

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MEKATRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DOĞRUSAL TAHRİKLİ ÇİFT ÇUBUKLU TERS SARKAÇ
SİSTEMİNİN TASARIMI VE DENGE KONTROLÜ

TUĞÇE YAREN

KOCAELİ 2018

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ


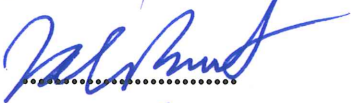

MEKATRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DOĞRUSAL TAHRİKLİ ÇİFT ÇUBUKLU TERS SARKAÇ
SİSTEMİNİN TASARIMI VE DENGE KONTROLÜ

TUĞÇE YAREN

Yrd. Doç. Dr. Selçuk KİZİR
Danışman, Kocaeli Üniversitesi
Prof. Dr. Zafer BİNGÜL
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniversitesi
Yrd. Doç. Dr. Sabri BİCAKCI
Jüri Üyesi, Balıkesir Üniversitesi


.....

.....

.....

Tezin Savunulduğu Tarih: 02.01.2018

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Ters sarkaç sistemleri kontrol teorisi alanında sıklıkla tercih edilen sistemlerdendir. Doğrusal olmayan, kararsız, eksik tahrikli yapıdadırlar. Eksik tahrikli sistemler doğrusal olmayan kontrol araştırmaları alanında öncü bir konuma gelmiştir. Bu özellikleri bakımından kontrol alanındaki çalışmalarda kullanılmaya oldukça uygundurlar.

Ters sarkaç sistemleri kontrol teorisi alanında sıklıkla tercih edildiği için birçok farklı yapıda sarkaç sistemi geliştirilmiştir. Bu çalışmada doğrusal tahrikli ters sarkaç kontrol problemleri üzerinde durulmuş, çift çubuklu ters sarkaç sisteminin tasarımı, modellenmesi ve denge kontrolü gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmanın başarıyla gerçekleştirilebilmesi için bilgi, deneyim ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen danışman hocam Sn. Yrd. Doç. Dr. Selçuk Kizir'e, çalışmalarına tecrübeleri ile katkıda bulunan Sn. Prof. Dr. Zafer Bingül'e, çalışma arkadaşlarıma ve bu süreç boyunca karşılağığım zorlukları aşmamda bana yardımcı olan yakın arkadaşım Faruk Fırat'a teşekkür ederim.

Ayrıca hayatım boyunca maddi, manevi desteklerini esirgemeyen ve her zaman yanımda olan aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ocak – 2018

Tuğçe YAREN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iv
TABLolar DİZİNİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	ix
ÖZET.....	xii
ABSTRACT	xiii
GİRİŞ	1
1. GENEL BİLGİLER.....	3
1.1. Ters Sarkaç Sistem Türleri	4
1.2. Ters Sarkaç Sistemlerinde Kullanılan Kontrol Yöntemleri	7
1.3. Ters Sarkaç Sistemlerinin Uygulama Alanları	10
2. SİSTEM TASARIMI	13
2.1. Ters Sarkaç Sisteminin Genel Yapısı.....	13
2.2. Mekanik Donanım	14
2.2.1. Şase yapısı	14
2.2.2. Eklem yapısı	15
2.2.2.1. Kablosuz iletişim çözümü	16
2.2.2.2. Kontak bileziği (slip ring) çözümü	17
2.2.2.3. Optik veri elemanı çözümü	17
2.3. Kontak Bilezikli Tasarım	17
2.3.1. Kontak bileziği	18
2.3.2. Kontak bileziği seçimi.....	19
2.3.3. Kontak bilezikli eklem yapısı.....	20
2.4. Elektronik Donanım	22
2.4.1. Servo motor ve sürücüsü.....	23
2.4.2. Enkoder	25
2.4.3. Güvenlik elemanları	25
2.4.4. Kontrolör	27
2.5. Sistem Parametreleri	29
2.5.1. Eksik parametreleri belirleme	30
2.5.1.1. Birinci test	32
2.5.1.2. İkinci test.....	33
2.6. Sistemin Fiziksel Mekanizması.....	34
2.7. ÇTS Sisteminin Güncelleştirilmesi	36
2.7.1. Güncel sistem sürtünme testi	37
2.7.1.1. Birinci test	37
2.7.1.2. İkinci test.....	39
3. MATEMATİKSEL MODELLEME	41
3.1. Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi.....	41
3.1.1. Konum ve hız denklemleri	43
3.1.2. Enerji Denklemleri	44
3.1.3. Lagrange Denklemleri.....	45

3.2. Doğrusallaştırma	50
3.3. Durum Uzayı Modeli	52
3.4. Transfer Fonksiyonları	54
3.5. Sistem Analizi	56
3.5.1. Kontrol edilebilirlik.....	56
3.5.2. Gözlenebilirlik.....	57
4. SİSTEM KONTROLÜ VE BENZETİM SONUÇLARI	58
4.1. Doğrusal Karesel Düzenleyici Yöntemi (LQR).....	59
4.1.1. LQR kontrolör tasarımı	60
4.1.1.1. Ağırlık matrislerinin seçimi	60
4.1.1.2. ÇTS sistemi için durum geri besleme kazancının bulunması.....	63
4.1.2. LQR Simulink modeli	65
4.2. Kalman Filtresi	66
4.2.1. Kalman Filtre Tasarımı	68
4.3. Doğrusal Karesel Gaussian Yöntemi (LQG)	70
4.3.1. LQG kontrolör tasarımı.....	71
4.3.2. LQG Simulink modeli.....	72
4.4. Benzetim Sonuçları	73
4.4.1. LQR kontrolör benzetim sonuçları	73
4.4.1.1. Farklı ağırlık matrisleri	74
4.4.1.2. Farklı başlangıç koşullarında kontrolörün davranış biçimi....	81
4.4.1.3. Sistemin referans sinyali takibi	85
4.4.2. Kalman filtresi ile durum tahmini	86
4.4.3. LQG kontrolör benzetim sonuçları	91
4.4.3.1. Sistemin referans sinyali takibi	94
4.4.4. LQR ve LQG kontrolörün karşılaştırılması	96
5. DENEYSEL SONUÇLAR.....	98
5.1. LQR Yöntemi ile Sistemin Dengelenmesi	98
5.2. Gerçek Zamanlı LQR Simulink Modeli.....	100
5.2.1. Hız verilerinin elde edilmesi	101
5.3. LQR Deneysel Sonuçlar	105
5.3.1. Sisteme bozucu etki uygulanması	110
5.4. Kalman Filtresi Tahmin Sonuçları	114
5.5. LQG Yöntemi ile Sistemin Dengelenmesi.....	118
5.6. Gerçek Zamanlı LQR/LQG Simulink Modeli	120
5.7. LQR/LQG Deneysel Sonuçlar	121
5.7.1. Sisteme gürültü eklenmesi	124
5.7.2. Sisteme bozucu etki uygulanması	128
KAYNAKLAR	133
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER	136
ÖZGEÇMİŞ	137

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1.	Arabalı çift çubuklu ters sarkaç sistemi	3
Şekil 1.2.	Çift sarkaç sisteminde kaotik hareket.....	4
Şekil 1.3.	(a) Pendubot (b) Acrobot sistemi	5
Şekil 1.4.	(a) Küresel ters sarkaç sistem diyagramı (b) gezgin ters sarkaç sistemi.....	5
Şekil 1.5.	Döner ters sarkaç sistemi.....	6
Şekil 1.6.	Paralel tip arabalı çift ters sarkaç	6
Şekil 1.7.	Seri tip arabalı çift ters sarkaç	7
Şekil 1.8.	Arabalı çift ters sarkaç sisteminde denge noktaları.....	7
Şekil 1.9.	Sarkaçlı saat mekanizması	10
Şekil 1.10.	Vinç sistemi.....	11
Şekil 1.11.	(a) Ginger ulaşım aracı (b) ayakta duran insan modeli	11
Şekil 2.1.	(a) Klasik tip TS sistem diyagramı (b) klasik tip TS deney sistemi.....	13
Şekil 2.2.	Sistemde kullanılacak olan lineer modül ve parametreleri	14
Şekil 2.3.	Mevcut sistem üzerinde tasarım için kullanılabilir uygun alan.....	15
Şekil 2.4.	Optik veri elemanı	17
Şekil 2.5.	Kontak bileziği çeşitleri	18
Şekil 2.6.	Moflon MT012.....	20
Şekil 2.7.	Üçüncü döner eklem montaj detayı.....	21
Şekil 2.8.	Birinci ve ikinci döner eklem montaj detayı	22
Şekil 2.9.	Arabalı ters sarkaç sisteminin blok diyagramı	22
Şekil 2.10.	Kullanılan servo motor ve sürücüsü.....	23
Şekil 2.11.	Hız çalışma modu bağlantı şeması	24
Şekil 2.12.	(a) Mil delikli artımlı enkoder (b) artımlı enkoder çalışma yapısı	25
Şekil 2.13.	(a) Endüktif sensör (b) acil durdurma butonu	26
Şekil 2.14.	Kontrolör yapısı.....	27
Şekil 2.15.	ÇTS kontrol yapısı	28
Şekil 2.16.	Doğrusal tahrikli ÇTS sistem diyagramı	29
Şekil 2.17.	Coulomb ve viskoz sürtünme karakteristikleri.....	30
Şekil 2.18.	Basit sarkaç modeli	31
Şekil 2.19.	Sürtünme testi Simulink benzetim modeli	32
Şekil 2.20.	Birinci test verileri.....	33
Şekil 2.21.	İkinci test verileri	33
Şekil 2.22.	Arabalı çok çubuklu ters sarkaç sisteminin fiziksel mekanizması	34
Şekil 2.23.	Arabalı tek çubuklu ters sarkaç sisteminin fiziksel mekanizması.....	35
Şekil 2.24.	Arabalı çift çubuklu ters sarkaç sisteminin fiziksel mekanizması	35
Şekil 2.25.	ÇTS sisteminin denge hali	37
Şekil 2.26.	ÇTS sisteminin yeniden düzenlenmesi	37
Şekil 2.27.	Güncel sistemde birinci test sonucu kaydedilen gerçek zamanlı veri.....	38
Şekil 2.28.	Güncel sistem – birinci test verileri.....	39
Şekil 2.29.	Güncel sistem – ikinci test verileri.....	39
Şekil 3.1.	Doğrusal tahrikli çift çubuklu ters sarkaç sistem diyagramı	42

Şekil 3.2.	Çubukların serbest düşme testi başlangıç durumu ve sistemin denge noktaları.....	49
Şekil 3.3.	Serbest düşme testi sonucu birinci çubuğun açısal konumu	50
Şekil 3.4.	Serbest düşme testi sonucu ikinci çubuğun açısal konumu.....	50
Şekil 3.5.	Üst denge noktası için $x_c(s)/F_c(s)$ transfer fonksiyonunun kutup – sıfır noktaları	55
Şekil 3.6.	Üst denge noktası için $\alpha(s)/F_c(s)$ transfer fonksiyonunun kutup – sıfır noktaları	55
Şekil 3.7.	Üst denge noktası için $\theta(s)/F_c(s)$ transfer fonksiyonunun kutup – sıfır noktaları	55
Şekil 4.1.	Durum geri beslemeli kontrol yapısı	58
Şekil 4.2.	Kararlı – kararsız sistem kutupları	65
Şekil 4.3.	LQR kontrolör Simulink modeli	66
Şekil 4.4.	Kalman filtresinin çalışma yapısı	67
Şekil 4.5.	Kalman filtresi giriş - çıkışları	68
Şekil 4.6.	LQG kontrol blok diyagramı	70
Şekil 4.7.	LQG kontrolör Simulink benzetim modeli	72
Şekil 4.8.	Sistemin $[0 \ 0,1 - 0,05 \ 0 \ 0 \ 0]$ başlangıç koşulu ve kontrol durumu.....	74
Şekil 4.9.	$Q = \text{diag}(1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R = 1$ iken sistem çıkışları ve kontrol sinyali	75
Şekil 4.10.	$Q = \text{diag}(50 \ 50 \ 50 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R = 1$ iken sistem çıkışları ve kontrol sinyali	77
Şekil 4.11.	$Q = \text{diag}(50 \ 50 \ 50 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R = 0,01$ iken sistem çıkışları ve kontrol sinyali	79
Şekil 4.12.	$Q = \text{diag}(50 \ 50 \ 50 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R = 100$ iken sistem çıkışları ve kontrol sinyali	80
Şekil 4.13.	$[0 \ 0 -0,3 \ 0 \ 0 \ 0]$ başlangıç koşulu ve bu koşulda sistemin ilk davranışı	81
Şekil 4.14.	$[0 \ 0 -0,3 \ 0 \ 0 \ 0]$ başlangıç koşulunda sistem çıkışları.....	82
Şekil 4.15.	Farklı başlangıç koşullarında sistemin ilk cevabı	83
Şekil 4.16.	$[0 \ -0,3 \ 0,5 \ 0 \ 0 \ 0]$ başlangıç koşulunda kontrol sinyali ve sarkaç açıları	84
Şekil 4.17.	Referans sinyal uygulanması sonucunda sistem çıkışları	85
Şekil 4.18.	LQR kontrolör + Kalman filtresi benzetim modeli.....	86
Şekil 4.19.	x_c ve $d x_c$ durumları için gürültüsüz Kalman filtre tahmini	87
Şekil 4.20.	α ve $d\alpha$ durumları için gürültüsüz Kalman filtre tahmini.....	88
Şekil 4.21.	θ ve $d\theta$ durumları için gürültüsüz Kalman filtre tahmini	89
Şekil 4.22.	x_c durumu için gürültülü Kalman filtre tahmini	90
Şekil 4.23.	α durumu için gürültülü Kalman filtre tahmini	90
Şekil 4.24.	θ durumu için gürültülü Kalman filtre tahmini	91
Şekil 4.25.	LQG kontrolör benzetim modelinde elde edilen x_c çıkış sinyali.....	93
Şekil 4.26.	LQG kontrolör benzetim modelinde elde edilen α çıkış sinyali	93
Şekil 4.27.	LQG kontrolör benzetim modelinde elde edilen θ çıkış sinyali.....	94
Şekil 4.28.	Referans sinyal uygulanması sonucunda çıkış sinyalleri – LQG.....	95
Şekil 4.29.	Referans sinyal uygulanması sonucu x_c çıkış sinyali – LQG.....	96
Şekil 4.30.	İki denetleyicinin karşılaştırılmasında araba konum verisi.....	97
Şekil 4.31.	İki denetleyicinin karşılaştırılmasında birinci çubuğun konum verisi	97
Şekil 4.32.	İki denetleyicinin karşılaştırılmasında ikinci çubuğun konum verisi.....	97

Şekil 5.1.	Sisteme ait kutup noktalarının kazanç matrisine bağlı olarak değişimi	100
Şekil 5.2.	Gerçek zamanlı LQR Simulink modeli.....	101
Şekil 5.3.	İkinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve analog filtre ile elde edilen ikinci çubuğun açısal hızı	102
Şekil 5.4.	İkinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve 2. dereceden türev filtresi ile elde edilen ikinci çubuğun açısal hızı.....	103
Şekil 5.5.	İkinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve FIR filtre ile elde edilen ikinci çubuğun açısal hızı	104
Şekil 5.6.	İkinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve derecesi değiştirilen alçak geçiren filtre ile elde edilen ikinci çubuğun açısal hızı.....	104
Şekil 5.7.	Sistemin gerçek zamanlı uygulamasında ilk iki aşama.....	105
Şekil 5.8.	Sistemin gerçek zamanlı denge hali	106
Şekil 5.9.	Gerçek zamanlı olarak ÇTS sisteminin dengelenmesinde araba konumunun değişimi	107
Şekil 5.10.	Gerçek zamanlı olarak ÇTS sisteminin dengelenmesinde birinci çubuğun konumunun değişimi	108
Şekil 5.11.	Gerçek zamanlı olarak ÇTS sisteminin dengelenmesinde ikinci çubuğun konumunun değişimi	108
Şekil 5.12.	Gerçek zamanlı olarak ÇTS sisteminin dengelenmesinde hız bilgilerinin değişimi	109
Şekil 5.13.	Gerçek zamanlı olarak ÇTS sisteminin dengelenmesinde denetleyici çıkış sinyalinin değişimi	109
Şekil 5.14.	Sisteme dış bozucu etki uygulanması.....	110
Şekil 5.15.	Denge halindeki sisteme dış bozucu etki uygulanması sonucu pozisyon verilerindeki değişim	111
Şekil 5.16.	Denge halindeki sisteme dış bozucu etki uygulanması sonucu hız verilerindeki değişim.....	112
Şekil 5.17.	Denge halindeki sistemde arabaya bozucu etki uygulanması sonucu kontrol sinyalindeki değişim	112
Şekil 5.18.	Denge halindeki sistemde arabaya bozucu etki uygulanması sonucu sistem çıkışlarındaki değişim	113
Şekil 5.19.	Denge halindeki sistemde arabaya bozucu etki uygulanması sonucu kontrol sinyalindeki değişim	113
Şekil 5.20.	KF durum tahmini çalışma yapısı	114
Şekil 5.21.	KF – arabanın konum bilgisi.....	116
Şekil 5.22.	KF – birinci çubuğun konum bilgisi	116
Şekil 5.23.	KF – ikinci çubuğun konum bilgisi.....	117
Şekil 5.24.	KF – arabanın hız bilgisi	117
Şekil 5.25.	KF – birinci çubuğun hız bilgisi.....	118
Şekil 5.26.	KF – ikinci çubuğun hız bilgisi.....	118
Şekil 5.27.	Sisteme ait kutup noktalarının kazanç matrisine bağlı olarak değişimi	120
Şekil 5.28.	Gerçek zamanlı LQR/LQG Simulink modeli.....	121
Şekil 5.29.	Gerçek zamanlı LQR/LQG denetleyicisinde araba konumunun değişimi	122
Şekil 5.30.	Gerçek zamanlı LQR/LQG denetleyicisinde birinci çubuk konumunun değişimi	123

Şekil 5.31. Gerçek zamanlı LQR/LQG denetleyicisinde ikinci çubuk konumunun değişimi	123
Şekil 5.32. Gerçek zamanlı LQR/LQG denetleyicisinde hız değişkenlerinin değişimi	123
Şekil 5.33. Gürültülü ve gürültüsüz enkoder verileri	125
Şekil 5.34. Gürültülü enkoder verileri sonucunda sistem çıkış değişkenleri	126
Şekil 5.35. KF ile gürültülü araba konum verisinin tahmini	127
Şekil 5.36. KF ile gürültülü birinci çubuk konum verisinin tahmini.....	127
Şekil 5.37. KF ile gürültülü ikinci çubuk konum verisinin tahmini.....	127
Şekil 5.38. LQR/LQG denetleyici çıkış sinyalleri.....	128
Şekil 5.39. Sistem modeline eklenen dürtü sinyali.....	128
Şekil 5.40. Bozucu etkinin ikinci çubuğun açısal konumuna etkisi	129



TABLULAR DİZİNİ

Tablo 2.1. Kullanılan servo motorun özellikleri.....	23
Tablo 2.2. ÇTS sisteminin parametre değerleri.....	29
Tablo 2.3. Güncel ÇTS sisteminin parametre değerleri	36
Tablo 3.1. Sistemin doğrusal olmayan dinamik denklemlerinde kullanılan kısaltmalar	48
Tablo 4.1. Çubukların açılı aralıklarına göre kontrol sinyalinin değişimi.....	84
Tablo 5.1. LQR/LQG kontrol performanslarının karşılaştırılması.....	124
Tablo 5.2. Gürültülü enkoder verileri ile LQR/LQG kontrol performanslarının karşılaştırılması	126
Tablo 5.3. İç bozucu etken uygulanması durumunda LQR/LQG kontrol performanslarının karşılaştırılması.....	129

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

b	: Viskoz sürtünme katsayısı
b_1	: Birinci çubuk ile araba arasındaki viskoz sürtünme katsayısı, (N/(rad/s))
b_2	: Birinci ve ikinci çubuk arasındaki viskoz sürtünme katsayısı, (N/(rad/s))
c	: Araba ile lineer modül yüzeyi arasındaki sürtünme katsayısı, (N/(m/s))
C_o	: Sistemin kontrol edilebilirlik matrisi
c_1	: Birinci çubuk ile araba arasındaki Coulomb sürtünme katsayısı, (N/(rad/s))
c_2	: Birinci ve ikinci çubuk arasındaki Coulomb sürtünme katsayısı, (N/(rad/s))
d	: Sisteme eklenen bozucu etkiler
F_c	: Arabaya uygulanan kuvvet, (N)
f_c	: Kesim frekansı, (Hz)
g	: Yerçekimi ivmesi, (m/s ²)
$G_1(s)$: Sistemin birinci transfer fonksiyonu
$G_2(s)$: Sistemin ikinci transfer fonksiyonu
$G_3(s)$: Sistemin üçüncü transfer fonksiyonu
$H(s)$: İkinci dereceden türev filtresinin transfer fonksiyonu
l_{p1}	: Birinci çubuğun, ağırlık merkezinden bağlı olduğu mafsala olan uzaklığı, (m)
l_{p2}	: İkinci çubuğun, ağırlık merkezinden bağlı olduğu mafsala olan uzaklığı, (m)
I_3	: 3x3 boyutunda birim matris
J	: Maliyet fonksiyonu
J_1	: Birinci çubuğun atalet momenti, (Nms ²)
J_2	: İkinci çubuğun atalet momenti, (Nms ²)
K	: Kazanç matrisi
KE_{toplam}	: Toplam kinetik enerji
KE_1	: Birinci çubuğun toplam kinetik enerjisi
KE_2	: İkinci çubuğun toplam kinetik enerjisi
KE_{araba}	: Arabanın kinetik enerjisi
$KE_{1ö}$: Birinci çubuğun öteleme kinetik enerjisi
KE_{1D}	: Birinci çubuğun dönme kinetik enerjisi
$KE_{2ö}$: İkinci çubuğun öteleme kinetik enerjisi
KE_{2D}	: İkinci çubuğun dönme kinetik enerjisi
K_f	: Kalman filtre kazanç matrisi
L_{p1}	: Birinci çubuğun uzunluğu, (m)

L_{p2}	: İkinci çubuğun uzunluğu, (m)
m_c	: Arabanın kütlesi, (kg)
m_{p1}	: Birinci çubuğun kütlesi, (kg)
m_{p2}	: İkinci çubuğun kütlesi, (kg)
n	: Sistem çıkışlarına eklenen gürültü
P	: Riccati denkleminin çözümü
PE_{toplam}	: Toplam potansiyel enerji
PE_1	: Birinci çubuğun potansiyel enerjisi
PE_2	: İkinci çubuğun potansiyel enerjisi
Q	: Pozitif yarı tanımlı, LQR denetleyici ağırlık matrisi
q_i	: Sistem genelleştirilmiş koordinatı
Q_n	: Gürültü kovaryans matrisi
R	: Pozitif sabit sayı, LQR denetleyici ağırlık matrisi
R_n	: Gürültü kovaryans matrisi
T_c	: Coulomb sürtünme katsayısı
u	: Durum uzayı modeli – giriş vektörü
$u(t)$: Kontrol sinyali
W_c	: Bant genişliği, (rad/s)
W_d	: İşlem gürültüsü
W_n	: Ölçüm gürültüsü
x	: Durum uzayı modeli – durum vektörü
x_c	: Arabanın referans düzleme göre konumu, (m)
x_{p1}	: Birinci çubuğun yatay çizgisel konumu, (m)
x_{p2}	: İkinci çubuğun yatay çizgisel konumu, (m)
x_1	: Araba konumunun durum değişkeni ifadesi
x_2	: Birinci çubuğun açısal konumunun durum değişkeni ifadesi
x_3	: İkinci çubuğun açısal konumunun durum değişkeni ifadesi
x_4	: Araba hızının durum değişkeni ifadesi
x_5	: Birinci çubuğun açısal hızının durum değişkeni ifadesi
x_6	: İkinci çubuğun açısal hızının durum değişkeni ifadesi
y	: Durum uzayı modeli – çıkış vektörü
y_{p1}	: Birinci çubuğun dikey çizgisel konumu, (m)
y_{p2}	: İkinci çubuğun dikey çizgisel konumu, (m)
α	: Birinci çubuğun referans düzleme göre açısal konumu, (rad)
ε	: Hata bilgisi
τ	: Arabaya uygulanan tork, (Nm)
θ	: İkinci çubuğun referans düzleme göre açısal konumu, (rad)
ζ	: Sönümleme oranı
$\dot{\alpha}$: Birinci çubuğun açısal hızı, (rad/s)
$\dot{\varepsilon}$: Hata bilgisinin türevi
$\dot{\theta}$: İkinci çubuğun açısal hızı, (rad/s)

\dot{q}_i	: Genelleştirilmiş koordinatın zamana göre birinci türevi
\hat{x}	: Tahmin edilen durum değişkenleri
\dot{x}_c	: Arabanın hızı, (m/s)
\dot{x}_{p1}	: Birinci çubuğun yatay çizgisel hızı, (m/s)
\dot{x}_{p2}	: İkinci çubuğun yatay çizgisel hızı, (m/s)
\dot{x}_1	: Araba konumunun durum değişkeni ifadesinin türevi
\dot{x}_3	: İkinci çubuğun açısal konumunun durum değişkeni ifadesinin türevi
\dot{x}_5	: Birinci çubuğun açısal hızının durum değişkeni ifadesinin türevi
\hat{y}	: Tahmin edilen sistem çıkış değişkenleri
\dot{y}_{p1}	: Birinci çubuğun dikey çizgisel hızı, (m/s)
\dot{y}_{p2}	: İkinci çubuğun dikey çizgisel hızı, (m/s)
$\ddot{\alpha}$: Birinci çubuğun açısal ivmesi, (rad/s ²)
$\ddot{\theta}$: İkinci çubuğun açısal ivmesi, (rad/s ²)
\ddot{x}_c	: Arabanın ivmesi, (m/s ²)

Kısaltmalar

AC	: Alternating Current (Alternatif Akım)
ADC	: Analog to Digital Converter (Analog – Dijital Dönüştürücü)
ÇTS	: Çift Ters Sarkaç
DAC	: Digital to Analog Converter (Dijital – Analog Dönüştürücü)
KE	: Kinetik Enerji
KF	: Kalman Filtresi
L	: Lagrangian
LED	: Light Emitting Diode (Işık Yayan Diyot)
LQG	: Linear Quadratic Gaussian (Doğrusal Karesel Gaussian)
LQR	: Linear Quadratic Regulator (Doğrusal Karesel Düzenleyici)
PCB	: Printed Circuit Board (Baskılı Devre Kartı)
PE	: Potansiyel Enerji
PID	: Proportional-Integral-Derivative (Oransal-İntegral-Türevsel kontrolör)
PWM	: Pulse Width Modulation (Sinyal Genişlik Modülasyonu)
RF	: Radyo Frekans
TS	: Ters Sarkaç
USB	: Universal Serial Bus (Evrensel Seri Veriyolu)

DOĞRUSAL TAHRİKLİ ÇİFT ÇUBUKLU TERS SARKAÇ SİSTEMİNİN TASARIMI VE DENGE KONTROLÜ

ÖZET

Ters sarkaç sistemleri, doğrusal olmayan, kararsız, eksik tahrikli yapılarından dolayı kontrol alanındaki çalışmalarda kullanılmaya oldukça uygundurlar. Kontrol teorisi üzerine yapılan araştırma ve geliştirme çalışmalarında ters sarkaç sistemleri iyi bir test düzeneği olduğundan, bu sistemler farklı kontrol yöntemlerinin tasarımında ve uygulanmasında sıklıkla tercih edilmektedir. Bu çalışmada doğrusal tahrikli çift çubuklu ters sarkaç sisteminin denge kontrolü gerçekleştirilmiştir. Tek çubuklu ters sarkaç sistemine göre çift çubuklu ters sarkaç sisteminin kontrolü kararsızlık, eksik tahrik ve doğrusalsızlık özellikleri nedeniyle daha zor bir problemidir.

Tez çalışmaları kapsamında öncelikle sistem tasarımı gerçekleştirilmiş ve üretim süreci sonunda doğrusal tahrikli çok çubuklu ters sarkaç sistemi üniversite – laboratuvar ortamına kazandırılmıştır. Bu sarkaç sistemi tek çubuk, çift çubuk ve üç çubuk olarak 3 farklı sistem yapısına uyarlanabilmektedir. Gerçekleştirilen sistem tasarımından bahsedilmiş, üretilen sistemin parametreleri açıklanmış ve matematiksel modelleme verilmiştir.

Çift çubuklu ters sarkaç sisteminin denge kontrolü için optimal durum geri beslemeli kontrol yöntemlerinden doğrusal karesel düzenleyici (LQR) ve doğrusal karesel Gaussian (LQG) kullanılmıştır. Tasarlanan kontrol algoritmalarına ait benzetim ve gerçek zamanlı kontrol sonuçları sunulmuştur. Kalman filtresi kullanılarak sistem durum değişkenlerinin tümü gerçek zamanlı olarak başarı ile tahmin edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal Tahrikli – Çok Çubuklu Ters Sarkaç Sistemleri, Kalman Filtresi, LQG, LQR, Optimal Durum Geri Beslemeli Kontrol.

DESIGN AND STABILIZATION CONTROL OF A CART – POLE DOUBLE INVERTED PENDULUM SYSTEM

ABSTRACT

Inverted pendulum systems are feasible for use in control studies due to nonlinear, unstable and underactuated structure of them. Since inverted pendulum systems are a practical test system in research and development studies on control theory, these systems are often preferred for designing and implementing different control methods. In this study, stabilization control of the linear driven double inverted pendulum was carried out. The control problem of the double inverted pendulum is more difficult than the control problem of the single inverted pendulum because of instability, nonlinearity characteristics.

