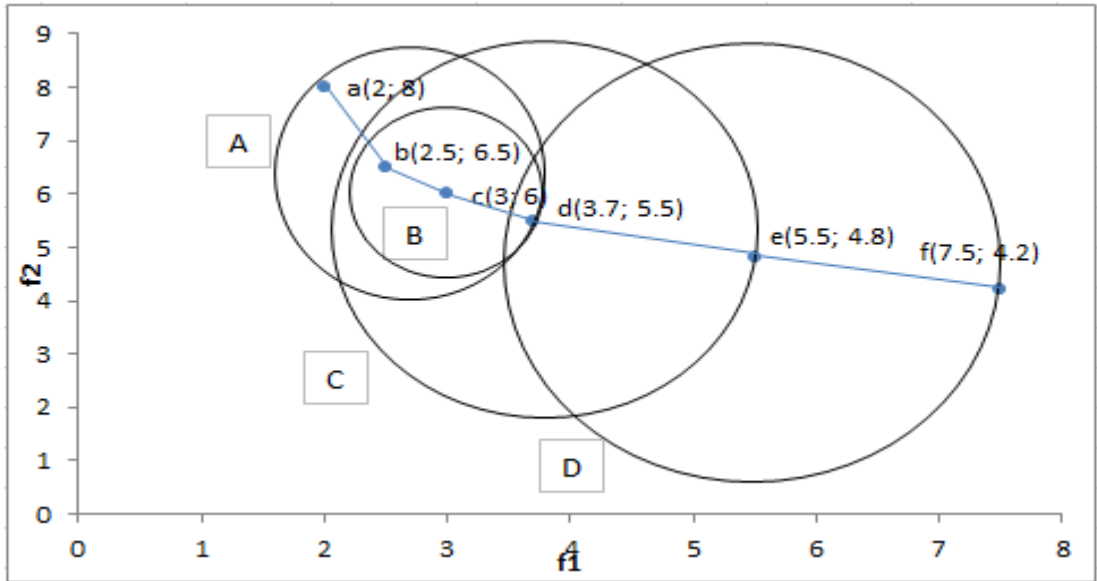
$$\Phi_B = \frac{L_{bc}}{L_{dc}} \times \frac{L_{dc}}{L_{dc}} = 0,8220$$

$$\Phi_C = \frac{L_{bd}}{L_{ed}} \times \frac{L_{cd}}{L_{ed}} \times \frac{L_{ed}}{L_{ed}} = 0,3602$$

$$\Phi_D = \frac{L_{de}}{L_{fe}} \times \frac{L_{fe}}{L_{fe}} = 0,9249$$

Yani bu noktaların çeşitliliği komşuluk değerlerinin ortalaması olarak ;

$D = (\Phi_A + \Phi_B + \Phi_C + \Phi_D) / 4 = 0,6372$ olarak yazılır.



Şekil 3.16. İki boyutlu minimizasyon problemi için çeşitlilik metriği örneği

(a,b,c,d,e,f) çözüm setinin elemanlarıdır. L_{ab} a ve b çözümleri arasındaki uzaklığı belirtmektedir. Burada 10 tane komşuluk olmasına rağmen sadece 4 komşuluk düşünülmüştür.

Hesaplamalarda da görüldüğü gibi, iki amaçlı mininmizasyon probleminde çözüm noktaları için çeşitlilik hesaplanmıştır. Birinci adımda $L_{ab}, L_{bc}, L_{cd}, L_{de}, L_{ef}$ uzaklıkları üretilmiştir. İkinci adımda ise 4 komşuluk bölgesi (A,B,C,D) ortaya çıkmıştır. Daha sonraki adımda her komşuluk için dağılım hesaplanmıştır. En son adımda ise dağılımın ortalaması alınmıştır.

3.4.9. Grid metriği

Deb'in önerdiği bu çeşitlilik metriğinde çözümlerin ortaya çıktığı düzlem ızgara sistemi şeklinde küçük gridlere bölünür [28]. Herbir grid, pareto önyüz içerisindeki çözümleri barındırıp barındırmamasına göre tanımlanır. Eğer tüm gridler en az bir çözüm noktası barındırıyorsa (seçilen grid sayısına göre) çeşitlilik sağlanmış demektir. Eğer bazı gridler bastırılmamış çözüm noktalarına sahip değilse, bu çözümün kaliteli bir çeşitliliğe sahip olmadığını gösterir. Grid bazlı bu metriğin hesaplanması için bazı parametrelere ihtiyaç duyulur. Parametreleri şu şekilde sıralayabiliriz;

- Referans Yüzeyi
- Grid Sayısı (G_i)
- Referans Seti (P^*)
- Amaç Fonksiyonları
- Bastırılmamış Çözüm Sayısı

Çözüm aşamalarını ise şu şekilde sıralamak mümkündür:

- 1) Pareto önyüz tanımlanır ($F^{(t)}$). (Bastırılmamış çözümler.)
- 2) Grid sayısı belirlenerek düzlem belirli aralıklar ile parçalara bölünür. Bu işlemden sonra referans seti ile pareto önyüzün ilişkilendirildiği bir mantıksal süreç işler. Bu süreci şu şekilde tanımlayabiliriz;

$$H(i,j,\dots) = \begin{cases} 1, & \text{eğer grid referans setinden en az bir nokta barındırıyorsa} \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

- 3) Gridlerdeki referans noktaları ve çözüm noktalarına göre $m(h(i,j,\dots))$ ve $m(H(i,j,\dots))$ değerlerinin ataması yapılır. Burada gridler arasındaki komşuluk ilişkileri de devreye girer. Bu bir örnek ile açıklanacak olursa:

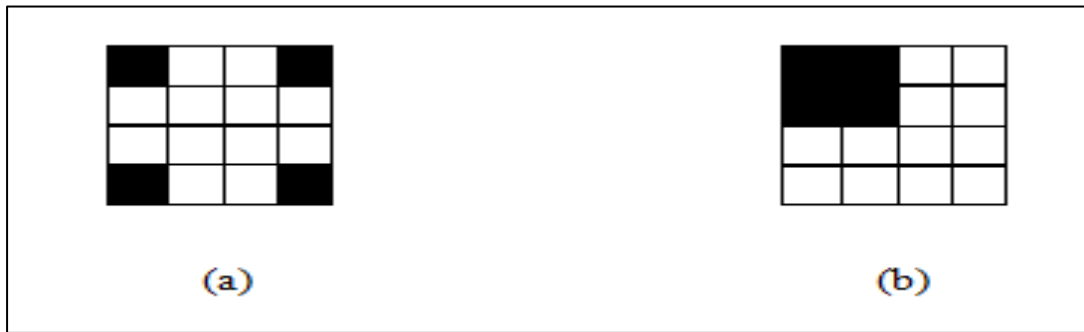
Öncelikle pareto önyüz için sekiz adet olasılıktan bahsetmek gerekmektedir. Komşuluk ilişkilerinde dağılım açısından önemli olduğu ve değerlerin atamasının bu duruma göre şekillendiği Tablo 3.1’de görülmektedir. A111 en iyi dağılımı ifade ederken A000 en kötü dağılımı göstermektedir.

Tablo 3.2’de görüldüğü gibi, grid içerisinde referans setinden nokta bulunmasına ve pareto önyüzden çözüm bulunmasına dikkat edilir. Ayrıca komşu gridlerdeki çözüm noktalarının durumuda gözetilerek her grid için $m(h(...j...))$ değeri atanır. Burada dikkat çeken nokta A110 yada A011 biçimindeki dağılımların daha çok çözüm barındırmasına rağmen A010 dağılımı daha yüksek bir $m(h(...j...))$ değerine sahiptir. Bu tamamen dağılım ile ilgili bir konudur. Bu işlemler küçük kutu gridler ile de yapılabilmektedir [30].

- 4) Grid için tüm $m(h(i,j,...))$ değerleri toplanarak $m(H(i,j,...))$ toplam değerine bölünerek çeşitlilik değeri elde edilir.

$$D(P^{(t)}) = \frac{\sum_{H(i,j,...)} i_{j,...} m(h(i,j,...))}{\sum_{H(i,j,...)} i_{j,...} m(H(i,j,...))} \quad (3.33)$$

Tüm gridler için hesaplanan $m(h(i,j,...))$ ve $m(H(i,j,...))$ değerleri birbirlerine oranlanarak $D(P^{(t)})$ (grid tabanlı metrik) metriğinin sonucuna ulaşılır. Şekil 3.17’de karesel olarak grid metriği dağılımı görülmektedir.



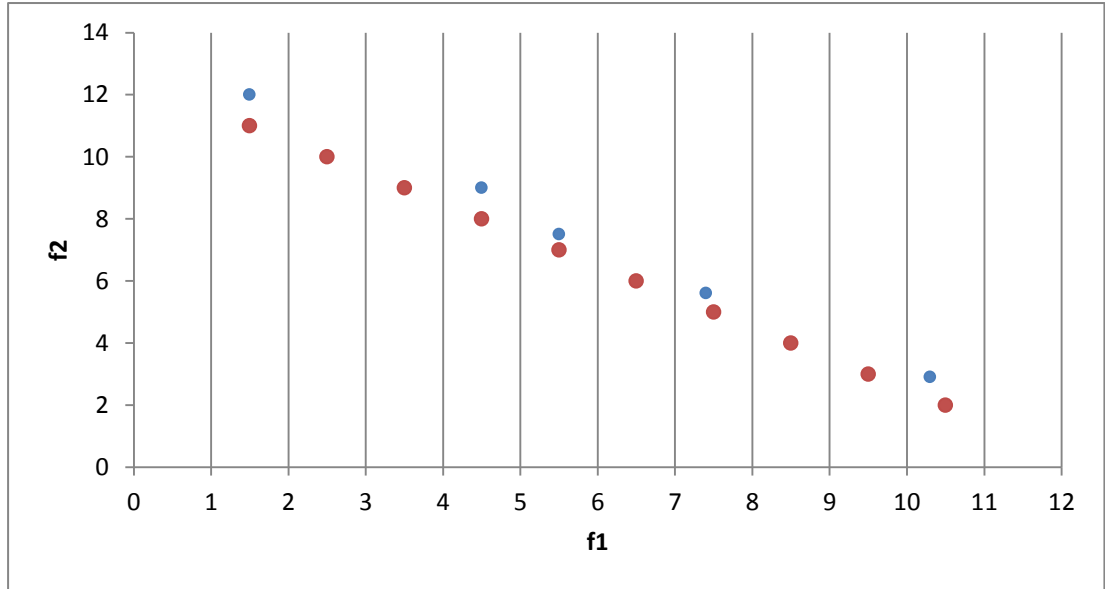
Şekil 3.17. Grid alanı üzerinde örnek dağılımlar

Şekil 3.17a Şekil 3.17b’ye göre aynı sayıda çözüme sahip olmalarına rağmen daha iyi bir dağılıma sahiptir.

Tablo 3.1. Gridlerdeki dağılıma göre değer ataması [30]

$h(...j-1...)$	$h(...j...)$	$h(...j+1...)$	$m(h(...j...))$
0	0	0	0.00
0	0	1	0.50
1	0	0	0.50
0	1	1	0.67
1	1	0	0.67
0	1	0	0.75
1	0	1	0.75
1	1	1	1.00

Bir örnek üzerinden açıklanması gerekirse Şekil 3.18’de kırmızı noktalar referans setini göstermektedir. Pareto önyüz noktaları ise mavi olarak gösterilmiştir. Ve problem iki amaçlı bir minimizasyon problemidir. Burada $f_2=0$ düzlemi referans düzlemi olarak alınmıştır. f_1 düzlemi ise 10 adet eşit boyutlu gride ayrılmıştır. $G_1=10$ olmak üzere her grid için $m(h(i,j))$ ve $m(H(i,j))$ eğerleri hesaplanmıştır.



Şekil 3.18. Tek amaç için gridlere bölünmüş sistemde pareto önyüz

Tablo 3.2. Tek amaç için bitlere göre değer atama

H	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
m	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
h	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
m		0.67	0.5	0.5	0.67	0.67	0.75	0.75	0.5	0.5	0.67	

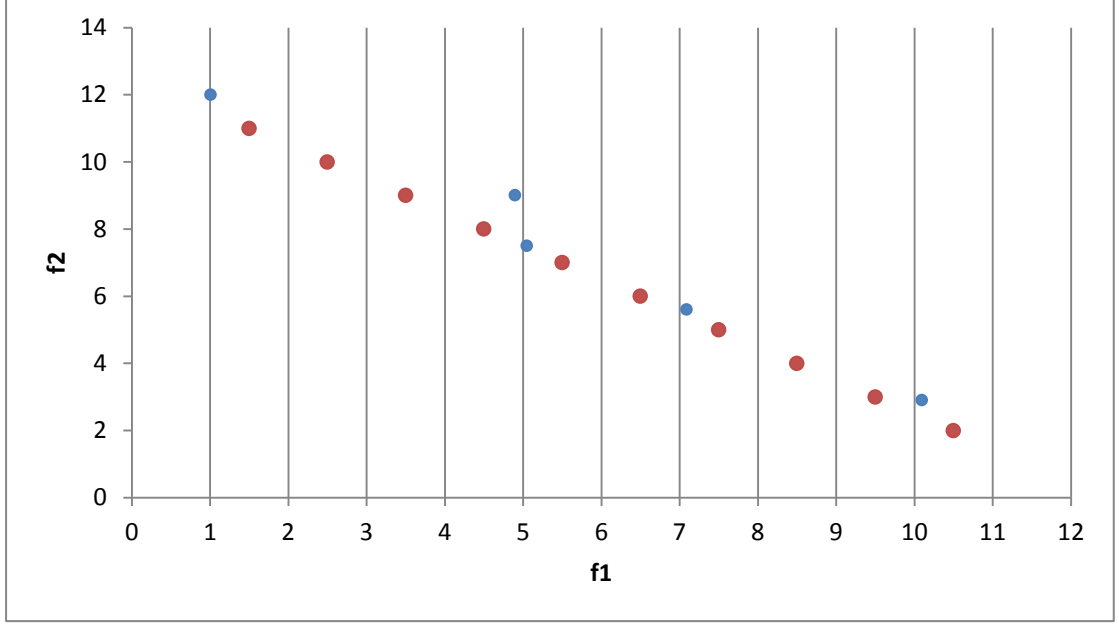
Şekil 3.18'deki örnekte görüldüğü üzere bir birimlik aralıklar ile konumlandırılmış gridler üzerindeki referans ve çözüm noktalarının dağılımı mevcuttur. İlk gridden bir önceki ve son gridden bir sonraki bölümlerde referans noktası ve çözüm noktası var kabul edilerek işlemler sürdürülmüştür. Gridlerdeki çözüm noktalarının valığına göre 1 yada 0 olarak atamalar yapılmış ve k bilgileriyle birlikte bu atamalara göre her grid için değer skalasından değer atanmıştır. Elde edilen $m(h(i,j,...))$ değerlerinin toplamı $m(H(i,j,...))$ değerlerinin toplamına oranlanarak;

$$0.67+0.5+0.5+0.67+0.67+0.75+0.75+0.5+0.5+0.67=6.18$$

$$D(P^{(i)}) = \frac{6.18}{10} = 0.618$$

değeri elde edilmiştir. Çeşitli yöntemler ile elde edilen çözüm setleri bu mantık ile değerlendirmeye tabi tutularak her biri için bir çeşitlilik değeri elde edilir ve bu değerlere göre karşılaştırmaları yapılır.

Grid tabanlı bu metriği bazı dez avantajları da mevcuttur. Oluşturulan gridlerin sınırları kesin çizgiler ile ayrıldığı için sınır üyeliklerinin çok olduğu bir çözüm setinde metrik sonucunun sağlıklı bir gösterge olması beklenemez. Şekil 3.19'da görüldüğü gibi gride dahil olan çözüm noktaları önceki örneğe göre değişmemiştir. Fakat çözüm noktaları grid sınırlarında bulunmaktadır. Normal olarak böyle bir dağılımın iyi olması beklenemez fakat sonuç önceki örnekte olduğu gibi 0,618 olarak bulunacaktır.