In thesis studies, firstly the system design was realized and at the end of the production process, a multi link inverted pendulum system on a cart was supplemented to the university laboratory. This pendulum system can be adapted to three different system structure as single pendulum, double pendulum and triple pendulum. The design of system and the parameters of the produced system are explained. Mathematical modeling of the system has been given.

LQG and LQR which are state feedback control methods were used for the stabilization control of the double inverted pendulum system. Simulation and real time control results of the designed control algorithms were presented. With the designing of Kalman filter, all of the system state variables were successfully estimated in real time.

Keywords: Linear Driven – Multi Pendulum Inverted Pendulum Systems, Kalman Filter, LQG, LQR, Optimal State Feedback Control.

GİRİŞ

Ters sarkaç sistemleri kontrol uygulamalarında çok sık tercih edilen sistemlerdendir. Doğrusal olmayan, kararsız, eksik tahrikli yapıdadırlar. Bu özellikleri bakımından kontrol alanındaki çalışmalarda kullanılmaya oldukça uygundurlar. Eksik tahrikli sistemler serbestlik derecesi sayısından daha az sayıda kontrol girişine sahip olan mekanik sistemlerdir. Bu sistemler robotik, uzay-havacılık sistemleri, deniz sistemleri, esnek sistemler, mobil sistemler vb. olmak üzere geniş bir uygulama alanına sahiptir. Eksik tahrikli sistemler doğrusal olmayan kontrol araştırmaları alanında öncü bir konuma gelmiştir. Dolayısıyla bu özellikteki sistemlerin kontrolü hakkında araştırma ve geliştirme sağlamak amacıyla ters sarkaç sistemlerinden yararlanılması yaygındır. Tasarlanan kontrol algoritmalarının test edilmesi, var olan algoritmaların geliştirilmesi ters sarkaç sistemlerinin üzerinde kolaylıkla gerçekleştirilebilir. Doğrusal olmayan dinamiği sayesinde farklı kontrol yöntemlerinin tasarımında ve uygulanmasında kullanışlı bir test sistemidir.

Bu çalışmada ters sarkaç kontrol problemleri üzerinde durulmuş, çift çubuklu ters sarkaç sisteminin matematiksel modeli elde edildikten sonra kontrolü gerçekleştirilmiştir. Ayrıca sistem tasarımı yapılmış ve üretim süreci sonunda kontrol teorisi çalışmalarının gerçek zamanlı uygulanabilmesinde oldukça kullanışlı bir test sistemi olan ters sarkaç sistemi üniversite – laboratuvar ortamına kazandırılmıştır.

Bölüm 1’de ters sarkaç sistem türleri ve bunların özellikleri verilmiş, ters sarkaç sistemlerinin uygulama alanlarına değinilmiş, ters sarkaç sistemlerinde kullanılan kontrol yöntemleri açıklanmış ve literatürde farklı denetleyicilerde yapılan ters sarkaç sistem kontrolü uygulamalarından bahsedilmiştir.

Bölüm 2’de sistem tasarımı ele alınmış, mekanik donanım, elektronik donanım, sistem parametreleri ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

Bölüm 3’de sistemin matematiksel modelinin elde edilmesi ayrıntıları ile anlatılmış, elde edilen modelin doğrusallaştırılması ve sistem transfer fonksiyonları incelenmiştir.

Bölüm 4’de LQR, LQG kontrol yöntemleri ve Kalman filtresi anlatılmış, sistemin denge kontrolü için LQR, LQG kontrolör tasarlanmış, tasarlanan kontrolörler açıklanmış, LQR, LQG kontrolör benzetim sonuçları ile birlikte Kalman filtresi ile durum tahmini gerçekleştiren benzetim modelinin sonuçları da verilmiştir.

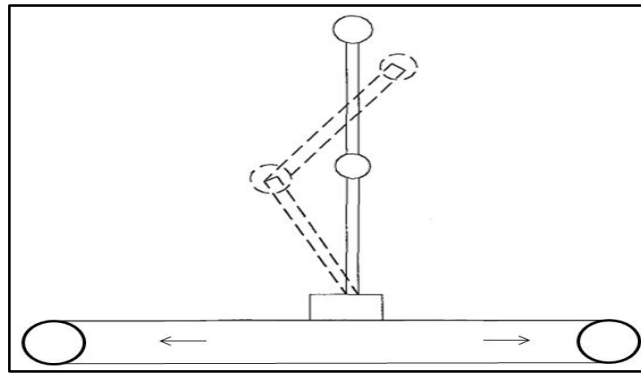
Bölüm 5’de doğrusal tahrikli çift çubuklu ters sarkaç sisteminin gerçek zamanlı denge kontrolü başarıyla gerçekleştirilmiş ve deneysel sonuçlar verilmiştir.



1. GENEL BİLGİLER

Doğrusal tahrikli ters sarkaç sisteminin genel yapısına bakıldığında sistemin; yatay ekseninde doğrusal hareket edebilen bir araba ve bu arabaya monte edilmiş bir çubuktan oluştuğu görülmektedir. Sistemin girişi arabaya uygulanan kontrol kuvveti, çıkışları ise arabanın yatay doğrultudaki yer değiştirmesi ve çubuğun dikey eksenle yaptığı açıdır. İstenen ise arabaya uygulanan kontrol kuvveti ile sistemin çıkışlarını referans bir noktada dengede tutmaya çalışmaktır.

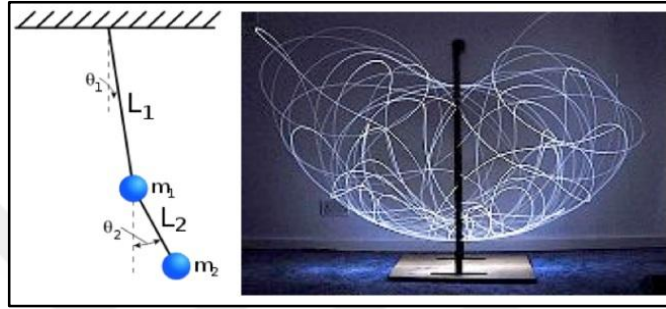
Doğrusal tahrikli iki çubuklu ters sarkaç sistemi; yatay ekseninde hareket edebilen bir araba, araba üzerine monte edilmiş bir çubuk ve bu çubuğun diğer ucuna monte edilmiş ikinci bir çubuktan meydana gelmektedir. Doğrusal tahrikli tek çubuklu ters sarkaç sisteminde olduğu gibi iki çubuklu ters sarkaç sisteminin girişi de arabaya uygulanan kontrol kuvvetidir fakat sistemin çıkışları farklılık göstermektedir. Sistem çıkışlarını araba konumu ile birlikte birinci ve ikinci çubuğun açısal konumları oluşturmaktadır. Bu sistemde arabaya uygulanan kontrol kuvveti ile referans noktada dengede tutulması gereken değişken sayısı artmıştır. Tek çubuklu sarkaç sistemine göre kontrol probleminin zorluğunun arttığı açıkça görülmektedir.



Şekil 1.1. Arabalı çift çubuklu ters sarkaç sistemi

Şekil 1.1’de çubukların ve arabanın denge konumu görülmektedir. Çubuklar aşağıda hareketsiz durumda iken arabaya küçük bir kontrol kuvveti uygulanırsa sistemin nasıl bir davranış sergileyeceği tahmin edilebilir. Aynı şekilde çubuklar küçük

açılardan aşağı serbest bırakılırsa yine davranış biçimleri tahmin edilebilir. Bu tip başlangıç durumlarında sonraki hareketi tahmin etmek kolaydır. Fakat çubuklar Şekil 1.1’de görülen düşey konumdan serbest bırakılırlarsa nasıl hareket edecekleri tahmin edilemez çünkü rastgele bir salınım hareketi meydana gelmektedir. Bu rastgele düzensiz salınım hareketi kaotik davranış olarak adlandırılmaktadır. Şekil 1.2’de çift sarkaç sisteminde, çubukların kaotik hareketi görülmektedir. Çubukların ne kadar düzensiz ve rastgele davranış sergilediği şekilden açıkça anlaşılmaktadır.



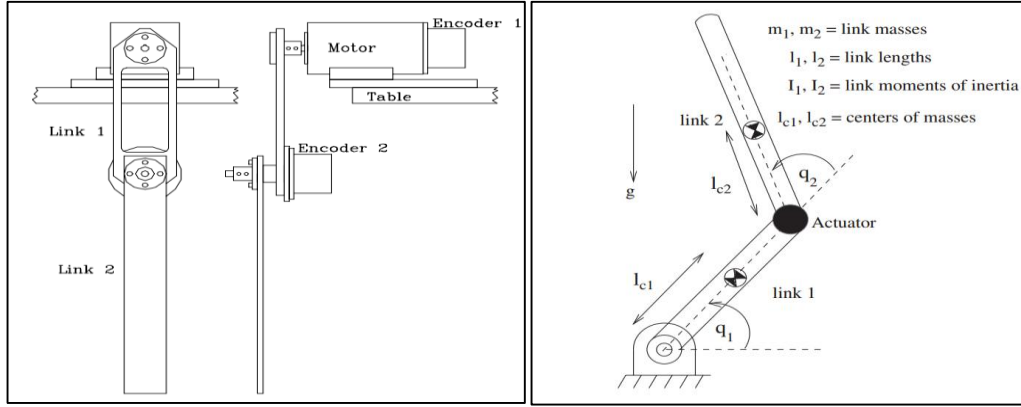
Şekil 1.2. Çift sarkaç sisteminde kaotik hareket [1]

Doğrusal tahrikli çift çubuklu ters sarkaç sistemi arabaya yatay eksenden uygulanan kontrol sinyali ile tahrik edilmekte ve her iki çubuğun hareketi de bu tahrikle sağlanmaktadır. Sarkaçlar serbest düşme ile bırakıldığında hareketleri birbirlerine göre zıt yönde meydana gelmektedir. Yani birinci çubuk denge noktasından sağa doğru hareket ederken ivmelenmenin etkisi ile ikinci çubuk denge noktasından sola doğru hareket etmektedir [2].

Bu çalışmada optimal geri beslemeli kontrol algoritmasının geliştirilip, sisteme uygulanması hedeflenmiştir. Sisteme uygulanan kontrolörden beklenen davranış biçimi çubukları yukarı konumda dengede tutarken aynı zamanda arabayı da referans konumda tutabilmesidir. Ayrıca sisteme dışarıdan uygulanabilecek bozucu etkilere karşı da sistemin denge halini koruması beklenmektedir.

1.1. Ters Sarkaç Sistem Türleri

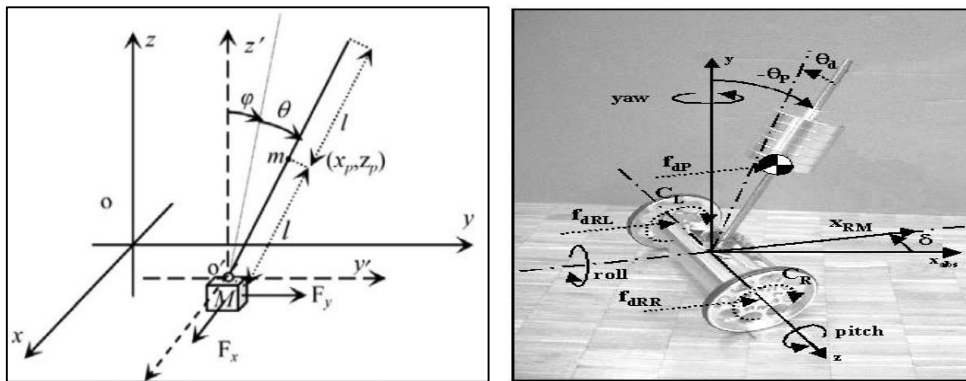
Sarkaç sistemleri kontrol teorisi alanında sıklıkla tercih edildiği için birçok farklı yapıda sarkaç sistemi geliştirilmiştir. Tüm bu sistemlerin temel ortak özellikleri eksik tahrikli olmalarıdır. Fakat tahrik elemanı bazı sistemlerde arabaya uygulanırken bazı sistemlerde sarkaçlara uygulanmaktadır.



Şekil 1.3. (a) Pendubot [3] (b) Acrobot sistemi [4]

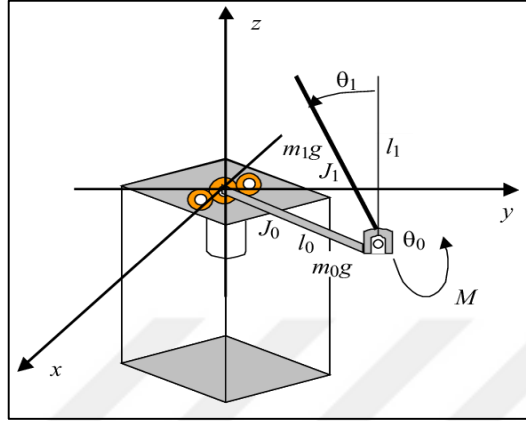
Şekil 1.3-a'da görülen Pendubot [3] sistemi iki link ve bir tahrik elemanından oluşmaktadır. Yalnızca birinci linke tahrik uygulanmaktadır. İkinci link, birinci link çevresinde serbestçe hareket edebilmektedir. Yine Şekil 1.3-b'de görülen Acrobot [4] sisteminde ise Pendubot sisteminden farklı olarak tahrik ikinci mafsala uygulanmaktadır.

Sistemin donanımsal yapısına araba ilave edilerek eksensel hareket etme kabiliyeti kazandırılan ters sarkaç sistemleri de mevcuttur. Klasik tip ters sarkaçta araba yatay ekseninde kızak üzerinde doğrusal hareket edebilmektedir. Küresel ters sarkaç sistemleri ise daha farklı çalışma yapısına sahiptir. Şekil 1.4-a'da diyagramı görülen küresel ters sarkaç sistemleri genel olarak üç boyutlu uzayda harekete müsaade eden küresel mafsala sahip bir sarkaç ile bu mafsala bağlı olduğu ve x ile y eksenlerinde hareket edebilen bir arabadan oluşmaktadır [5]. Ayrıca Şekil 1.4-b'de görülen hareket alanının daha geniş olduğu iki tekerlekli gezgin ters sarkaç sistemleri de [6] mevcuttur.



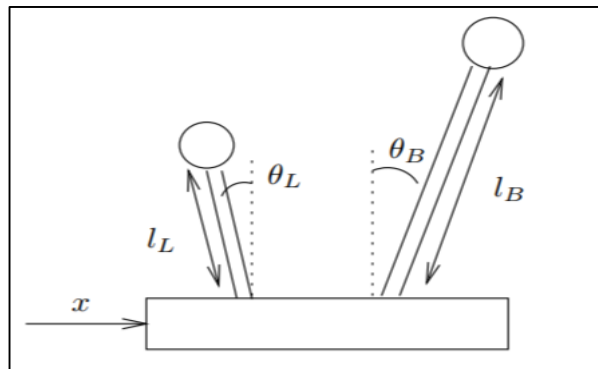
Şekil 1.4. (a) Küresel ters sarkaç sistem diyagramı [5] (b) gezgin ters sarkaç sistemi [6]

Şekil 1.5’de görülen döner tip ters sarkaç sistemleri arabalı ters sarkaç sistemleri ile birlikte literatürde en fazla tercih edilen sistemlerdendir. Döner biçimde hareket söz konusudur ve 360° serbest dönme gerçekleşebildiğinden lineer ters sarkaçta olduğu gibi bu sistemlerde hareket kısıtı söz konusu değildir.

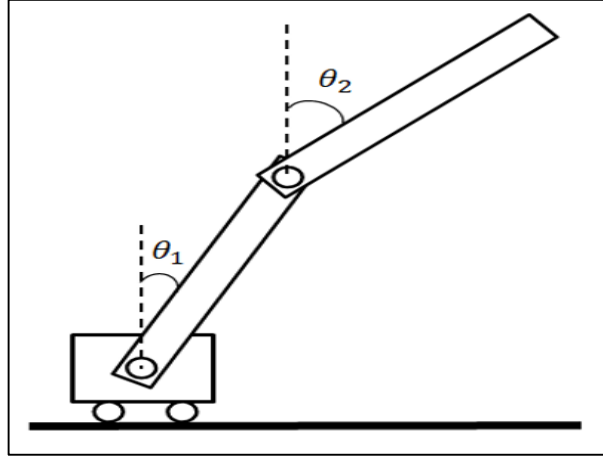


Şekil 1.5. Döner ters sarkaç sistemi [7]

Sarkaç sayısının artırılması ile çift, üç çubuklu ters sarkaç sistemleri ortaya çıkmıştır. Bu tip çok sarkaçlı sistemlerde sarkaçlar seri veya paralel bağlanabilir. Şekil 1.6’da paralel tip arabalı çift ters sarkaç sistemi görülmektedir. Görüldüğü üzere bu sistemler; yatay ekseninde hareket edebilen bir araba ve bu arabaya monte edilmiş birbirinden bağımsız paralel iki sarkaçtan oluşmaktadır. Şekil 1.7’de görülen ters sarkaç sistem türünde ise sistemde bulunan sarkaçlar seri olarak birbirine bağlıdır. Çift sarkaç dışında üç sarkaçla yapılan çalışmalarda [8] mevcuttur fakat bu çalışmalar oldukça sınırlıdır. Çok sarkaçlı sistemler literatürde tekli ters sarkaç sistemlerine göre daha az yer almaktadır. Çünkü sarkaç sayısının artması ile sistemin hem tasarımı hem de kontrolü oldukça zorlaşmaktadır.



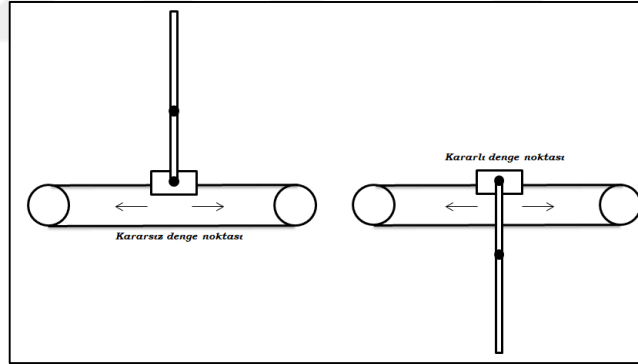
Şekil 1.6. Paralel tip arabalı çift ters sarkaç [9]



Şekil 1.7. Seri tip arabalı çift ters sarkaç [10]

1.2. Ters Sarkaç Sistemlerinde Kullanılan Kontrol Yöntemleri

Ters sarkaç sistemlerinde iki denge noktası bulunmaktadır. İlk denge noktası sarkacın aşağıda ve kararlı olduğu noktadır. İkinci denge noktası ise sarkacın yukarıda ve kararsız olduğu noktadır. Şekil 1.8'de arabalı çift ters sarkaç sistemlerinde bahsedilen denge noktaları görülmektedir.



Şekil 1.8. Arabalı çift ters sarkaç sisteminde denge noktaları

Her bir denge noktası farklı bir kontrol problemi oluşturmaktadır. Sarkacın aşağıda olduğu kararlı denge noktası yükseltme kontrol probleminin çalışma konusunu, sarkacın yukarıda olduğu kararsız denge noktası ise dengeleme kontrol probleminin çalışma konusunu oluşturmaktadır. Dolayısıyla ters sarkaç sistemlerinde iki temel kontrol problemi mevcuttur ve bu kontrol problemleri için uygulanan kontrol yöntemleri farklılık göstermektedir.

Literatürde, yükseltme problemi için kullanılan kontrol yöntemlerinin genel olarak üç ana başlığa ayrıldığı görülmektedir. Bunlar: ileri beslemeli [11], enerji tabanlı [12] ve doğrusal olmayan model öngörülü kontrol [10] yöntemleridir.

Graichen, Treuer ve Zeitz [11] arabalı, iki çubuklu lineer ters sarkaç sisteminin hem yükseltme hem dengeleme problemini incelemiştir. Yükseltme problemi için doğrusal olmayan ileri beslemeli, dengeleme problemi için ise doğrusal geri beslemeli kontrol yöntemini kullanmışlar ve tasarladıkları denetleyiciyi sisteme gerçek zamanlı olarak uygulamışlardır.

Aström ve Furuta [12], ters sarkaç sistemlerinde enerji kontrol yöntemine dayalı yükseltme stratejilerini incelemişler ve farklı durumlar için sonuçları benzetim ile açıklamışlardır. Jaiwat ve Ohtsuka [10] arabalı, iki çubuklu lineer ters sarkacın yükseltme problemi için doğrusal olmayan model öngörülü kontrol üzerine çalışmışlar ve yöntemin gerçek zamanlı uygulanabilirliğini benzetim sonuçlarıyla göstermişlerdir.

PID, optimal kontrol, bulanık mantık, kayan kipli kontrol yöntemleri dengeleme problemi için kullanılan temel yöntemler arasındadır.

J. Zhang ve W. Zhang [13], düzlemsel çift ters sarkaç sisteminin dengelenmesi için kendinden ayarlı LQR kontrolör yöntemini uygulamışlardır. Hem simülasyon ortamında hem de deneysel olarak sonuçları incelemiş ve kontrolörün farklı çalışma koşullarında hızlı yanıt verdiği ve iyi bir kararlılık sağladığı sonucuna varmışlardır.

Nasir ve arkadaşları [14], lineer arabalı ters sarkaç sistemine klasik kontrol yöntemlerinden PID ve modern kontrol yöntemlerinden kayma kipli kontrol uygulamışlar ve bu iki kontrol yönteminin dengeleme problemi üzerindeki başarısını zaman karakteristiklerine göre karşılaştırmışlardır. Benzetim sonuçlarına göre her iki yöntemin kontrol performans karakteristiklerini vermişler ve kayma kipli kontrolün PID yöntemine göre daha iyi performans sergilediğini görmüşlerdir.

Wong [15], ters sarkacı yukarı kararsız denge noktasında tutabilmek için sisteme bulanık mantık kontrolör uygulamıştır. Kontrolör bulanık sistemin üyelik fonksiyonlarını genetik algoritma ile kendiliğinden ayarlamaktadır. Cheng ve

arkadaşları [16], çift ters sarkaç sistemine sarkaçların dengelenmesi için bulanık mantık kontrol yöntemini gerçek zamanda uygulamışlardır.

Yapay sinir ağları [17], genetik algoritma ile parametre tayini [15], geri beslemeli doğrusallaştırma [18] gibi kontrol yöntemleri ters sarkaç sistemlerine uygulanan diğer kontrol yöntemleri arasındadır.

Kizir [19], arabalı ters sarkacın hem yükseltme hem dengeleme problemine odaklanmış ve farklı kontrol yöntemleri kullanarak sisteme gerçek zamanlı olarak uygulamıştır. Sarkacın yükseltilmesi için enerji tabanlı ve bulanık mantık kontrol yöntemlerini kullanmış ve her bir yöntemde sarkacı 10 sn. içerisinde istenen dikey pozisyona getirmiştir. Sarkacın dengelenmesi için ise PID, tam durum geri besleme ve bulanık mantık yöntemlerini sisteme başarıyla uygulamıştır. Her bir kontrol yönteminin gürbüzlüğünü incelemiş, hem benzetim hem de deneysel sonuçları vermiştir.

Li [20], döner çift ters sarkacın dengelenmesi üzerine bir tez çalışması gerçekleştirmiştir. Sisteme uygulanacak LQR kontrolörünü tasarlamış ve Lyapunov yöntemi ile kararlılık analizi yapmıştır. LQR kontrolörünün performansının artırılması amacıyla doğrudan uyarlamalı bulanık mantık yöntemini geliştirmiştir. Bu iki kontrol algoritmasının benzetim sonuçlarını vermiş ve ters sarkacın artan gürbüzlüğünden doğrudan uyarlamalı bulanık mantık yönteminin LQR performansını arttırabildiği sonucuna varmıştır.

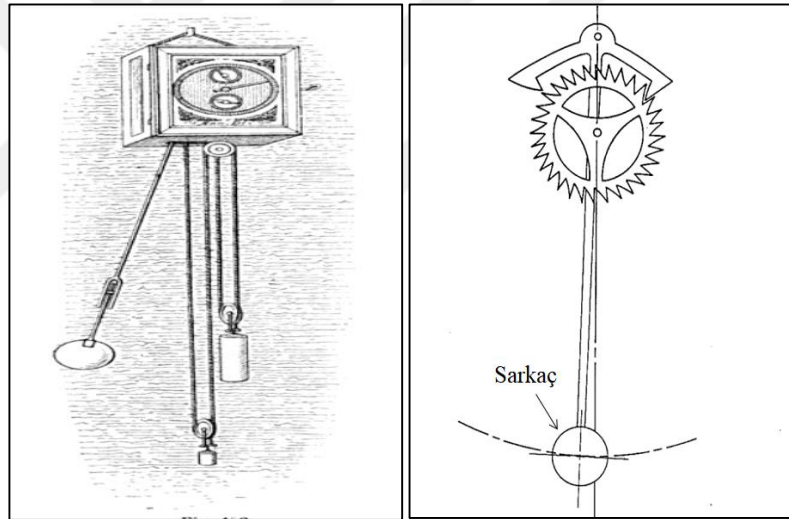
Glück ve arkadaşları [8], arabalı üçlü ters sarkacın hem yükseltilmesini hem de dengelenmesini deneysel olarak gerçekleştirmişlerdir. Yükselme problemi için doğrusal olmayan ileri beslemeli kontrol, dengeleme problemi için ise optimum geri beslemeli kontrol tekniklerini kullanmışlardır.

Aracil ve arkadaşları [21], döner ters sarkaç (furuta pendulum) sisteminin yükseltilmesi için hız gradyanı yöntemine dayalı kontrolör tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Block [3], iki sarkacın sabit bir yere monte edildiği ve sadece birinci ekleme tahrik uygulandığı Pendubot sisteminin kontrolünü gerçekleştirmiştir. Sarkaçların yükseltilmesinde kısmi geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemini, dengelenmesinde ise LQR ve kutup yerleştirme yöntemlerini kullanmıştır.

Farklı türde ters sarkaç sistemleri üzerinde farklı kontrol yöntemleri ile yapılan çok sayıda çalışma mevcuttur. Bahsedilen çalışmalar bu konuda yapılan çalışmaların küçük bir kısmını oluşturmaktadır. Her iki problemi birlikte ele alan çalışmalar olduğu gibi sadece yükseltme veya dengeleme problemine odaklı çalışmalarda mevcuttur. Bazı çalışmalar sadece tek bir kontrol yöntemini sisteme uygularken bazı çalışmalarda farklı kontrol yöntemleri uygulanarak, performansları deneysel veya benzetimsel olarak karşılaştırılmaktadır.

1.3. Ters Sarkaç Sistemlerinin Uygulama Alanları

Ters sarkaç sistemlerinin uygulama alanları oldukça geniştir. Geniş bir uygulama alanına sahip oldukları için de bu sistemler üzerinde yapılan tasarım ve çalışmalar her geçen gün artmaktadır.

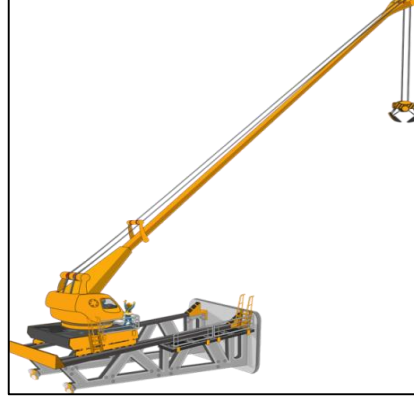


Şekil 1.9. Sarkaçlı saat mekanizması

Sarkaç sistemleri 1650'li yıllarda saatlerde kullanılmaya başlanmıştır. Sarkaç yapısı saat yapısına entegre edilerek Şekil 1.9'da mekanizması görülen sarkaçlı saatler ortaya çıkmıştır. Sarkacın salınımına bağlı olarak sistemin hareket mekanizması işlemekte ve sarkaç basit bir zaman sayma aracı olarak kullanılmaktadır.

Denge problemleri basitleştirilmiş ters sarkaç problemine benzemektedir. Robotik alanda kullanılan dengeleme sistemleri de ters sarkaç kullanılarak geliştirilmiştir. Nesneleri dengeleyerek taşınması gereken nakliye araçları bu

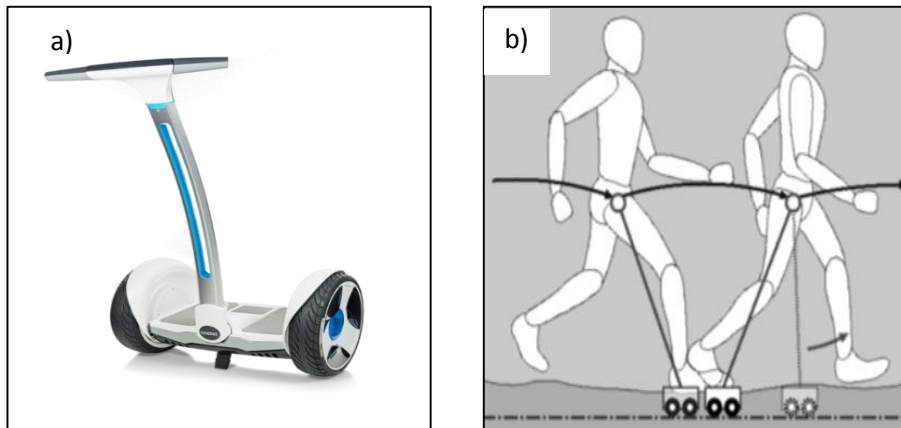
sistemlere örnek verilebilir. Ayrıca endüstriyel robot kollarındaki kontrol problemi ters sarkaç kontrol problemi ile benzerlik göstermektedir.