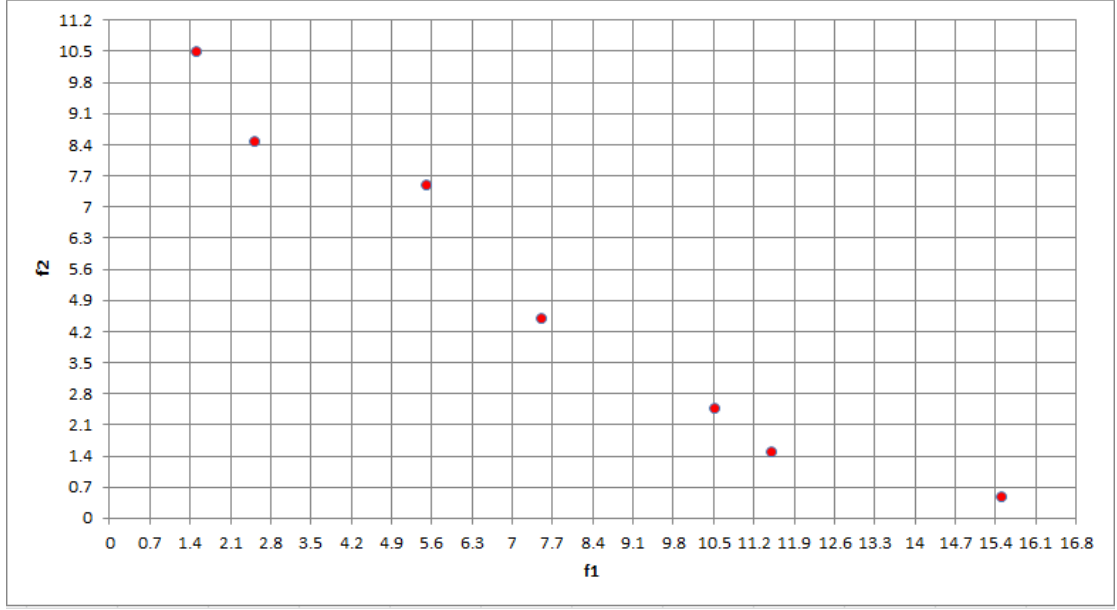


Şekil 3.19. Grid metriğinin dezavantaj durumu

3.4.10. Karesel grid metriği

Grid metriğinde çeşitlilik hesaplanırken yalnızca x eksenini baz alınarak işlem yapılmaktadır. Bu dezavantajı giderebilmek açısından x eksenini için yapılan işlemler y eksenini içinde tekrarlanarak ortaya çıkan sonucun ortalaması alınabilir. Fakat karesel grid metriği normal grid metriğindeki açığı kapatabilmektedir. Bu yöntemde her bir grid hem x ekseninden hem y ekseninden oluşturulur ve grid aralıkları hem x hem de y eksenini için aynıdır. Şekil 3.20’de görüldüğü gibi her nokta belirli bir kare içerisine düşmektedir. Burada sonucun sağlıklı alınabilmesi için grid aralıklarının makul seviyede küçük tutulması gerekmektedir.

Karesel grid metriğinde her çözüm noktası kendi bulunduğu kare grid dışında kendisine komşu 6 adet kare grid bazında da değerlendirilir.



Şekil 3.20. Karesel grid üzerinde çözüm seti

Şekil 3.20’de gridler üzerinde çözüm noktaları görülmektedir. Şekil 3.17’deki sistem ile bit değerleri atanarak işleme devam edilir. Tablo 3.2’de olduğu gibi değerler toplanarak ortlaması alınır ve sonuca ulaşılır.

4. MODEL ÖNERİSİ

4.1. Bulanık Mantık

Bulanık mantık matematiğe daha çok felsefi bir yaklaşım sunan bir bakış açısıdır. Kesinlik yerine ara değerleride dikkate alır. Bu sayede belirsizlik durumlarında daha doğru kararlar verebilmeyi sağlamaktadır. Örneğin klasik matematiksel düşünceye göre birler yada sıfırlar mevcuttur. Veya hava ya sıcaktır ya soğuktur, kesinlik sözkonusudur. Bulanık mantık, ılık, biraz sıcak veya çok soğuk gibi kavramları çözüm aşamasında dikkate alır. Bu sebeple klasik matematikteki gibi birbirleri ile kesin hatlar ile ayrılmış çözüm alanları yerine birbirleri ile kesişim noktaları bulunan çözüm alanlarıda ortaya çıkmıştır. Bulanık mantıkta problem çözümlerinde bu alnlardan çokça yararlanır.

4.2. Bulanık Küme Teorisi

Bulanık küme teorisi gerçek yaşamın karmaşık ilişkilerinde ve problemlerin çözümünde bulanık mantık sistemine dayalı gerçekçi ve esnek bir yaklaşım sunmaktadır. Gerçek yaşamın mutlak ayrımlar üzerine kurulmadığı düşünülürse mutlak siyah ve mutlak beyazın yanında binlerce gri ton içerisinde seçenekler artacaktır. Klasik mantık ile bulanık mantık arasındaki temel farklılıklar Tablo 4.1’de gösterilmiştir [22].

Tablo 4.1. Klasik Mantık-Bulanık Mantık Arasındaki Temel Farklılıklar

Klasik Mantık	Bulanık Mantık
A <u>veya</u> A Değil	A <u>ve</u> A Değil
Kesin	Kısmi
Hepsi veya Hiçbiri	Belirli Derecelerde
0 veya 1	0 ve 1 Arasında Süreklilik
İkili Birimler	Bulanık Birimler

Eğer $A \in \mathbb{R}(-\infty, +\infty)$ 'da söz konusu kümenin bir elemanı ise $\mu_A(x)$ üyelik fonsiyonu $\mathbb{R} \rightarrow [0,1]$ aralığında oluşur. Diğer bir deyişle A kümesi $A=[a_1, a_3]$ aralığında ise genel olarak $\mu_A(x)$ üyelik fonsiyonu 4.1 formülündeki gibi gösterilir.

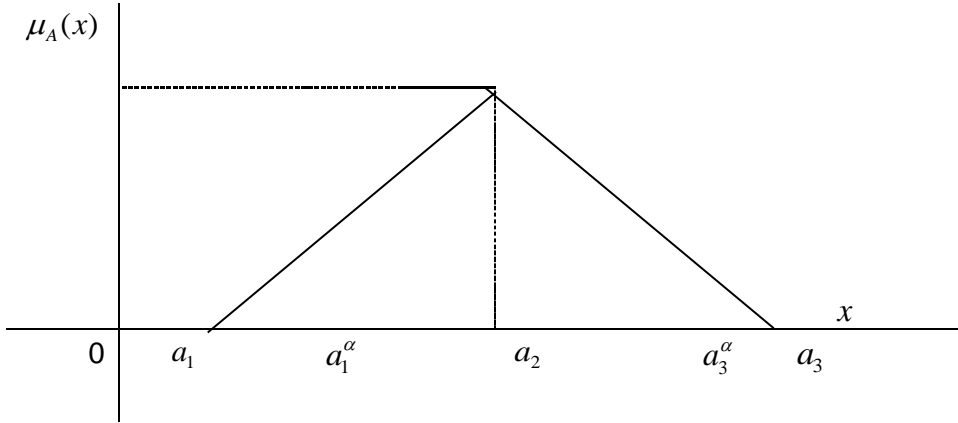
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ 1, & a_1 \leq x \leq a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases} \quad (4.1)$$

Üyelik fonsiyonları, üçgensel üyelik fonsiyoları ve yamuk üyelik fonsiyonları olarak incelenmektedir.

$\mu_A(x)$ üçgensel üyelik fonsiyonu, 4.2 formülünde tanımlanmıştır [21].

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3-x}{a_3-a_2}, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases} \quad (4.2)$$

4.2 formülüne göre küme, $A=(a_1, a_2, a_3)$ olmalıdır. Burada a_2 normal değerli üyelik olarak tanımlanabilir. Bulanık Mantık bu noktada bir α katsayısına bağlı olarak a_2' ye yakın değerlerin, bu değere yüklenen anlam ile temsil edileceğini varsaymaktadır. Diğer bir deyişle a_2' deki belirsizlik, varsayılacak ya da dağılıma göre bulunabilecek bir α katsayısı ile tolere edilebilir. Söz konusu komşuluk Şekil 4.1' de gösterilmiştir [22].

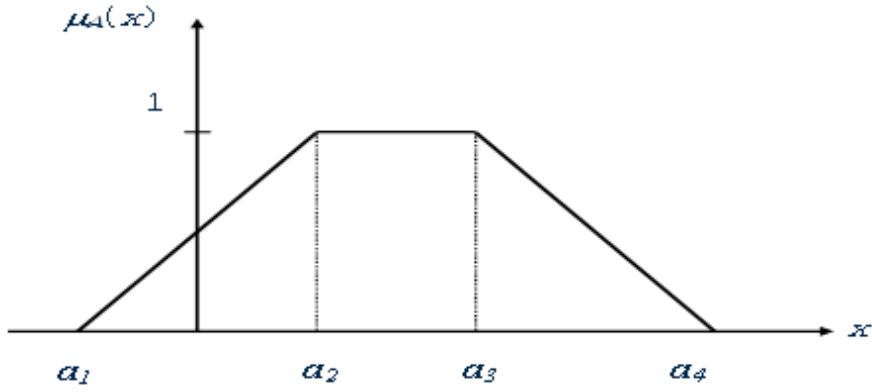


Şekil 4.1. Bulanık Üçgensel Üyelik Fonksiyonu

Aynı düşünce tarzı ile bulanık mantık sayılarına ilişkin kümede iki tane normal kabul edilen değer varsa, yani $A=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ şeklinde dört adet belirleyici değerden oluşuyorsa burdaki üyelik foksiyonu yamuk üyelik fonksiyonundan oluşacaktır. Yamuk üyelik fonksiyonu 4.3 formülünde gösterilmiştir.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_3-x}{a_3-a_2}, & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases} \quad (4.3)$$

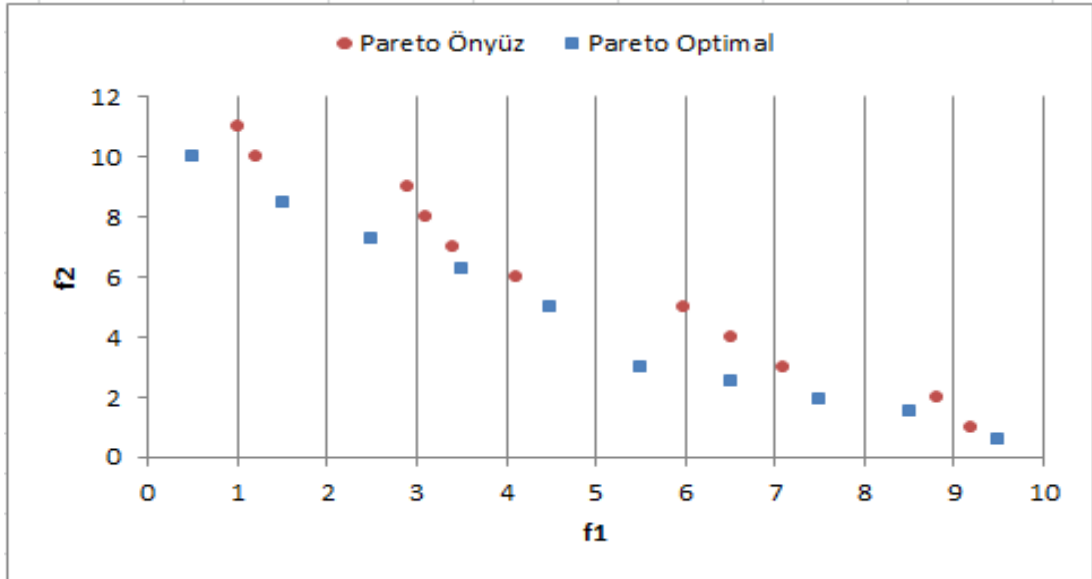
Bulanık yamuk üyelik foksiyonunda sayıların komşuluğu Şekil 4.2'deki gibi olacaktır.



Şekil 4.2. Bulanık Yamuk Üyelik Foksiyonu

4.3. Dinamik Bulanık Grid Metriği

Grid metriği iki amaçlı bir problemin optimizasyonu sonucu ortaya çıkan paeto önyüz noktalarının dağılımını tek eksen üzerinden çözüm uzayını bölerek ölçmektedir. Fakat gridlerin boyutlarına ve çözüm noktalarının yerleşimine bağlı olarak performans değerlendirmesinde bazı hatalar olabilmektedir. Şekil 4.3’de görüldüğü gibi çözüm noktaları oluşturulan gridlerin sınır noktalarında yada gridlerin orta bölgelerinden uzakta ortaya çıkabilmektedir. Bu durum grid metriği için bir dezavantaj oluşturmaktadır.

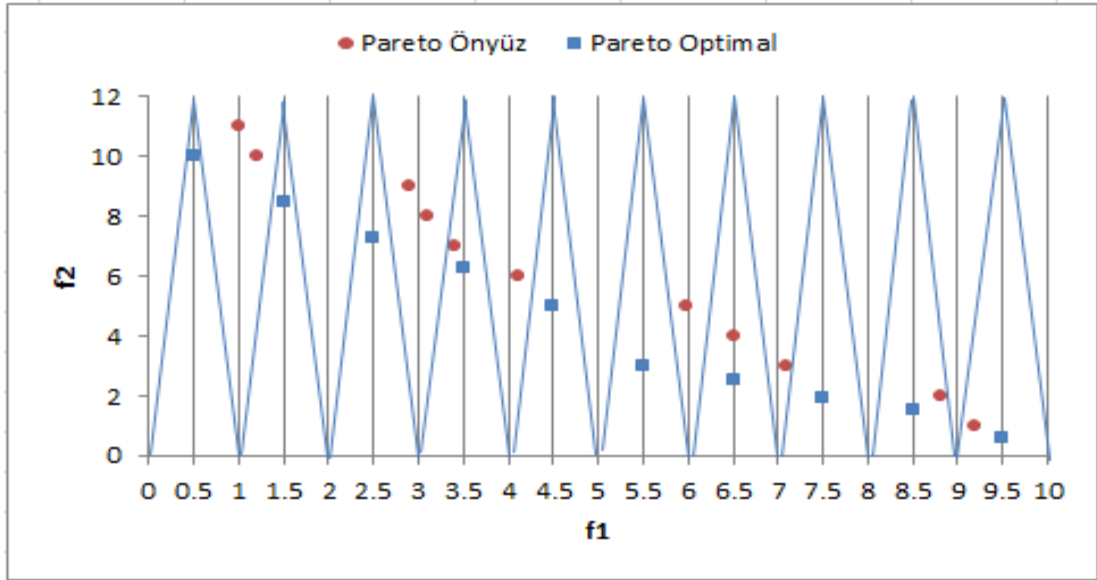


Şekil 4.3. Grid üzerinde pareto önyüz noktalarının dağılımı

Grid metriğinde optimal setlerin bulunduğu gridler içerisinde çözüm bulunup bulunmamasına göre gride 0 yada 1 değeri atanmaktadır. Ve bu işlem sonucunda

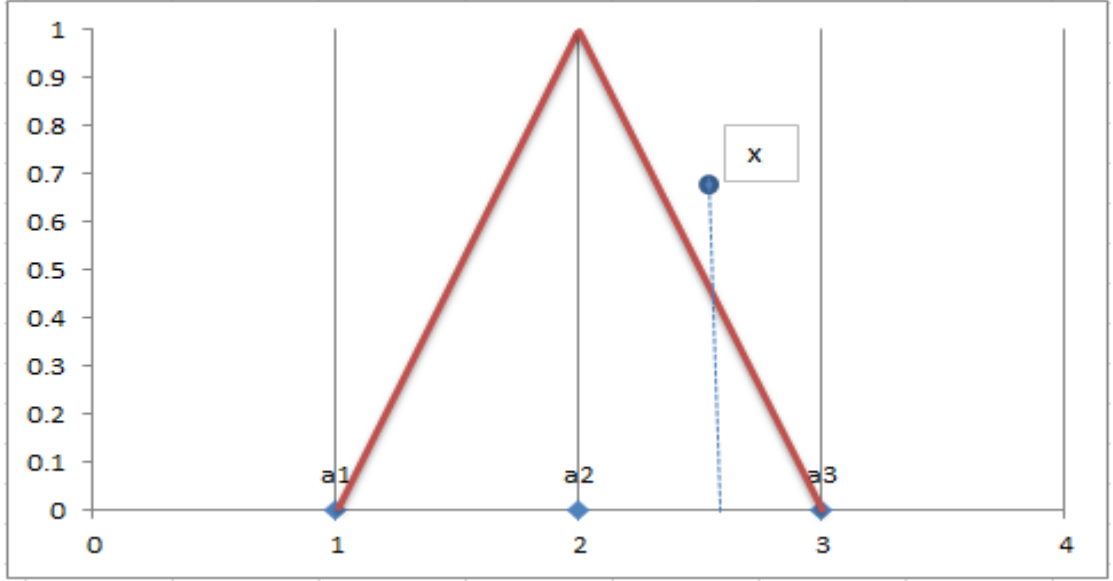
ortaya çıkan değerler toplanarak grid sayısına bölünmektedir. Şekil 4.3’de tüm gridlerde birer çözüm bulunmasının sonucu olarak grid metriği tüm gridler için 1 değerini atayarak çözümün mükemmel bir dağılıma sahip olduğunu gösterecektir. Fakat pareto önyüzdeki çözümlerin iyi bir dağılıma sahip olmadığı görülmektedir. Bu nedenle dağılımın daha sağlıklı bir biçimde ölçülebilmesi için gridlerdeki her çözüm için bulunduğu gride olan üyelik derecesi atanması gerekmektedir.

Dinamik bulanık grid metriğide üçgensel bulanık üyelik fonksiyonuna bağlı olarak içerisinde pareto önyüzden çözüm bulunan her bir grid içi çözüm noktalarının aitlik derecesi hesaplanır. Şekil 4.4’de görüldüğü gibi her bir çözüm noktasının aitlik derecesi gridlerin orta noktasına yakınsamasına bağlı olarak değişmektedir. Her bir grid için sayıların komşuluk değerleri hesaplanır. Bu değerlere göre hesaplama yapılır.



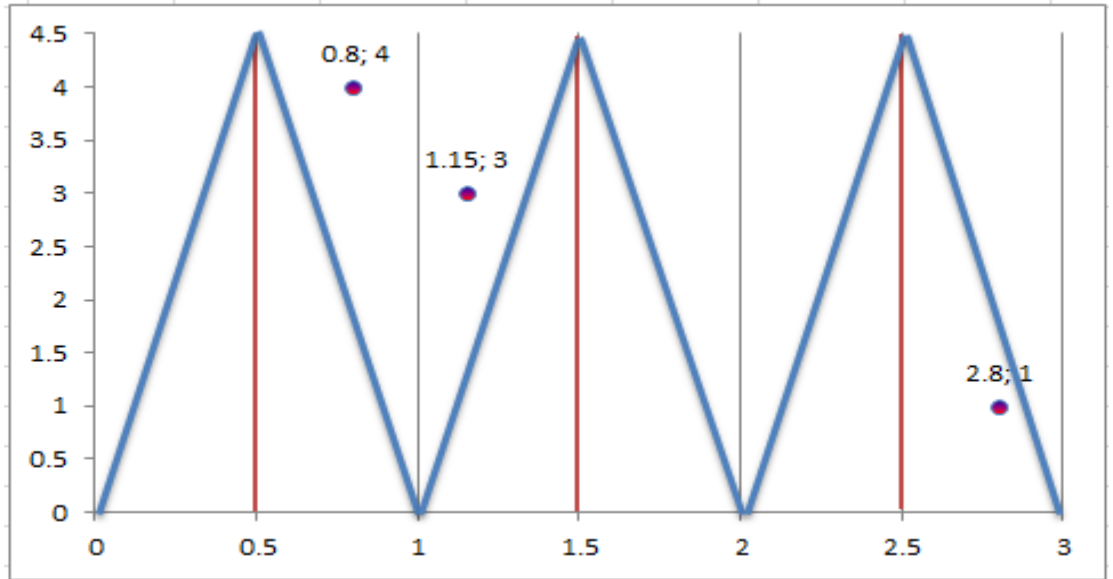
Şekil 4.4. Gridler İçin Üçgensel Bulanık Üyelik Foksiyonları

Bu sayede gridler içerisinde düzgün dağılım göstermeyen çözüm noktalarının ortaya çıkarılması sağlanmaktadır.Şekil 4.5’de görüldüğü gibi a1 ve a3 noktaları bir gridin sınır noktalarını temsil eder çözüm setinden bir nokta olan x bu aralıkta yer almaktadır. X noktasının a2 noktasına olan komşuluğu çözüm noktasının gride olan aitlik derecesini verecektir.



Şekil 4.5. Her grid bölgesi için gerçekleştirilen aidiyet hesabı

Örnekte üç çözüm noktası için grid metriğine göre atanan değerler ve bulanık grid metriğine göre atana değerler bulunmaktadır. Şekil 4.6'da üç çözüm noktası görülmektedir.



Şekil 4.6. Bulanık mantık çerçevesinde örnek çözüm seti

Normal grid metriğine göre hesaplama yaparken birinci grid için 111, ikinci grid için 111 ve üçüncü grid için 111 değerleri atanacaktır. Bunun sonucu olarak $1+1+1=3$ değeri elde edilecek ve bu değer grid sayısına bölümünden $3/3=1$ sonucuna varılacaktır (tüm gridlerde bir referans noktası olduğu varsayılmıştır). Yani sonuca bakarak çözüm kümesinin mükemmel bir dağılıma sahip olduğu sonucuna varılabilir.

Halbuki dağılım çok iyi değildir. Bunun yerine bulanık grid metriği ile yaptığımız hesaplamada birinci grid için 1, 0.4, 0.3, ikinci grid için 0.4, 0.3, 0.4 ve üçüncü grid için 0.3, 0.4, 1 değerleri atanır. Ve atanan katsayılar (0.00,0.50,0.67,0.75,1.00) değerleri ile çarpılarak bulanık grid metriği için grid içi dağılıma bağımlı farklı değerlere ulaşılır.

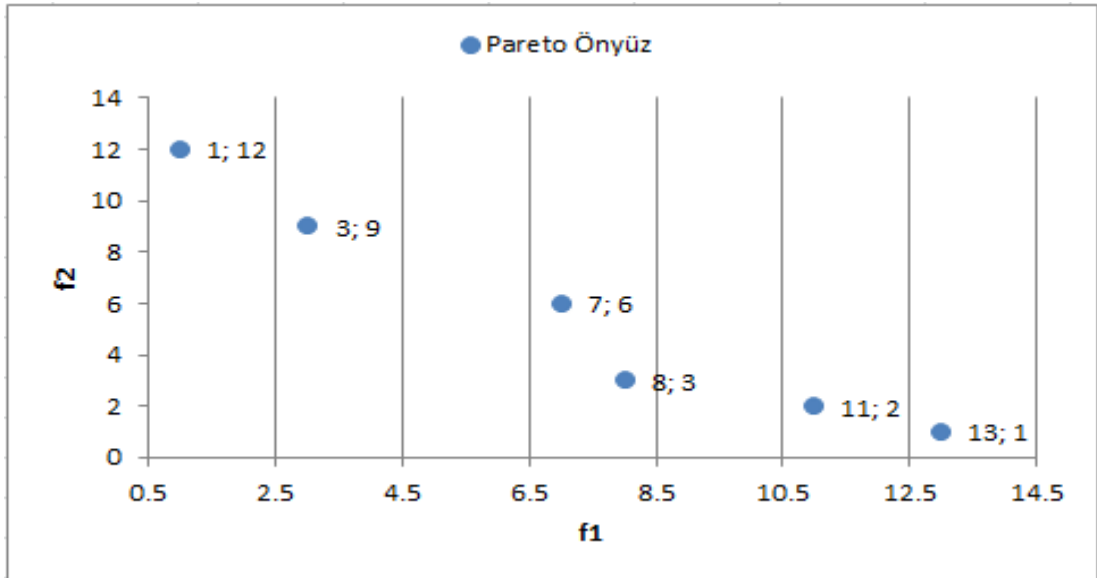
$$1. \text{ Grid İçin: } 1+0.4+0.3=1.7 \rightarrow \frac{1.7}{3}=0.566 \times 1=0.566$$

$$2. \text{ Grid İçin: } 0.4+0.3+0.4=1.1 \rightarrow \frac{1.1}{3}=0.366 \times 1=0.366$$

$$3. \text{ Grid İçin: } 0.3+0.4+1=1.7 \rightarrow \frac{1.7}{3}=0.566 \times 1=0.566$$

Buradan bulanık grid metriğinin sonucu $(0.566+0.366+0.566)/3=0.4995$ olarak bulunacaktır.

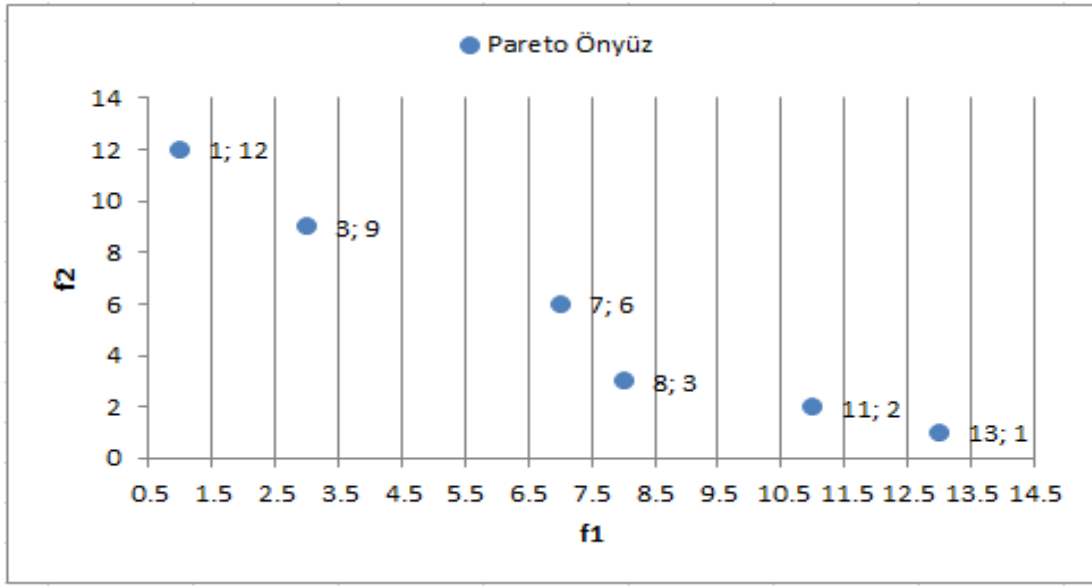
Grid metriği için ikinci bir dezavantaj olan grid içerisinde birden fazla çözüm noktası bulunması durumudur. Şekil 4.7'de bir grid içerisinde birden fazla çözüm noktasının bulunduğu durum söz kousudur.



Şekil 4.7. Bir grid içerisinde birden fazla çözüm bulunması durumu

Böyle bir durumda iki seçenek mevcuttur. Birinci çözüm önerisinde grid içerisinde bulunan birden fazla çözüm noktasının dağılımı hesaplanır. Eğer dağılım düzgün ise

bulanık katsayıların ortalaması alınarak işlem yapılır. Eğer dağılım düzgün değilse grid katsayıları düşürülür ve bu dağılıma göre değer atanarak işlemlere devam edilir. İkinci ve daha uygun çözüm önerisinde ise pareto önyüzdeki tüm noktalar arasındaki uzaklıklara bakılır. Bu uzaklıklar içerisinde en küçük olanın yarısı grid aralığı olarak belirlenir. Bu şekilde yapılan çözümde hiçbir çözüm noktası aynı grid içerisinde bulunmayacaktır. Hesaplamalar daha kolay biçimde yapılacak ve sonuçlar daha sağlıklı olarak değerlendirilecektir.

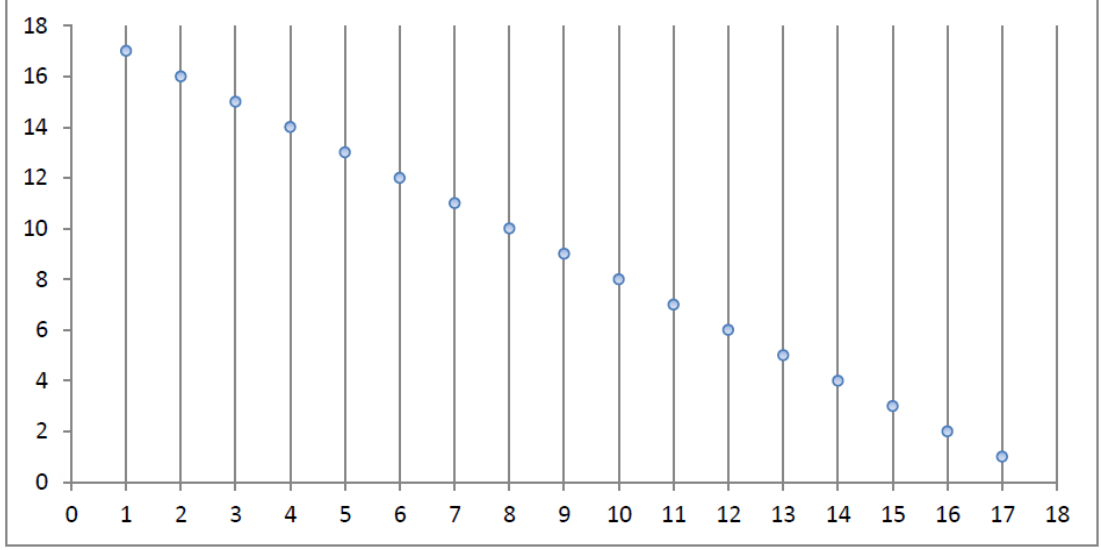


Şekil 4.8. Grid aralığı belirleme

Şekil 4.8’de grid aralıkları pareto önyüzdeki çözüm noktaları arasındaki uzaklıkların en küçüğünün yarısı alınarak belirlenmiştir (0.5). Şekil 4.7 ile karşılaştırıldığında görüldüğü gibi hiçbir çözüm noktası aynı grid içerisinde yer almamaktadır. Gridler küçüldükçe gridler için atanan 0 değerleri artacağı için sonuç değerinde azalma olacaktır. Bu da sonucun doğruluğu açısından sorun oluşturacaktır. Grid aralığının çok fazla olması durumunda ise bir çok çözüm aynı grid içerisinde olacağı için her gridin çözüm noktalarının dağılımını hesaplamak gerekecektir.

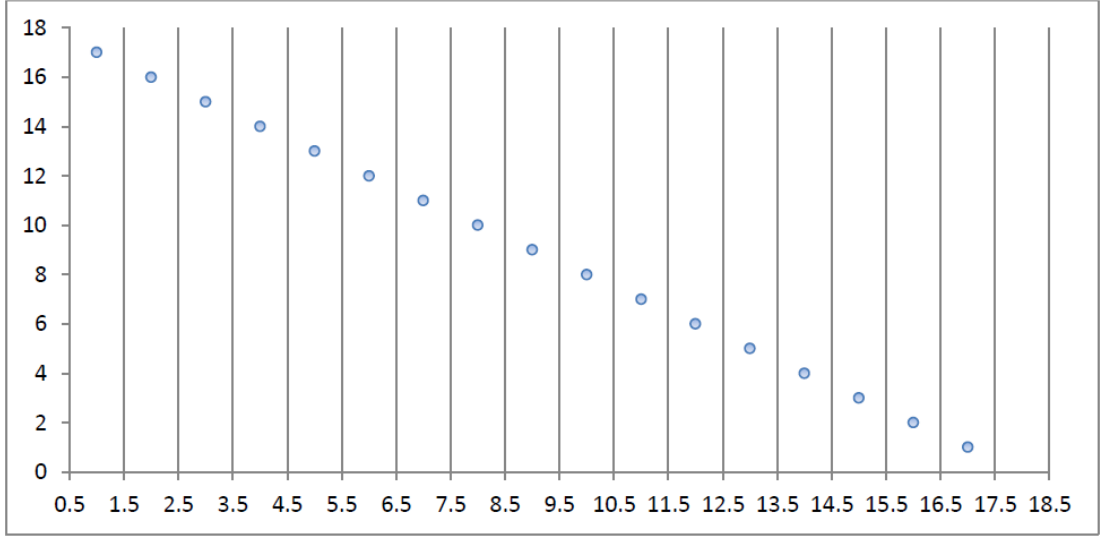
Önerdiğimiz dinamik bulanık grid metriğinin bazı dezavantajlara sahiptir. Örneğin normal grid metriğinde bir grid içerisinde bulunan çözüm için 1 değeri atanır. Bu çözüm noktasının gridin sınırında ya da orta noktasında olması önemli değildir. Fakat dinamik bulanık grid metriğinde çözümün grid içerisindeki yeri önem arzettiği için bu konu dikkate alınır.

Bu bakımdan tüm çözümler grid aralıklarının sınırında olmasına rağmen Şekil 4.9'da görüldüğü gibi düzgün dağılıma sahip olabilir.