Şekil 1.10. Vinç sistemi

Yük taşımak için kullanılan vinç sistemlerinde ortaya çıkan en önemli kontrol problemi salınımdır. Vinçte oluşan salınım, taşıma verimliliğini düşürmektedir. Bu nedenle salınım kontrol probleminin çözülmesi oldukça önem taşımaktadır ve bu problemin çözümü sarkaç probleminin çözümü şeklinde ele alınmaktadır [22]. Dolayısıyla ters sarkaç sistemlerinin kontrol prensibi Şekil 1.10'da görülen vinç sistemlerinde geniş yer bulmaktadır.

Şekil 1.11-a'da görülen kendinden dengeleyicili "Ginger" ulaşım araçlarının dinamiği ters sarkaç sistemleri ile aynıdır. Bu sistemde farklı olarak lineer ters sarkaçtaki ray yerine tekerlekler vardır. Dengeleme kontrol problemi her iki sistem için de benzerdir. Ayrıca ters sarkaç sistem modeli Şekil 1.11-b'de örneği görülen ayakta hareketsiz duran insan modeli için de geçerlidir.



Şekil 1.11. (a) Ginger ulaşım aracı (b) ayakta duran insan modeli [23]

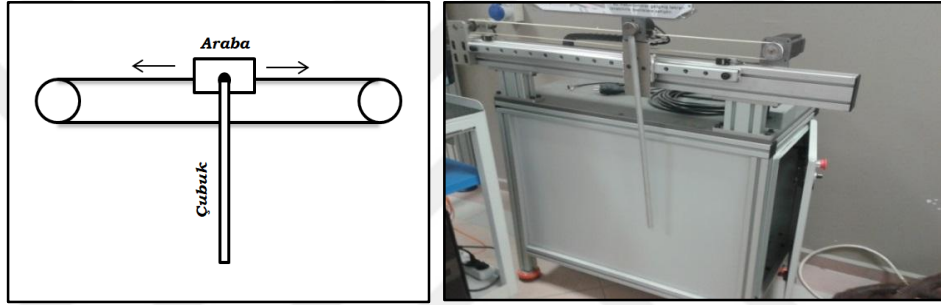
Ters sarkaç sistemi, itme kuvvetinin uzun bir cismin altından uygulandığı roket ya da füzelerin güdümleri ile ilişkilidir [19]. Ayrıca uydu sistemlerinde, uçak sistemlerinde, gemi dengeleme sistemlerinde ve nükleer yakıt çubuklarının dengelenmesi gibi birçok uygulamada kullanılmaktadırlar [24]. Verilen uygulama örneklerinden ters sarkaç sistemlerinin füze, araba, uçak, robot kontrolü gibi birçok kontrol sisteminin temelini oluşturduğu açıkça görölmektedir.



2. SİSTEM TASARIMI

2.1. Ters Sarkaç Sisteminin Genel Yapısı

Klasik tip ters sarkaç sisteminin genel yapısına bakıldığında sistemin; yatay ekseninde doğrusal hareket edebilen bir araba ve bu arabaya monte edilmiş bir çubuktan oluştuğu görülmektedir. Şekil 2.1-a'da klasik tip ters sarkaç sistem diyagramı verilmiştir.



Şekil 2.1. (a) Klasik tip TS sistem diyagramı (b) klasik tip TS deney sistemi

Arabanın hareketi, kayış mekanizması ile arabaya bağlı olan motor tarafından sağlanır. Motorun ürettiği tork kayış mekanizması ile doğrusal kuvvete dönüştürülerek arabaya uygulanmaktadır. Çubuk ise arabaya monte edilmiştir ve serbest dönme hareketi yapabilmektedir.

Üniversite – laboratuvar ortamında genel yapısından bahsedilen klasik tip ters sarkaç deney sistemi Şekil 2.1-b'de mevcuttur. Tez kapsamındaki çalışmaların gerçekleştirileceği ikili ters sarkaç sisteminin tasarlanmasında mevcut sistemden yararlanılmıştır.

Öncelikli tasarım hedefi; çok çubuklu yapıda olan bir ters sarkaç sisteminin oluşturulmasıdır. Literatür incelendiğinde gerçek zamanlı olarak en fazla üç çubuğa sahip bir ters sarkaç sisteminde kontrol çalışmalarının başarılı şekilde gerçekleştirildiği gözlenmiştir. Dolayısıyla deney sisteminin de bir, iki ve üç çubuklu olarak ayrı ayrı kullanılabileceği bir tasarım gerçekleştirilmesi amaçlanmaktadır.

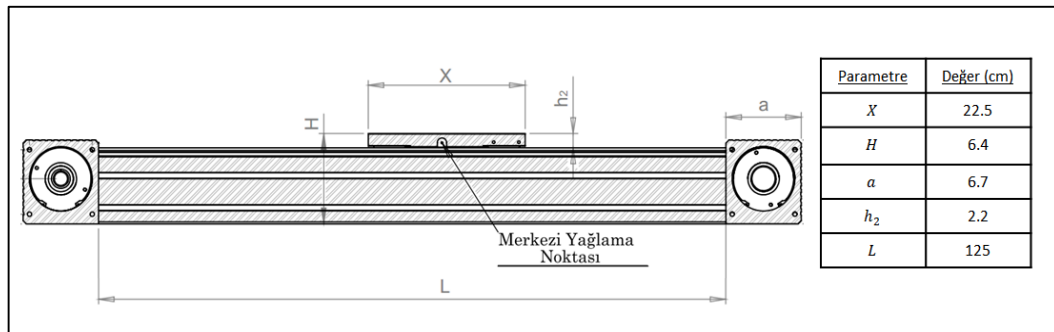
Yani oluşturulacak sistem hem tekli hem ikili hem de üçlü ters sarkaca uyarlanabilecek ve böylece istenildiği takdirde tek bir deney düzeneği kullanılarak üç farklı sistem üzerinde gerekli çalışmalar yapılabilecektir.

2.2. Mekanik Donanım

2.2.1. Şase yapısı

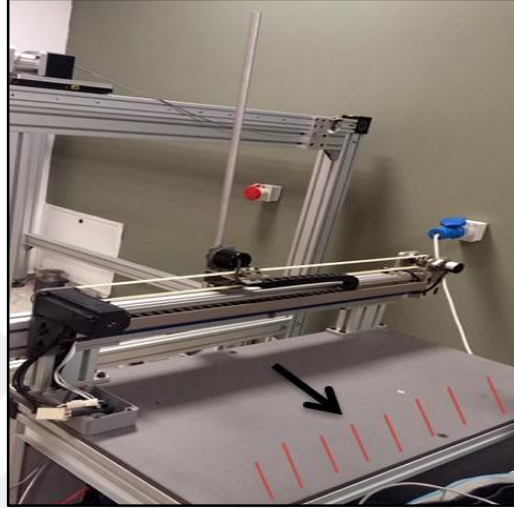
Sistem çalışırken iş güvenliği sağlanabilmesi ve kontrolör performansının başarılı olabilmesi için mekanizmanın sisteme uygulanacak yük ve momentlere karşı dayanıklı ve sağlam olması gerekmektedir. Bu nedenle kullanılacak profil, mukavemeti karşılayabilecek özellikte olmalıdır. Ayrıca şasenin zeminden yüksekliği önemli bir tasarım parametresidir. Çünkü serbest durumdayken (aşağı doğru) sarkaçların zemine çarpmaması gerekmektedir. Maksimum sarkaç uzunluğu üç çubuklu sistem yapısında elde edileceğinden toplam sarkaç uzunluğu ve şasenin yüksekliği belirlenirken bu durum göz önünde bulundurulmalıdır. Yüksekliği oluşturan sadece sütun profiller değildir, lineer modül ve çubukların monte edildiği arabanın da uzunlukları dikkate alınmalıdır. Sonuç olarak sütun profilin, modülün ve arabanın toplam uzunluğu sarkaçların toplam uzunluğundan daha fazla olmalıdır.

Şekil 2.2’de sistemde kullanılması planlanan lineer modülün parametreleri görülmektedir. Ters sarkaç sistemi için modülün en önemli parametresi: ‘L’ yani modülün uzunluğudur. Çünkü arabanın hareket alanı bu parametreye göre belirlenmektedir. Hareket alanı dar olursa; kontrolör istenen performansı gösteremeyebilir. Kullanılacak modül ise arabaya yeterli hareket alanını sağlayacak uzunluktadır.



Şekil 2.2. Sistemde kullanılacak olan lineer modül ve parametreleri

Lineer modül Şekil 2.3’de gösterilen uygun alana, çubukların zemine değmeyeceği şekilde yeterli uzunluğa sahip bir ara bağlantı elemanı ile sabitlenecektir. Ayrıca sisteme tork uygulandığında çubukların hareketi esnasında yapıda eğilme, titreşim, gürültü vb. gibi istenmeyen durumların oluşmaması için gerekli yerlere destek sağlamak için bağlantı elemanları eklenecektir. Bu köşe bağlantı elemanları şaselerin mukavemet gerektiren yerlerine ilave olarak kullanılmaktadırlar.



Şekil 2.3. Mevcut sistem üzerinde tasarım için kullanılabilir uygun alan

2.2.2. Eklem yapısı

Üç çubuklu yapı referans alınarak tasarım detayları belirlenecektir. Çünkü tasarım kompleksliği en fazla bu yapıda oluşmaktadır. Üç çubuklu yapı istenilen şekilde tasarlanabilirse bir ve iki çubuklu yapıya kolay bir şekilde geçiş yapılabilir.

Sistem üç çubuktan oluşmaktadır. Birinci çubuk arabaya monte edilmiştir. Birinci çubuğun sonuna ikinci çubuk yerleştirilir. Aynı şekilde ikinci çubuk sonuna da üçüncü çubuk yerleştirilir. Her çubuğun bağlı bulunduğu millere yerleştirilmiş sarkaç açılarının ölçülmesini sağlayan 3 adet kodlayıcı (encoder) yer almaktadır.

Her bir çubuk serbestçe 360° dönebilmeli ve dönme hareketi esnasında çubuklar arasında herhangi bir çarpma durumu olmamalıdır. Çubukların birbirine veya eklemdaki diğer elemanlara çarpmaması için her bir sarkaç farklı uzunlukta seçilmiştir. Birinci çubuk en kısa çubuk, ikinci çubuk birinci çubuktan daha uzun, üçüncü çubukta ikinci çubuktan daha uzun olacak şekilde çubuk uzunlukları

belirlenmiştir. Birinci çubuğun uzunluğu 0,271 m, ikinci çubuğun uzunluğu 0,365 m, üçüncü çubuğun uzunluğu 0,455 m'dir.

Çubuk sayısının artması eklem yapısı tasarımında farklı bir problem ortaya çıkarmaktadır. Klasik tip ters sarkaçta, enkoder verisinin iletimi oldukça kolaydır çünkü çubuğun açısını ölçen enkoderin kablosu kontrolöre kolay ulaşır durumdadır ve mekanik açıdan bir problem oluşturmamaktadır. Üçlü ters sarkacın mekanik yapısına bakıldığında ise tasarım kriterleri oldukça değişmektedir.

Eklem tasarımında en kritik nokta döner mafsallı yapısı ve güvenilir veri iletimidir. Ölçülen bilgilerin kontrolöre iletilmesi için her bir kodlayıcıdan çıkan kablunun buraya ulaşması gerekmektedir. Fakat kablolar serbest dönme hareketini engellemekte ve sistemin estetikliğini azaltmaktadır. Ayrıca sistemin kaotik hareket yapması durumunda kabloların kopma olasılığı oldukça yüksektir. Bu problemin olası 3 farklı çözümü vardır: kablolu iletişim, kontak bileziği (slip ring) kullanımı, optik veri elemanı tasarımı.

2.2.2.1. Kablosuz iletişim çözümü

Kablolu kodlayıcı, RF alıcı – verici veya merkezle iletişim kurabilmek için orta çubukta güç kaynağı ve kablolu veri vericisi kullanılarak kablolu iletişim seçeneği gerçekleştirilebilir. Kablosuz iletişim seçeneğinde kablo sorunu tamamen ortadan kalkmaktadır fakat bununla birlikte farklı dezavantajlar ortaya çıkmaktadır.

Batarya ve verici kullanımı profesyonel bir tasarımı zorlaştırmaktadır. Kütlesi fazla olan sistemlerin enerji tüketimi yüksek olduğundan bu tür yüksek enerji tüketimli kontrol sistemleri de oldukça pahalı olmaktadır. Bu nedenle sarkaç yapısının hafif olması önemlidir. Yani batarya, verici, kodlayıcı vb. kullanımında boyut kısıtı vardır. Bu kısıttan dolayı bataryanın küçük seçilmesi şarj süresini azaltacak ve farklı bir problem ortaya çıkacaktır.

Radyo frekansı ile veri iletiminde zaman gecikmesi meydana gelebilmekte dolayısıyla verinin kontrolöre iletimi gecikmeli olabilmektedir. Bu durum, sistemin kontrolünü güçlendirmekte ve gürbüzlüğü azaltmaktadır.

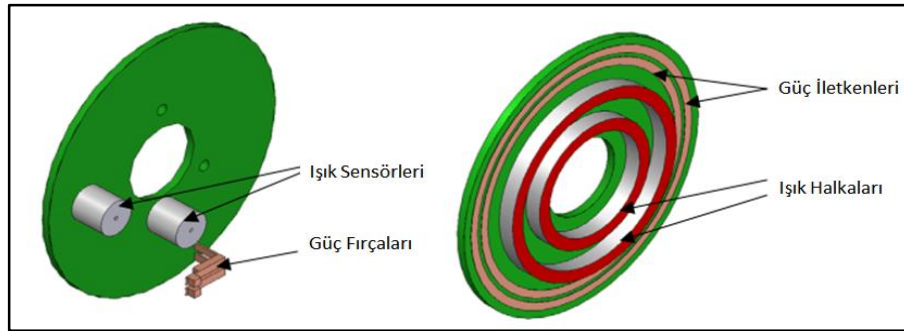
Kablosuz kodlayıcı oldukça pahalı bir üründür. Bu ürünün kullanılması tasarımın maliyetini fazlasıyla arttırmaktadır.

2.2.2.2. Kontak bileziği (slip ring) çözümü

Kablo sorununun olası çözümlerinden biri de kontak bileziği ile enkodere güç iletimi ve enkodere veri iletimi gerçekleştirilmesidir. Kontak bileziği kullanılarak hareketli aksamlardaki asılı bir biçimde sallanan, serbest harekete engel olan kablolar ortadan kaldırılabilir. Bu çözümde ise elektrik sinyallerinde oluşabilecek gürültüyü veya eklemlerde oluşabilecek sürtünme miktarını artırma gibi dezavantajlar ortaya çıkabilmektedir.

2.2.2.3. Optik veri elemanı çözümü

Şekil 2.4’de görülen optik veri elemanı kullanılarak enkoder verisinin kontrolöre iletimi gerçekleştirilebilir. Enkoder çıkış sinyali PCB üzerindeki bir dizi LED’i sürmek için kullanılabilir. Bu LED’ler ilk PCB’ye dönük olacak şekilde başka bir PCB üzerindeki ışık sensörünü tetikleyebilir. Yeterli LED ile katı bir ışık halkası yapılabilir. Bu ışık halkası ışık sensörlerinin enkoder çıkış darbelerini yeniden üretmesini sağlar. Böylece ışık sensörlerinin çıkışı enkoder verisi olmaktadır.



Şekil 2.4. Optik veri elemanı [25]

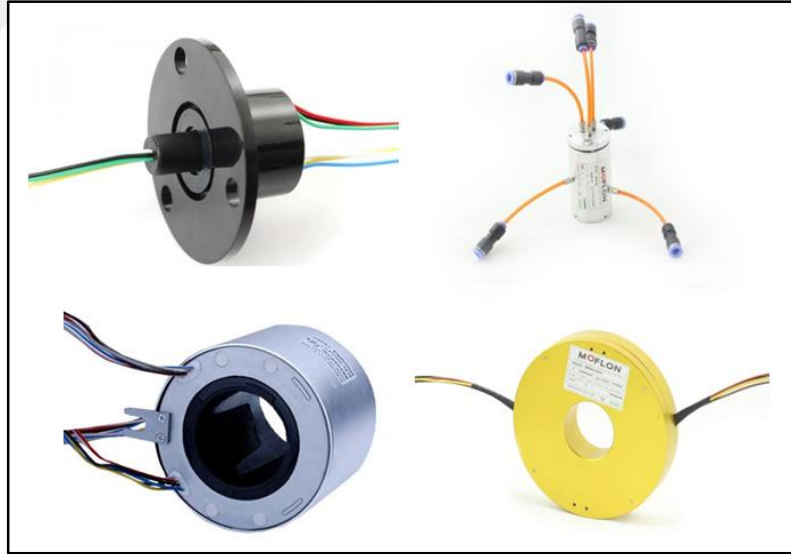
2.3. Kontak Bilezikli Tasarım

Tasarımda veri iletimi konusunda her bir seçeneğin avantaj, dezavantajı incelenerek kontak bileziği seçeneğinin sistem için daha uygun olduğu kararlaştırılmış, karar aşamasından sonra kontak bileziğinin incelenmesi, sisteme nasıl entegre edileceği üzerinde durulmuş ve eklem yapısı kontak bilezikli yapı ile tasarlanmıştır.

2.3.1. Kontak bileziği

Kontak bileziği sabit bir yapıdan dönen bir yapıya güç ve elektrik sinyal iletimine olanak sağlayan elektromekanik bir cihazdır. Ethernet, USB, Profibus veri iletimi seçenekleri de mevcuttur. Dönme hareketi yapan herhangi bir elektromekanik sistemde kullanılabilirler. Kullanımları mekanizma tasarımında avantaj sağlayabilir, mekanik performansı geliştirebilir, sistem işlevini basitleştirebilir ve hareketli aksamlardaki kablo problemini ortadan kaldırabilir. Gözetleme sistemleri, bilgisayar açı ve dijital veri transferi, yüksek frekanslı sinyal iletimi, tıbbi uygulamalar bu yapıların kullanıldığı başlıca alanlardır.

Kontak bilezikleri aralıklı, kesintili veya sürekli dönmesi istenen her elektromekanik sistemde güç ve/veya veri iletimi için kullanılabilir. Bu ürünler mekanik performansı artırarak, çalışma esnasında dönen kısım ile sabit kısım arasında kablo bağlantılarının zarar görmesini engelleyerek hareketli sisteme veri ve güç akışını sağlarlar bu amaçla eklem yapısında kullanımları oldukça önem taşımaktadır.



Şekil 2.5. Kontak bileziği çeşitleri

Kontak bileziklerinin farklı yapıda ve özellikte birçok çeşidi mevcuttur. Şekil 2.5’de bazı çeşitleri görülmektedir. Mekanik yapılarına göre veya kullanılacakları uygulamaya göre sınıflandırılmaları mümkündür. Başlıca çeşitleri: mile geçmeli, civalı, kapsül tip, Ethernet, fiber optik, yüksek akım, yüksek frekans, yüksek hız,

minyatür, askeridir. En çok kullanılanları ise kapsül tip, civalı, ethernet ve fiber optik kontak bilezikleridir.

2.3.2. Kontak bileziği seçimi

Tasarımda kontak bileziği seçimi yapabilmek için kontak sayısı (kanal ya da halka sayısı) ve dönüş hızı belirlenmiş olmalıdır. Kontak sayısı bir sensörden veya herhangi bir ölçüm cihazından veri sistemine giden her bağlantı için hesaplanmalıdır. Örnek olarak; eğer sistemde 12 sensöre ihtiyaç varsa ve her sensörün 2 kablolu olduğu varsayılırsa tasarım için 24 kanallı kontak bileziği seçilmelidir.

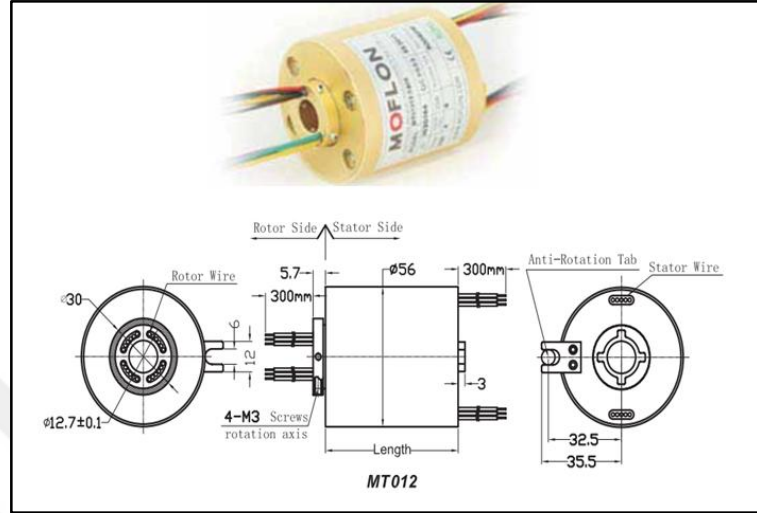
Üçlü ters sarkaçta kontrolöre iletilecek veri, kodlayıcı verisi olacağından kontak bileziğinde kaç kanal olması gerektiği kodlayıcıya bağlıdır. Üçüncü kodlayıcıdan çıkan kablo sayısı dördür (artı, eksi, A_1 , B_1). Bu dört adet kablonun ikinci döner eklemde geçerek merkeze iletilmesi gerektiğinden ikinci eklemde kontak bileziği kullanılarak kabloların ikinci eklemde hasarsız geçmesi sağlanabilir. Dolayısıyla bu eklemde minimum dört kanallı kontak bileziği kullanılması gerekmektedir.

İkinci eklemde kontak bileziği ile geçen üçüncü kodlayıcı verilerinin merkeze iletilebilmesi için ikinci kodlayıcı verisi ile birlikte birinci eklemdeki kontak bileziğinden geçmesi gerekmektedir. İkinci kodlayıcı için de aynı sayıda veri kablosu geçerlidir. Kodlayıcıların güç beslemesi ortak yapılırsa birinci eklemdeki kontak bileziği için minimum altı kanal gerekmektedir.

Her bir sarkaca mil ile kodlayıcı monte edileceğinden, bu yapıda kullanılacak olan kontak bileziğinin de mil delikli olması gerekmektedir ki eklem yapısına entegre edilebilsin. Ayrıca malzeme seçimi için ele alınması gereken bir diğer kritik husus boyuttur. Eklem yapısı olabildiğince hafif olmalı ve yapıdaki elemanlar çok fazla yer kaplamamalıdır. Kullanılacak kontak bileziği (slip ring) bahsedilen kanal sayısına, malzeme yapısının dayanıklılığına, mekanik özelliklere ve boyuta dikkat edilerek seçilmiştir.

Piyasada bulunan farklı kontak bilezikleri incelendikten sonra Moflon firmasının MT012 serisine karar verilmiştir. Seri ürünleri 12.7 mm delik çapı ve 56 mm dış çapa sahiptir. İletilecek sinyal sayısına göre de serideki ürünlerin uzunluğu farklılık

göstermektedir. Gereken minimum kanal sayısına göre ürün kataloğundan seçilen ürünün uzunluğu 38 mm olmaktadır ve bu uzunluk eklem yapısı için sorun teşkil etmemektedir. Ürünün detaylı çizimi Şekil 2.6’da görülmektedir.



Şekil 2.6. Moflon MT012

Kontak bileziğinin üzerine binecek radyal ve aksel yükler karşısında göstereceği dayanıklılık sistemin rijitliği açısından önemlidir. Çünkü kontak bileziği mekanik açıdan zarar görürse eklem yapısı bozulacak ve sistemin kontrolü mümkün olmayacaktır. Seçilen ürün sağlam ve dayanıklı bir yapıya sahiptir dolayısıyla uzun ömürlüdür.

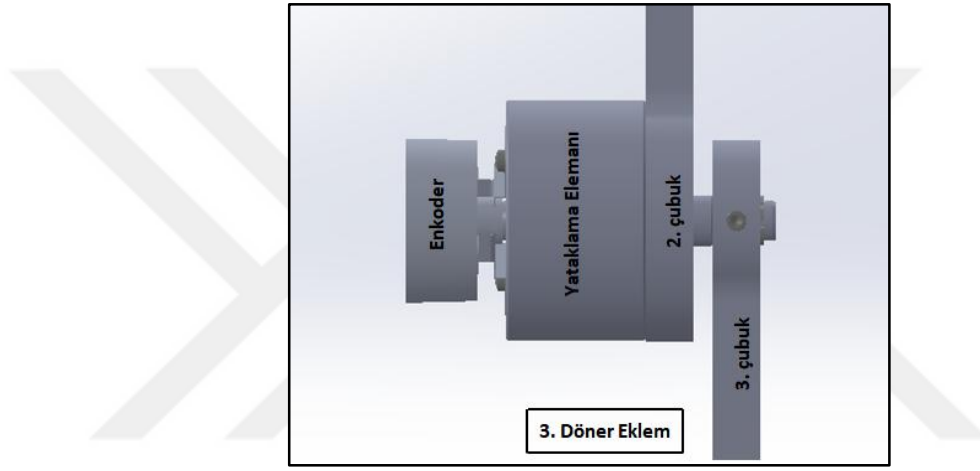
Kontak bileziği ile iletilen sinyallerde gürültü oluşma ihtimali ortaya çıkmaktadır. Bu ihtimalin tasarlanacak sistemde bir dezavantaj oluşturmaması için kontak bileziğinde veri iletimi test edilmiş, sinyaller incelenerek gürültüsüz iletdikleri gözlenmiştir. Ayrıca kontak bileziğinin eklemlerde oluşabilecek sürtünme miktarını artırma gibi bir dezavantajı da ortaya çıkabilmektedir. Bu durum sistem tümüyle oluşturulduktan sonra sürtünme testleri ile analiz edilecektir.

2.3.3. Kontak bilezikli eklem yapısı

Üçlü ters sarkaç sisteminde her bir çubuğun açısal konumunu ölçmek için enkoder, bu açı bilgilerini kontrolöre iletmek için de kontak bileziği kullanılacaktır. Sistemde 2 adet kontak bileziğinin olması enkoder veri iletimi için yeterlidir. Çubukların

birbirine monte edildiği, enkoder ve kontak bileziklerinin de ekleneceği döner eklem yapıları güvenilir veri iletimini ve sistem estetikliğini sağlamalıdır.

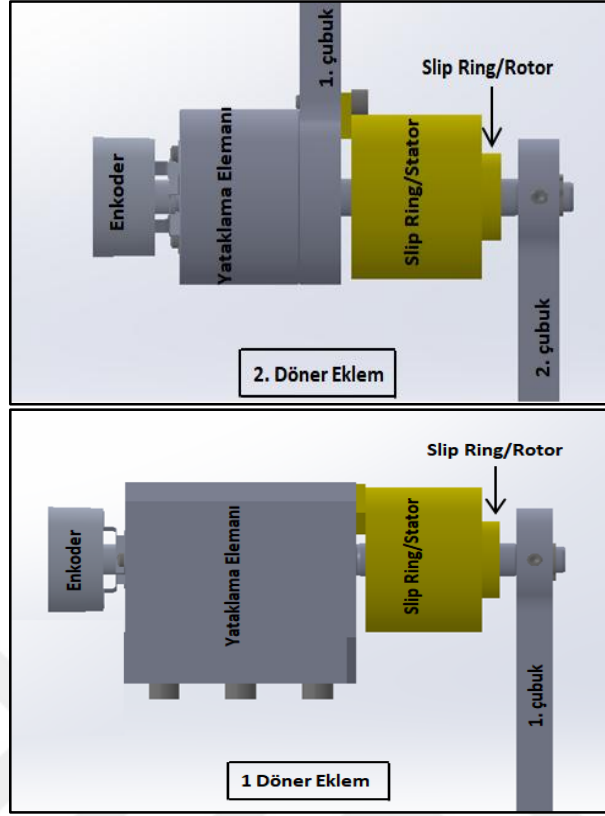
Sarkaçlar aşağı konumdayken en altta yer alan ve en uzun olan çubuk sistemin üçüncü çubuğudur. Bu çubuğun ikinci çubuk ile birleştiği yer 3. döner eklemdir ve bu eklem en basit yapıdadır. Çünkü iletilmesi gereken tek bir enkoder verisi mevcuttur dolayısıyla kontak bileziği kullanımına gerek kalmamaktadır. Şekil 2.7’de bu yapının montaj detayı görülmektedir. Çubuklar ve enkoder mile geçirilmiş ve yardımcı elemanlar sayesinde de montaj gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2.7. Üçüncü döner eklemin montaj detayı

İkinci eklem yapısında, milin ucunda yer alan çubuğun açı bilgisini ölçmek için kullanılan bir enkoder mevcuttur. Bu enkoderden alınacak bilgi üçüncü eklemden gelen bilgi ile birleşip birinci ekleme iletilmelidir. Burada döner bir yapıdan veri iletimi söz konusu olduğu için kontak bileziği kullanımına ihtiyaç duyulmaktadır. Rotor yani kontak bileziğinin hareketli kısmına üçüncü çubuk enkoder verisi iletilir. Stator yani sabit kısımda ise bu veriye ikinci enkoder verisi de eklenip birinci ekleme iletilir.