Şekil 4.9. Grid yüzeyinde çözüm noktaları için oluşabilecek dezavantajlı durum

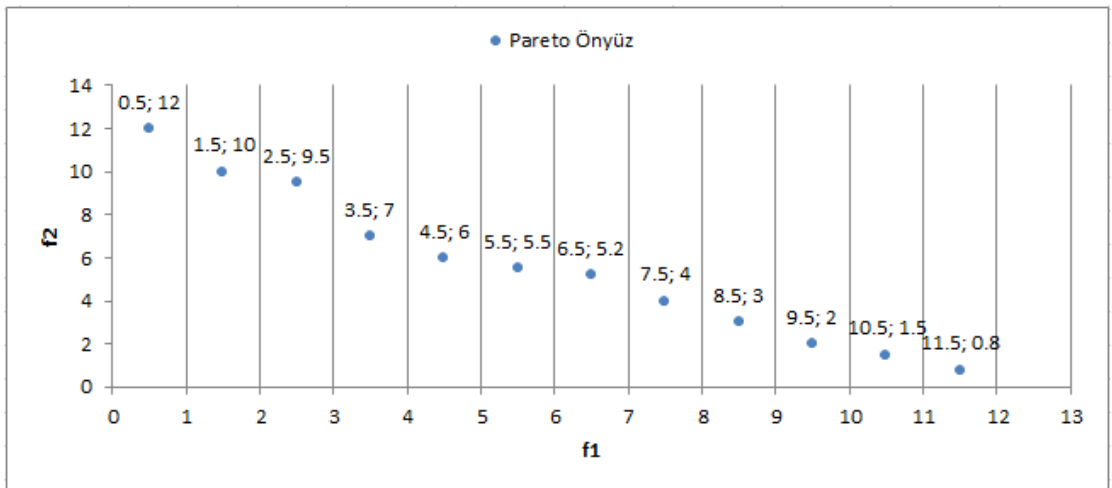
Bu dezavantajı ortadan kaldırmak için ikinci bir iterasyon ile gridlerin başlangıç noktası gridler arasındaki ortalama uzaklığın yarısı kadar artırılır ya da azaltılır. Şekil 4.10'da bu işlem sonucunda meydana gelen değişim görülmektedir. Şekil 4.9'da çözüm noktaları grid çizgileri üzerinde olmasına rağmen başlangıç noktasının değiştirilmesi sonucu düzgün dağılıma sahip çözüm noktaları gridleri tam ortalama durumdadır.



Şekil 4.10. Grid başlangıç noktası değişimi

Düzenli dağılmış bir çözüm setinde noktaların grid sınırına uzaklıkları bilinmediği için bu işlem grid aralığının yarısını geçmeyecek şekilde başlangıç noktalarındaki küçük değişimler ile bir kaç iterasyon sürdürülebilir. Bu iterasyonlar sonucu elde edilen en büyük değer gridlerin optimal yerleştirildiği durumdur.

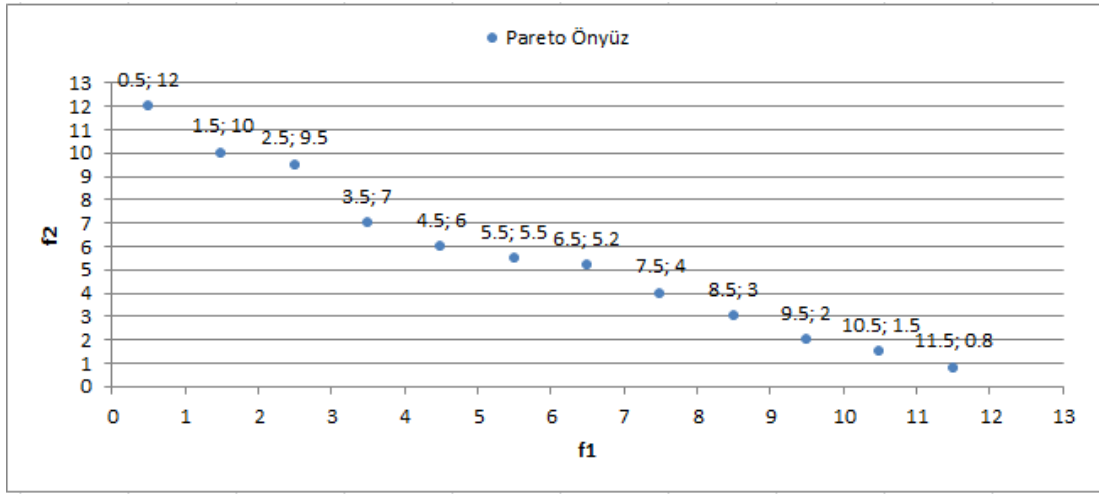
Bu işlemlerin yalnızca x eksenini baz alınarak yapılması grid sisteminde hatalı sonuçlara yol açabilmektedir. Çünkü x eksenini üzerinden düzenli dağılmış fakat y eksenini üzerinde düzenli dağılmamış bir çözüm kümesi oluşabilir. Şekil 4.11’de x eksenini üzerinde düzenli dağılmış fakat y eksenini için kötü bir dağılım görülmektedir.



Şekil 4.11. İki amaç için grid oluşturma

Şekil 4.11’de ki çözüm noktalarından yola çıkarak grid metriği hesaplandığı takdirde (her grid içerisinde bir referans noktasının varlığı kabul ediliyor) sonuç 1 çıkacaktır

yani dağılım mükemmeldir. Fakat Şekil 4.11’de görülen y eksenini üzerinden oluşturulan gridlerde dağılım x eksenine göre daha kötüdür. Buradaki dağılımın sonucu grid metriğine göre 0.866 olarak çıkmaktadır. Burada iki eksen üzerinden alınan ortalama ile 0.933 gibi bir değer elde edilir. Yalnızca tek eksenli yapılabilecek ölçümler yanlış sonuçlara götürebilmektedir. Çünkü grid metriklerinde diğer dağılım metriklerinde olduğu gibi öklidyen uzaklıklar yerine grid içerisindeki çözüme göre bitsel atama yapılmaktadır.



Şekil 4.12. İkinci amaca göre dağılımın değerlendirilmesi

Diğer dağılım metriklerinde iki bayutlu olarak uzaklık hesaplandığı için (öklidyen uzaklık) bu durum bir dezavantaj oluşturmaz. Bu sebeple her iki eksen içinde dinamik bulanık grid metriği uygulanarak iki eksen için ortaya çıkan sonucun ortalaması alınmalıdır.

5. UYGULAMA

Çalışmamızda ilk olarak performans metriklerinin farklı pareto önyüz senaryolarında verdiği sonuçlar incelenerek karşılaştırmalar yapılmıştır. Önerdiğimiz dinamik bulanık grid metriğinin bu senaryolardaki değişime bağlı olarak verdiği tepkiler ölçülmüş ve iyi sonuç veren diğer dağılım performansı ölçen metrikler ile karşılaştırmaları yapılarak analiz edilmiştir.

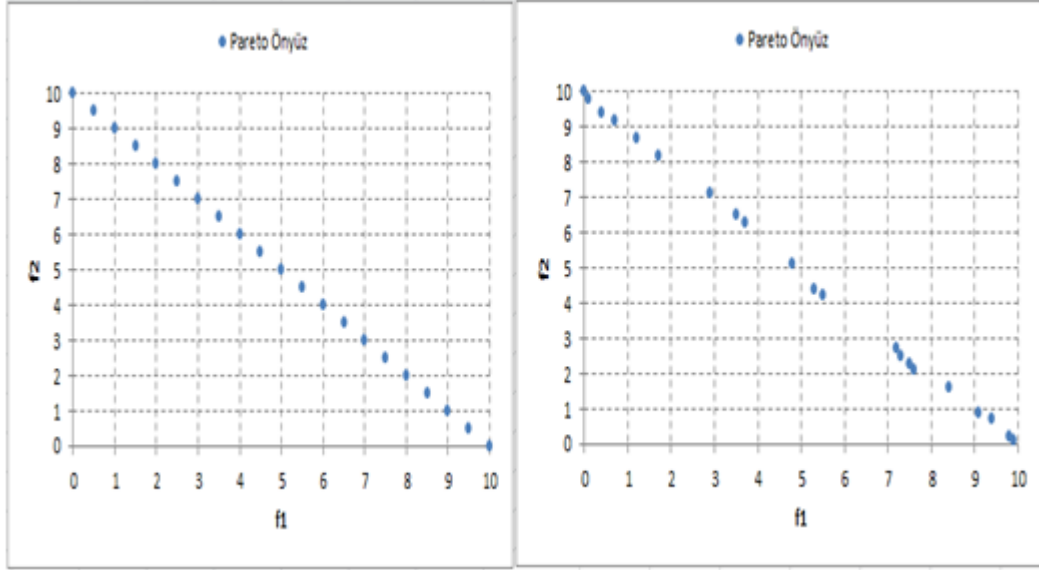
İkinci aşamada ise literatürde bulunan bazı test problemleri çeşitli genetik algoritmalar ile çözdürülerek büyük çözüm kümelerinde performans metrikleri test edilmiştir. Performans metriklerinin genetik algoritmalarındaki bazı parametrik değişimler karşısında verdiği tepkiler ölçülmüş ve analiz edilmiştir. Çalışma yalnızca iki amaçlı minimizasyon problemleri için gerçekleştirilmiştir.

Performans metrikleri için Intel Core i5-3210M DDRIII 6GB RAM 500 GB HDD özelliklerine sahip bilgisayar ile Python 2.7.3 ve C programlama dillerinde Python Gui ve DEV-C platformlarında performans metriklerine ait kodlar hazırlanmış ve çözdürülmüştür.

İlk aşamada gerçekleşen durumların performans ölçümü için yalnızca dağılım metrikleri olan aralık metriği (SP), Δ metriği, Δ' metriği, harici metrik (EM), k-en yakın komşu metriği (Km-UA), hücre tabanlı metrik (t), minimum yayılan ağaç metriği (MYA), grid metriği (GM) ve dinamik bulanık grid metriği (DBGM) kullanılmıştır. Test problemlerinin performans ölçümleri için ise tüm metrikler kullanılmıştır.

5.1. Durum 1

Birinci durumdaki senaryoda ilk olarak dağılım metrikleri mükemmel bir dağılıma sahip pareto önyüz çözüm kümesinin performansı ölçülmüştür. Daha sonra dağılım kötüleştirilerek değişimler üzerinden metrikler incelenmiştir.



Şekil 5.1. Durum1 için dağılım değişimi

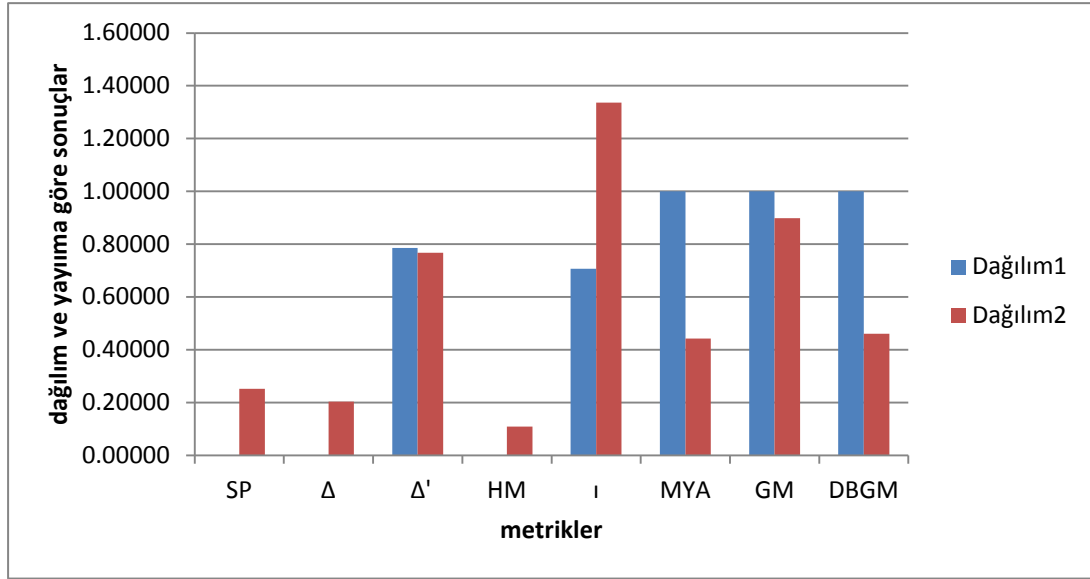
Şekil 5.1’de ilk grafik mükemmel bir dağılıma sahip pareto önyüz çözümlerine sahipken ikinci grafik için pareto önyüz dağılımı açısından aynı şey söylenemez. Bazı noktalarda yığılmalar vaken bazı noktalarda açılmalar vardır. İki çözümde pareto önyüzdeki çözüm sayıları eşit tutulmuştur.

Tablo 5.1. Durum1 için metrik çıktıları

1. Durum	SP	Δ	Δ'	HM	ι	MYA	GM	DBGM
Dağılım1	0.00000	0.00000	0.26618	0.00000	0.70710	1.00000	1.00000	1.0000
Dağılım2	0.35302	0.42335	0.78754	0.10909	1.33642	0.44299	0.89888	0.46108

Şekil 5.1’deki birinci duruma bakıldığında hücre tabanlı metrik ve Δ' metriğinde farklılıklar olduğu gözlenmektedir. Hücre tabanlı metrikte pareto önyüz noktalarının referans alındığı hücre merkezlerinin yerleşimi çok önemlidir. Bu problem için bir pareto optimalimiz olmadığı için iki dağılımda da aynı referans noktaları kullanılarak işlem gerçekleştirilmiş ve ilk dağılım için 0.70710 ikinci dağılım için 1.33642 değerleri elde edilmiştir. Δ' metriğinde uzaklık bilgiside dağılım bilgisinin içine girdiği için sıfırdan büyük bir değer elde edilmiştir. Aralık metriği, Δ metriği ve harici metrik düzgün dağılımda 0 değerlerini almışlardır. Minimum yayılan ağaç metriği, grid metriği ve dinamik bulanık grid metriği ise düzgün dağılımda 1 değerlerini almışlardır. 0 değerlerini alan metrikler dağılım bozuldukça artacaklar 1

değerlerini alanlar ise dağılım bozuldukça sıfıra yakınsamaya başlayacaklardır. Metriklerin sonuçlarındaki değişimler Şekil 5.2’de görülmektedir.

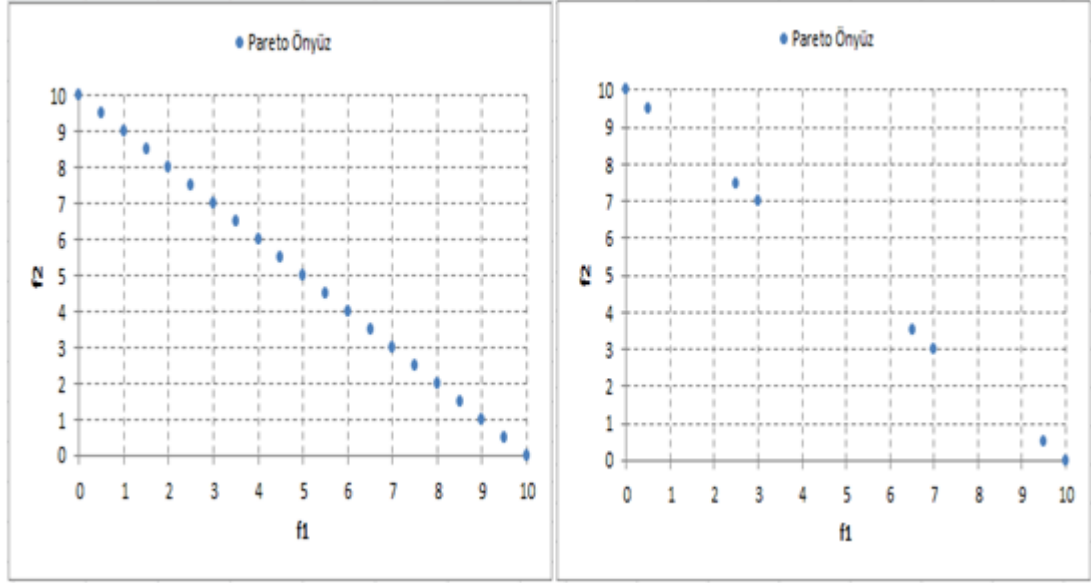


Şekil 5.2. Durum1’deki dağılıma göre metrik sonuçlarındaki değişimler

Dağılımın ciddi bir şekilde değişmesine rağmen GM, HM ve Δ' metriğindeki değişimler çok küçüktür. MYA ve DBGM metriklerindeki değişimler benzer olmuştur. Yayılım açısından iki problemde çok farklı olmamasına rağmen yayılım bilgisinin metriklere girmesi GM, HM ve Δ' metriğindeki değişimleri kısıtlamıştır. Özellikle Δ' metriğinin sonucu uzaklık bilgisinde barındırdığı için sonucun sağlıklı olması beklenemez.

5.2. Durum 2

İkinci durumda ise aralıklarla ikişerli gruplar halinde elde edilmiş çözümler vardır. Bu durumdaki bir çözüm kümesinin aralık metriği gibi bazı metrikler düzgün dağılıma sahip olarak algılayabilmektedir. Bu sebeple bu şekilde bir senaryo seçilmiştir. Şekil 5.3’te dağılım görülmektedir.



Şekil 5.3. Durum2 için dağılım değişimi

Tablo 5.2’de de görüldüğü gibi SP metriği dağılımın kötü olması sebebiyle doğal olarak artmıştır. Fakat SP metriğinin sonucu dağılımın kalitesine bakıldığında iyimser bir sonuç olarak değerlendirilebilir. Çünkü daha önceden de bahsedildiği gibi SP metriği ölçüm yaparken iki aralık arasından minimum olanını seçmekteydi. Bu sebeple Şekil 5.2’deki ikili çözümlerden devamlı yakın olan çözüm seçilerek uzaklık alınmıştır. Bunun sonucunda ortaya çıkan değer Δ metriğine göre daha küçüktür. Δ metriği sıra ile tüm aralıkları hesaba kattığı ve bunun sonucunda ikili çözümler arasındaki uzaklıkları da hesaplandığı için sonuç değeri büyümüştür ve daha doğru bir sonuç vermiştir.

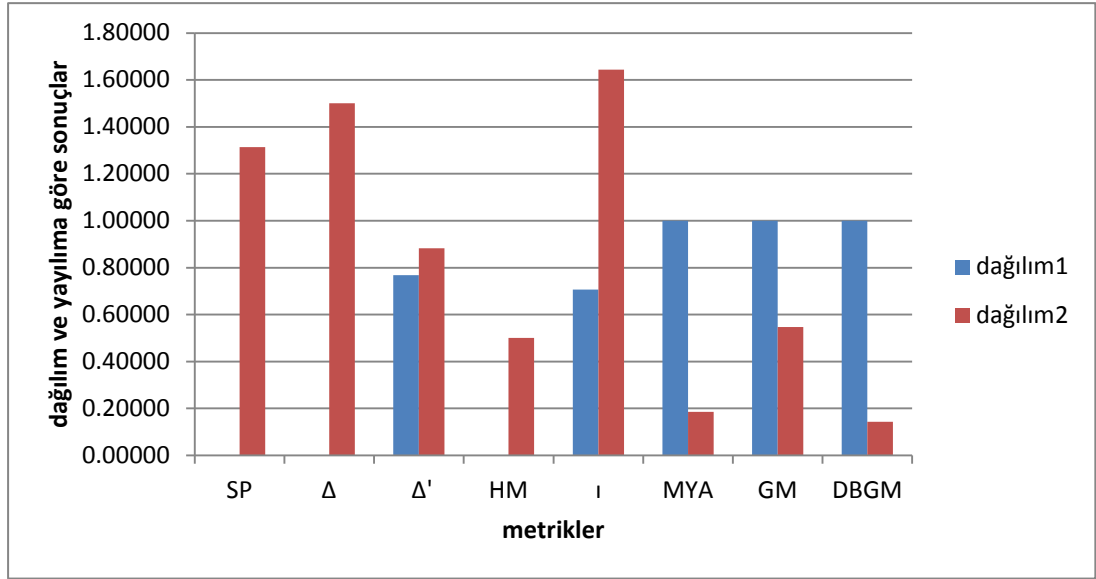
Tablo 5.2. Durum2 için metrik çıktıları

2. Durum	SP	Δ	Δ'	HM	ι	MYA	GM	DBGM
Dağılım1	0.00000	0.00000	0.76754	0.00000	0.70711	1.00000	1.00000	1.00000
Dağılım 2	1.31319	1.50079	0.88245	0.50000	1.64340	0.18498	0.54666	0.14285

Δ' metriğinde hesaplama direkt çeşitlilik odaklı olduğu için ve sonucun içerisinde yakınsama uzaklığı ile yayılım bilgisi olduğundan sonuçtaki düzgün dağılıma göre olan farklılık çok azdır. Çünkü Şekil 5.2’deki ikinci durum düzgün dağılımlı olan çözümünden yayılım açısından pek farklı değildir. HM metriğinde referans noktalarının dizilişi tıpkı grid metriğinde olduğu gibi çok önemlidir. Bu çözümde

referans noktaları 1-10 aralığında dizilmiştir. HM için sonuçtaki değişim tatmin edici noktadadır. Fakat burada dikkat edilmesi gereken husus referans noktalarıdır. Referans noktalarının yerleşimi sonucu direkt etkileyen bir faktördür. Eğer referans noktalarında Şekil 5.2’de görüldüğü gibi ayrık çözümler şeklinde ise çözümlerin çoğu iyileşme gösterecektir. Yani dağılım açısından kötü çözümler olmayacaklardır. Bu bakımdan önerdiğimiz ve dinamik referans noktası olanağı sunan DBGGM, dağılımı ölçerken daha efektif bir yöntemdir. Büyük boyutlu problemlerin optimal çözümünü bulmak çok zordur. Bu sebeple genellikle referans noktaları üzerinden işlem yapılır. Referans noktalarının sıklığı, dağılımı, çeşitliliği gibi faktörler metrik sonuçlarını etkilemektedir. Referans noktalarının farklı çözümler için farklı konumlandırılması gerekmektedir. Örneğin optimal çözümde x eksenini üzerinden 3-8 aralığında sonuç bulan bir problemin referans noktalarının 0-10 aralığında olması metrik sonuçlarında yanlışlıklara sebebiyet verecektir. DBGGM metriğine bakıldığında çözüm aşamasında parametreler çözümün çeşitliliğini dikkate alarak yapılmaktadır. Şekil 5.2’deki çözüm için referans noktaları diğer metrikler ile eşdeğer olsada grid aralıkları ve grid kaydırma işlemleri ile en iyi sonuca ulaşılmaktadır. Grid metriğinin sonucu 0.54666 olarak çıkmıştır DBGGM metriğinin sonucu ise 0.34285 olarak bulunmuştur. DBGGM için grid aralıkları iki çözüm arasındaki en kısa mesafe olarak belirlenmiş ve başlangıç noktası olan k değeri çözüm aralıklarının ortalamasının katları olarak denetlenmiştir. Ve dağılım açısından metriğin alabileceği optimal sonuca ulaşılmıştır. Ayrıca grid metriklerinde çözüm setinin başlangıç ve bitiş noktalarına odaklanılırsa sadece dağılım konusunda bilgi alınabilir. Fakat çözüm setinin başlangıç ve bitiş noktaları referans noktalarına göre belirlenirse çözümün yayılımında DBGGM metriğinin sonucuna yansıtacaktır. Bu çözümlerde biz referans noktalarını baz aldığımız için DBGGM ve GM metriklerinin içinde yayılım bilgiside vardır. Yani sonuç aslında çeşitliliğide yansıtmaktadır. MYA metriğide dağılım açısından efektif bir çözüm sunar fakat sadece dağılımı ölçtüğü için çözüm setinde düzgün dağılmış fakat küçük bir lokasyonda bulunan çözümler için optimal değerler verecektir. GM ve DBGGM metriklerindeki sonuç farklılıklarında bilindiği gibi bulanıklık ve grid başlangıç noktası kaydırmadan kaynaklanmaktadır. Çözüm noktalarının grid üzerindeki dağılımında önemli olduğu için DBGGM daha hassas bir ölçüm yapmaktadır.

Şekil 5.4’de grafik üzerinden dağılımdaki değişim metrik sonuçlarındaki değişime etkisi görülmektedir.

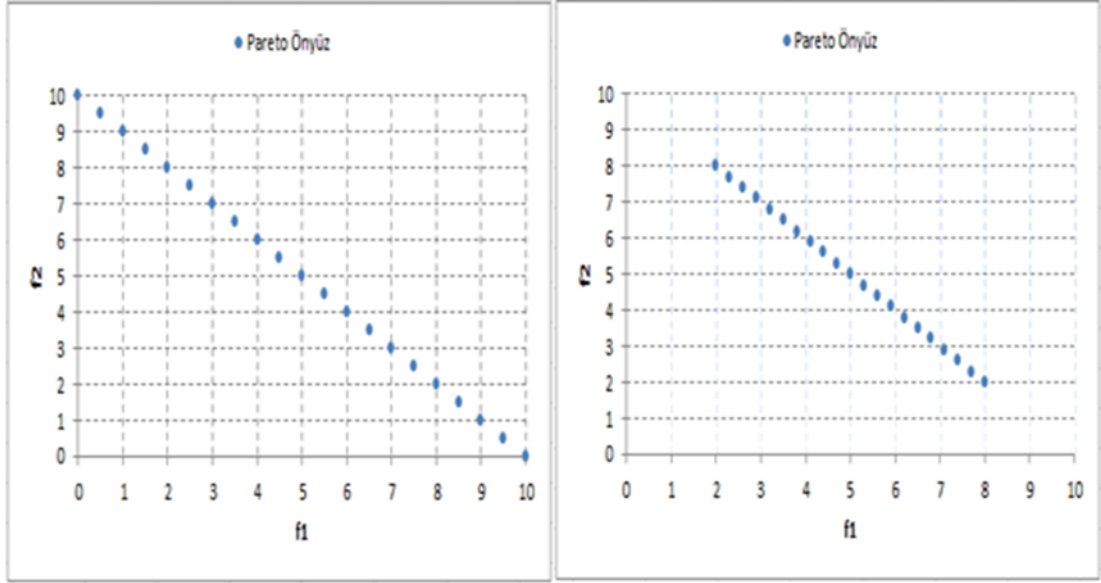


Şekil 5.4. Durum2’deki dağılıma göre metrik sonuçlarındaki değişimler

SP ve Δ metrikleri dağılımdaki değişimlere en fazla tepkiyi veren metriklerdir. MYA ve DBGM metriklerindeki değişimler birbirlerine çok yakındır. MYA’nın dağılımı ölçen güçlü bir metrik olduğu düşünüldüğünde DBGM metriğinin doğru çalıştığı anlaşılabilir. Çünkü bu problem için pareto frontların yayılımı karşılaştırılan düzgün dağılımlı problem ile aynı gibidir. Bu bakımdan MYA metriği DBGM için iyi bir referanstır.

5.3. Durum 3

Üçüncü durumda pareto önyüzde daraltma yapılarak çözüm lokasyonu orta kısma yoğunlaşmıştır. Bu senaryoda dağılım ile birlikte yayılımı ölçen metrikler daha avantajlı durumdadır. Çünkü ortalanan pareto önyüz düzgün dağılmasına rağmen uç noktaları farklılık göstermektedir. Şekil 5.5’te pareto önyüzler görülmektedir. Dağılım açısından bir değişiklik olmamasına (çözüm noktaları arası uzaklıkların benzerliğine göre) rağmen yayılım açısından çözüm noktaları ödüneşim alanının orta bölgesinde toplanmışlardır.



Şekil 5.5. Durum3 için dağılım değişimi

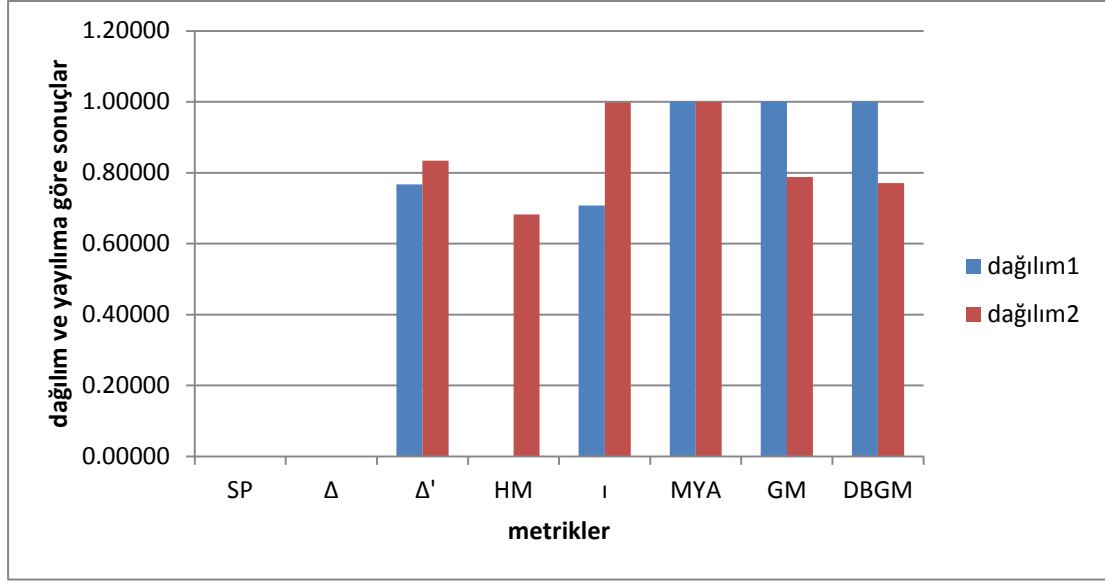
Çözüm noktalarının orta kısımda da düzgün dağıldığı görülmektedir. Bu sebeple bazı basit metrikler ve referans noktası ile çalışmayan metrikler dağılımın düzgün olduğunu verecektir. Fakat çözümler amaçların uç noktalarını temsil kabiliyetine sahip değildir. Tablo 5.3'te metrik sonuçlarındaki değişimler görülmektedir.

Tablo 5.3. Durum3 için metrik çıktıları

3. Durum	SP	Δ	Δ'	HM	τ	MYA	GM	DBGM
Dağılım1	0.00000	0.00000	0.76754	0.00000	0.70711	1.00000	1.00000	1.00000
Dağılım 2	0.00000	0.00000	0.83406	0.68181	0.99814	1.00000	0.78777	0.77117

Çeşitli problemlerin bazı sezgisel algoritmalar ile çözümünden elde edilen pareto önyüz çözümlerin ödünleşim alanı belli noktalarda yoğunlaşmaktadır. Tabiki bu problemin tipine de bağlı olarak ortaya çıkan bir durum olabilir. Böyle durumlarda bazı metriklerin çalışma biçimi sonucu doğru bir biçimde analiz etmekten uzaktır. Şekil 5.5'te görülen durumda anlatılan senaryo ile benzerlik göstermektedir. Dağılım1 ve dağılım2 için metriklerdeki değişimleri gösteren Tablo 5.3'e bakılacak olursa SP, Δ ve MYA metriklerinde hiçbir değişim görülmemektedir. Bunun sebebi bu metriklerin yalnızca çözüm noktaları aralarındaki uzaklıkların standart olmasına yönelik bir analiz biçimine sahip olmalarından kaynaklıdır. Değerlendirmelerini iki uç çözüm elemanını başlangıç ve bitiş noktasına oturtarak yaptıkları için çözüm setindeki elemanların arasındaki uzaklığın standart sapmasının sıfır olduğu

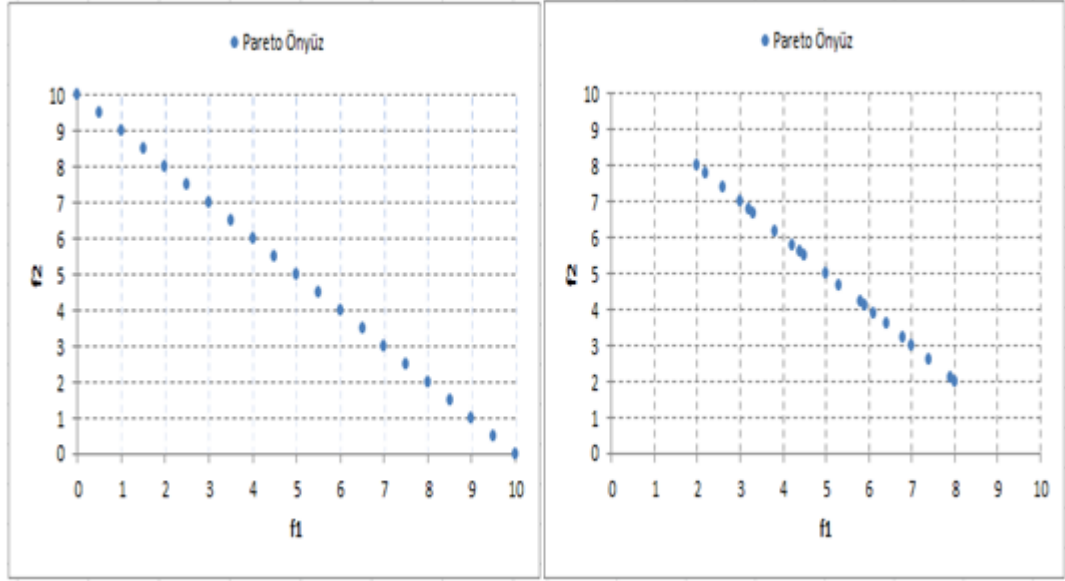
durumlarda metriklerin vereceği sonuçlar hiç değişmeyecektir. GM ve DBGM metriklerine bakılacak olursa beklenildiği gibi belirli bir düşüş yaşanmıştır. Bunun nedeni uç noktalarındaki gridlerde çözüm noktasının bulunmamasıdır. Çözüm noktaları düzgün dağılım gösterdiği için bu metriklerin sonucu birbirine yakın çıkmıştır. Çünkü gridler içerisindeki çözüm noktaları düzgün dağılmaktadır ve gridlerin merkezi noktalarına yakınlık göstermektedir. Şekil 5.6’da bu durum görülmektedir.