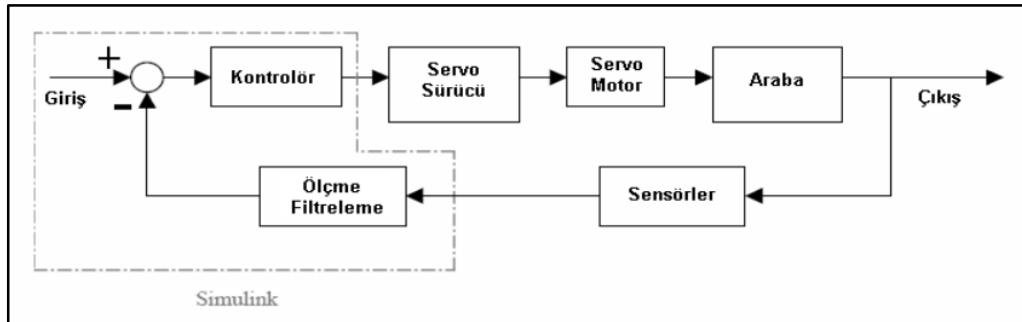
Birinci eklem yapısı merkez eklemdir, burada tüm enkoder verilerinin kontrolöre iletilmesi sağlanmaktadır. İkinci eklemdaki gibi kontak bileziği kullanımı mevcuttur. Kontak bileziğinin rotor tarafına ikinci ve üçüncü enkoder verisi gelir. Stator tarafında ise üç enkoder verisi de birleştirilerek kontrolöre iletim sağlanır. Şekil 2.8’de birinci ve ikinci döner eklem montaj detayı görülmektedir.



Şekil 2.8. Birinci ve ikinci döner eklem montaj detayı

2.4. Elektronik Donanım

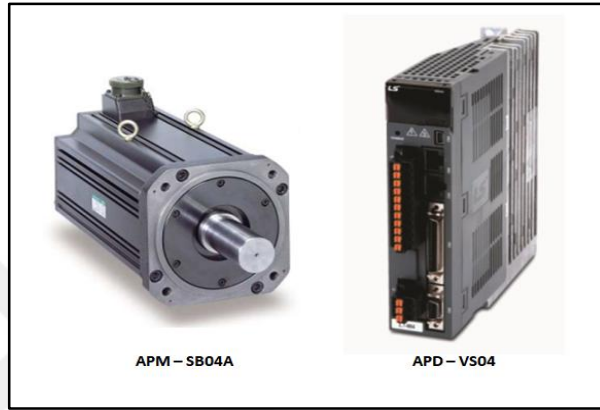
Ters sarkaç sisteminin elektronik donanımını eyleyici, sensörler, kontrolör ve güvenilir veri iletimi oluşturmaktadır. Bu donanım yapısının işleyişi Şekil 2.9'da görülmektedir.



Şekil 2.9. Arabalı ters sarkaç sisteminin blok diyagramı

2.4.1. Servo motor ve sürücüsü

Sistemde arabaya uygulanacak gerekli tahrik servo motor tarafından sağlanmaktadır. Servo motorun montajı lineer modüle yapılmaktadır. Motor milinin hareketi lineer modül içerisindeki milin bağlı olduğu triger kayışının hareket etmesine sebep olmaktadır. Böylece kayışa bağlı olan araba yatay ekseninde doğrusal hareket edebilmektedir.



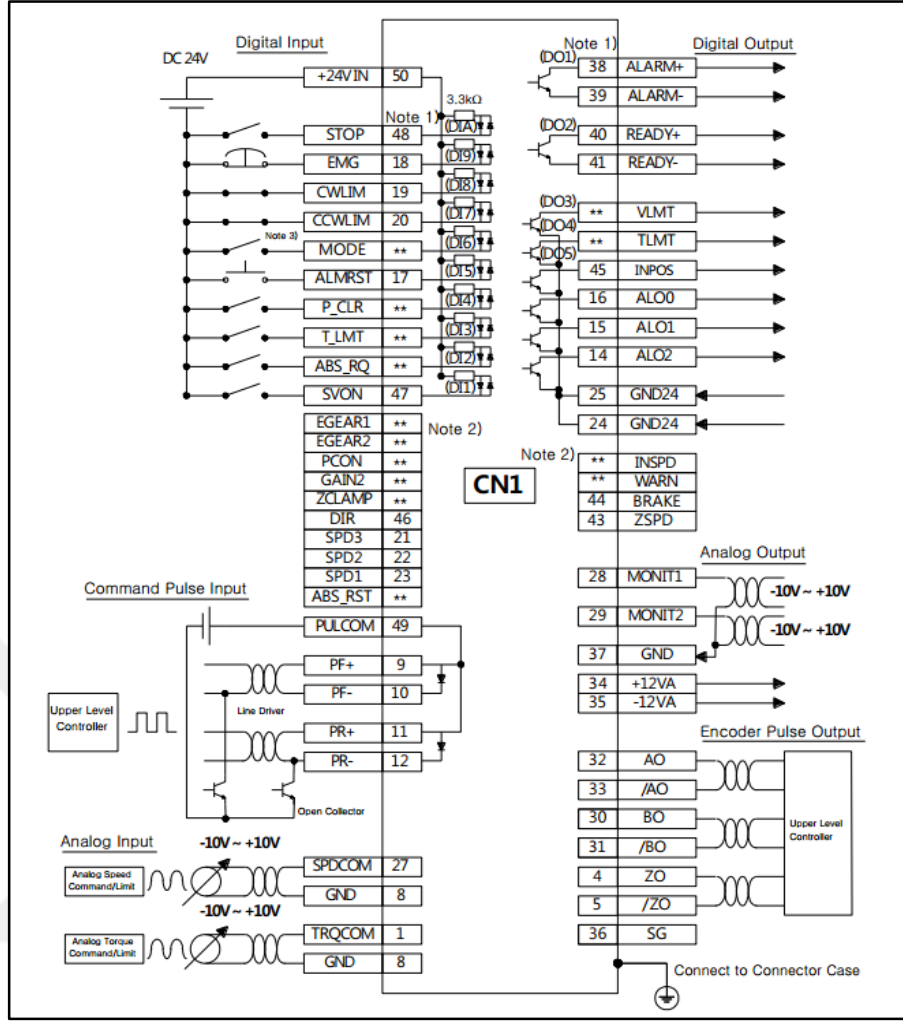
Şekil 2.10. Kullanılan servo motor ve sürücüsü

Tablo 2.1. Kullanılan servo motorun özellikleri

Servo Motor Model	APM – SB04A
Uyumlu Sürücü Modeli	APD – VS04
Motor Kapasitesi	400 W
Nominal Tork	1,274 Nm
Maksimum Anlık Tork	3,822 Nm
Nominal rpm	3000 r/min
Maksimum rpm	5000 r/min
Enkoder Tipi	Artırımlı 3000 P/R

Bu çalışmada, Şekil 2.10’da görülen MECAPION firmasına ait 400W gücünde 3 fazlı servo motor ve yine aynı firmaya ait olan servo motor sürücüsü kullanılmaktadır. Kullanılan servo motorun özellikleri Tablo 2.1’ de verilmektedir.

Servo motorun sürülebilmesi için sistemde sürücünün olması şarttır. Sürücü ile motor arasındaki bağlantının sağlanması gereklidir. Sürücü üzerinde 220 V AC gerilim bağlantıları ve motor güç bağlantıları mevcuttur. Ayrıca kontrol sinyal, enkoder ve iletişim konnektörleri de bulunmaktadır. Bu bağlantı noktaları ile motordan gerekli bilgiler alınıp, motora gerekli bilgiler iletilebilmektedir.



Şekil 2.11. Hız çalışma modu bağlantı şeması

Motorun pozisyon, hız ve tork olmak üzere farklı çalışma modları bulunmaktadır. Bu çalışmada servo motor hız modunda çalıştırılacaktır. Hız kontrol komutundan gelen hız bilgisine bağlı olarak servo sürücü, servo motoru hedef hızda kontrol etmektedir. Hız kontrol komutu dahili parametrelerden, potansiyometre ile veya harici bir sinyalle $-10V \sim +10V$ aralığında verilebilmektedir.

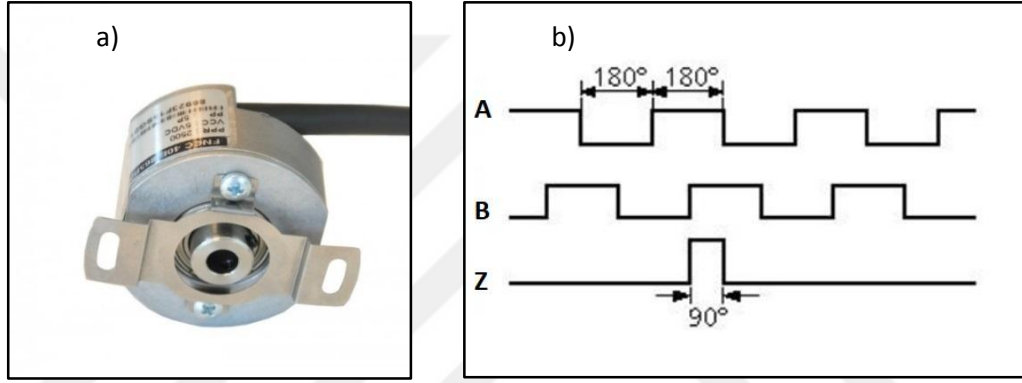
Hız modunun ayarlanması için Şekil 2.11'de görülen şemaya göre sürücüde gerekli bağlantıların sağlanması ve gerekli parametre ayarının yapılması gerekmektedir. Hız modu bağlantı şeması, sürücü kontrol uçları ve görevleri, gerekli parametre ayarları ürünün teknik dokümantasyonunda detaylıca anlatılmaktadır.

Hız modunun, servonun hızlı bir şekilde yanıt vermesi, hassas kontrolün kolay olması gibi avantajları mevcuttur. Üst seviye kontrolör yapısının (hız modu +

pozisyon modu, hız modu + tork modu) karmaşık olması dezavantajdır fakat bu çalışmada üst seviye kontrolör kullanılmayacağından hız modunda çalışılmasının bir sakıncası yoktur.

2.4.2. Enkoder

Bir milin dönme hareketi sonucu sayısal bir elektrik sinyali üreten cihazlardır. Ters sarkaç sistemindeki pozisyon bilgisi değişkenlerinin ölçümü için enkoder kullanılmaktadır. Donanıma ait iki temel enkoder vardır; araç pozisyon ölçümü ve sarkaç açısı ölçümü yapacak enkoderler.



Şekil 2.12. (a) Mil delikli artımlı enkoder (b) artımlı enkoder çalışma yapısı [26]

Sistemde kullanılmak üzere Şekil 2.12-a'da görülen mil delikli, artımlı enkoder seçilmiştir. Artımlı enkoderler milin dönmesi sonucu kare dalga sinyali üretmektedirler. Artımsal enkoderlerin temel sinyalleri Şekil 2.12-b'de görülmektedir. Çalışma esnasında, A ve B sinyalleri arasındaki faz farkından yararlanarak enkoderin yön tayini yapılmaktadır.

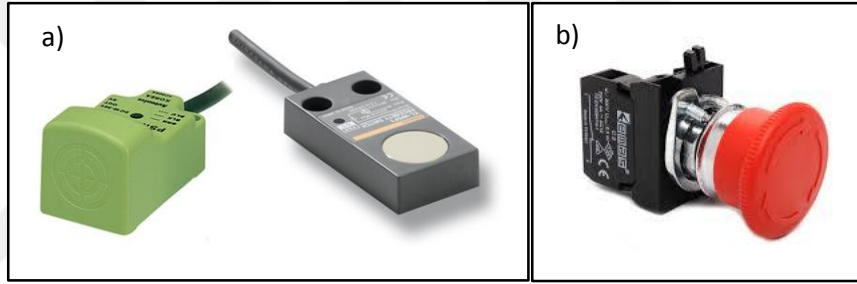
Sistemde, araba pozisyonunu ölçmek için 1024 darbe/tur oranına sahip, birinci çubuğun pozisyonunu ölçmek için 1000 darbe/tur oranına sahip, ikinci çubuğun pozisyonunu ölçmek için ise 3000 darbe/tur oranına sahip enkoder kullanılmaktadır.

2.4.3. Güvenlik elemanları

Gerçek zamanlı yapılan deneysel çalışmalarda; sistem üzerinde gerekli güvenlik önlemlerinin alınması oldukça önemli bir husustur. Tasarlanan ters sarkaç sistem yapısına da bu hususta gerekli ilavelerin yapılması gerekmektedir. Çalışma sırasında sistemde herhangi bir tehlike oluşması halinde eklenecek güvenlik önlemleri ile

sistem mekanizmasında hasar meydana gelmesinin önüne geçilebilir. Ayrıca alınacak önlemler ile araştırmacılar için güvenilir bir çalışma ortamı da sağlanır.

Doğrusal tahrikli ters sarkaç sisteminde araba, sadece yatay ekseninde sınırlı bir alanda doğrusal hareket edebilmektedir. Sistemde kullanılan lineer modülün uzunluğu ile arabanın hareket edebileceği alan belirlenmektedir. Bu alana güvenlik sınırı getirilmelidir. nkn arabaya uygulanabilecek ani bir tork sonucu arabanın modülün sınırına aniden ilerlemesi ve çarpma durumunun meydana gelmesi söz konusu olabilir. Ayrıca denetleyici devredeyken yüksek hızda hareket eden arabanın yine sınırdaki duramaması ile mekanizma zarar görebilir. Bu olumsuzlukların meydana gelmemesi için lineer modülün sağ ve sol sınırlarına Şekil 2.13-a'da görülen endüktif sensör eklenmiştir.



Şekil 2.13. (a) Endüktif sensör (b) acil durdurma butonu

Endüktif sensörler metal cisimleri temas etmeden belli bir algılama aralığında algılayabilirler. Sistemde kullanılan araba da metaldir ve sensörler, araba sınıra geldiğinde bunu algılayacaklardır. Fakat algılama aralığının olabildiğince kk olması istenmektedir. nkn sisteme eklenen limit sensörleri zaten arabanın hareket alanını daraltmıştır, sensörün algılama mesafesi geniş olursa arabanın hareket alanı daha da daralacaktır. Dolayısıyla minimum algılama mesafesine sahip uygun bir endüktif sensör kullanılarak arabanın hareket alanı çok fazla azaltılmadan, istenen işlev yerine getirilmiş olacaktır.

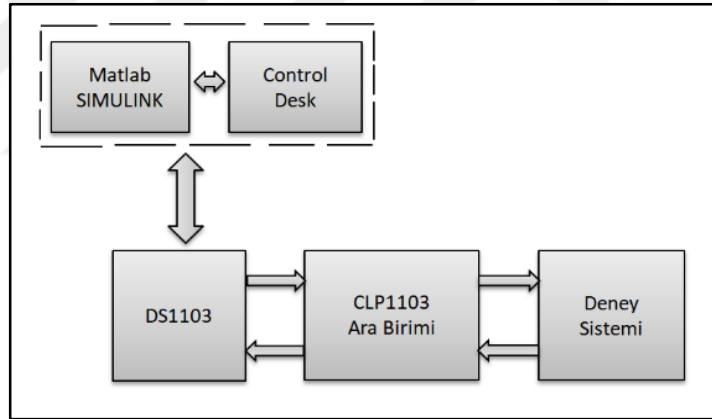
Endüktif sensörün çıkışına göre servo motorun enerjisi kesilmektedir. Yani araba sınırlar dahilinde hareket ediyor ise endüktif sensörler herhangi bir cisim algılamayacak ve çıkış retmeyeceklerdir. Fakat araba sınıra geldiğinde sensör arabayı algılayıp, çıkış üretecek ve ürettiği bu çıkışla da servo motorun enerjisi

kesilecektir. Böylece olası bir çarpmanın veya sistemde meydana gelebilecek bir hasarın önüne geçilebilmektedir.

Şekil 2.13-b’de görülen acil durdurma butonu başka bir güvenlik önlemi olarak sisteme eklenmiştir. Herhangi bir olumsuzluk halinde kullanıcı direkt bu butonu kullanarak sistemin enerjisini kesebilmektedir. Bu buton, kullanıcının kolaylıkla ulaşabileceği bir yerde olmalıdır. Ayrıca sabit veya hareket eder durumda da olabilir.

2.4.4. Kontrolör

Sistem üzerinde gerçek zamanlı kontrol uygulamalarının gerçekleştirilebilmesi için kontrolcü ile sistemin haberleşmesi gerekmektedir. Çünkü sistemden bilgilerin elde edilebilmesi ve bu bilgilere göre kontrolör algoritmasının işlenip sisteme gereken enerjinin uygulanabilmesi gerekmektedir. Gereken bu haberleşmenin sağlanabilmesi için de ara bir elemana ihtiyaç duyulmaktadır.



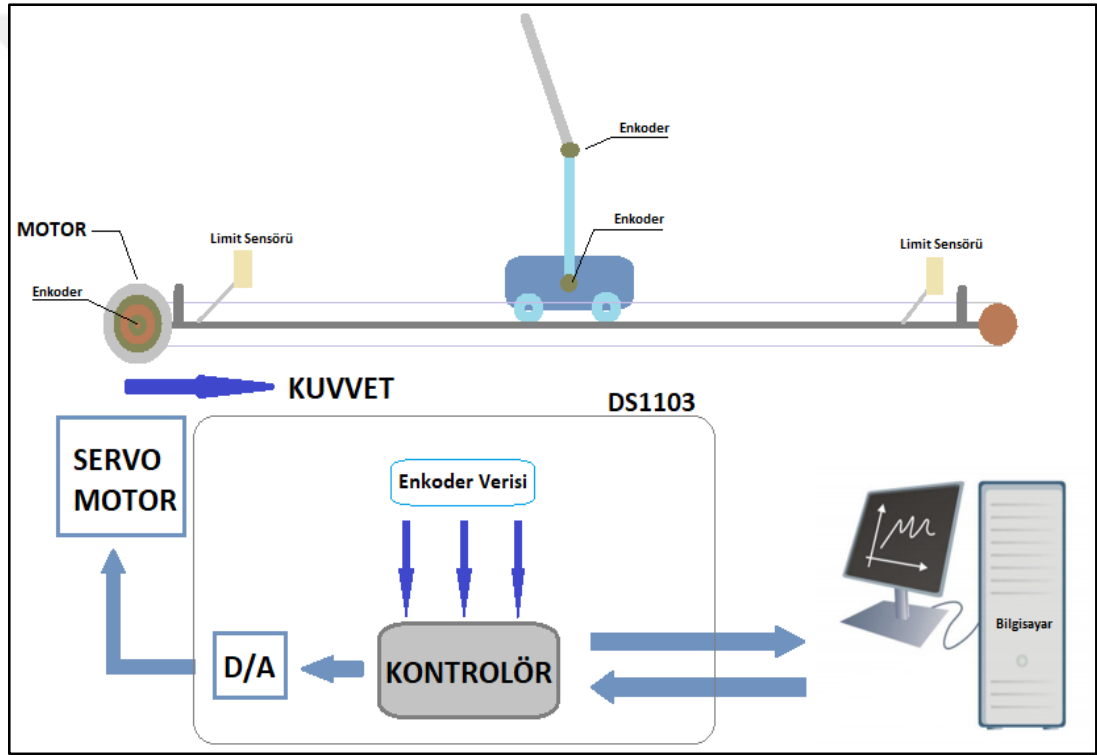
Şekil 2.14. Kontrolör yapısı

Bu çalışmada deneysel uygulamaların gerçekleştirilebilmesi için dSPACE firmasının DS1103 kontrolör kartı ve yazılımlarından yararlanılmıştır. Bu kontrolör kartı yüksek hızlı, gerçek zamanlı uygulamalar için tasarlanmıştır. Sisteme gerçek zamanlı sinyal gönderme, sistem üzerinden sinyal alma, enkoder okuma, PWM gönderme vb. gibi birçok temel işlem bu kart ile kolaylıkla gerçekleştirilebilmektedir. 1 GHz’ lik bir işlemciye sahip olan kartın üzerinde 20 ADC kanalı, 8 DAC kanalı, 6 enkoder portu, 44 pinli dijital giriş – çıkış portu bulunmaktadır.

dSPACE kontrolör donanım yapısı DS1103 kontrolör kartı, CLP1103 giriş – çıkış arabirimi, DS817 bağlantı kartı ve uyumlu bir bilgisayardan oluşmaktadır. Yazılım

yapısını ise Matlab SIMULINK ve dSPACE' in ControlDesk yazılımları oluşturmaktadır.

Kullanıcı tarafından Matlab Simulink ortamında hazırlanan model derlenerek ControlDesk aracılığıyla DS1103 kontrolör kartına yüklenir. Ara birim ile veri alışverişi gerçekleştirilir. Yapının işleyişi Şekil 2.14'de görülmektedir. Sistemden ölçülen fiziksel büyüklükler (sistemin değişkenleri) kontrol kartı aracılığıyla bilgisayara aktarılır, aktarılan değişkenler kontrol algoritmasında işlendikten sonra kontrol sinyali üretilir. Bu kontrol sinyali analoga dönüştürülüp, motora uygulanır ve böylece sistemin kontrolü gerçekleştirilir.

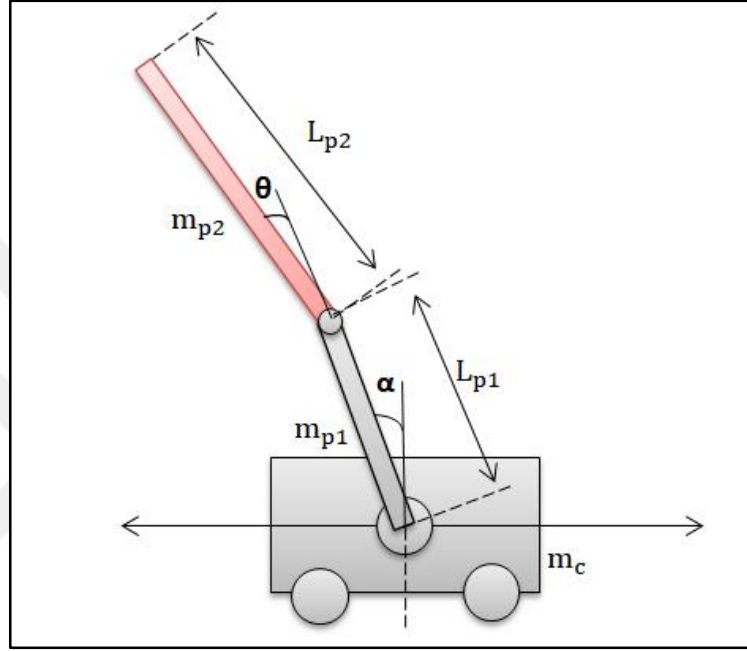


Şekil 2.15. ÇTS kontrol yapısı

Şekil 2.15'de ÇTS sistem kontrol yapısı görülmektedir. Sistemde 3 adet enkoder verisi kontrolörde işlenir ve sisteme uygulanmak üzere bir kontrol sinyali üretilir. Bu üretilen sinyal dijitaldir. Bu dijital sinyal servo motora uygulanacağı için analog sinyale dönüştürülür. Uygulanan gerilim sonucu motor tahriklenir ve bu tahrik sonucu arabaya kuvvet uygulanmış olur.

2.5. Sistem Parametreleri

Tasarım daha önce bahsedilen sebeplerden üç çubuklu durum referans alınarak yapılmıştı. Fakat bu çalışmada ÇTS (çift ters sarkaç) sistemi üzerinde uygulamalar gerçekleştirileceğinden doğrusal tahrikli çift ters sarkaç sistemi için sistem parametreleri ele alınacaktır.



Şekil 2.16. Doğrusal tahrikli ÇTS sistem diyagramı

Şekil 2.16'da çift ters sarkaç sistem diyagramı görülmektedir. Sistemin çıkış değişkenleri: arabanın pozisyonu ve hızı, her bir sarkacın açısal konumu ve hızlarıdır.

Tablo 2.2. ÇTS sisteminin parametre değerleri

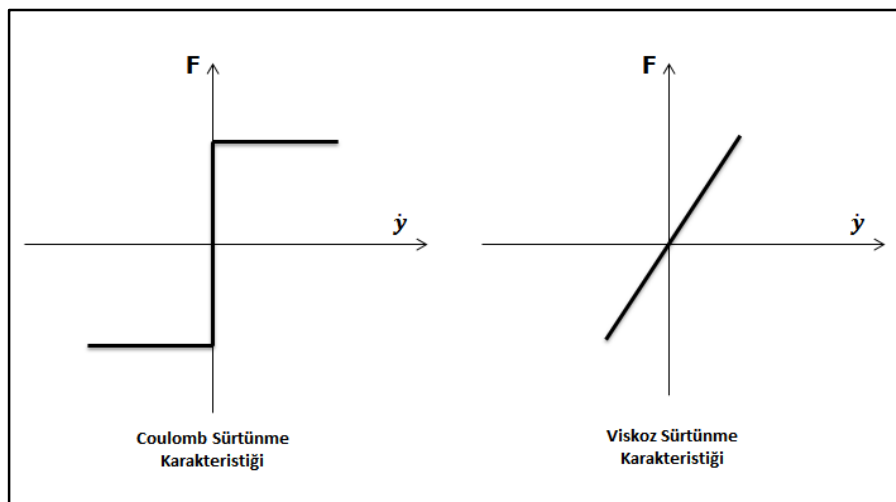
Sistem Parametreleri	Değer	Birim
m_c	2,8	kg
m_{p1}	0,2533	kg
m_{p2}	0,3258	kg
L_{p1}	0,323	m
L_{p2}	0,419	m
g	9,81	m/s^2
c	0,0001	Nms

Tablo 2.2’de verilen sistem parametrelerine bakıldığında her bir sarkacın kütlesi ve uzunluğu ile arabanın kütlesi görülmektedir. Sisteme ait uzunluk ve kütle gibi fiziksel özellikler ölçülerek kolay bir şekilde elde edilebilirler.

Tablo 2.2’ de verilen parametreler dışında atalet momenti ve sürtünme katsayıları da modelde yer alan parametrelerdir. c ; araba ile yüzey arasındaki, b_1 ; birinci eklemin arabaya monte edildiği birinci döner eklemdeki, b_2 ; birinci eklem ile ikinci eklem arasındaki viskoz sürtünme katsayısını ifade etmektedir. Ayrıca c_1 ; birinci eklemin arabaya monte edildiği birinci döner eklemdeki, c_2 ; birinci eklem ile ikinci eklem arasındaki Coulomb sürtünme katsayısını ifade etmektedir. Her bir ekleme ait atalet momenti ise J_i ile gösterilmektedir. Bu sistem parametrelerinin belirlenmesi ise kütle ve uzunluk ölçümü gibi kolay olmamaktadır. Ayrıca sistemdeki sürtünmelerin modellenmesi oldukça önem taşımaktadır çünkü gerçek zamanlı uygulamalarda sürtünmelerin kontrolör performansına etkisi fazladır. Bu etkiler modellenerek net bir şekilde ortaya koyulursa kontrolör bu etkileri yok edebilecek şekilde çalışabilir.

2.5.1. Eksik parametreleri belirleme

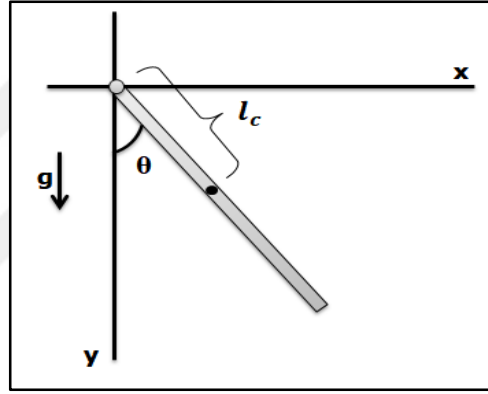
Sürtünme, dinamik sistemlerin önemli bir parçasıdır ve sistem kontrolünün başarılı bir şekilde gerçekleştirilebilmesi için gerçek sisteme yakın sürtünme modeli kullanılmalıdır. Bunun için de sistemdeki sürtünme katsayılarının bilinmesi gerekmektedir. Ancak bu parametreleri belirlemek çok zor olduğundan deneysel yollarla sürtünme katsayıları elde edilebilmektedir.



Şekil 2.17. Coulomb ve viskoz sürtünme karakteristikleri

Sürtünme statik ve dinamik olarak sınıflandırılabilir. Statik sürtünme, temas eden iki yüzey arasında kayma olmadığında yani hızın sıfır olması durumunda gerçekleşir. Dinamik sürtünme ise yüzeyler arasında kayma olduğu zaman gerçek kayma yönüne ters yönde oluşur. Bu çalışmada ele alınan sürtünmeler karakteristikleri Şekil 2.17’de görülen coulomb ve viskoz yani dinamik sürtünmelerdir. Çünkü çubuklar hareket ettiğinde eklemlerde oluşacak sürtünme kontrolör performansını etkileyecektir.

Sürtünme analizi için Şekil 2.18’de görülen basit bir sarkaç modellemesinden yararlanılmıştır. Basit sarkaç modeli için hareket denkleminin çıkartılması çift ters sarkaç sistemine benzerlik göstermektedir, hatta çift ters sarkaca göre çok daha kolaydır.



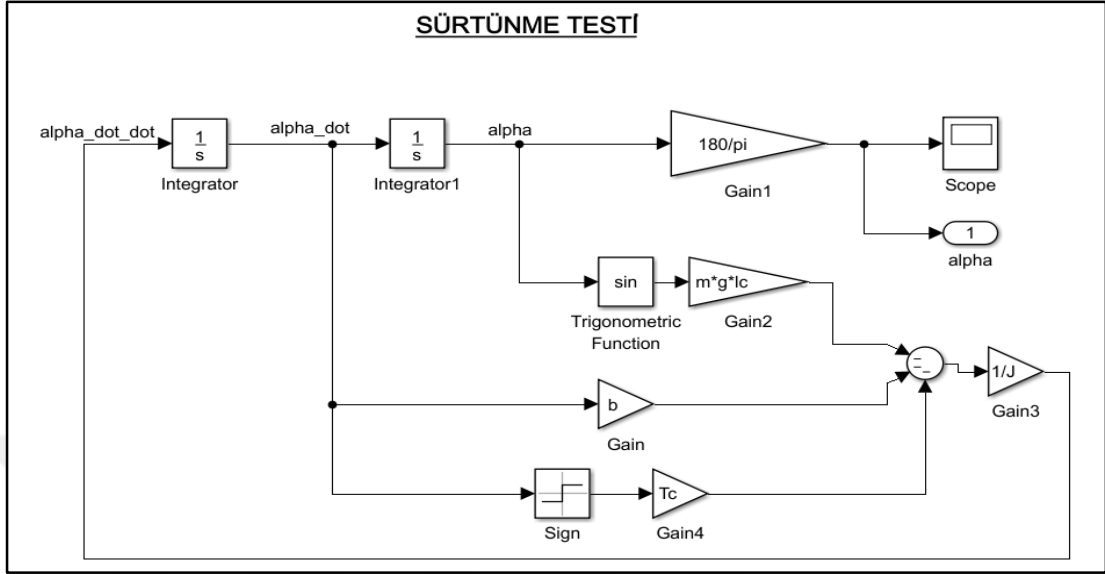
Şekil 2.18. Basit sarkaç modeli

Basit sarkacın hareket denklemleri Denklem (2.1)’de verilmiştir. J : sarkacın atalet momentini, m : sarkacın kütlesi, l_c : sarkacın ağırlık merkezinden mafsala olan uzaklığı, b : viskoz sürtünme katsayısı, T_c : Coulomb sürtünme katsayısıdır.

$$J\ddot{\theta} + mgl_c \sin\theta = -b\dot{\theta} - T_c \text{sign}(\dot{\theta}) \quad (2.1)$$

Denklemlerde J , b ve T_c olmak üzere 3 bilinmeyen vardır. İki sarkaç ayrı ayrı analiz edilip, bu parametreler deneysel olarak elde edilecektir. İki ayrı test gerçekleştirilecektir. Öncelikle birinci testte, iki çubuk arasındaki eklem sabitlenecek ve böylece çubuklar tek bir sarkaç gibi davranacaktır. İlk çubuk ile araba arasındaki b_1 ve c_1 sürtünme katsayılarını ve ilk çubuğun atalet momentini bulabilmek için sabitlenen iki çubuk 90° açıyla serbest bırakılacak, sarkaç açısının zamanla değişimi deneysel olarak ölçülüp, kaydedilecek ve basit sarkacın hareket denklemleri

kullanılarak benzetim sonuçları karşılaştırılacaktır. Benzetim modeli Şekil 2.19' da verilmiştir.



Şekil 2.19. Sürtünme testi Simulink benzetim modeli

Yapılacak ikinci testte ilk çubuk sabitlenecek ve iki çubuk arasındaki b_2 ve c_2 sürtünme katsayılarını bulabilmek için ikinci çubuk 90° açıyla serbest bırakılacak ve yine sarkaç açısının zamanla değişimi deneysel olarak ölçülüp, kaydedilecektir.

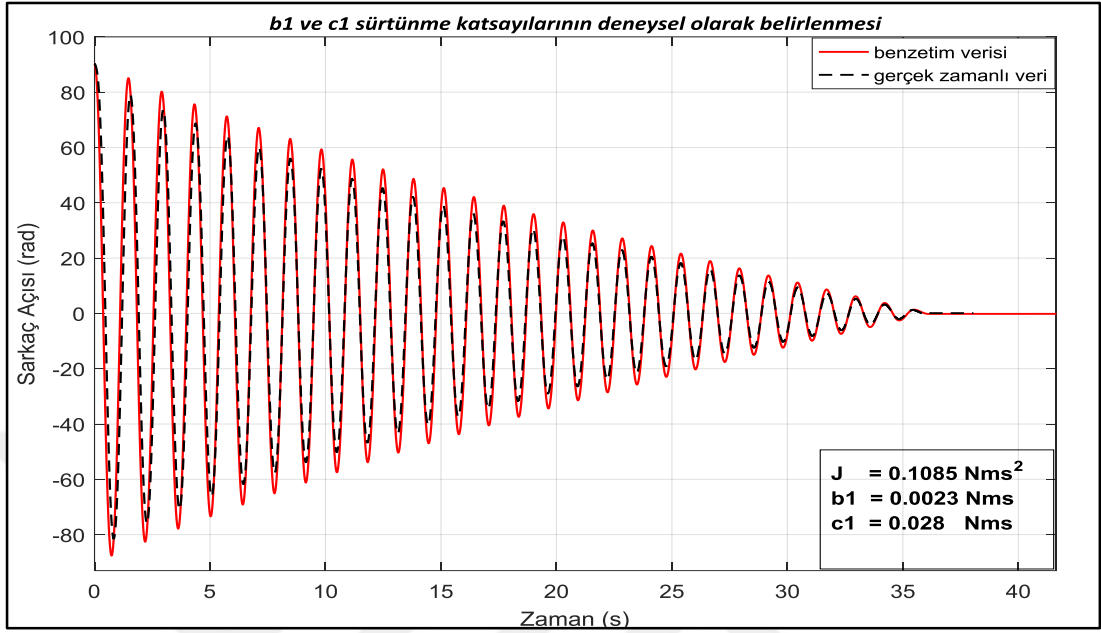
2.5.1.1. Birinci test

İki çubuk sabitlenerek tek bir çubuk gibi 90° 'den serbest bırakılmıştır. Basit sarkaç sisteminin hareket denklemini Simulink ortamında modellenerek bilinmeyen parametreler tahmin edilmeye çalışılmıştır.

Model parametrelerini Denklem (2.1)'de görülen parametreler oluşturmaktadır. Fakat burada modele doğru parametre değerlerinin girilmesi önemlidir. Birinci testte iki çubuk tek çubuk gibi davrandığı için denklemdaki m , iki çubuğun kütleleri toplamını ifade etmektedir. Ayrıca l_c , iki çubuğun toplam ağırlık merkezidir. J ise bu kütle ve ağırlık merkezine sahip cismin atalet momentidir.

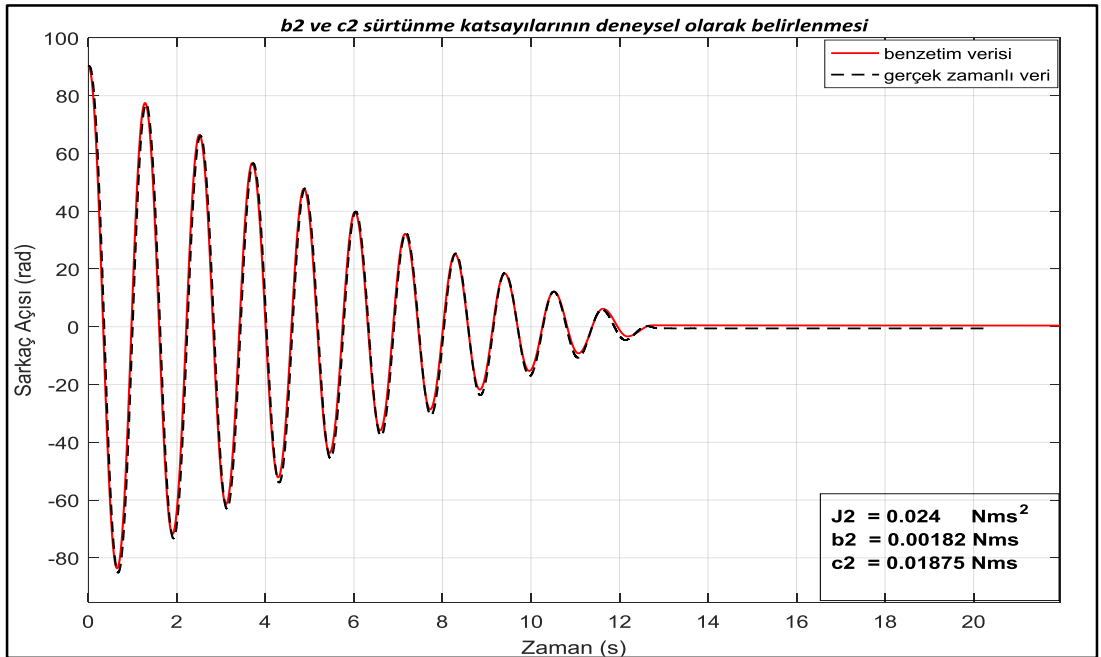
Sarkacın pozisyon bilgisini ölçmek için enkoder kullanılmaktadır. Birinci çubuğun açısını veren enkoder verisi kaydedilmiş ve benzetim modelinde parametrelerin tahmini ile gerçek zamanlı veriye en yakın sonuçlar elde edilmeye çalışılmıştır. Buna göre, $b_1 \approx 0,0023 \text{ N}/(\text{rad/s})$, $c_1 \approx 0,028 \text{ N}/(\text{rad/s})$ ve $J \approx 0,1085 \text{ Nms}^2$ için deneysel ve

benzetim sonuçları Şekil 2.20’de görülmektedir. Şekil 2.20 incelendiğinde sonuçların belirlenen katsayılar için örtüştüğü görülmektedir.



Şekil 2.20. Birinci test verileri

2.5.1.2. İkinci test



Şekil 2.21. İkinci test verileri

İlk çubuk sabitlenerek ikinci çubuk 90° ’den serbest bırakılmıştır. Bu testte sadece ikinci çubuk olduğu için m , bu çubuğun kütesini ifade etmektedir. Ayrıca I_c , ikinci

çubuğun ağırlık merkezidir. J ise bu kütle ve ağırlık merkezine sahip cismin atalet momentidir.

$b_2 \approx 0,00182$ N/(rad/s), $c_2 \approx 0,01875$ N/(rad/s) ve $J_2 \approx 0,024$ Nms² için deneysel ve benzetim sonuçları Şekil 2.21’de görülmektedir. Şekil incelendiğinde sonuçların belirlenen katsayılar için örtüştüğü görülmektedir.

2.6. Sistemin Fiziksel Mekanizması

Tasarım aşamaları tamamlanan sistemin son hali Şekil 2.22’de görüldüğü gibidir. Şekilde görülen mekanizma, tasarım aşamalarında referans alınan ters sarkaç sisteminin 3 çubuklu halidir. Bu mekanizma, çalışma yapılacak sistem türüne göre bir veya iki çubuklu duruma getirilebilmektedir. Böylece laboratuvar ortamına, tek bir mekanizma ile 3 farklı sistem kazandırılmıştır.



Şekil 2.22. Arabalı çok çubuklu ters sarkaç sisteminin fiziksel mekanizması

Şekil 2.24’de arabalı çift çubuklu ters sarkaç sistemi görülmektedir. Görüldüğü üzere birinci çubuk arabaya, ikinci çubuk da birinci çubuğa monte edilmiştir. Bu çalışmada üzerinde çalışılacak olan mekanizma yapısı, bu yapıdır.

2.7. ÇTS Sisteminin Güncelleştirilmesi

ÇTS sistemi, yüksek atalet momenti ve sürtünme katsayılarına sahiptir. Yapılan kontrol çalışmalarında, sistemin kontrolünü gerçekleştirebilmek için denetleyicinin ürettiği kontrol sinyalinin çok yüksek genlikli olduğu gözlenmiştir. Yani sistemin kontrolü için harcanacak enerji fazla olacaktır.

Tablo 2.3. Güncel ÇTS sisteminin parametre değerleri

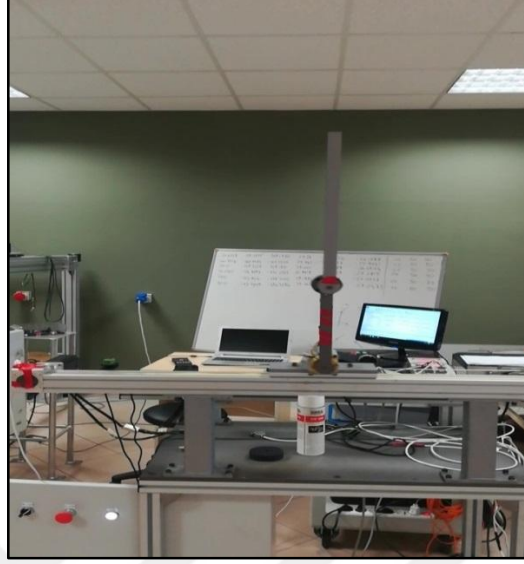
Sistem Parametreleri	Değer	Birim
m_0	1,95	kg
m_1	0,096	kg
m_2	0,120	kg
L_1	0,310	m
L_2	0,330	m
l_1	0,160	m
l_2	0,150	m
g	9,81	m/s^2
c	0,0001	Nms

Şekil 2.25’de sistem kontrolünün gerçekleşmiş hali görülmektedir. Bu kontrol sırasında çok yüksek genlikli kontrol sinyali üretildiğinden, servo motora uygulanan gerilim de yüksek olmaktadır. Bu sistemin kontrolünde, motora uygulanabilecek maksimum gerilim değerini aşma ihtimali yani kontrol sinyalinin doyuma gitme ihtimali ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla sistemin yüksek atalet momenti ve sürtünme katsayısı azaltılırsa bu ihtimal ortadan kaldırılabilir.

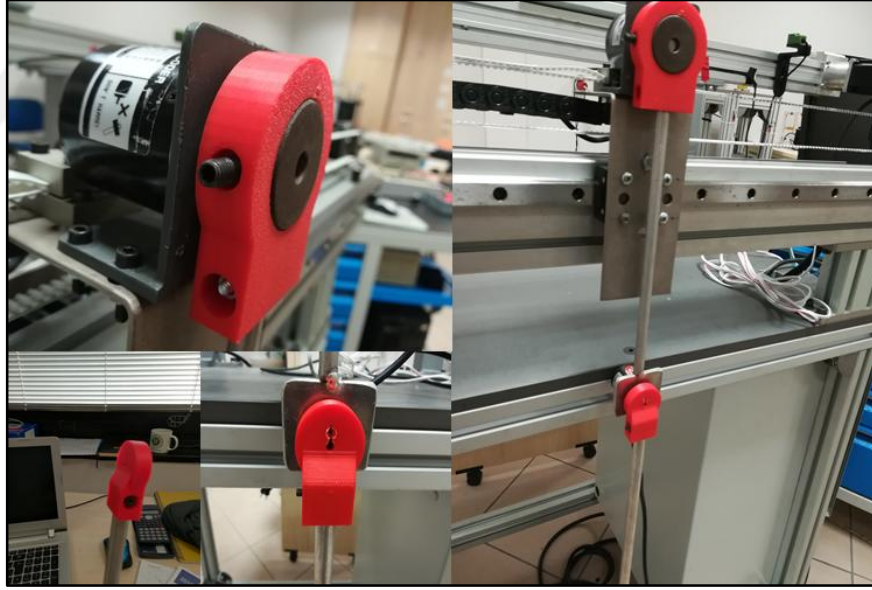
ÇTS sisteminin fiziksel mekanizmasında kullanılan kontak bileziğinden kaynaklı döner eklem yapılarında sürtünme meydana gelmektedir. Bu sürtünme etkisinin yok edilmesi için kontak bileziği kullanımı, ÇTS sistem yapısı için kaldırılmıştır.

Ayrıca çubukların ağırlıkları ve uzunlukları da güncellenmiştir. Sistemin eklem yerleri için üç boyutlu yazıcıdan Şekil 2.26’da görülen uygun parçalar üretilmiş ve ÇTS sisteminde yeniden düzenleme gerçekleştirilmiştir.

Güncel sistem parametreleri Tablo 2.3’de verilmiştir. Yeni sistem parametrelerine göre değişen atalet momenti ve sürtünme katsayıları deneysel olarak elde edilmiştir.



Şekil 2.25. ÇTS sisteminin denge hali



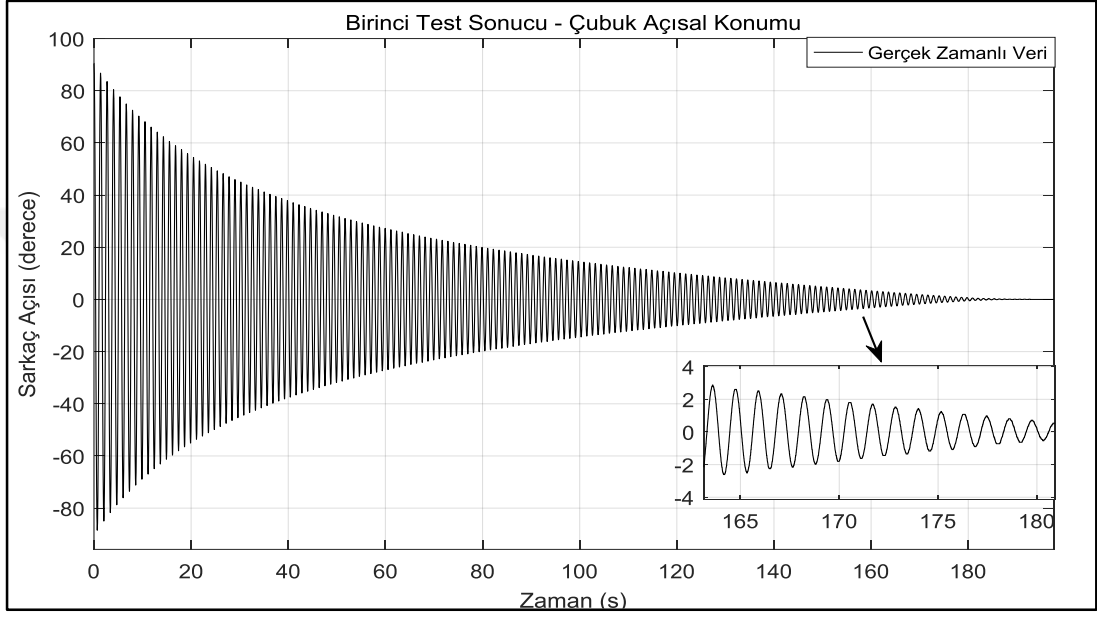
Şekil 2.26. ÇTS sisteminin yeniden düzenlenmesi

2.7.1. Güncel sistem sürtünme testi

2.7.1.1. Birinci test

İki çubuk sabitlenerek tek bir çubuk gibi 90° ’den serbest bırakılmıştır ve çubuğun açısının değişimi kaydedilmiştir. Çubuk açısının değişimi Şekil 2.27’de verilen grafikte görülmektedir.

Çubuk belli bir açıdan serbest bırakıldığında $\pm \theta$ şeklinde salınım yaptıktan sonra sürtünme kuvvetine bağlı olarak zamanla salınım miktarı azalır ve belli bir süre sonunda çubuk hareketsiz kalır. Şekil 2.27'deki grafikte bu davranış biçimi görülmektedir. Tek bir çubuk gibi davranan iki çubuk, 90° 'den serbest bırakıldıktan sonra salınım yapmaya başlamış ve salınım miktarı giderek zamanla azalmıştır. Yaklaşık 180 saniye sonunda da çubuğun salınımı durmuştur.



Şekil 2.27. Güncel sistemde birinci test sonucu kaydedilen gerçek zamanlı veri

Sistemin önceki durumunda elde edilen sürtünme test verilerine bakıldığında 90° 'den serbest bırakılan çubuğun hareketsiz kalması için geçen sürenin ne kadar farklılık gösterdiği açıkça görülmektedir. Daha önce birinci testte, çubuğun hareketi 35 saniye sürerken; güncel sistemde gerçekleşen testte 180 saniye sürmektedir. Buradan sistemin iki hali arasında sürtünme miktarlarının çok farklı olduğu anlaşılmaktadır.

Basit sarkacın hareket denkleminde yola çıkılarak sürtünme testi için hazırlanan Simulink modeli sistem parametrelerine bağlı olarak çalışmaktadır. Dolayısıyla bu parametrelerin modele doğru değerleri ile yazılması gerekmektedir. Güncel sistemde parametrelerin değerleri değiştiği için m, l_c değerleri, değişen parametre değerlerine göre hesaplanmalıdır.

Benzetim modelinde bilinmeyen parametrelerin tahmini ile gerçek zamanlı veriye en yakın sonuçlar elde edilmeye çalışılmış ve $b_1 \approx 0,000565 \text{ N/(rad/s)}$, $c_1 \approx 0,0004512$

İlk çubuk sabitlenerek ikinci çubuk 90° 'den serbest bırakılmıştır. Bu testte m , ikinci çubuğun kütlesini ifade etmektedir. Ayrıca I_c , ikinci çubuğun ağırlık merkezidir. Bu parametreler bir önceki teste göre güncellenmelidir.

$b_2 \approx 0,000072$ N/(rad/s), $c_2 \approx 0,0000452$ N/(rad/s) ve $J_2 \approx 0,002972$ Nms² için deneysel ve benzetim sonuçları Şekil 2.29'da görülmektedir. Şekildeki grafik incelendiğinde sonuçların belirlenen katsayılar için örtüştüğü görülmektedir.



3. MATEMATİKSEL MODELLEME

Sistemin dinamik hareket denklemleri, sistemin dinamik davranışını tanımlayan matematiksel denklemlerdir. Hareket denklemleri çift ters sarkaç sisteminin benzetim ve kontrol denklemlerinin tasarımı için gereklidir. Çünkü sistemin hareket denklemleri sistemin davranış biçiminin anlaşılmasını sağlamaktadır.

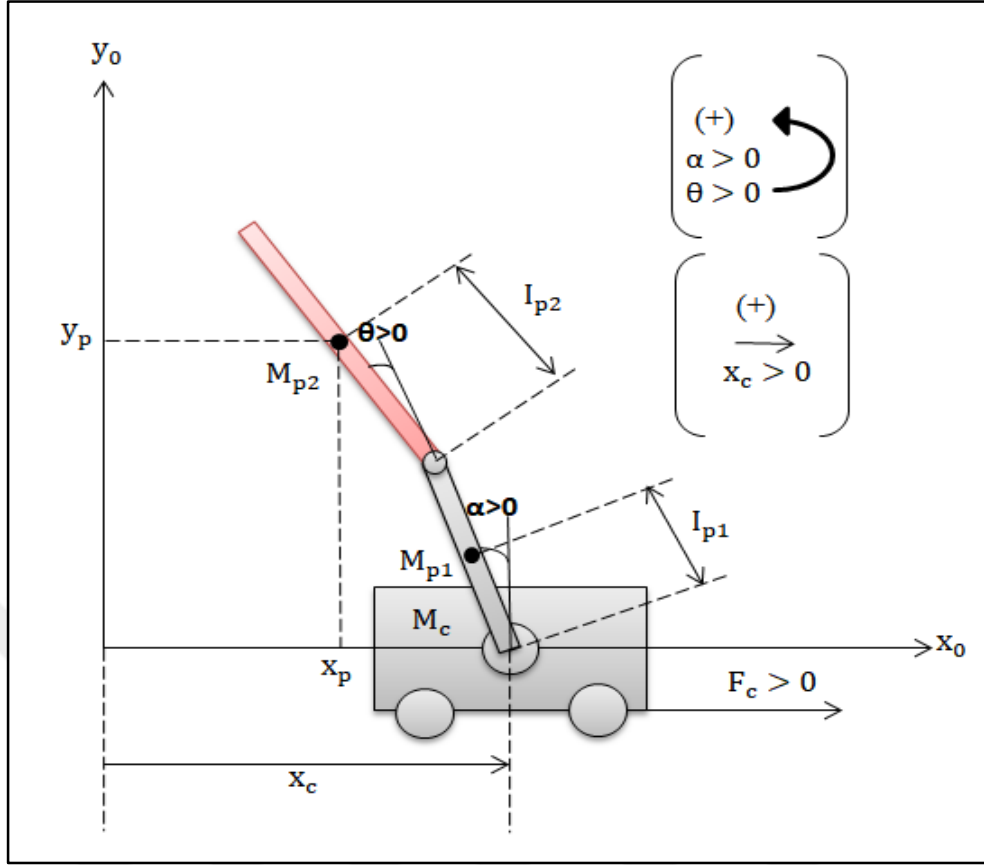
Sistemin dinamik performansı, sistemin dinamik modeline ve kontrol algoritmasının etkinliğine bağlıdır. Kontrol problemi; sarkaç sisteminin dinamik modelinin bulunması, istenilen sistem cevabı ve performansının elde edilmesi için uygun kontrol yasaları ve stratejilerinin belirlenmesinden oluşur. Bu çalışmada kontrolörden istenen, sistem değişkenlerinin yani çubukların ve arabanın referans konumda durabilmesi ve kontrolörün kararlılığını koruyabilmesidir.

ÇTS sisteminin hareket denklemleri, lineer modüle uygulanan giriş torku ile sarkaçların ve arabanın hareketleri arasındaki bağıntı olarak tanımlanır. Bu ilişki sistemin benzetimi için gereklidir. Çünkü kontrol sistemi sadece sisteme uygulanması gereken torku belirler. Torkun uygulanması ile meydana gelecek sistem davranış biçimi, sisteme ait matematiksel model ile elde edilebilir.

3.1. Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

Bir dinamik sistemin hareket denklemlerinin elde edilmesi için kullanılan genel yaklaşım yöntemlerinden biri Lagrange yöntemidir. Lagrange 'L' hareket denklemleri, sistemin potansiyel enerjisi ve kinetik enerjisi arasındaki fark olarak tanımlanır. Bu yöntem Şekil 3.1'de diyagramı görülen ÇTS sistemine uygulanacaktır.

Lagrange yaklaşımının uygulanabilmesi için öncelikle sistemin toplam kinetik ve potansiyel enerjilerinin bilinmesi gerekmektedir. Bundan önce ise enerji hesaplamaları için gerekli olan konum ve hız denklemlerinin elde edilmesi gerçekleştirilmiştir.



Şekil 3.1. Doğrusal tahrikli çift çubuklu ters sarkaç sistem diyagramı

Model Parametreleri:

α : birinci çubuğun referans düzleme göre açısal konumu

θ : ikinci çubuğun referans düzleme göre açısal konumu

x_c : arabanın referans düzleme göre konumu

m_c : arabanın kütlesi (1,095 kg)

m_{p1} : birinci çubuğun kütlesi (0,096 kg)

m_{p2} : ikinci çubuğun kütlesi (0,120 kg)

L_{p1} : birinci çubuğun uzunluğu (0,310 m)

L_{p2} : ikinci çubuğun uzunluğu (0,330 m)

l_{p1} : birinci çubuğun ağırlık merkezinden bağlı olduğu mafsala olan uzaklık (0,160 m)

l_{p2} : ikinci çubuğun ağırlık merkezinden bağlı olduğu mafsala olan uzaklık (0,150 m)

g : yer çekim ivmesi (9,80665 m/s²)

b_1 : birinci döner eklemdaki viskoz sürtünme katsayısı (0,000565 N/(rad/s))

b_2 : birinci ve ikinci çubuk arasındaki viskoz sürtünme katsayısı (0,000072 N/(rad/s))

c: araba ile yüzey arasındaki viskoz sürtünme katsayısı (0,001 Nms)

J_1, J_2 : her bir çubuğun atalet momenti ($J_1=0,022962 \text{ Nms}^2, J_2=0,002972 \text{ Nms}^2$)

3.1.1. Konum ve hız denklemleri

Şekil 3.1'deki diyagramdan görüldüğü üzere x_c 'nin pozitif yönü sağa, α ve θ 'nin pozitif yönü ise saat yönüne doğrudur. Bu yönlere dikkat edilerek değişkenlerin konum denklemleri çıkarılmalı. Çünkü denklemlerdeki işaret hatası sistem modelinin hatalı olmasına neden olur.

Çubukların koordinat sistemi üzerindeki konumları uzunluklar ve açılar cinsinden ifade edilir. Burada dikkat edilmesi gereken ise her bir çubuğun ağırlık merkezinin koordinat sistemindeki konumlarının esas olmasıdır.

Birinci çubuk için konum denklemleri Denklem (3.1) ve (3.2)'de verilmiştir.

Yatay konum:

$$x_{p1} = x_c - l_{p1} \sin\alpha \quad (3.1)$$

Dikey konum:

$$y_{p1} = l_{p1} \cos(\alpha) \quad (3.2)$$

Konum denklemlerinin türevi alınarak hız denklemlerine geçilir. Birinci çubuk için hız denklemleri Denklem (3.3) ve (3.4)'de verilmiştir.

$$\dot{x}_{p1} = \dot{x}_c - l_{p1} \cos(\alpha) \dot{\alpha} \quad (3.3)$$

$$\dot{y}_{p1} = -l_{p1} \sin(\alpha) \dot{\alpha} \quad (3.4)$$

İkinci çubuk için konum denklemleri Denklem (3.5) ve (3.6)'da verilmiştir.

Yatay konum:

$$x_{p2} = x_c - L_{p1} \sin(\alpha) - l_{p2} \sin(\alpha + \theta) \quad (3.5)$$

Dikey konum:

$$y_{p2} = L_{p1} \cos(\alpha) + l_{p2} \cos(\alpha + \theta) \quad (3.6)$$

İkinci çubuk için hız denklemleri Denklem (3.7) ve (3.8)'de verilmiştir.

$$\dot{x}_{p2} = \dot{x}_c - L_{p1} \cos(\alpha) \dot{\alpha} - l_{p2} \cos(\alpha + \theta) (\dot{\alpha} + \dot{\theta}) \quad (3.7)$$

$$\dot{y}_{p2} = -L_{p1} \sin(\alpha) \dot{\alpha} - l_{p2} \sin(\alpha + \theta) (\dot{\alpha} + \dot{\theta}) \quad (3.8)$$

Her iki çubuğun konum ve hız denklemleri elde edildikten sonra sistemdeki toplam kinetik ve potansiyel enerji hesaplanabilir.