Şekil 5.6. Durum3'teki dağılıma göre metrik sonuçlarındaki değişimler

5.4. Durum4

Durum3'teki orta lokasyonda yoğunlaşmış çözüm kümesi durum4 için dağılım açısından kötüleştirilmiştir. Böyle bir durumda durum3'te bahsettiğimiz SP, Δ ve MYA metrikleri dağılımdaki değişime bağlı olarak durum3'e göre farklı sonuçlar vereceklerdir. Şekil 5.7'de durum4 için dağılım biçimleri görülmektedir. Birinci durumdaki dağılım düzgün ve yayılım açısından çok iyi durumdaki iken ikinci durumdaki dağılım daha düzensiz ve yayılım açısından zayıftır.



Şekil 5.7. Durum4 için dağılım değişimi

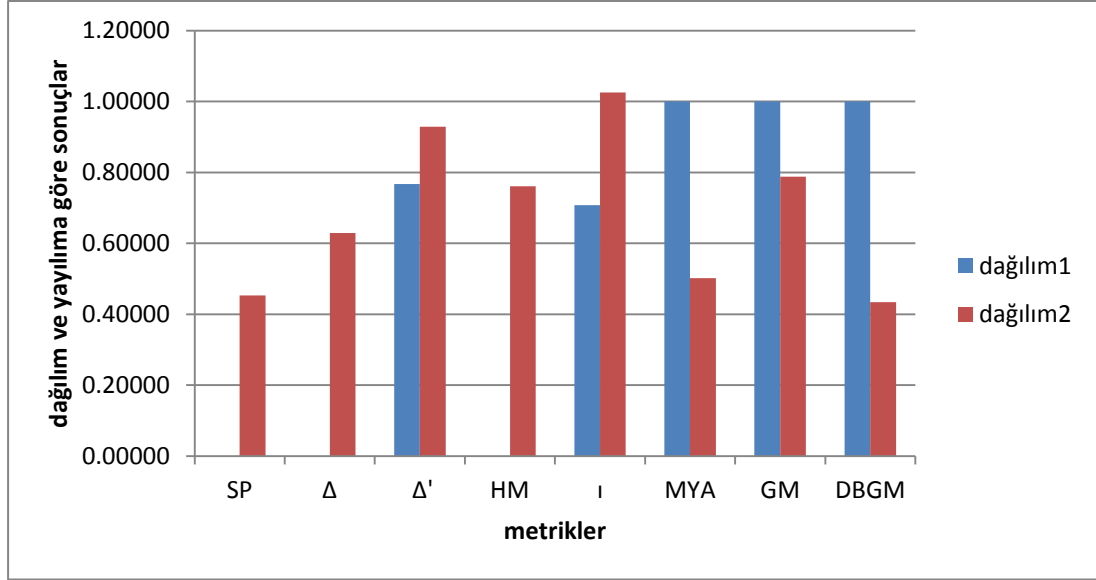
Bu tür bir senaryoda sadece dağılım ölçen metrikler için ikincil olarak yayılım açısından da değerlendirmelidirler. Bu durumdaki metriklere örnek olarak durum3'te yayılım açısından değişmesine rağmen dağılım açısından düzgünlüğünü koruyan bir pareto önyüz karşısında değişme uğramayan metrikleri gösterebiliriz. Tablo 5.4'e dağılım ve yayılımdaki değişime bağlı olarak metrik değerlerindeki değişimler görülmektedir.

Tablo 5.4. Durum4 için metrik çıktıları

4. Durum	SP	Δ	Δ'	HM	ι	MYA	GM	DBGM
Dağılım1	0.00000	0.00000	0.76754	0.00000	0.70711	1.00000	1.00000	1.00000
Dağılım 2	0.45286	0.62855	0.92912	0.76111	1.02516	0.50140	0.78777	0.43415

Durum3'te GM ve DBGM metrikleri birbirlerine çok yakın değerler bulmuşlardı. Fakat pareto önyüzün dağılımdaki değişim sonucu DBGM sonucu biraz daha sıfıra yakınsamıştır. Bunun sebebi grid aralıklarındaki çözüm noktalarının merkezi olma özelliklerini kaybetmeleridir. Burada bulanık çerçevede hesaplanan aidiyet değerleri dağılımdaki değişimleri daha hassas bir biçimde algılamakta ve bu yönde hesaplama yapmaktadır. SP, Δ ve MYA metrikleri ise dağılımın kötüleşmesine bağlı olarak dağılım açısından değerlendirmeyi yapmışlar durum3'ten farklı olarak sonuçlar değişime uğramıştır. Δ' , HM, ι metrikleri ise yayılım açısından bozulmaya ek olarak dağılım açısından da bozulama sonucunda artış göstermişlerdir. Bu üç metrik için

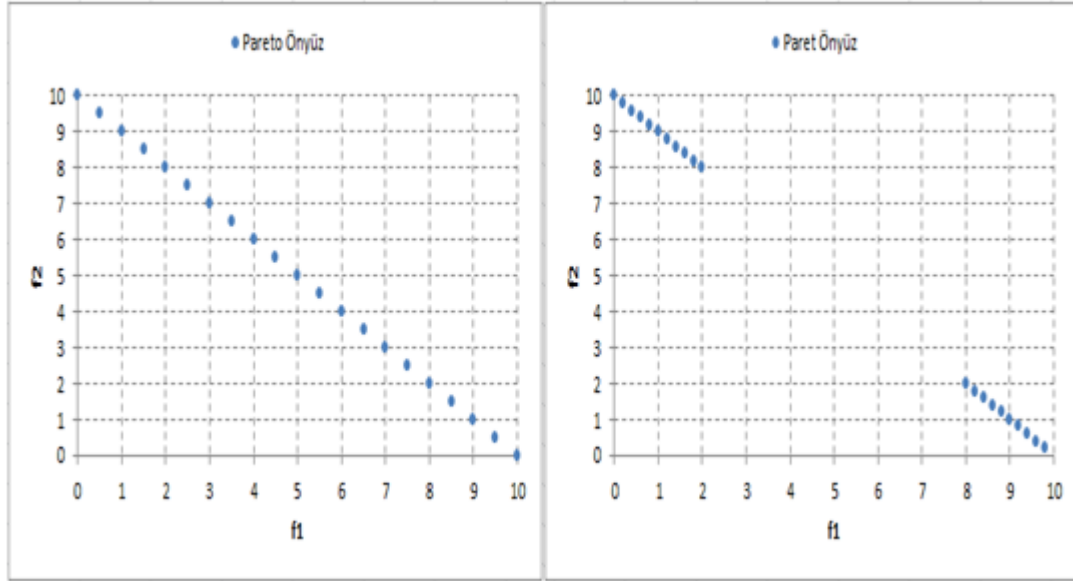
dağılım ve yayılım açısından değerlendirmelere bakıldığında dağılım açısından değişime verilen tepki yayılım açısından değişime verilen tepkiye göre daha azdır. Fakat GM ve DBGM metrikleri için böyle bir durum sözkonusu değildir. Durum4 için metriklerdeki sayısal değişimlerin grafiksel gösterimi Şekil 5.8’de görülmektedir.



Şekil 5.8. Durum4’teki dağılıma göre metrik sonuçlarındaki değişimler

5.5. Durum 5

Literatürde bulunan bazı sezgisel algoritmaların iki amaç için bulduğu çözümler uç noktalarda çıkabilmektedir. Bu tür pareto frontları değerlendirmek için seçilen bu senaryoda metriklerin sonuçları karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Uç noktalara yoğunlaşmış pareto önyüzlerde sadece dağılım açısından ölçüm yapan metriklerin çeşitlilik açısından ölçüm yapan metriklere göre bir dezavantajı bulunmamaktadır. Çünkü hesaplama yapılırken referans alınan uç noktalar çözüm uzayında uç noktalarını temsil etmektedir. Şekil 5.9’da uç noktalara yoğunlaştırılmış düzgün dağılım senaryosu görülmektedir. Bu durumda ortaya çıkan metrik sonuçları Tablo 5.5’te gösterilmektedir. GM ve DBGM metrikleri arasında durum3’te olduğu gibi çok fark gözükmemektedir. Bunun nedeni çözüm noktalarının her yerde temsil kabiliyeti olmamasına karşın dağılımların düzgün olmasıdır. Yani her grid aralığı için çözüm noktaları düzgün dağılmaktadır.



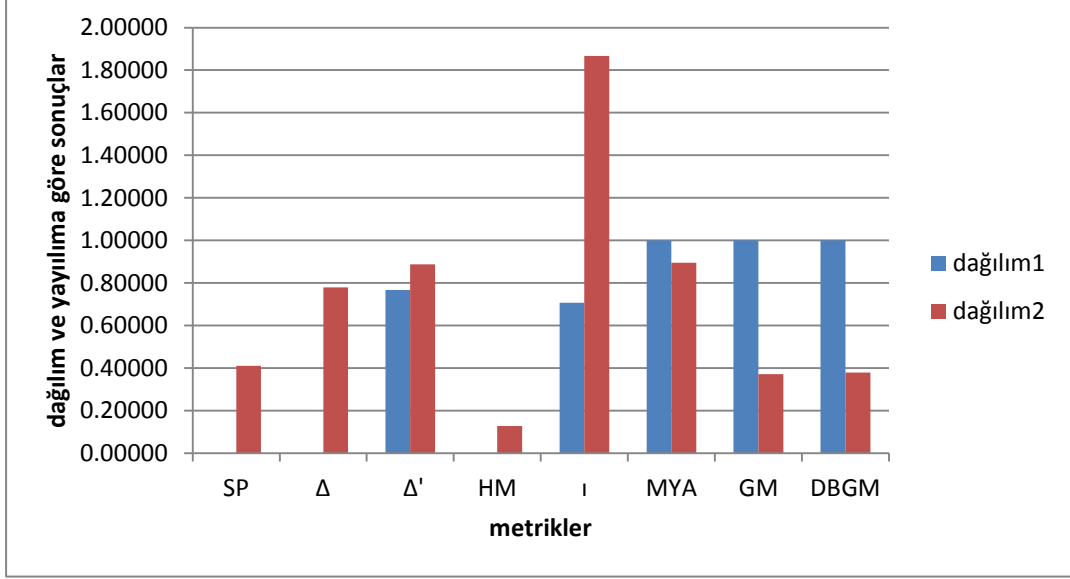
Şekil 5.9. Durum5 için dağılım değişimi

SP metriğinin Δ metriğine göre daha küçük bir değer çıkması dağılımı düzgün algıladığına işaret etmektedir. Fakat Δ metriği daha doğru sonuç vermektedir. SP metriği aralıklardaki minimum değeri hesaba kattığı için çözümlerin yoğunlaştığı bölgeler arası uzaklıkları dikkate almamıştır. Diğer metrikler ise dağılım, yayılım veya her iki özellik açısından da doğru ölçümler yapmışlardır.

Tablo 5.5. Durum5 için metrik çıktıları

5. Durum	SP	Δ	Δ'	HM	ι	MYA	GM	DBGM
Dağılım1	0.00000	0.00000	0.76754	0.00000	0.70711	1.00000	1.00000	1.00000
Dağılım 2	0.41012	0.77923	0.88768	0.12727	1.86724	0.89473	0.37111	0.37855

Durum4'te olduğu gibi uç noktalarda bulunan çözüm noktaları dağılım açısından kötüleştirilirse GM ve DBGM metriklerinin sonuçları arasındaki fark açılacaktır. Çünkü hesaplamalara grid aidiyet derecesi de katılacağı için düzgün dağılım göstermeyen bölgeler daha düşük değerler alacaklardır. Şekil 5.10'da dağılım ve yayılıma göre uç noktalarda toplanmış çözümlerin karşılaştırmalı olarak metrik hesaplamalarındaki değişimlerin grafiksel gösterimi bulunmaktadır.



Şekil 5.10. Durum5'teki dağılıma göre metrik sonuçlarındaki değişimler

5.6. Test Problemleri

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan meta-sezgisel algoritmaların çözümlerini test etmeye yönelik bir çok test problemi geliştirilmiştir. Çalışmamızda sadece iki amaçlı minimizasyon problemlerine yönelik metrik hesapları yapılmıştır. Test problemleri kısıtlı ve kısıtsız olarak iki kategoriden oluşmaktadır. Sadece kısıtsız test problemleri olan ZDT1 ve ZDT4 test problemlerinin çözümünü MOGA, VEGA, PESA, NPGA, NSGA, NSGAI, SPEA algoritmaları ile bularak pareto önyüzleri elde edilmiştir [8,27,28]. Bu işlemler sırasında farklılıklar olmaması için genetik işlemciler (çaprazlama oranı, mutasyon vb.) aynı tutulmuştur. Ayrıca başlangıç popülasyonları da aynıdır.

Genetik İşlemciler ve parametreler şu şekildedir:

- Jenerasyon sayısı 150
- Mutasyon oranı 0.01
- Çaprazlama oranı 0.85
- Tek noktalı çaprazlama

Test problemleri için algoritmalar üçer kez çalıştırılarak ortalaması alınmıştır.

5.6.1. ZTD1 problemi

Problemin amaç fonksiyonları ve değişken sınırları 5.3'te gösterildiği gibidir.

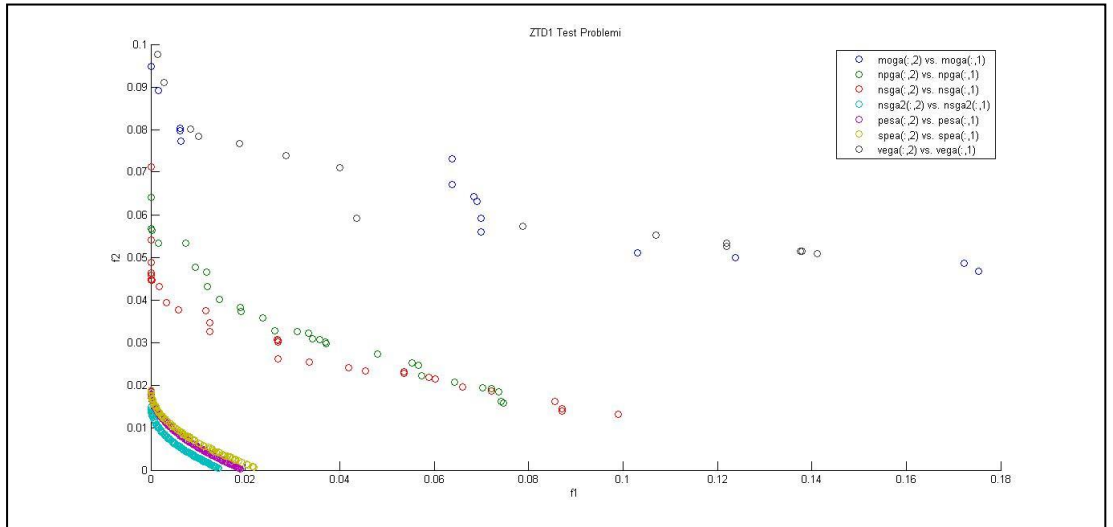
$$f_1(x) = x_1 \quad (5.3)$$

$$f_2(x) = g_x - \sqrt{\left(\frac{f_1}{g_x}\right)} \quad (5.4)$$

$$g_x = 1 + 9 \left(\sum_{i=2}^m x_i \right) / (n-1) \quad (5.5)$$

$$x_i \in [0,1], \quad i=1, \dots, n \quad n=30$$

Şekil 5.11'de ZDT1 test probleminin 7 adet meta-sezgisel algoritma ile çözdürülmesi ile oluşan pareto önyüzler görülmektedir. Hiç bir işlem yapmadan dahi hangi algoritmaların daha iyi dağılım gösterdiği ya da optimale hangilerinin daha fazla yakınsadığı belli olmakla beraber çoğu zaman birbirlerine çok yakın sonuçlar veren algoritmalar ile karşılaşılabılır. Burada metriklerin sonuçları arasındaki farklılıkların daha belirgin olması açısından bu şekilde ortaya çıkan çözümler daha bilgilendirici olmuştur.