3.1.2. Enerji Denklemleri

Sistemdeki toplam kinetik enerjiyi arabanın ve her bir çubuğun ayrı ayrı kinetik enerjileri oluşturur. Denklem (3.9)'da toplam kinetik enerji ifadesi görülmektedir.

$$KE_{\text{toplam}} = KE_1 + KE_2 + KE_{\text{araba}} \quad (3.9)$$

Öncelikle arabanın kinetik enerjisi ele alınırsa; araba yatay ekseninde doğrusal hareket etmektedir. Dolayısıyla sadece bu ekseninde öteleme hareketinden kaynaklı bir kinetik enerjisi vardır, bu enerji Denklem (3.10)'da verilmiştir.

$$KE_{\text{araba}} = \frac{1}{2} m_c \dot{x}_c^2 \quad (3.10)$$

Çubuklar hem öteleme hem de dönme hareketi yapar. Bu nedenle toplam kinetik enerjilerini de bu hareketlerden kaynaklı öteleme ve dönme kinetik enerjisi oluşturmaktadır.

Birinci çubuğun toplam kinetik enerji ifadesi Denklem (3.11)'de verilmiştir. $KE_{1\dot{O}}$: birinci çubuğun öteleme kinetik enerjisi, KE_{1D} : birinci çubuğun dönme kinetik enerjisi, KE_1 : birinci çubuğun toplam kinetik enerjisidir.

$$\begin{aligned} KE_1 &= KE_{1\dot{O}} + KE_{1D} \\ KE_{1\dot{O}} &= \frac{1}{2} m_{p1} (\dot{x}_{p1}^2 + \dot{y}_{p1}^2) \\ KE_{1D} &= \frac{1}{2} J_1 \dot{\alpha}^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Daha önce elde edilen birinci çubuğun hız ve konum denklemleri yerine yazılıp, gerekli düzenlemeler yapılırsa birinci çubuk için toplam kinetik enerji denklemi Denklem (3.12)'deki gibi elde edilir.

$$KE_1 = \frac{1}{2} m_{p1} \dot{x}_c^2 + \frac{1}{2} (m_{p1} l_{p1}^2 + J_1) \dot{\alpha}^2 - m_{p1} \dot{x}_c l_{p1} \dot{\alpha} \cos \alpha \quad (3.12)$$

İkinci çubuğun toplam kinetik enerji ifadesi Denklem (3.13)'de verilmiştir. $KE_{2\dot{O}}$: ikinci çubuğun öteleme kinetik enerjisi, KE_{2D} : ikinci çubuğun dönme kinetik enerjisi, KE_2 : ikinci çubuğun toplam kinetik enerjisidir. İkinci çubuğun hız ve konum denklemleri yerine yazılıp, gerekli düzenlemeler yapılırsa ikinci çubuk için elde edilen toplam kinetik enerji ise Denklem (3.14)'deki gibi elde edilir.

$$KE_2 = KE_{2\dot{O}} + KE_{2D}$$

$$KE_{2\dot{O}} = \frac{1}{2} m_{p2} (\dot{x}_{p2}^2 + \dot{y}_{p2}^2) \quad (3.13)$$

$$KE_{2D} = \frac{1}{2} J_2 (\dot{\alpha} + \dot{\theta})^2$$

$$KE_2 = \frac{1}{2} m_{p2} \dot{x}_c^2 + \frac{1}{2} m_{p2} L_{p1}^2 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_{p2} l_{p2}^2 (\dot{\alpha} + \dot{\theta})^2 - m_{p2} \dot{x}_c L_{p1} \dot{\alpha} \cos \alpha \quad (3.14)$$

$$- m_{p2} \dot{x}_c l_{p2} (\dot{\theta} + \dot{\alpha}) \cos(\alpha + \theta) + m_{p2} L_{p1} \dot{\alpha} l_{p2} (\dot{\alpha} + \dot{\theta}) \cos(\theta + \alpha) + \frac{1}{2} J_2 (\dot{\alpha} + \dot{\theta})^2$$

Araba yalnızca yatay ekseninde hareket ettiği için arabadan kaynaklanan potansiyel enerji sıfırdır. Sistemin potansiyel enerjisini sadece çubuklar oluşturur. Sistemin toplam potansiyel enerji ifadesi ve çubukların potansiyel enerjileri Denklem (3.15)'de verilmiştir.

$$PE_{\text{toplaml}} = PE_1 + PE_2$$

$$PE_1 = m_1 g l_1 \cos \theta_1 \quad (3.15)$$

$$PE_2 = m_2 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g l_2 \cos \theta_2$$

3.1.3. Lagrange Denklemleri

ÇTS sisteminin hareket denklemlerinin bulunması için Lagrange yöntemi kullanılacaktır, bu yöntemin formülasyonu Denklem (3.16)'da görülmektedir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.16)$$

q_i : sistem genelleştirilmiş koordinatı

\dot{q}_i : genelleştirilmiş koordinatın zamana göre birinci türevi

τ_i : i. sarkacı hareket ettirmek için sistemin i. mafsalına uygulanan genelleştirilmiş tork

L: Lagrangian ifadesi

Lagrangian ‘L’ ifadesi Denklem (3.17)’ de görüldüğü üzere sistemin toplam kinetik enerjisi ile potansiyel enerjisi arasındaki farka eşittir. Lagrange yönteminin uygulanması için öncelikle L ifadesi bulunmalıdır. Sistemin enerji denklemleri ile L ifadesi elde edilir.

$$L = \sum KE - \sum PE \quad (3.17)$$

L ifadesi elde edildikten sonra ÇTS sisteminin genelleştirilmiş koordinatı (mafsal değişkenleri) ve genelleştirilmiş tork vektörünün belirlenmesi gereklidir.

ÇTS sistemi genelleştirilmiş koordinatı: $q = [x_c \ \alpha \ \theta]$

ÇTS sistemi genelleştirilmiş tork vektörü: $\tau = [\tau_1 \ 0 \ 0]$

Araba konumu ve sarkaçların açıları olmak üzere sistemin 3 mafsal değişkeni vardır. Ayrıca sistemde sadece arabaya tork uygulandığından tork vektörünün birinci elemanı τ_1 , diğer elemanları sıfırdır.

Belirlenen her bir sistem değişkeni için Denklem (3.16) eşitliği uygulanır. Her bir değişken için bu eşitliğin uygulanması sonucu doğrusal olmayan üç denklem elde edilir. Bu denklemler sistemin dinamiğini modelleyen diferansiyel denklemlerdir.

İlk olarak x_c durum değişkeni eşitliğe uygulanırsa Denklem (3.18)’deki ifade elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_c} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_c} = F_c - c\dot{x}_c \quad (3.18)$$

L yerine yazılıp, (3.18) denklemini düzenlenirse:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_c(m_c + m_{p1} + m_{p2}) - \ddot{\alpha} \cos \alpha (m_{p1}l_{p1} + m_{p2}L_{p1}) + \dot{\alpha}^2 \sin \alpha (m_{p1}l_{p1} + m_{p2}L_{p1}) \\ - (\ddot{\alpha} + \ddot{\theta}) \cos(\alpha + \theta) m_{p2}l_{p2} + \sin(\alpha + \theta)(\dot{\alpha} + \dot{\theta})^2 m_{p2}l_{p2} = F_c - c\dot{x}_c \end{aligned} \quad (3.19)$$

α durum değişkeni için (3.16) eşitliği uygulandığında Denklem (3.20)'deki ifade elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = -b_1 \dot{\alpha} - c_1 \text{sign}(\dot{\alpha}) - b_2 (\dot{\alpha} - \dot{\theta}) - c_2 \text{sign}(\dot{\alpha} - \dot{\theta}) \quad (3.20)$$

L yerine yazılıp, (3.20) denklemini düzenlenirse:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} (m_{p1}l_{p1}^2 + J_1 + m_{p2}L_{p1}^2 + m_{p2}l_{p2}^2 + J_2 + 2m_{p2}L_{p1}l_{p2} \cos \theta) \\ - \ddot{x}_c (\cos \alpha (m_{p1}l_{p1} + m_{p2}L_{p1}) + m_{p2}l_{p2} \cos(\alpha + \theta)) \\ + (m_{p2}l_{p2}^2 + J_2 + m_{p2}L_{p1}l_{p2} \cos \theta) \ddot{\theta} - 2m_{p2}L_{p1}l_{p2} \dot{\alpha} \dot{\theta} \sin \theta \\ - (m_{p1}l_{p1} + m_{p2}L_{p1}) g \sin \alpha - m_{p2}g l_{p2} \sin(\alpha + \theta) - m_{p2}L_{p1}l_{p2} \dot{\theta}^2 \sin \theta \\ = -b_1 \dot{\alpha} - c_1 \text{sign}(\dot{\alpha}) - b_2 (\dot{\alpha} - \dot{\theta}) - c_2 \text{sign}(\dot{\alpha} - \dot{\theta}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

θ durum değişkeni için (3.16) eşitliği uygulandığında Denklem (3.22)'deki ifade elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -b_2 (\dot{\theta} - \dot{\alpha}) - c_2 \text{sign}(\dot{\theta} - \dot{\alpha}) \quad (3.22)$$

L yerine yazılıp, (3.22) denklemini düzenlenirse:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} (m_{p2}l_{p2}^2 + J_2) - \ddot{x}_c \cos(\alpha + \theta) m_{p2}l_{p2} + (m_{p2}L_{p1}l_{p2} \cos \theta + m_{p2}l_{p2}^2 + J_2) \ddot{\alpha} \\ + m_{p2}L_{p1}l_{p2} \dot{\alpha}^2 \sin \theta - m_{p2}g l_{p2} \sin(\alpha + \theta) = -b_2 (\dot{\theta} - \dot{\alpha}) - c_2 \text{sign}(\dot{\theta} - \dot{\alpha}) \end{aligned} \quad (3.23)$$

(3.19), (3.21), (3.23) denklemleri sistemin matematiksel modelini oluşturmaktadır. Bu üç doğrusal olmayan denklem sistemin hareket denklemleridir. Denklemlerin daha sade ifade edilebilmesi için Tablo 3.1'de verilen kısaltmalar ile denklemler yeniden düzenlenmiştir.

Tablo 3.1. Sistemin doğrusal olmayan dinamik denklemlerinde kullanılan kısaltmalar

Kısaltma	Karşılığı
a_0	$m_c + m_{p1} + m_{p2}$
a_1	$m_{p1}l_{p1} + m_{p2}L_{p1}$
a_2	$m_{p2}l_{p2}$
a_3	$m_{p1}l_{p1}^2 + J_1 + m_{p2}L_{p1}^2 + m_{p2}l_{p2}^2 + J_2$
a_4	$m_{p2}L_{p1}l_{p2}$
a_5	$m_{p2}l_{p2}^2 + J_2$

Kısaltmaların kullanılması ile ÇTS sisteminin doğrusal olmayan matematiksel modeli tekrar düzenlenir:

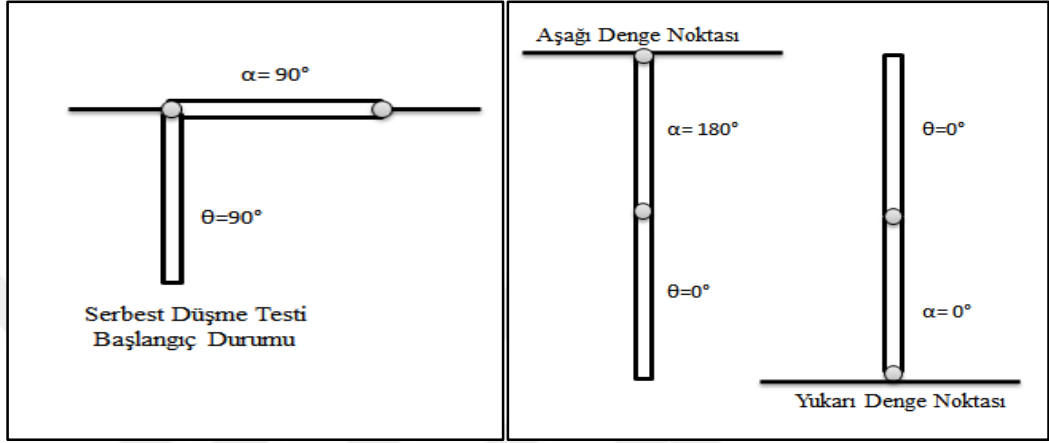
$$\begin{aligned}
 F_c &= a_0 \ddot{x}_c - a_1 \ddot{\alpha} \cos \alpha + a_1 \dot{\alpha}^2 \sin \alpha - a_2 (\ddot{\alpha} + \ddot{\theta}) \cos(\alpha + \theta) + a_2 (\dot{\alpha} + \dot{\theta})^2 \sin(\alpha + \theta) + c \dot{x}_c \\
 0 &= -(a_1 \cos \alpha + a_2 \cos(\alpha + \theta)) \ddot{x}_c + (a_3 + 2a_4 \cos \theta) \ddot{\alpha} + (a_5 + a_4 \cos \theta) \ddot{\theta} - 2a_4 \dot{\alpha} \dot{\theta} \sin \theta \\
 &- ga_1 \sin \alpha - ga_2 \sin(\alpha + \theta) - a_4 \dot{\theta}^2 \sin \theta + b_1 \dot{\alpha} + c_1 \text{sign}(\dot{\alpha}) + b_2 (\dot{\alpha} - \dot{\theta}) + c_2 \text{sign}(\dot{\alpha} - \dot{\theta}) \quad (3.24) \\
 0 &= a_5 \ddot{\theta} - a_2 \cos(\alpha + \theta) \ddot{x}_c + (a_5 + a_4 \cos \theta) \ddot{\alpha} + a_4 \dot{\alpha}^2 \sin \theta - ga_2 \sin(\alpha + \theta) + b_2 (\dot{\theta} - \dot{\alpha}) \\
 &+ c_2 \text{sign}(\dot{\theta} - \dot{\alpha})
 \end{aligned}$$

Denklem (3.24)'den görüldüğü üzere ÇTS sistem dinamiği doğrusal olmayan üç denklemden meydana gelmektedir.

Sistemin dinamik modeli elde edildikten sonra elde edilen modelin doğruluğu kontrol edilmelidir. Bunun için Simulink ortamında sistemin modeli oluşturulur ve davranış biçimi analiz edilir. Davranış biçiminin çift ters sarkaç sistemi ile örtüşüp örtüşmediği kontrol edilir.

Çubukların belli bir açıdan serbest bırakıldığını düşünelim. Yapılan işlem serbest düşme testi olarak da adlandırılır. Serbest düşme durumunda çubuklar salınım yaparak belli bir süre sonra aşağı denge noktasında hareketsiz kalırlar. Fakat sürtünmesiz bir ortam olduğu varsayılsa; bu ortamda çubuklar sonsuza kadar salınacaklardır. Salınımın sönümlenmesine eklemlerdeki sürtünmeler sebep olmaktadır. Sürtünme miktarına göre çubukların kararlı denge noktasına varma süresi değişmektedir. Ayrıca serbest düşme durumunda sisteme herhangi bir tork uygulanmamaktadır yani sistemin girişi sıfırdır.

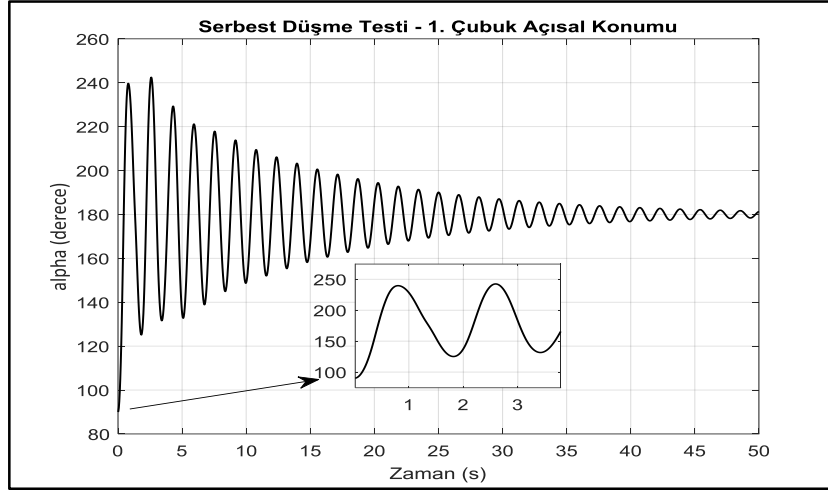
Simulink modelinde birinci çubuğun açısal konum başlangıç değeri 45° , ikinci çubuğun açısal konum başlangıç değeri ise 15° olarak belirlenmiştir. Sistem girişi de 0 olarak ayarlanmıştır. Dikkat edilmesi gereken α için referans düzlem y eksenidir θ için referans düzlem birinci çubuğun düzlemidir. Yani birinci çubuğa göre ikinci çubuğun açısı ölçülmektedir.



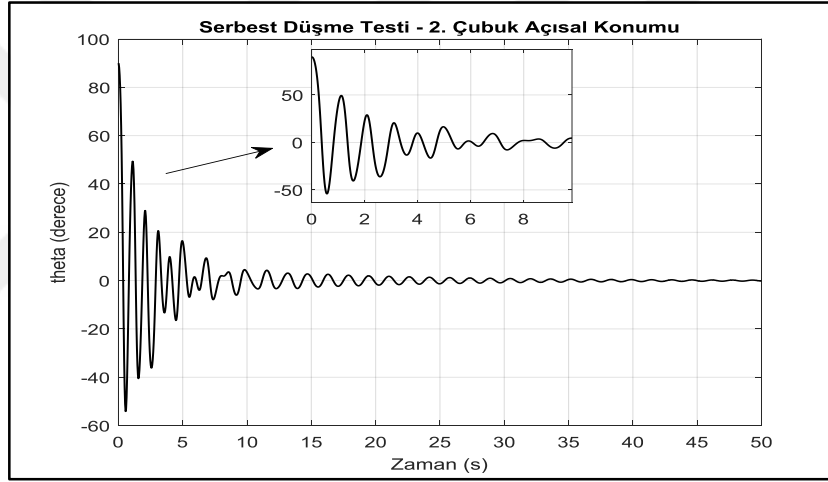
Şekil 3.2. Çubukların serbest düşme testi başlangıç durumu ve sistemin denge noktaları

Model çalıştırılıp, çıkışlar incelendiğinde α açısının başlangıç açısından itibaren salınmaya başladığı ve 180° 'de sönümlendiği, θ açısının ise 0° 'de sönümlendiği gözlenmiştir. Elde edilen sonuç doğrudur çünkü çubuklar aşağı konumda iken $\alpha = 180^\circ$, $\theta=0^\circ$ 'dir. Farklı başlangıç durumlarında çubukların hareketi incelenebilir. Ayrıca çubuklar salınıp, sönümlenirken araba da bu harekete bağlı olarak çok küçük miktarlarda sağa sola hareket eder.

Çubukların denge durumlarındaki değerleri ve çubukların hangi konumdan serbest bırakıldıkları Şekil 3.2'de ayrıntılı görülmektedir.



Şekil 3.3. Serbest düşme testi sonucu birinci çubuğun açısal konumu



Şekil 3.4. Serbest düşme testi sonucu ikinci çubuğun açısal konumu

Serbest bırakılma sonucu çubukların yaptığı hareket Şekil 3.3 ve 3.4'de görülmektedir. Şekillerden de görüldüğü üzere çubuklar belli bir süre salınım yaptıktan sonra kararlı denge noktalarına sönümlenmişlerdir.

3.2. Doğrusallaştırma

Sistemi tanımlayan dinamik denklemler doğrusal değildir. Doğrusal olmayan model yerine daha kolay kontrol tasarımı yapılmasına imkan tanıyan doğrusal modele geçiş yapılabilir. Ayrıca bu çalışmada kullanılacak kontrol yapısı doğrusal sistemler için geçerlidir. Dolayısıyla doğrusallaştırma yaparak sistemin doğrusal modelinin elde edilmesi gereklidir.

Sistemin kararlı ve kararsız olmak üzere iki denge noktası vardır: $\alpha=\pi$, $\theta=0$ (çubuklar aşağı yönde ve sistem kararlı), $\alpha=0$, $\theta=0$ (çubuklar yukarı yönde ve sistem kararsız). Bu çalışmada ele alınan kontrol problemi kararsız denge noktasında geçerlidir. Dolayısıyla doğrusallaştırma bu denge noktası için yapılmalıdır. Bu nedenle kararsız denge noktası için Denklem (3.25)' de verilen küçük açı yaklaşımı kullanılarak sistemin doğrusal olmayan matematiksel modeli doğrusallaştırılacaktır. Küçük açılarla yapılan ölçümlerde kolaylık sağlaması açısından bu yaklaşım kullanılmaktadır. Ayrıca dengeleme noktasında konum ve hız değişkenlerinin değerinin 0 olması beklenmektedir. Coulomb sürtünme kuvveti karakteristiğine bakıldığında [Şekil 2.16] hızın sıfır olduğu noktada sürtünmenin de sıfıra eşit olduğu görülür. Bu nedenle doğrusallaştırma civarında da hız sıfır olacağı için Coulomb sürtünmesinin etkisi ortadan kalkar. Dolayısıyla doğrusal olmayan modelde yer alan bu sürtünme etkisi doğrusal modelde ortadan kalkar.

$$\begin{aligned}\sin \alpha &\approx \alpha, \sin \theta \approx \theta, \sin(\alpha + \theta) \approx \alpha + \theta \\ \cos \alpha &\approx \cos \theta \approx 1, \cos(\alpha + \theta) \approx 1 \\ \dot{\alpha}^2 &\approx \dot{\theta}^2 \approx 0, (\dot{\alpha} + \dot{\theta})^2 \approx 0\end{aligned}\quad (3.25)$$

Elde edilen doğrusal model:

$$\begin{aligned}F_c &= a_0 \ddot{x}_c - (a_1 + a_2) \ddot{\alpha} - a_2 \ddot{\theta} + c \dot{x}_c \\ 0 &= -(a_1 + a_2) \ddot{x}_c + (a_3 + 2a_4) \ddot{\alpha} + (a_5 + a_4) \ddot{\theta} - g a_1 \alpha - g a_2 (\alpha + \theta) + b_1 \dot{\alpha} + b_2 (\dot{\alpha} - \dot{\theta}) \\ 0 &= a_5 \ddot{\theta} - a_2 \ddot{x}_c + (a_5 + a_4) \ddot{\alpha} - g a_2 (\alpha + \theta) + b_2 (\dot{\theta} - \dot{\alpha})\end{aligned}\quad (3.26)$$

Doğrusal modelin matris formunda gösterimi:

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 & -(\alpha_1 + \alpha_2) & -\alpha_2 \\ -(\alpha_1 + \alpha_2) & (\alpha_3 + 2\alpha_4) & (\alpha_5 + \alpha_4) \\ -\alpha_2 & (\alpha_5 + \alpha_4) & \alpha_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_c - c \dot{x}_c \\ \alpha_1 g \alpha + \alpha_2 g (\alpha + \theta) - b_1 \dot{\alpha} - b_2 (\dot{\alpha} - \dot{\theta}) \\ \alpha_2 g (\alpha + \theta) - b_2 (\dot{\theta} - \dot{\alpha}) \end{bmatrix}\quad (3.27)$$

Burada dikkat edilmesi gereken husus yapılan kabullerin sarkaç açılarının 0° civarında iken geçerli olduklarıdır. Bu civardan uzaklaşıldığında yapılan doğrusallaştırma artık geçerli olmayacaktır. Ancak bu çalışmada, kontrolörün çalışma bölgesi 0° civarında olduğu için bu kısıt bir problem yaratmayacaktır.

3.3. Durum Uzayı Modeli

Modellemede sistemin dinamik davranışları diferansiyel denklem formunda tanımlandı; bir başka sistem dinamiği tanımlama formu ise durum uzayı modelidir. Durum uzayı modeli sistemin dinamik davranışını tanımlayan durum denklemlerinden meydana gelmektedir. Sarkaçların dengelenmesi için durum geri beslemeli kontrolör kullanılacağından bu modelin elde edilmesi gereklidir. Genel olarak bir sistemin durum uzay formunda gösterimi Denklem (3.28)'de görüldüğü gibidir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\tag{3.28}$$

x: durum vektörü

u: giriş vektörü

y: çıkış vektörü

Arabalı çift ters sarkaç sisteminin durum değişkenleri araba konumu – hızı ve her iki çubuğun açısal konumu – hızıdır. Çıkış değişkenleri ise araba konumu ve çubukların açısal konumudur. Bu değişkenler Denklem (3.29)' de verilmiştir. Bu değişkenler arasında gerekli değişken dönüşümleri Denklem (3.30)'da verilen şekilde yapılmalı ve denklemler buna göre yeniden düzenlenmelidir.

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c \\ \alpha \\ \theta \\ \dot{x}_c \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad y = [x_c \quad \alpha \quad \theta]\tag{3.29}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_5 &= x_6\end{aligned}\tag{3.30}$$

Denklem (3.27) ifadesi aşağıdaki hale getirilir:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \text{inv} \begin{bmatrix} \alpha_0 & -(\alpha_1 + \alpha_2) & -\alpha_2 \\ -(\alpha_1 + \alpha_2) & (\alpha_3 + 2\alpha_4) & (\alpha_5 + \alpha_4) \\ -\alpha_2 & (\alpha_5 + \alpha_4) & \alpha_5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} F_c - c\dot{x}_c \\ \alpha_1 g \alpha + \alpha_2 g(\alpha + \theta) - b_1 \dot{\alpha} - b_2(\dot{\alpha} - \dot{\theta}) \\ \alpha_2 g(\alpha + \theta) - b_2(\dot{\theta} - \dot{\alpha}) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Denklem (3.31)'den çıkarılan denklemler durum değişkenlerine göre düzenlenirse ve sistem parametreleri yerine yazılırsa sistemin durum uzayı modeli Denklem (3.32)'de görüldüğü gibi elde edilir.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1,9351 & -1,0079 & -3,9269 & -0,0032 & 0,0008 \\ 0 & 73,4070 & -154,7904 & -24,5434 & -0,2501 & 0,0950 \\ 0 & -146,8140 & 533,3715 & 49,0868 & 0,7453 & -0,3125 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,9132 \\ 5,7078 \\ -11,4155 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = [000]$$

Elde edilen durum uzayı modelinden yola çıkılarak sistem transfer fonksiyonlarının elde edilmesi, kontrol algoritması geliştirilmesi, sistem karakteristiklerinin analizi vb. gerçekleştirilebilir.

3.4. Transfer Fonksiyonları

Transfer fonksiyonu, s-uzayında bir dinamik sistemin giriş ve çıkışı arasındaki dinamik ilişkiyi veren denklemdir. Yani sistem dinamiğini tanımlama yöntemlerinden biridir.

ÇTS sisteminde arabaya uygulanan kuvvet ile arabanın ve her iki çubuğun denge konumuna gelmesi istenmektedir. Buna göre sistemin girişi olarak arabaya kuvvet uygulanmakta ve sistemden çıkış olarak çubukların açısal konumları ve arabanın konumu elde edilmektedir. ÇTS sistemine ait 3 transfer fonksiyonu elde etmemiz gereklidir. Bu transfer fonksiyonları sisteme uygulanan kuvvet girişi ile sistemin her bir çıkışı arasındaki ilişkiyi verecektir.

Matlab'de sistemin durum uzay modelinden transfer fonksiyonları elde edilebilmektedir. Elde edilen sistem transfer fonksiyonları Denklem (3.33), (3.34) ve (3.35)'de verilmiştir.

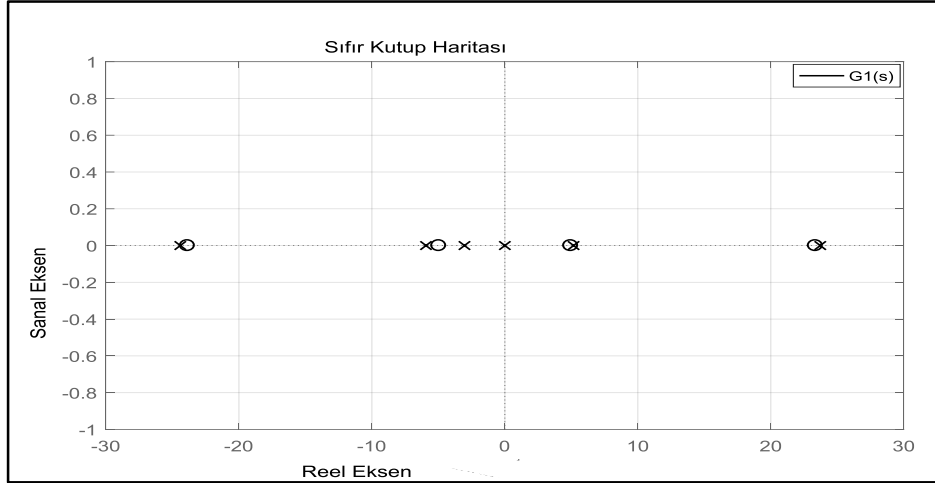
$$G_1(s) = \frac{x_c(s)}{F_c(s)} = \frac{0,9132s^4 + 0,4864s^3 - 531,6s^2 - 20,65s + 12530}{s^6 + 4,49s^5 - 604,7s^4 - 2313s^3 + 16340s^2 + 53880s} \quad (3.33)$$

$$G_2(s) = \frac{\alpha(s)}{F_c(s)} = \frac{5,708s^3 + 0,7001s^2 - 1277s - 0,2658}{s^5 + 4,49s^4 - 604,7s^3 - 2313s^2 + 16340s + 53880} \quad (3.34)$$

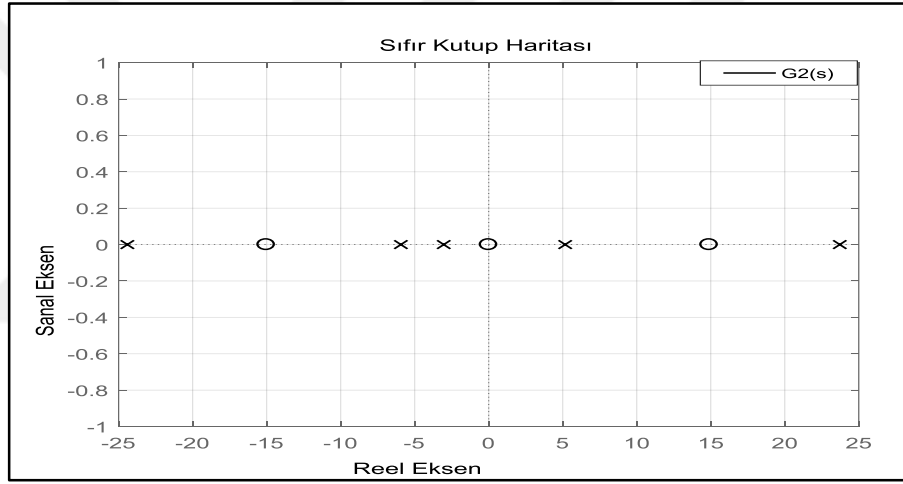
$$G_3(s) = \frac{\theta(s)}{F_c(s)} = \frac{-11,42s^3 + 1,398s^2 - 0,007023s - 0,02408}{s^5 + 4,49s^4 - 604,7s^3 - 2313s^2 + 16340s + 53880} \quad (3.35)$$

Transfer fonksiyonlarına ait sıfır-kutup noktaları aşağıdaki şekillerde görülmektedir. Şekil 3.5'de Denklem (3.33) ile verilen araba konumu - kuvvet transfer fonksiyonuna ait sıfır-kutup noktalarından görüldüğü üzere, altı kutuptan beşi ve fonksiyonun dört sıfırı reel eksen üzerinde, diğer kutup ise sıfırda bulunmaktadır. Sistem bu denge noktası için kararsızdır.