Şekil 5.11. ZDT1 problemi için oluşan pareto önyüzler

Şekil 5.11'den de görüldüğü gibi çeşitlilik ve yakınsama açısından NSGAII, SPEA ve PESA algoritmaları iyi sonuçlar bulmuşlardır. Diğer algoritmalar ise hem yakınsama hem de çeşitlilik açısından iyi sonuçlara sahip değildirler.

Ortaya çıkan durumun daha net görülebilmesi açısından metrik sonuçları elde edilmiştir. Ayrıca görsel olarak açık olan bazı durumlar metrik sonuçları ile karşılaştırılarak metriklerin sağlıklı çalışıp çalışmadıkları analiz edilmiştir. Tablo 5.6.'da uzaklık metrikleri olan GD ve r-GD'nin sonuçları mevcuttur.

Tablo 5.6. ZDT1 yakınsama metrikleri

	GD	r-GD	H	ME
MOGA	0.11944	0.12999	0.02145	0.17936
VEGA	0.11856	0.12986	0.01311	0.14801
NPGA	0.06285	0.07639	0.01168	0.07419
NSGA	0.05929	0.06135	0.01031	0.09771
NSGA2	0.01298	0.01344	0.00114	0.05433
SPEA	0.01331	0.01398	0.00325	0.06123
PESA	0.01307	0.01371	0.00127	0.05789

GD metriği bilindiği gibi pareto önyüzden pareto optimale uzaklık ölçerken r-GD metriği GD'nin zıttı olarak pareto optimalden pareto önyüze uzaklıkları ölçmektedir. Burada pareto optimale en fazla yakınsayan algoritma NSGAII olmuştur. PESA ve SPEA'da optimale en çok yakınsayan diğer algoritmalarıdır. GD metriğinin sonuçlarının r-GD'ye göre daha küçük çıkmasının sebebi, r-GD metriğinin tüm optimal noktadaki uzaklıkları dikkate almasından kaynaklanmaktadır.

Tablo 5.7. ZDT1 dağılım ve yayılım metrikleri

	SP	Δ	MYA	MYM
MOGA	0.006415	0.004428	0.360065	0.139178
VEGA	0.007573	0.006025	0.430749	0.137703
NPGA	0.002036	0.001426	0.519472	0.409751
NSGA	0.003691	0.001925	0.508535	0.473541
NSGA2	0.000089	0.000072	0.551902	0.583853
SPEA	0.000144	0.000111	0.514555	0.580248
PESA	0.000325	0.000051	0.552341	0.570043

Tablo 5.7.'de ZDT1 için dağılım metrikleri ve MYM yayılım metriği bulunmaktadır. NSGAII hem dağılım hem de yayılım açısından yakınsama metriklerinde olduğu gibi en iyi sonuca sahiptir. Burada dikkat çeken nokta Δ metriği ile SP metriğinin SPEA

ve PESA algoritmalarındaki dağılımı farklı hesaplamış olmalarıdır. SP için SPEA PESA'ya göre daha iyi bir dağılıma sahipken Δ için bu durum tam tersidir. Bunun sebebi pareto önyüz noktaları arasındaki büyük uzaklık farklılıklarının SP metriğinde hesaba katılmamış olmasıdır. Çünkü MYA metriğinde anyen Δ metriğindeki gibi bir sıralama elde etmiştir. Bunun dışında VEGA ve MOGA algoritmalarının metrik sonuçları da aynı durumdadır. Yayılımı ölçen MYM metriği için sıralamalar MOGA ve VEGA dışında benzer çıkmıştır. Buradan bir sonuç çıkartacak olursak çeşitlilik açısından da en iyi algoritma NSGAII olarak görülmektedir.

Tablo 5.8. ZDT1 çeşitlilik metrikleri

	Δ'	HM	I	GM	DBGM
MOGA	0.078142	0.007075	1,263412	0.006111	0.004444
VEGA	0.076333	0.009631	1,284444	0.007247	0.005612
NPGA	0.055488	0.006698	1,141831	0.013402	0.009333
NSGA	0.050155	0.006352	1,132618	0.010094	0.008341
NSGA2	0.035681	0.000132	0.918766	0.042955	0.031345
SPEA	0.038888	0.000999	0.942222	0.036555	0.024134
PESA	0.039418	0.000183	0.941351	0.042605	0.030563

Tablo 5.8'de görüldüğü gibi çeşitlilik metrikleri ZDT1 için çeşitlilik metrikleri 7 algoritma ile çözdürülmüştür. Elde edilen sonuçlar sıralama açısından dağılım metriklerinden farklı değildir. Fakat çeşitlilik metriklerine bakıldığında GM metriği PESA algoritmasının ZDT1 için sonucunu NSGAII algoritmasına göre küçük bir farkla da olsa daha iyi bulmuştur. Halbuki dağılım ve yayılım metriklerinden teyit ettirdiğimiz sonuçlara bakıldığında her iki özellik açısından da NSGAII'nin daha iyi olduğu görülmektedir. DBGM metriği ile pareto önyüzleri çözdürdüğümüzde ise NSGAII algoritmasının sonuçları karşılaştırmalı olarak daha iyi çıkmıştır.

5.2.6. ZTD4 problemi

Problemin amaç fonksiyonları ve değişken sınırları aşağıda gösterildiği gibidir.

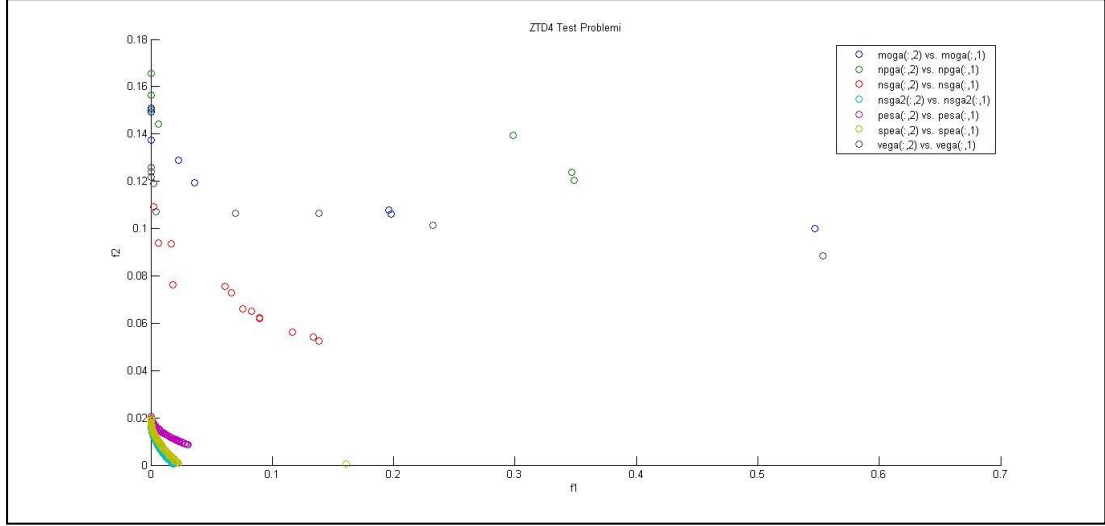
$$f_1(x) = x_1 \quad (5.6)$$

$$f_2(x) = g_x - \sqrt{\left(\frac{f_1}{g_x}\right)} \quad (5.7)$$

$$g(x) = 1 + 10(m-1) + \sum_{i=2}^m [x_i^2 - 10 \cos(4\pi x_i)] \quad (5.8)$$

$$x_i \in [-5,5], \quad i=1, \dots, n \quad n=10$$

Şekil 5.12’de ZDT4 test problemi için algortimaların çalıştırılması ile elde edilmiş pareto önyüz sonuçları görülmektedir.



Şekil 5.12. ZDT4 problemi için oluşan pareto önyüzler

Tablo 5.9’da ZDT4 metriği için yakınsama metriklerinin sonuçları görülmektedir. Ortaya çıkan sonuçlara göre en iyi durumdaki algoritma dört yakınsama metriğinin ölçümlerine görede NSGAI olarak ortaya çıkmıştır. Yakınsama metriklerinin tümü birbirleri ile tutarlı sonuçlar bulmuşlardır. Yakınsama açısından Şekil 5.12’de de görüldüğü gibi en iyi üç algoritma SPEA, NSGAI ve PESA olarak bulunmuştur.

Tablo 5.9. ZDT4 için yakınsama metrikleri

	GD	r-GD	H	ME
MOGA	0.12251	0.13456	0.03261	0.20466
VEGA	0.12135	0.12361	0.02489	0.18333
NPGA	0.10382	0.09359	0.02254	0.16541
NSGA	0.09333	0.09666	0.01981	0.09377
NSGA2	0.02566	0.02895	0.00921	0.05668
SPEA	0.03481	0.04382	0.01104	0.06481
PESA	0.03954	0.05032	0.01235	0.06961

Tablo 5.10.’da ZDT4 için dağılım metrikleri ve MYM yayılım metriği bulunmaktadır. Dağılım ve yayılım açısından NSGAI en iyi algoritma durumdadır. SPEA ve PESA’da az bir farkla da olsa NSGAI’ye göre daha kötü dağılım göstermişlerdir. NSGAI pareto önyüzün temsil kabiliyeti açısından diğer

algoritmalarla göre daha üstündür. Dağılım ve yayılım sonuçlarına göre çeşitlilik açısından NSGAII ZDT4 test problemi için en iyi sonucu bulmuştur. Metrikler birbirleri ile tutarlı sonuçlara ulaşmıştır. Yalnızca MYA metriği SP ve Δ metriklerine göre dağılım açısından PESA algoritmasının SPEA'ya göre daha iyi bir sonuç elde ettiğini göstermiştir.

Tablo 5.10. ZDT4 için dağılım metrikleri

	SP	Δ	MYA	MYM
MOGA	0.009415	0.008742	0.256743	0.148621
VEGA	0.008661	0.007721	0.294448	0.143483
NPGA	0.004456	0.003555	0.364966	0.354426
NSGA	0.003048	0.002936	0.383922	0.388888
NSGA2	0.000126	0.000112	0.593402	0.613151
SPEA	0.000315	0.000296	0.519584	0.574942
PESA	0.000962	0.000441	0.503285	0.523483

Tablo 5.11 ZDT4 test probleminin 7 çok amaçlı genetik algoritma ile çözdürülmesi ile elde edilen pareto önyüzlerin çeşitlilik metrik sonuçları görülmektedir. Çeşitlilik açısından Tablo 5.11'da görüldüğü gibi NSGAII algoritmasının elde ettiği pareto önyüz en iyi metrik sonuçlarına sahiptir. Tüm metrikler için optimal NSGAII, SPEA ve PESA ilk sırada yer almışlardır. Önerdiğimiz DBGM metriği diğer metrikler ile uyumlu sonuçlar bulmuştur. Metriklerin optimale göre sıraladığı algoritmaların sıralaması hiç bir metrik için değişmemiştir. Yalnızca bulunan değerlerin birbirlerine yakınlık ve uzaklıklarında bazı farklılıklar sözkonusudur.

Tablo 5.11. ZDT4 için çeşitlilik metrikleri

	Δ'	HM	I	GM	DBGM
MOGA	0.071356	0.010352	2,768326	0.004485	0.000185
VEGA	0.069444	0.009863	2,574834	0.005191	0.003463
NPGA	0.056112	0.006822	2,057433	0.009869	0.005711
NSGA	0.048326	0.005347	1,958430	0.017152	0.007031
NSGA2	0.027333	0.000312	1,386846	0.045297	0.034199
SPEA	0.029451	0.001114	1,486944	0.040873	0.024256
PESA	0.032518	0.001548	1,548393	0.039513	0.021161

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Tek amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde yalnızca tek bir sonuç için işlemler yapılır ve tek bir fonksiyonun optimize edilmesi gerekir. Bunun için birçok yöntem bulunmaktadır. Fakat çok amaçlı optimizasyonda birbirleri ile çelişen amaçlar olduğundan, bu tip problemlerin optimizasyonu daha zordur. Çoğu gerçek hayat problemide çok amaçlı karmaşık bir yapıya sahiptir. Çok amaçlı optimizasyon problemlerinde bir en iyi sonuç yerine birden çok en iyi sonuç bulunabilir (pareto önyüz). Böyle durumda karar vericinin pareto önyüz üzerinden en uygun olan çözümü seçmesi beklenir.

Bunun yanında elde edilen pareto önyüz sonuçlarının kalitesi ve diğer çözüm setlerine göre üstünlüğü ölçülmelidir. Çalışmamızda bu konu üzerine odaklanılarak pareto önyüz çözümlerinin dağılım, yayılım, yakınsama ve nicelik açısından kaliteleri incelenmeye çalışılmıştır. Bu dört ana grupta incelenen metrikler çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan algoritmaların kalite açısından incelenmesini ve diğer algoritmik sonuçlar ile karşılaştırılmasını sağlamaktadır. Ayrıca pareto önyüzdeki yayılımın ve dağılımı aynı anda analiz edebilen hibrit metrikler de mevcuttur. Fakat bazı dezavantajları vardır. Çünkü içerdiği işlemlerde yayılım ve dağılım özellikleri açısından dengesiz bir pareto önyüz çözümünü saptayabilecek özelliklere sahip değildirler. Örneğin dağılım açısından çok iyi fakat yayılım açısından kötü durumdaki veya bunun tam tersi durumdaki çözüm setlerinin hibrit metrikler ile incelenmesi sonucu ortaya çıkan verinin yayılım veya dağılım özellikleri ile büyük oranda etkilenme ihtimali vardır. Fakat bunun yanında yayılım ve dağılım özellikleri ayrı ayrı incelendiğinde iki pareto önyüz çözümünün iki özellik açısından birbirlerine üstünlük kuramama durumunda da çeşitlilik açısından değerlendirme yapmak veya denge kurarak iyi olan pareto önyüzü bulmak çok zordur. Kullanılan dağılım metriklerinin tamamı pareto önyüzün istatistiki açıdan üniform dağılım gösterip göstermediğine göre ölçüm yapmaktadır. SP ve Δ metriklerinin temeli standart sapma ve varyans hesaplarına dayanır. t metriği ise ki-kare testi mantığı ile işlem yapar. GM metriği daha çok mantıksal atamalara dayalı bit sistemine sahiptir. Yayılım açısından incelemede ise her bir çözüm noktasının kendisine olan en uzak çözüm noktasına olan öklidyen uzaklıklarına bakılarak işlem yapılır. Yakınsama metrikleri dağılım ve yayılım özellikli metriklere

göre daha basit bir yapıdadırlar. Çözüm setlerinde bulunan çözüm noktalarının referans setine olan öklidyen uzaklıkları yakınsama metriklerinin temelini oluşturur. Fakat yakınsama metriklerinin bazı çeşitlilik metriklerinde olduğu gibi referans noktalarına ihtiyaç duyması en büyük dezavantajlarıdır. Bu bilgiler ışığında literatürde bulunan çoğu performans metriği incelenmiş, güçlü ve zayıf yönleri ortaya konmuştur. Python programlama dili ile incelenen metrikler kodlanmış ve çeşitli pareto önyüz senaryolarında çözdürülmüştür.

Pareto önyüz çözümlerinin incelenmesi ve standadizasyonu zordur. Çünkü değerlendirme yapılırken referans noktası bulmak güç olduğu için karşılaştırma yolları seçilmiştir. Çeşitli pareto önyüz senaryolarında metriklerin performans ölçerken hangi dezavantajlara sahip oldukları örnekler ile açıklanmıştır. Literatürde bulunan grid bazlı metriklerin dezavantajlarından yola çıkılarak ve bulanık mantık çerçevesinde yeni bir metrik önerilmiştir. Bu metriğin doğruluğu çeşitli pareto önyüz senaryolarında literatürdeki diğer metrikler ile karşılaştırılarak ispatlanmaya çalışılmıştır. Kullanılan bulanık mantığa dayalı yöntem ι ve HM gibi performans ölçüm yöntemlerinde de kullanılabilir bir yapıya sahiptir.