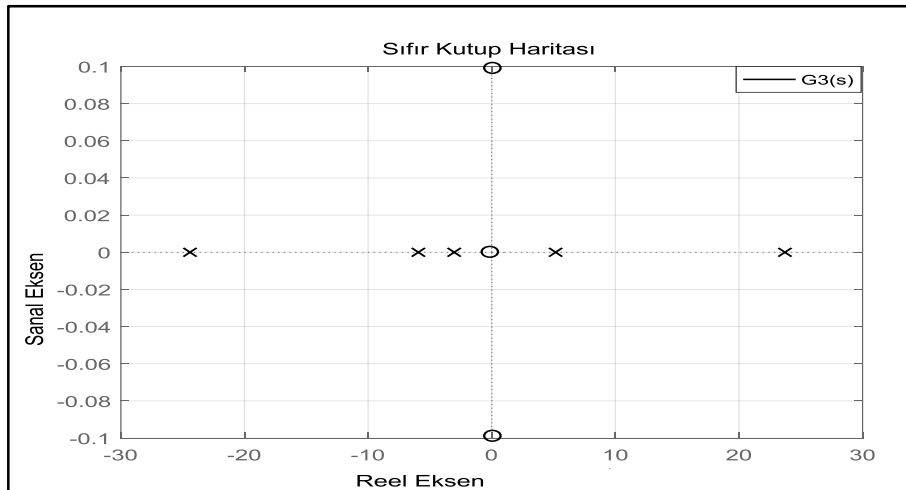
Şekil 3.6'da Denklem (3.34) ile verilen birinci çubuğun açısı-kuvvet transfer fonksiyonuna ait sıfır-kutup noktalarından görüldüğü üzere, sistemin bir sıfırı sıfır noktasında, diğer iki sıfır ve beş kutup reel eksen üzerinde bulunmaktadır. Sistem bu denge noktası için kararsızdır.



Şekil 3.5. Üst denge noktası için $x_c(s)/F_c(s)$ transfer fonksiyonunun kutup – sıfır noktaları



Şekil 3.6. Üst denge noktası için $\alpha(s)/F_c(s)$ transfer fonksiyonunun kutup – sıfır noktaları



Şekil 3.7. Üst denge noktası için $\theta(s)/F_c(s)$ transfer fonksiyonunun kutup – sıfır noktaları

Şekil 3.7’de Denklem (3.35) ile verilen ikinci çubuğun açısı-kuvvet transfer fonksiyonuna ait sıfır-kutup noktalarından görüldüğü üzere, sistemin bir sıfırı sıfır noktasında, diğer iki sıfırı sanal ekseninde, beş kutbu reel ekseninde bulunmaktadır. Sistem bu denge noktası için kararsızdır.

3.5. Sistem Analizi

Sistemin matematiksel modeli elde edildikten sonra kontrol problemine geçmeden önce sistemin karakteristik analizi gerçekleştirilmelidir. Bu analiz içerisinde kararlılık, kontrol edilebilirlik ve gözlenebilirlik kavramları mevcuttur. Analizler sonucunda üzerinde çalışılan sistemin tasarım hedefleri doğrultusunda bir çözümünün var olup olmadığı belirlenebilmektedir.

Sistemin belirlenmesi gereken ilk özelliklerinden biri kararlılıktır. Elde edilen ÇTS sistem transfer fonksiyonlarının sıfır-kutup grafiklerinden sistemin kararsız olduğu sonucuna varılmıştır. Kararlılık durumundan sonra sistemin kontrol edilebilirliği ve gözlenebilirliği üzerinde durulacaktır.

3.5.1. Kontrol edilebilirlik

Kontrol edilebilirlik, sistem durum matrislerinden A ve B’ye bağlıdır. Sistemin kontrol edilebilirliği Denklem (3.36)’deki eşitlikten yararlanılarak analiz edilebilir. Eşitliğin sol tarafındaki matris sistemin kontrol edilebilirlik matrisidir ve bu matrisin rankı durum değişken sayısına eşit ise sistem kontrol edilebilirdir.

$$\text{rank}[B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] = n \quad (3.36)$$

Sistemin elde edilen kontrol edilebilirlik matrisi Denklem (3.37)’de görülmektedir.

$$C_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13000 \\ 0 & 0 & 0 & 2000 & -12000 & 1286000 \\ 0 & 0 & 0 & -7000 & 37000 & -4177000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13000 & -119000 \\ 0 & 0 & 2000 & -12000 & 1286000 & -7723000 \\ 0 & 0 & -7000 & 37000 & -4177000 & 24662000 \end{bmatrix} \quad \text{rank}(C_o) = 6 \quad (3.37)$$

Kontrol edilebilirlik matrisinin rankı 6 olarak bulunmuştur. Arabalı çift ters sarkacın altı tane durum değişkeni vardır. Sistemin kontrol edilebilirlik matrisinin rankı, sistemin durum sayısına eşit olduğu için sistemin tüm durumları kontrol edilebilirdir. Sonuç olarak ÇTS, kontrol edilebilir bir sistemdir.

3.5.2. Gözlenebilirlik

Gözlenebilirlik, sistem durum matrislerinden A ve C'ye bağlıdır. Sistemin gözlenebilirliği Denklem (3.38)'deki eşitlikten yararlanılarak analiz edilebilir. Eşitliğin sol tarafındaki matris gözlenebilirlik matrisidir ve rankı durum değişken sayısına eşit ise sistem gözlenebilirdir.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (3.38)$$

Gözlenebilirlik matrisinin rankı 6 olarak bulunmuştur. Sistemin gözlenebilirlik matrisinin rankı, sistemin durum sayısına eşit olduğu için sistemin tüm durumları gözlenebilirdir. Sonuç olarak ÇTS, gözlenebilir bir sistemdir.

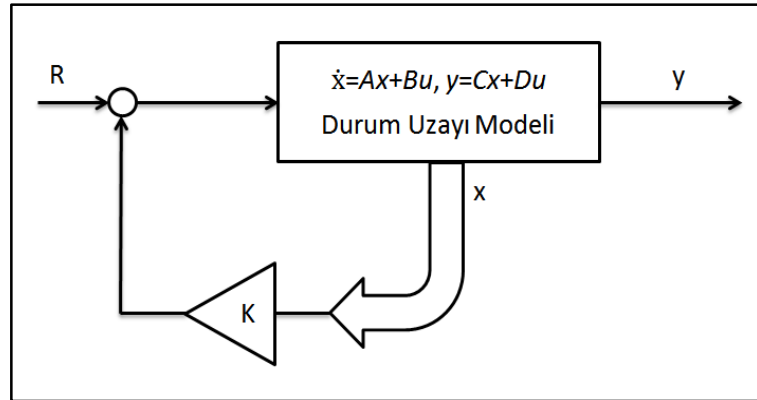
ÇTS' nin kontrol edilebilir ve gözlenebilir olduğu sonuçları ile tasarım hedefleri doğrultusunda bir çözümün var olduğu ve artık bu hedef doğrultusunda kontrolör yapısının geliştirilebileceği görülmektedir.

4. SİSTEM KONTROLÜ VE BENZETİM SONUÇLARI

Ters sarkaç sistemi doğrusal olmayan, kararsız, eksik tahrikli bir sistemdir. Bu özellikleri doğrultusunda kontrolü zor bir sistem olduğu açıkça görülmektedir. Dolayısıyla her denetleyici yapısı bu sistemin kontrolü için uygun olmamaktadır. Ayrıca ters sarkaç sisteminde kontrol problemi iki temel kısımdan (yükseltme, dengeleme problemi) oluştuğu için bu iki problemi çözen denetleyici yapıları da farklılık göstermektedir. Bu çalışmada arabalı çift ters sarkaç sistemine ait dengeleme kontrol problemi üzerine odaklanılmıştır. Dengeleme problemi için durum geri beslemeli kontrol uygun denetleyici yapıları arasındadır. Bu kontrol probleminde her iki sarkacın dengede tutulması istenen nokta kararsız denge noktasıdır.

Durum geri beslemeli kontrol yapısının temelinde sistemin kapalı çevrim kararsız kutuplarının sistemi kararlı hale getirecek noktalara atanması vardır. Kutup atamasının yapılabilmesi için sistemin durum değişkenlerinden ve kazanç matrisinden yararlanılmaktadır.

Durum geri beslemeli kontrol yönteminin en önemli avantajlarından biri kapalı çevrim sistem kutuplarının istenilen herhangi bir yere yerleştirilebilmesidir. Çıkış geri beslemeli kontrol yöntemlerinde kutuplar sadece belirli yerlere atanabilir.



Şekil 4.1. Durum geri beslemeli kontrol yapısı

Bu denetleyicinin sisteme uygulanabilmesi için sistemin tüm durum değişkenlerinin ulaşılabilir olması gerekmektedir. Çünkü Şekil 4.1'deki durum geri beslemeli kontrol yapısında da görüldüğü üzere durum değişkenleri geri beslenerek uygun bir durum geri besleme kazanç matrisi ile çarpılır ve referans giriş ile karşılaştırılır. Referans ve geri besleme farkı da durum uzayı modeline giriş olarak verilir.

Sistemin 6 durum değişkeni vardır fakat bu değişkenlerin hepsi direkt olarak elde edilememektedir. Enkoderlerden sadece araba konumu ve sarkaç açıları elde edilebilmektedir. Yani sistemde pozisyon bilgileri ölçülebilir. Ölçülemeyen veya hatalı ölçülen durum değişkenlerine erişebilmek için farklı yöntemler mevcuttur. Kontrolör yapısında bu yöntemlerden ayrıntılı bahsedilecektir.

4.1. Doğrusal Karesel Düzenleyici Yöntemi (LQR)

Durum geri beslemeli denetleyici tasarımında kritik noktalardan biri K matrisinin bulunmasıdır. LQR yöntemi bu amaçla kullanılan yöntemlerdendir. Bu yaklaşımda bir optimizasyon problemi çözülerek K matrisi elde edilmektedir. Denklem (4.1)'de verilen kontrol sinyalini optimize edecek optimal geri besleme katsayıları maliyet fonksiyonunun (J) minimize edilmesi ile bulunmaktadır.

$$u(t) = -Kx(t) \quad (4.1)$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (4.2)$$

Denklem (4.2)'de görülen maliyet fonksiyonu Q ve R olmak üzere iki parametreye bağlı olarak değişmektedir. Bu iki parametrenin seçimine bağlı olarak uygun kazanç matrislerinin elde edilmesi sağlanmaktadır. Q pozitif yarı – tanımlı bir matristir, R ise pozitif sabit bir sayıdır. Optimum kontrol sinyali, Denklem (4.3)'de verilen şekilde olmalıdır.

$$u(t) = -R^{-1} B^T P(t) x(t) = -Kx(t) \quad (4.3)$$

Bu denklemde görülen P cebirsel değeri ise Denklem (4.4)'de görülen Riccati diferansiyel denklemi yardımı ile elde edilir.

$$PA + A^T - PBR^{-1}P + Q = 0 \quad (4.4)$$

Riccati denkleminin çözümü olan P değeri ile artık K kazanç matrisi Denklem (4.5)'de görüldüğü gibi bulunabilir.

$$K = R^{-1}B^T P = [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4 \quad k_5 \quad k_6] \quad (4.5)$$

4.1.1. LQR kontrolör tasarımı

4.1.1.1. Ağırlık matrislerinin seçimi

Kazanç matrisinin elde edildiği optimizasyon probleminde optimize edilmeye çalışılan kriterler sistemin kontrolüne dair temel kriterlerdir. Bu kriterler arasında bir dengenin sağlanması ile kontrol problemi için en uygun çözümün elde edilmesi amaçlanmaktadır.

Kontrol sistemlerinde oldukça önem taşıyan kontrolör performans kriterleri mevcuttur. Bunlardan ilki: sistemin referansa yani istenen duruma gitmesi için geçen zamandır. Bu kriter regülasyonun ne kadar hızlı olduğunu gösterir. İkinci kriter ise sistemin kontrolü için harcanan enerji miktarıdır. Bu iki kriterin çalışma mantığı birbirleriyle terstir. Çünkü bir sistemden hızlı cevap alınması istenirse, kontrol sinyalinin yüksek tutulması gerekir bu da harcanan enerji miktarının artması anlamına gelmektedir. Ya da harcanan enerjinin az olması isteniyorsa, sistemden istenen cevap daha uzun sürede alınacaktır.

Kontrolü yapılacak olan sistemin özelliklerine veya kontrolörden beklenen özelliklere göre bu kriterlerin hangisinin öncelikli olacağı belirlenmelidir. Bir kriterin daha öncelikli olabileceği gibi iki kriter eşit öncelikli de olabilir.

Optimizasyon probleminin çözümü Q ve R parametrelerine bağlıdır. Bu parametrelerin seçiminin kontrolör performansına etkisi fazladır dolayısıyla seçimleri de oldukça önem taşımaktadır.

Kontrolör tasarlanırken $Q = R$ seçilirse, sistemin kontrolü için harcanan enerji miktarı ile sistemin referansa gitmesi için geçen zaman eşit önemdedir. $Q > R$ ise sistemin referansa olabildiğince hızlı gitmesi daha önemlidir. Yani sistemden hızlı cevap alabilmek için harcanacak enerjinin fazla olması göz ardı edilmektedir. $Q < R$

durumunda ise harcanan enerji miktarının az olması istenmektedir. Az enerji harcanması için sistem cevabının yavaş olması sorun teşkil etmemektedir. Q ve R ağırlık matrislerinin seçiminde bu durumlar göz önünde bulundurulmalıdır.

Kontrol sinyalinin durumu R parametresine göre değişmektedir. R parametresi ne kadar yüksek değerlikte seçilirse, üretilecek kontrol sinyali de o kadar düşük olacaktır. R'nin seçimi kontrol sinyal genliğinin ayarlanmasında pratiklik sağlamaktadır.

Q matrisi, sistem durum değişkenlerinin her birinin ağırlık katsayısını içermektedir. Bir durum değişkeninin ağırlık katsayısı ne kadar fazla ise o değişkenin kontrolü için o kadar fazla enerji gerekmektedir. Yani ağırlık katsayısı fazla olan değişkenin kontrolüne daha fazla ağırlık verilmektedir. Burada sistem özelliklerini bilmek önem taşımaktadır. Çünkü sistem durum değişkenlerinin özelliklerine göre hangi değişkene daha fazla ağırlık verilmesi gerektiği araştırmacı tarafından öngörülmalıdır.

Optimal ve kararlı bir kontrolör sağlamasına rağmen LQR, standart bir kontrol çözümü sağlayamaz. Optimizasyon probleminin birden fazla çözümü olabilir. Bu nedenle deneme yanılma yaparak istenen kontrol performansı elde edilebilir. Q ve R tasarım parametrelerinin farklı seçimleri, kapalı çevrim sistem için farklı kontrol performansları sağlamaktadır.

LQR kontrolörün dezavantajı, sistem kontrolü için en uygun Q ve R'yi verecek kesin bir yöntem bulunmamasıdır. Kullanılan yöntemler ise araştırmacı için doğru başlangıç noktasını belirlemeye yardımcı olmaktadır. Araştırmacı, başlangıç noktasından başlayarak en uygun Q – R'yi sistem modeli üzerinde testler gerçekleştirerek bulmaya çalışır. Tasarım kriterlerine en uygun kontrolörün elde edilebilmesi için ağırlık matrislerinde ayarlama yapar. Başlangıç noktasının doğru olması çözümü hızlı bir şekilde bulabilmek açısından araştırmacıya oldukça avantaj sağlamaktadır.

Tasarım hedeflerini karşılayabilecek bir ağırlık matrisi seçimi yapabilmek için kullanılan birkaç temel yöntem mevcuttur. Bunlardan ilki ve en basit olanı Q matrisinin, sistemin C durum matrisine bağlı olarak C^TC şeklinde seçilmesidir.

$$Q = C^T C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Denklem (4.6)'da C matrisinden yola çıkılarak elde edilen Q matrisi incelenecek olursa 3 elemanın değerinin 1 diğer tüm elemanların 0 değerinde olduğu görülecektir. Değeri 1 eleman olanlar sistemin çıkış değişkenlerinin ağırlık katsayısıdır diyebiliriz. LQR fonksiyonu sistemin tüm çıkışlarının kontrol edilmesini sağlar. Elde edilen Q matrisinin birinci satır birinci sütun elemanı araba konumunun, ikinci satır ikinci sütun elemanı birinci çubuğun konumunun, üçüncü satır üçüncü sütun elemanı ise ikinci çubuğun konumunun ağırlığını belirtmektedir. Q matrisindeki çıkış değişkenlerinin ağırlık katsayılarının değiştirilmesi ile kontrolörden istenen cevabın alınması sağlanabilir.

Ağırlık matrisi seçiminde kullanılan bir diğer yöntem literatürde “Bryson’s Rule” [20] olarak adlandırılmaktadır. Bu yöntemde Q ve R, Denklem (4.7)'de verilen ifadelerle seçilebilir. İlk yöntemde sadece sistem çıkışlarına ağırlık katsayısı verilmişti fakat sistemin sadece çıkışlarına değil tüm değişkenlerine ağırlık verilebilir. n durumlu bir sistemde her bir durum değişkeninin ağırlık katsayısı o değişkenin maksimum kabul edilebilir hata miktarına göre belirlenebilmektedir. R değerinin belirlenmesi ise kontrol sinyalinin maksimum değerine bağlıdır.

$$Q_{ii} = \frac{1}{(x_{i\max})^2}, i = 1, 2, \dots, n \quad R = \frac{1}{(u_{\max})^2} \rho \quad (4.7)$$

Örneğin; bir sistemdeki araba konumu için maksimum kabul edilebilir hata miktarı 0.1 m olsun. Bu durumda “Bryson’s Rule” yöntemine göre Q matrisinde araba konumunun ağırlık katsayısı 100 seçilebilir. Burada önemli olan değişkenlerin birimlerine dikkat ederek katsayıların belirlenmesidir. Ayrıca sisteme uygulanabilecek maksimum gerilim değerinin 7 V olduğunu varsayalım. Bu durumda R parametresi $(1/49)\rho$ olarak bulunabilir.

Bu yöntem uygun kontrolör seçimi için olası başlangıç noktasını verir. Sistem çıkışına göre istenen çıkışın elde edilebilmesi için de parametre ayarı yapılır.

4.1.1.2. ÇTS sistemi için durum geri besleme kazancının bulunması

Kontrolün başarısı ağırlık matrislerinin (Q,R) seçimine bağlıdır. Eğer seçim uygun olarak yapılmamışsa elde edilen çözüm, sistemin gereksinimlerini karşılamayabilir. Uygun seçim yapılabilmesi için sistem yapısının analizi gereklidir.

ÇTS sistemine bakıldığında bazı kısıtlar olduğu görülmektedir. Arabanın yatayda hareket edeceği alan sınırlıdır. Arabanın hareket alanına göre kontrolörün davranış biçimi de değişecektir. Araba konumunun sınırı olduğu için bu sistem değişkeninin ağırlık katsayısı çok düşük tutulmamalıdır. Çubuk açılarının ve araba konumunun dengeleme probleminin çalışma aralığında bulunması gerekmektedir. Yani bu sistem çıkışlarının fiziksel sınırları mevcuttur. Fakat hız değişkenleri için bir sınırlama söz konusu değildir. Dolayısıyla pozisyon değişkenlerinin ağırlık katsayıları hız değişkenlerine göre çok yüksek tutulmalıdır. Ayrıca servo motora uygulanabilecek gerilim ± 10 V aralığındadır. Bu da kontrol sinyalinin sınırlandırılması anlamına gelmektedir. R, bu duruma göre seçilmelidir.

Çubuklar düşmeye başlarsa buna bağlı olarak arabanın doğrusal hızı çok hızlı bir şekilde değişecektir. Bu istenmeyen bir durumdur. Bu nedenle bu durumun engellenmesi için araba hız değişkeninin ağırlık katsayısı olabildiğince düşük seçilmelidir.

Başlangıçta, Q basitçe $C^T C$ seçilmiştir. Yani Q matrisi Denklem (4.6)'da görüldüğü gibidir. Sistem özelliklerine göre matris elemanları güncellenecektir. Çubukların açıları için kabul edilebilir maksimum hatanın 0,02 rad olduğunu varsayalım. Araba konumu ise 0,01 cm olsun. Bu durumda Q matrisi Denklem (4.8)'deki gibi elde edilir.

$$Q_{11} = \frac{1}{(0,01)^2} = 10000, Q_{22} = Q_{33} = \frac{1}{(0,02)^2} = 2500$$

$$Q = \begin{bmatrix} 10000k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2500k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2500k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

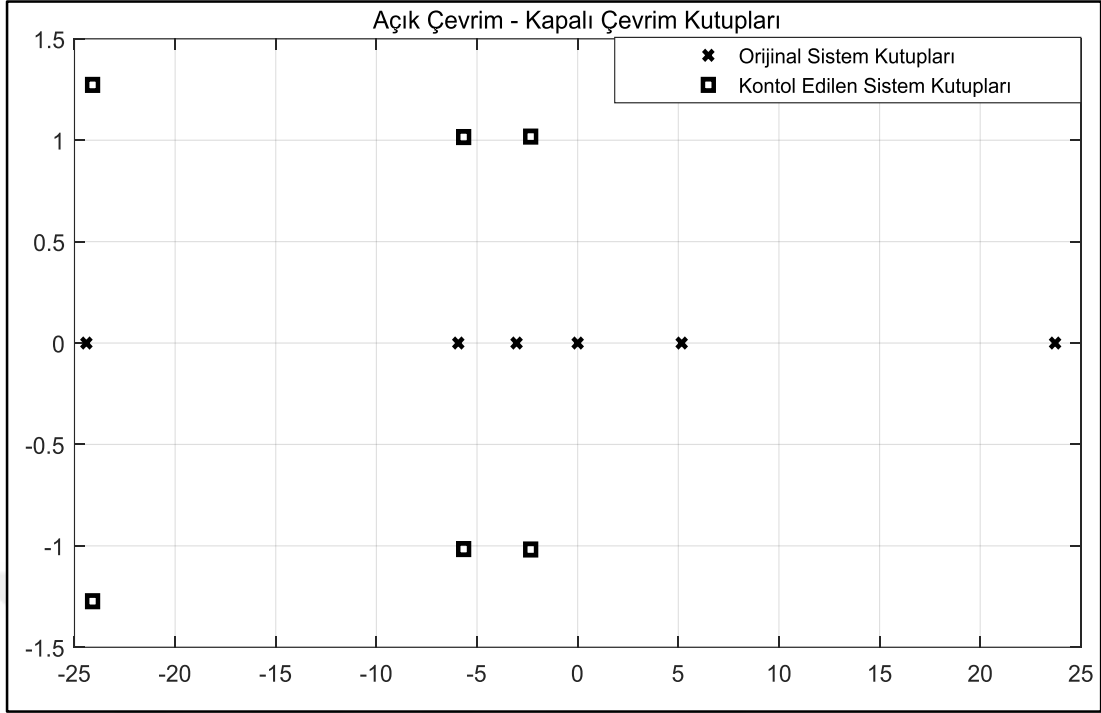
k katsayısı (1/100) olarak seçilirse Q matrisinin güncel hali Denklem (4.9)'da görüldüğü gibi olur. Ayrıca R = 1 olarak seçilirse bu ağırlık matrislerine göre kontrolör performansı incelenebilir.

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R = 1 \quad (4.9)$$

Denklem (4.9)'da verilen Q ve R parametrelerine göre elde edilen kazanç matrisi sistem Simulink modeline uygulanmış ve sistemin kontrolünün sağlandığı görülmüştür. Sisteme uygulanan kazanç matrisi Denklem (4.10)'da görülmektedir.

$$K = [10 \quad -42,4778 \quad -202,3475 \quad 7,1585 \quad -15,99 \quad -12,6586] \quad (4.10)$$

Şekil 4.2'de orijinal sistem kutupları ile kontrol sonucu elde edilen kutuplar görülmektedir. Grafikten de anlaşılacağı üzere kutuplar kontrol sonucunda kararsız noktalardan kararlı noktalara taşınmıştır. Yani durum geri beslemeli kontrol yapısının temelinde olduğu gibi sistemin durum değişkenlerinden ve kazanç matrisinden yararlanılarak kontrol sonucu sistemin kararsız kutupları sistemi kararlı hale getirecek noktalara atanmıştır. Elde edilen kazanç matrisi ile sistem kararlı hale gelmiştir fakat bu çözüm kontrol probleminin tek çözümü değildir. Farklı Q ve R seçimleri ile farklı performansta denetleyiciler elde edilebilir. Farklı Q ve R seçimlerinin sistem kontrolü üzerinde etkileri benzetim modelinde incelenecektir.



Şekil 4.2. Kararlı – kararsız sistem kutupları

4.1.2. LQR Simulink modeli

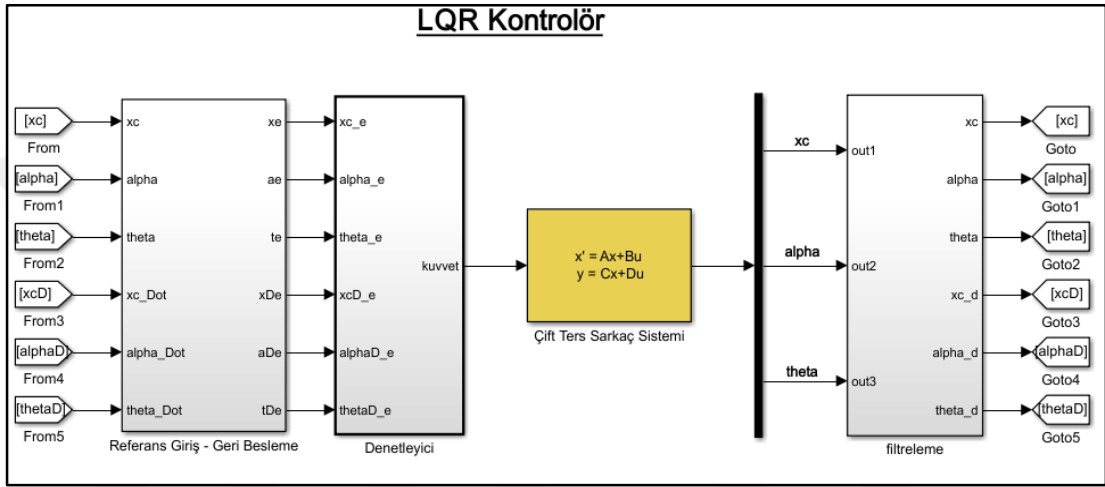
Durum uzayı modeli sistemin gerçek davranış biçimini içerdiğinden Simulink ortamında arabalı çift ters sarkaç sisteminin durum uzay matrislerinin benzetim modelinin oluşturulması ile sistem analizi kolaylıkla yapılabilir. Ayrıca bu benzetim modeline kontrolör yapısının eklenmesi ile de tasarlanan kontrolörün performansı incelenebilir ve gerekli düzeltmeler kolaylıkla yapılabilir.

Daha önce elde edilen sistem durum uzayı modeline LQR kontrolör yapısı uygulanmıştır. LQR kontrolör yapısının oluşturulduğu Simulink modeli Şekil 4.3'de görülmektedir.

Çift ters sarkaç sisteminin üç çıkışı vardır. Bunlar: arabanın konumu, birinci ve ikinci sarkaç açılarıdır. Dolayısıyla Simulink modelindeki durum uzayı bloğunun çıkışından da bu üç çıkış değişkeni elde edilir. Elde edilen pozisyon verilerine gerekli filtre işleminin uygulanması ile hız bilgileri elde edilmektedir. Böylece sistemin tüm durum değişkenleri erişilebilir durumdadır ve tam geri besleme sağlanabilmektedir.