Yapılan analizler sonucu SP metriğinin özellikle dengesiz aralıklara sahip pareto önyüz çözümlerinde pek kullanışlı bir metrik olmadığı ortaya çıkmıştır. Komşuluklardan minimum olanı seçmesi tüm çözüm noktalarını karşılaştırma açısından yetersizliklere sebep olmaktadır. Bunun yanında Δ' metriği çeşitlilik bilgisi yanında uzaklık bilgisini de barındırdığı için verdiği sonuçlar sağlıklı olamamaktadır. Ayrıca bazı uç durumlarda da Δ' metriği yeterli seviyede bir ölçüm gerçekleştirememektedir. Bunun yerine önerilen HM metriği uzaklık bilgisinden arındırılrsa da referans noktalarına ihtiyaç duyduğu için bazı durumlarda kullanışlı olmayabilir. Fakat Δ' metriğine göre daha iyi sonuçlar vermektedir. GM ise çeşitlilik ölçümünde gridler içerisinde bulunan çözüm noktalarının lokasyonuna bakmaksızın işlem yaptığı için tam manasıyla pareto önyüzün kalitesini yansıtamamaktadır. Pareto optimale yakınsamayı ölçen GD metriği ise bazı optimal çözümlerin hesaba katılmamasından dolayı yetersiz bir metriktir. Bunun yerine önerilen r-GD metriği yakınsama hesabı için daha kullanışlıdır. Çünkü pareto optimalin sahip olduğu tüm çözümlerin pareto önyüze olan uzaklığını hesaba katmaktadır.

İncelenen tüm metrikler son bölümde test problemleri üzerinde 7 algoritmanın elde ettiği pareto önyüzler ile denenmiştir. Elde edilen verilen ışığında çoğu metrik dezavantaja sahip olsada bulduğu sonuçlar genellikle tutarlı çıkmıştır. Çünkü bir pareto önyüz üzerindeki çözüm sayısı fazlalaştıkça metrik hesaplarında dezavantaj oluşturan durumlar ortadan kalkmaktadır. Genelde metriklerin eksik kaldığı noktalar pareto önyüz üzerinde olağan dışı bir durumun mevcudiyeti, çözüm sayısının azlığı ve çözümlerin bazı noktalarda yığılma gösterdiği durumlarda ortaya çıkmaktadır. Bu yüzden test problemlerinde genellikle tutarlı sonuçlar elde edilmiştir.

Önerdiğimiz DBGM metriğide diğer metrikler ile benzer sıralamada sonuçlar elde etmiştir. Farklı senaryolarda da denendiğinde DBGM metriği doğru sonuçlara ulaşmıştır. Özellikle bulanık mantık içeren bir metrik olmasından dolayı farklı bir yaklaşım tarzı vardır. Ayrıca bulanık mantık yaklaşımı ile τ ve HM metrikleride çözdürülerek daha sağlıklı sonuçlara ulaşılabilir.

Özellikle pareto önyüze göre çözümler üreten algoritmalar için önerdiğimiz metrikler algoritmanın içine yerleştirilerek çeşitlilik açısından daha uygun çözümlerin elde edilmesi sağlanabilir.

Çoğu metrik bazı dezavantajlara sahiptir ve belli standartları yoktur. Örneğin SP metriği için hangi değer iyi hangi değer kötü olduğunu diğer metrik ya da algoritmalar ile karşılaştırma yapmadan bilemeyiz. Yalnızca sıfıra yakınsarsa iyi yada bire yakınsarsa kötü bir dağılımdır şeklinde genel bir ifade kullanılabilir. Halbuki tüm metrikler Kolmogrov-Smirnov testi gibi güçlü testler ile bazı testler ile bir standartta oturtulabilir. Kolmogrov-Smirnov test sonuçları ile metrik sonuçlarının karşılaştırılması ile dağılım açısından bir skala oluşturularak örneğin SP metriği için bir kriter belirlenmiş olur. Fakat burada metriklerin ölçümü düzgün yapması çok önemlidir. Bahsedilen bazı uç durumlarda metriklerin yanlış hesaplama yapması bu skalayı anlamsız kılacaktır.

Bunun yanında karar vericinin fayda fonksiyonuna dayalı farklı yaklaşımlar ile geliştirilen metrikler vardır. Bu tür metrikler daha fazla işlem yükü barındırmasına rağmen referans setine ihtiyaç duymadıkları ve doğru sonuçlara ulaştıkları için avantaja sahiptirler. Ayrıca üç ve daha fazla amaca sahip problemlerin sonuçlarında da kullanılabilirler için son yıllarda tercih edilmektedirler.

Sonuç olarak iki amaçlı pareto nyüzlerde metrikler çalıştırılmış ve yeni metrik önerilerek denemiştir. Bulgular ışığında metriklerin eksiklikleri ortaya konmuş zm yolları geliştirilmiştir. Özellikle ileri istatistiki yöntemlerden faydalanılarak yeni metrikler önerilerek veya mevcut metriklerin geliştirilerek standardize edilebileceği gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Veldhuizen D. A., Lamont G. B., Multiobjective Evolutionary Algorithm Test Suites, *Proceedings of the ACM Symposium on Applied Computing*, San Antonio, TX, USA, 28 February-2 March 1999.
- [2] Veldhuizen D. A., Lamont G. B., On Measuring Multiobjective Evolutionary Algorithm Performance, *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*, California, USA, 19-21 March 2000.
- [3] Deb K., *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*, 1st ed., John Wiley & Sons, LTD, USA, 2001.
- [4] Khare V., Yao X., Deb K., Performance Scaling of Multi-objective Evolutionary Algorithms, *Kanpur Genetic Algorithms Laboratory (KanGAL)*, KRID-2002009, 4-13, 2002.
- [5] Zitzler E., Thiele L., Laumanns M., Fonseca C. M., Fonseca V. G., Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2003, **7**, 117-132.
- [6] Fonseca V. G., Fonseca C. M., Hall A. O., Inferential performance assessment of stochastic optimizers and the attainment function, *Lecture Notes in Computer Sciences*, 2001, **1**, 213-225.
- [7] Sayin S., Measuring the quality of discrete representations of efficient sets in multiple objective mathematical programming, *Mathematical Programming*, 2000, **87**, 543-560.
- [8] Zitzler E., and Thiele L., Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength pareto approach, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, **3**, 257-271.
- [9] Zitzler E., Deb K., Thiele L., Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results, *Evolutionary Computation*, 2000, **8**, 173-195.
- [10] Hansen M. P., Jaszkiwicz A., Evaluating the Quality of Approximations to the Non-dominated Set, *Institute of Mathematical Modeling, Technical University of Denmark*, Denmark, IMM Technical Report IMM-REP, 1998
- [11] Jaszkiwicz A., Hapke M., Kominek P., Performance of multiple objective evolutionary algorithms on a distribution system design problem computational experiment, *Proceedings of the First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization Lecture Notes in Computer Science*, Zürich, 7-9 March 2001.

- [13] Ehrgott M., Gandibleux X., An annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization, *Operations Research Spectrum*, 2000, **22**, 425-460.
- [14] Kim B., Gel E. S., Carlyle W. M., Fowler J. W., A new technique to compare algorithms for bi-criteria combinatorial optimization problems, *Proceedings 15th Intl. Conf. Multiple Criteria Decision Making*, Ankara, Turkey, 10-14 June 2001.
- [15] Fowler J. W., Kim B., Carlyle W. M., Gel E. S., Horng S., Evaluating solution sets of a posteriori solution techniques for bi-criteria combinatorial optimization problems, *Journal of Scheduling*, 2005, **8**, 75-96.
- [16] Jaszkiwicz A., On the computational effectiveness of multiple objective metaheuristics, *Proceedings of the Fourth International Conference on Multi-Objective Programming and Goal Programming: Theory and Applications*. Berlin, 29 May-1 June 2000.
- [17] Schott J. R., Fault Tolerant Design Using Single and Multicriteria Genetic Algorithm Optimization, Master Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics, Boston, 1995, 11582.
- [18] Zeng S., Chen G., Wang R., Li H., Shi H., Ding L., Kang L., A New Technique for Assessing the Diversity of Close-Pareto-Optimal Front, *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Hong Kong, China, 1-6 June 2008.
- [19] Ehrgott M., Gandibleux X., Bounds and bound sets for biobjective combinatorial optimization problems, *Proceedings 15th Intl. Conf. Multiple Criteria Decision Making*, Ankara, Turkey, 10-14 June 2001.
- [20] Triantaphyllou E., *Multi-Criteria Decision Making Methods: A comparative Study*, 2nd ed., Kluwer Academic Publisher, London, 2001.
- [21] Terano T., Asai K., Sugeno M., *Fuzzy Systems Theory and Its Applications*, 2nd ed., Academic Press Inc., San Diego, 1997.
- [22] Wu J., Azarm S., Metrics for Quality Assessment of a Multiobjective Design Optimization Solution Set, *Journal of Mechanical Design*, 2001, **123**, 18-25.
- [23] Veldhuizen D. A., Lamont G. B., Evolutionary Computation and Convergence to a Pareto Front, *Late Breaking Papers on the Genetic Programming Conference*, Stanford, USA, 22-25 June 1998.
- [24] Czyzak P., Jaszkiwicz A., Pareto Simulated Annealing - A Metaheuristic Technique for Multiple Objective Combinatorial Optimization, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 1999, **7**, 34-47.
- [25] Deb K., Genetic Algorithms in Multi-Modal Function Optimization, Master Thesis, University of Alabama, Department of Computer Science, Tuscaloosa, 1989.

- [26] Schaffer J. D., Multi Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms, *Proceedings of International Conference on Genetic Algorithms*, Pittsburgh, USA, 24-26 June 1985.
- [27] Fonseca C. M., Fleming P. J., An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization, *IEEE Transactions On Evolutionary Computation*, 1995, **6**, 13-21.
- [28] Deb K., Jain S., Running Performance Metrics for Evolutionary Multi-Objective Optimization, *Kanpur Genetic Algorithms Laboratory (KanGAL)*, KRID-2002004, 13-20, 2002.
- [29] Li M., Zheng J., Xiao G., Uniformity Assessment for Evolutionary Multiobjective Optimization, *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation – CEC*, Hong Kong, China, 1-6 June 2008.

EKLER

Ek-A

DİNAMİK BULANIK GRİD METRİĞİ PYTHON KODLARI

```
liste1=[]
liste2=[]
for a in range(len(liste1)-1):
    b=liste1[a+1]-liste1[a]
    liste2+=[b]
c=sum(liste2)/(len(liste1)-1)
print c
k=0
listega=[2*c,c,c/2,c/4,c/8]
listep=[]
listet=[]
listeq=[]
liste5=[]
for ga in listega:
    for i in range(10):
        for j in liste1:
            if k<j<=k+ga and k<=j<=k+(ga/2):
                p=((j-k)/(ga/2))
                listep+=[p]
            elif k<j<=k+ga and (k+(ga/2))<j<(k+ga):
                p=((k+ga)-j)/(ga/2))
                listep+=[p]
        if len(listep)==0:
            listet+=[0]
        else:
            listet+=[sum(listep)/len(listep)]
        listep=[]
        k=k+ga
        print listet
k=0
lister=listet[:]
listet=[]
i=0
if lister[i]==0 and lister[i+1]==0:
    t=0.5
elif lister[i]>0 and lister[i+1]==0:
    t=0.67*lister[i]+0.33
elif lister[i]==0 and lister[i+1]>0:
    t=0.75*lister[i+1]+0.33
else:
    t=lister[i]+lister[i+1]+0.33
listeq+=[t]
for i in range(0,len(lister)-2):
```

```

if lister[i+1]==0 and lister[i]==0 and lister[i+2]==0:
    t=0
elif lister[i+1]==0 and lister[i]==0 and lister[i+2]>0:
    t=0.5*lister[i+1]
elif lister[i+1]==0 and lister[i]>0 and lister[i+2]==0:
    t=0.5*lister[i]
elif lister[i+1]>0 and lister[i]==0 and lister[i+2]>0:
    t=(0.67*lister[i+1])+(0.67*lister[i+2])
elif lister[i+1]>0 and lister[i]>0 and lister[i+2]==0:
    t=(0.67*lister[i+1])+(0.67*lister[i])
elif lister[i+1]>0 and lister[i]==0 and lister[i+2]==0:
    t=0.75*lister[i+1]
elif lister[i+1]==0 and lister[i]>0 and lister[i+2]>0:
    t=0.75*lister[i]+0.75*lister[i+2]
else:
    t=lister[i]+lister[i+1]+lister[i+2]
listeq+=[t]
if lister[len(lister)-1]==0 and lister[len(lister)-2]==0:
    t=0.5
elif lister[len(lister)-1]==0 and lister[len(lister)-2]>1:
    t=0.75*lister[len(lister)-2]+0.33
elif lister[len(lister)-1]>1 and lister[len(lister)-2]==0:
    t=0.67*lister[len(lister)-1]+0.33
else:
    t=lister[len(lister)-1]+lister[len(lister)-2]+0.33
listeq+=[t]
n=sum(listeq)
fuzzygb=n/len(listeq)
liste5+=[fuzzygb]
listet=[]
listeq=[]
print liste5

```

Ek-B

GRID METRIĞİ PYHTON KODLARI

```
listex1=[]
ga=1
k=0
liste1=[]
liste2=[]
while ga<10:
    for i in listex1:
        if ga<i<ga+1:
            liste1+=[1]
        if len(liste1)>0:
            liste2+=[1]
        else:
            liste2+=[0]
    print liste2
    liste1=[]
    ga=ga+1
liste3=[]
i=0
if liste2[i]==0 and liste2[i+1]==0:
    t=0.5
elif liste2[i]==1 and liste2[i+1]==0:
    t=0.67
elif liste2[i]==0 and liste2[i+1]==1:
    t=0.75
else:
    t=1
liste3+=[t]
for i in range(0,len(liste2)-2):
    if liste2[i+1]==0 and liste2[i]==0 and liste2[i+2]==0:
        t=0
    elif liste2[i+1]==0 and liste2[i]==0 and liste2[i+2]==1:
        t=0.5
    elif liste2[i+1]==0 and liste2[i]==1 and liste2[i+2]==0:
        t=0.5
    elif liste2[i+1]==1 and liste2[i]==0 and liste2[i+2]==1:
        t=0.67
    elif liste2[i+1]==1 and liste2[i]==1 and liste2[i+2]==0:
        t=0.67
    elif liste2[i+1]==1 and liste2[i]==0 and liste2[i+2]==0:
        t=0.75
    elif liste2[i+1]==0 and liste2[i]==1 and liste2[i+2]==1:
        t=0.75
    else:
        t=1
```

```
    liste3+=[t]
if liste2[len(liste2)-1]==0 and liste2[len(liste2)-2]==0:
    t=0.5
elif liste2[len(liste2)-1]==0 and liste2[len(liste2)-2]==1:
    t=0.75
elif liste2[len(liste2)-1]==1 and liste2[len(liste2)-2]==0:
    t=0.67
else:
    t=1
liste3+=[t]
print liste3
k=sum(liste3)
gridbased=k/len(liste3)
print gridbased
```


KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

- [1] **Öztürk C.**, Özkale C., Fığlalı A., Performance Assessment of Multi-objective Optimization Methods, *International Symposium on Intelligent & Manufacturing Systems*, Adrasan, Antalya, 27-28 September 2012.
- [2] Aladağ Z., Kumru P. Y., **Öztürk C.**, Erdem A. R., Bulanık Tabanlı Analitik Ađ Süreci Yaklaşımı ile Orta Ölçekli İşletmeler İçin Kurumsal Kaynak Planlama Yazılım Seçimi, *Yöneyem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği Kongresi*, Sakarya, 5-7 Temmuz 2011.

ÖZGEÇMİŞ

Cihat Öztürk 1986 yılında Sakarya’da doğdu. İlk ve orta öğrenimini Kocaeli’de, liseyi İzmit Atılım Lisesinde tamamladı. 2010 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümünden mezun oldu. 2011 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı’nda yüksek lisans eğitimine başladı. Aynı yıl girdiği Yıldırım Beyazıt Üniversitesi Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.