Geri beslenen durum değişkenlerinin referanslarla karşılaştırılması ile her bir durum için hata bilgisi elde edilir. Bu hata verileri de kazanç matrisi ile çarpılır. Kontrolörün

performansı direkt olarak bu kazanç matrisi ile ilişkilidir. Kazanç matrisi de Q ve R ağırlık matrislerine bağlı olarak elde edilmektedir. Fakat ilk elde edilen kazanç matrisinin performansının çok iyi olması beklenemez. Çünkü daha önce bahsedilen ağırlık matrislerinin seçimi için izlenebilecek yollar sadece başlangıç noktasının belirlenmesine yardımcı olmaktadır. Bu başlangıç noktasından yola çıkılarak benzetim ortamında kontrolörün davranış biçimi incelenir ve iyileştirilmesi için ağırlık matrislerinde gerekli değişiklikler yapılarak, sonuçlar gözlenir.



Şekil 4.3. LQR kontrolör Simulink modeli

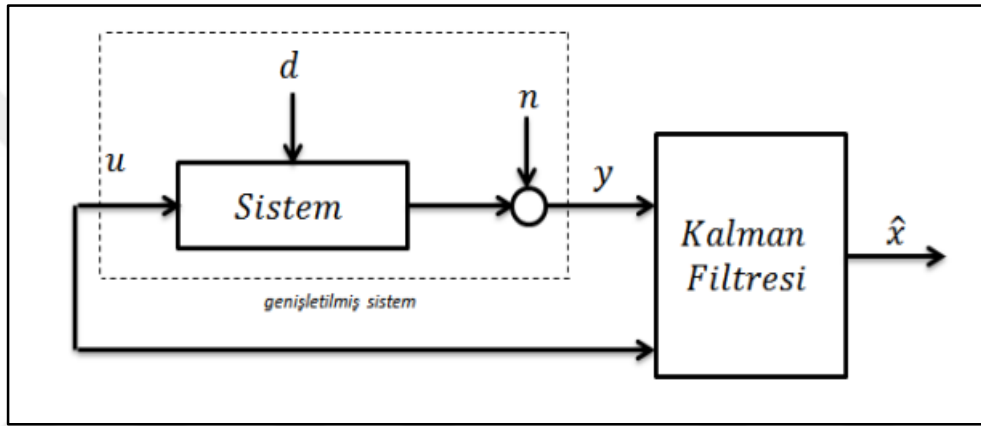
Benzetim ortamında, ağırlık katsayılarındaki değişimlerin değişkenlerin davranış biçimini nasıl etkilediği, kontrol sinyalindeki değişimler, değiştirilen koşulların kontrolörün performansına etkisi kolay bir şekilde gözlenebilir. Gözlenen durumlara göre de kontrolör tasarımı iyileştirilebilir. Aynı zamanda gerçek zamanlı kontrol uygulamaları için de benzetim çalışmaları referans niteliğindedir. Çünkü benzetim ortamında kontrolörün davranış biçiminin analizi yapılır ve gerçek zamanlı uygulamada da bu davranış biçiminin görülmesi beklenir. Beklenen davranış biçimine göre sistem üzerinde gerekli düzenlemeler yapılır.

4.2. Kalman Filtresi

Kalman filtresi (KF), doğrusal dinamik sistemlerde, modelin giriş ve çıkış bilgilerinden sistemin durumlarını tahmin edebilen bir filtredir [27]. KF' de genel amaç ortalama kestirim hatasının karesini en aza indirmeye yönelik bir algoritma ile durum değişkenlerinin hesaplanmasıdır [28]. Sisteme yönelik bozucu etkenler veya ölçülen çıkış değişkenlerine eklenen gürültüler olsa bile KF bu gürültülü

ölçümlerden değişkenlerin kestirimini gerçekleştirebilmektedir. KF, proses gürültüsü (W_d) ve ölçüm gürültüsü (W_n) altında en uygun sonucu vermektedir. KF algoritmasının geçerli olabilmesi için bu gürültülerin sisteme ilave edilmiş olması gerekmektedir. Şekil 4.4’de görüldüğü üzere ideal sisteme gürültüler eklenerek KF algoritması için gerekli olan genişletilmiş sistem yapısı oluşturulmaktadır. Genişletilmiş sistemin durum uzay modeli Denklem (4.11)’de verilmektedir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + V_d d + 0n = Ax + Bu + W_d \\ y &= Cx + 0u + 0d + V_n n = Cx + W_n\end{aligned}\quad (4.11)$$



Şekil 4.4. Kalman filtresinin çalışma yapısı

Genişletilmiş sistemin 3 adet giriş sinyali (u , d , n) bulunmaktadır. Bu giriş sinyallerine göre de B ve D matrisleri güncellenmektedir. Kalman filtresinin durum uzayı formundaki dinamik denklemini Denklem (4.12)’de görülmektedir.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_f (y - \hat{y}), \hat{y} = C\hat{x}\quad (4.12)$$

K_f , Kalman filtre kazancıdır ve Denklem (4.13)’teki şekilde elde edilmektedir.

$$K_f = PC^T R^{-1}\quad (4.13)$$

R, çıkış kovaryans matrisidir. P cebirsel sabiti ise Riccati denklemi yardımı ile hesaplanmaktadır.

\hat{x} , KF ile tahmin edilen durum değişkenlerini, \hat{y} ise sistemin gerçek çıkışı için yapılan tahmini ifade etmektedir.

Denklem (4.12)'den ve $e = \hat{x} - x$ eşitliğinden yararlanılarak aşağıdaki ifade elde edilmektedir.

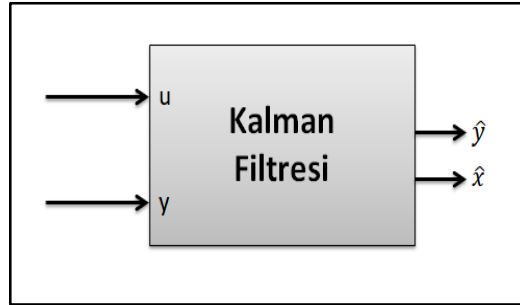
$$\dot{e} = (A - K_f C)e \quad (4.14)$$

Denklem (4.14) incelendiğinde KF tasarımının durum geri beslemeli kontrolde olduğu gibi bir kutup atama problemi olarak ortaya çıktığı görülmektedir. (A, C) matris çifti gözlenebilir bir çiftse, $(A - K_f C)$ 'nin özdeğerlerini istenilen yere atayan bir K_f kazanç matrisi belirlenerek uygun bir KF tasarımı gerçekleştirilir.

4.2.1. Kalman Filtre Tasarımı

Kalman filtresi, değişkenleri tahmin edilecek sistemin girişini ve çıkış değişkenlerini kullanarak tahmin işlemi gerçekleştirmektedir. Şekil 4.5'de bahsedilen giriş ve çıkışlar görülmektedir.

Kalman filtresi tasarımında, ÇTS sisteminin durum uzay modelinden yola çıkılarak Kalman filtresinin durum uzayı formundaki dinamik denkleminin elde edilmesi gereklidir. Bunun için de öncelikle ÇTS sistem modelinin genişletilmesi gerekmektedir.



Şekil 4.5. Kalman filtresi giriş - çıkışları

ÇTS modelinin sistem girişini sadece kontrol sinyali (u) oluşturmaktadır. Ancak KF, işlem ve ölçüm gürültülerini de göz önünde bulundurarak durum kestirimi yapmaktadır. Bu yüzden ÇTS sistem modeline gürültülerin dahil edilmesi ile gürültü etkilerini içeren genişletilmiş sistem modeli elde edilir. Elde edilen modelde sistem girişini kontrol sinyali ile birlikte gürültüler de oluşturmaktadır. Ayrıca sistem çıkışlarında oluşabilecek gürültü etkisini de modele dahil etmek için modelin çıkış

denklemleri güncellenir. Yani ÇTS sisteminin durumlarını tahmin edecek Kalman filtresinin durum uzay modeli Denklem (4.12)'de görüldüğü şekilde elde edilir.

ÇTS sisteminin araba ve çubukların konumu olmak üzere toplam 3 çıkışı bulunmaktadır. Bu çalışmada kullanılan Kalman filtresi, ÇTS sisteminin tüm çıkışlarına bağlı olarak tasarlanmıştır. Bu nedenle her bir sistem çıkışının Kalman filtresine giriş olarak iletilmesi gerekmektedir. Sistem çıkışlarının yanı sıra denetleyici çıkış sinyali de filtreye iletilecektir.

Kalman filtre tasarımının, durum tahmini yapılan sistemin tüm çıkışlarına bağlı olarak yapılması şart değildir. Sadece bir çıkış kullanılarak da tüm durumların kestirimi gerçekleştirilebilir. Gerçek zamanlı uygulamalarda bu durum oldukça avantaj sağlamaktadır. Çünkü sistemin her bir çıkışı ölçülebilir durumda olmayabilir. Bu durumda Kalman filtresi ölçülebilir bir çıkışla, ölçülemez durumda olan değişkenlerin de tahminini gerçekleştirebilir.

ÇTS sistemi doğrusal olmayan ve kararsızlığı oldukça yüksek bir sistemdir. Bu nedenle denetleyicinin sistemi kontrol edebilmek için kararlı yapıda çalışması gerekmektedir. Kontrol sinyalinde çok kısa bir zaman aralığında bile uygun olmayan değerler yer alırsa çubuklar dengesini kaybedip, yere düşebilir. Bu yüzden tasarlanan filtrenin çok hassas çalışması gerekmektedir. ÇTS sisteminin tüm çıkış değişkenlerinin değerleri enkoderlerle ölçülmektedir. KF yapısı, girişine iletilen sinyallere göre işlemektedir. Dolayısıyla sistemin üç çıkış sinyali de Kalman filtresine iletilirse; bu çıkış sinyallerine bağlı olarak bir kestirim gerçekleşecek ve KF daha hassas çalışacaktır.

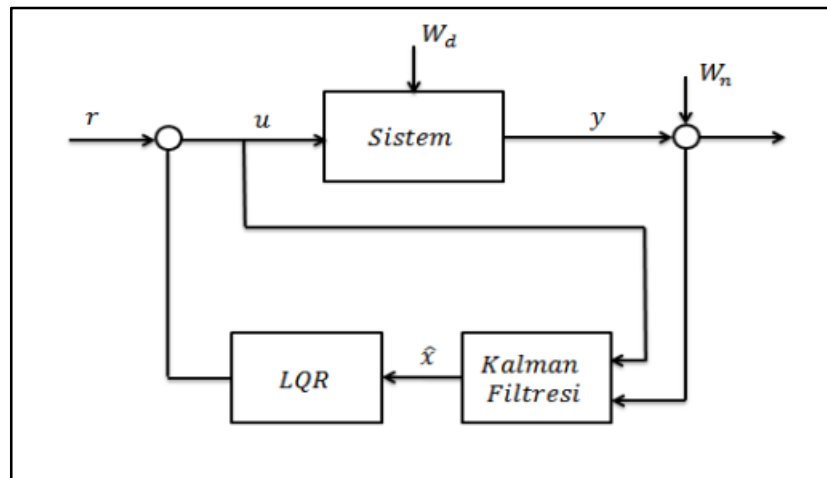
Durum uzay modeli dışında Kalman filtresi için kritik diğer parametreler gürültü kovaryans matrisleridir. Benzetim çalışmalarında, araştırmacı tarafından kovaryansı belli olan gürültüler modele dahil edildiğinden gürültü kovaryans matrislerinin belirlenmesi de zor değildir. Fakat gerçek zamanlı uygulamalarda oluşabilecek gürültülerin analizi oldukça zordur. Bu nedenle gürültü analizi yerine bazı yaklaşımlar kullanılarak, sistem gereksinimlerini karşılayabilecek matrisler seçilebilir.

Q_n ve R_n gürültü kovaryans matrisleri, sisteme etki eden gürültünün durumuna göre üç farklı yaklaşımla seçilebilir. Model ile ilgili problemlerin daha baskın olduğu durumlarda $Q_n > R_n$, ölçüm ile ilgili problemlerin daha baskın olduğu durumlarda $Q_n < R_n$, gürültülerin etkilerinin eşit olduğu durumlarda ise $Q_n = R_n$ olacak şekilde seçilebilir [29].

4.3. Doğrusal Karesel Gaussian Yöntemi (LQG)

Durum geri beslemeli kontrolörde tüm durum değişkenlerinin ölçülebilir, erişebilir durumda olması gerekmektedir. Ancak sistemlerin fiziksel olarak gerçekleştirilmesiyle bu her zaman mümkün olmamaktadır. Bazı durum değişkenleri ölçülemez durumdadır. Eğer sistem gözlenebilir ise ölçülemez durum değişkenlerinin, elde edilen ölçüm verileri kullanılarak kestirimleri mümkündür. Durum değişkenlerinin kestirimi, durum değişkeni ölçülebilir durumda olsa bile tercih edilebilmektedir [30]. Ölçüm sonucu elde edilen verilerin çok gürültülü olması, ölçüm cihazından kaynaklı ölçüm verisindeki hata oranının kestirimin hata oranından çok daha fazla olması tercih sebeplerindedir.

LQR kontrolörü için gerekli olan bazı durum değişkenlerinin kestirimi yapılacaksa Kalman filtresine ihtiyaç vardır. Böylece LQR kontrolöre Kalman filtresinin eklenmesiyle LQG kontrolör yapısı elde edilmektedir. Yani LQG, belirsizlik içeren ve tüm durum değişkenlerinin ölçülemediği sistemlerin optimal biçimde kontrolünü sağlamaya yönelik bir yöntemdir [31-36].



Şekil 4.6. LQG kontrol blok diyagramı

Şekil 4.6'daki LQG kontrol yapısında görüldüğü üzere Kalman filtresi sistemin girişine ve ölçülebilen çıkış değişkenlerine bağlı olarak tüm durum değişkenlerinin tahminini gerçekleştirmektedir. Tahmin edilen durum değişkenleri, LQR ile elde edilmiş uygun kazanç matrisi ile çarpılarak kontrol sinyalini oluşturmaktadırlar. LQR yöntemindeki $u = -Kx$ kontrol sinyalinin yerini LQG'de $u = -K\hat{x}$ almaktadır [37].

Kontrol sinyali ($u = -K\hat{x}$) proses gürültüsü eklenmiş sistemin durum uzayı modeline uygulandığında, kapalı çevrim modeli Denklem (4.15)'deki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} u &= -K\hat{x}, \dot{x} = Ax - BK\hat{x} + W_d \\ \hat{x} &= x - (x - \hat{x}) \\ \dot{\hat{x}} &= Ax - BKx + BK(x - \hat{x}) + W_d \end{aligned} \quad (4.15)$$

KF için durum uzayı modeli ise Denklem (4.16)'da görülmektedir.

$$\dot{\varepsilon} = (A - K_f C)\varepsilon + W_d - K_f W_n \quad (4.16)$$

Verilen iki ayrı model, tek model haline indirgenirse; yeni durum uzayı modeli Denklem (4.17)'deki gibi elde edilmektedir.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A - BK) & BK \\ 0 & (A - K_f C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & 0 \\ I & -K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_d \\ W_n \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

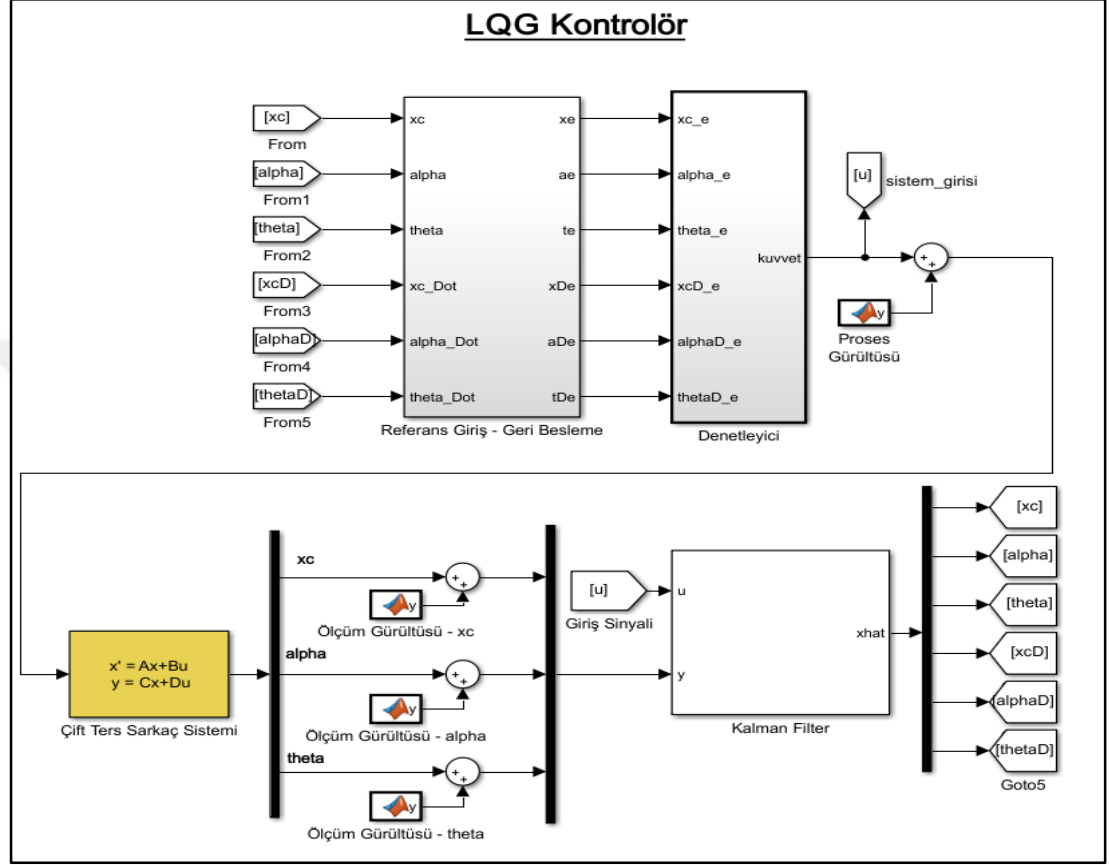
Yeni modelin hem LQR hem de KF özdeğerlerini içerdiği görülmektedir. Yani LQR ve KF ile LQG kontrolör yapısı oluşmaktadır.

4.3.1. LQG kontrolör tasarımı

LQR kontrolör tasarımında Q ve R ağırlık matrislerinin uygun seçimi ile sistemin kontrolünü sağlayabilecek bir kazanç matrisi elde edilmektedir [38]. Kalman filtresinin tasarımında, sistem değişkenlerinin durum kestirimini başarıyla yapacak KF durum uzayı modeli elde edilmektedir. Ayrı ayrı tasarlanan bu iki yapı birleştirilerek tek bir yapı olarak kullanılabilir. Bu yapı da LQG kontrol yapısıdır. Böylece LQR ve KF tek model haline indirgenerek; LQG denetleyicinin durum uzayı modeli elde edilir.

4.3.2. LQG Simulink modeli

Daha önce Simulink ortamında hazırlanan LQR modeli üzerinde gerekli düzenlemeler yapılarak LQG Simulink modeline geçiş yapılacaktır.



Şekil 4.7. LQG kontrolör Simulink benzetim modeli

LQG kontrolör yapısı, LQR ve Kalman filtresinden oluşmaktadır. LQR modelinde; sistemin pozisyon değişkenleri durum uzayı modelinden, hız değişkenleri ise pozisyon bilgilerinin türevinden elde edilmektedir. LQG yapısında ise sistemin tüm durum değişkenlerine Kalman filtresi çıkışından erişilebilir.

Kalman filtresinden elde edilen sistem değişkenleri geri beslenerek referans değerlerle karşılaştırılır ve her bir durumun hata bilgisi elde edilir. Bu hata bilgileri de kazanç matrisi ile çarpılır.

Şekil 4.7'de LQG kontrolör Simulink benzetim modeli görülmektedir. LQR yapısı; Kalman filtresi eklenerek LQG yapısına uyarlanmıştır. Modelde görüldüğü üzere ÇTS sistem girişi ve çıkışları Kalman filtresinin girişlerini oluşturmaktadır. Bu

çalışmada kullanılan Kalman filtresi, ÇTS sisteminin tüm çıkışlarına bağlı olarak tasarlanmıştır. Dolayısıyla her bir sistem çıkışı filtreye iletilmiştir.

Modele işlem ve ölçüm gürültüsü de eklenmiştir. İşlem gürültüsü giriş sinyaline, ölçüm gürültüleri de her bir sistem çıkışına etki etmektedir. Kalman filtresinin işlem ve ölçüm gürültüsünün etkisi altında en uygun sonucu vermesi beklenmektedir. Tasarlanan filtrenin performansının daha iyi analiz edilebilmesi için modele bu gürültüler eklenmiştir.

Eklenen proses gürültüsünün kovaryansı 0,1 seçilmiştir. Araba konumu ve birinci çubuğun ölçüm sinyallerine eklenen gürültülerin kovaryansı 0,01 ve ikinci çubuğun ölçüm sinyaline eklenen gürültünün kovaryansı 0,0001'dir. Modele eklenen bu gürültü özelliklerine bağlı olarak da gürültü kovaryans matrisleri Denklem (4.18)'de görüldüğü şekilde seçilmiştir.

$$R_n = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0001 \end{bmatrix} \quad Q_n = 0,1 \quad (4.18)$$

R_n : ölçüm, Q_n : proses gürültü kovaryans matrisidir. R_n matrisinin boyutu, sistemin çıkış değişkeni sayısına göre belirlenmektedir. ÇTS sisteminin 3 çıkışı olduğundan ölçüm gürültü kovaryans matrisi 3x3 boyutundadır.

Kalman filtresinden beklenen; modele eklenen gürültülerin etkisini yok ederek sistemin tüm durumlarını doğru olarak tahmin etmesidir. Sistem durumları doğru olarak elde edilirse LQG kontrolör, uygun kazanç matrisi ile dengeleme kontrol probleminin çözümünde başarılı bir performans sergileyecektir.

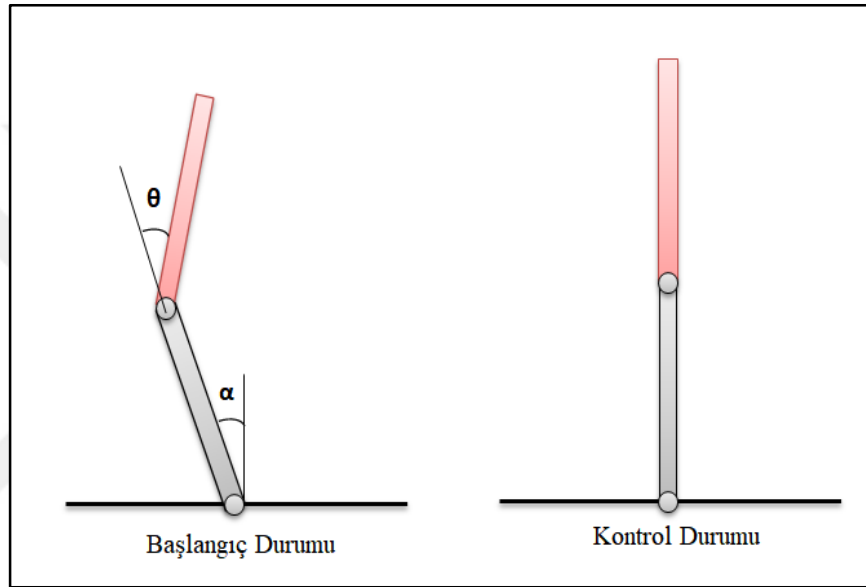
4.4. Benzetim Sonuçları

4.4.1. LQR kontrolör benzetim sonuçları

LQR metodunda kontrolörün performansı ağırlık matrislerinin seçimine bağlıdır. Q ve R uygun olarak seçilmezse, elde edilen çözüm sistem performans gereksinimlerini karşılayamaz.

Sistem belirli başlangıç koşulunda iken kontrolör farklı ağırlık matrisleri ile uygulanacaktır. Böylece farklı ağırlık matrislerinin kontrolör performansına etkisinin gözlenebilmesi amaçlanmıştır.

Başlangıç koşulu $[0 \ 0,1 \ -0,05 \ 0 \ 0 \ 0]$ şeklindedir. Birinci çubuğun başlangıç değeri $0,1$ radyan, ikinci çubuğun başlangıç değeri $-0,05$ radyan, diğer durum değişkenlerinin ise 0 'dır. Şekil 4.8'de sistemin bu koşullardaki başlangıç durumu ve kontrolörün devreye girmesiyle sistemin ne duruma geleceği görülmektedir.

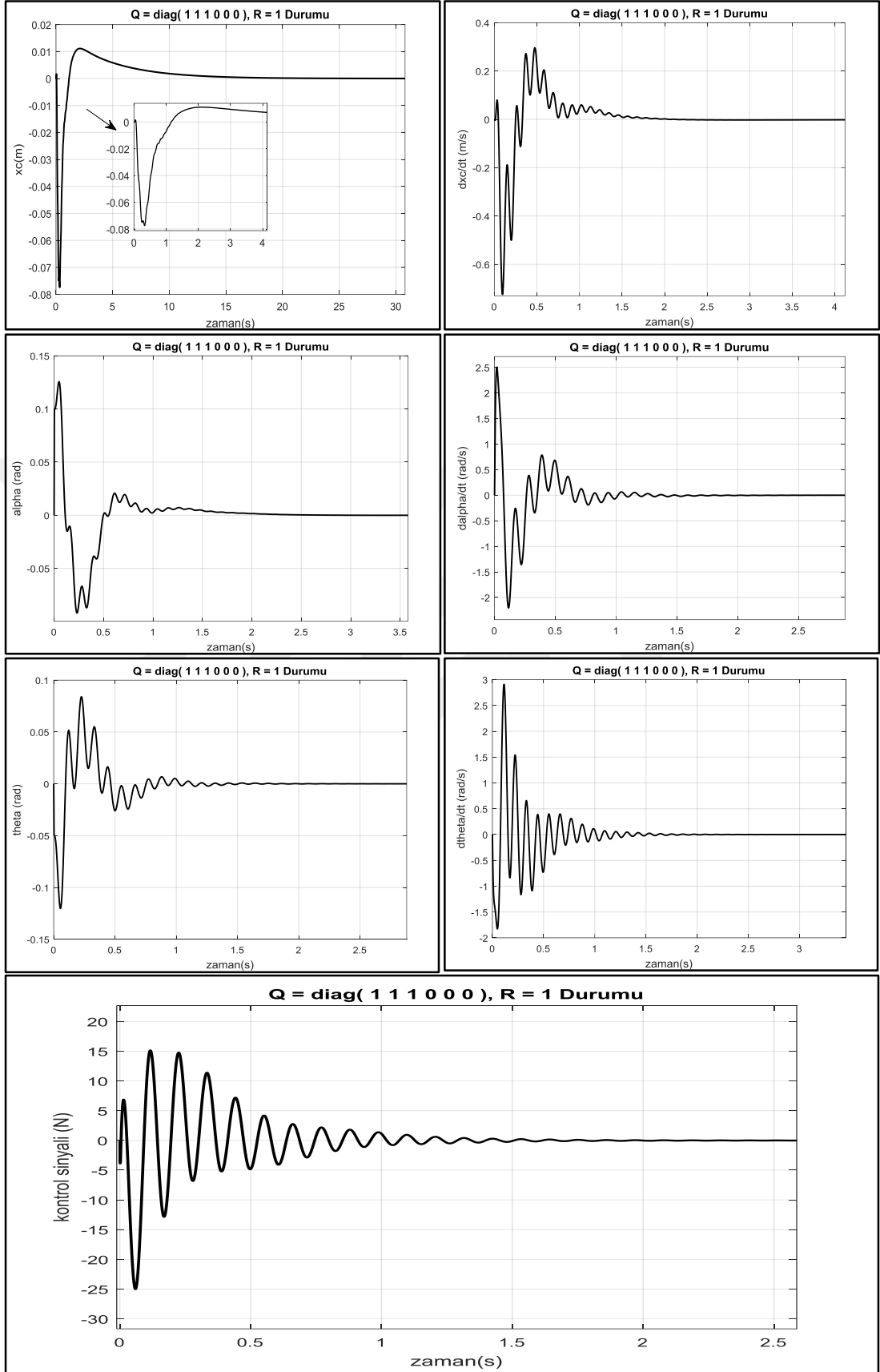


Şekil 4.8. Sistemin $[0 \ 0,1 \ -0,05 \ 0 \ 0 \ 0]$ başlangıç koşulu ve kontrol durumu

4.4.1.1. Farklı ağırlık matrisleri

Farklı Q ve R matrisleri için verilen başlangıç koşulunda kontrolörün davranışı incelenecektir. Kontrolör tasarımında, en uygun olabilecek ağırlık matrislerine karar verilmişti, burada amaç ağırlık matrislerinin etkisini gözleyebilmektir.

İlk olarak en basit şekilde $Q = \text{diag}(1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R = 1$ olarak seçilmiştir. Araba konumu ile sarkaçların açılarının ağırlıkları 1 alınmıştır. Sistem değişkenlerinin durumu ve kontrol sinyali Şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 4.9. $Q = \text{diag}(1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R = 1$ iken sistem çıkışları ve kontrol sinyali

Şekil 4.9'daki sistem değişkenleri incelendiğinde her bir değişkenin belirli bir süre sonra referans noktasına (0) oturduğu gözlenmektedir. Yani Şekil 4.8'de görülen kontrol durumu elde edilmektedir. Çubukların denge konumuna gelirken fazla salınım yaptığı görülmektedir. Bu istenmeyen bir durumdur çünkü her salınımda kontrolör bu salınımı yok edecek şekilde kontrol sinyali üretir ve bu da sistemde harcanacak enerjinin fazla olmasına sebep olur. Arabanın ise denge konumuna gelme zamanı daha da azaltılabilir çünkü araba konumu için yerleşme zamanı fazladır. Ayrıca farklı ağırlık matrisleri ile çubukların açış grafiklerindeki aşım da azaltılabilir. Burada önemli olan performans kriterlerine göre en iyi performansı sağlayacak ağırlık matrislerini bulabilmektir.

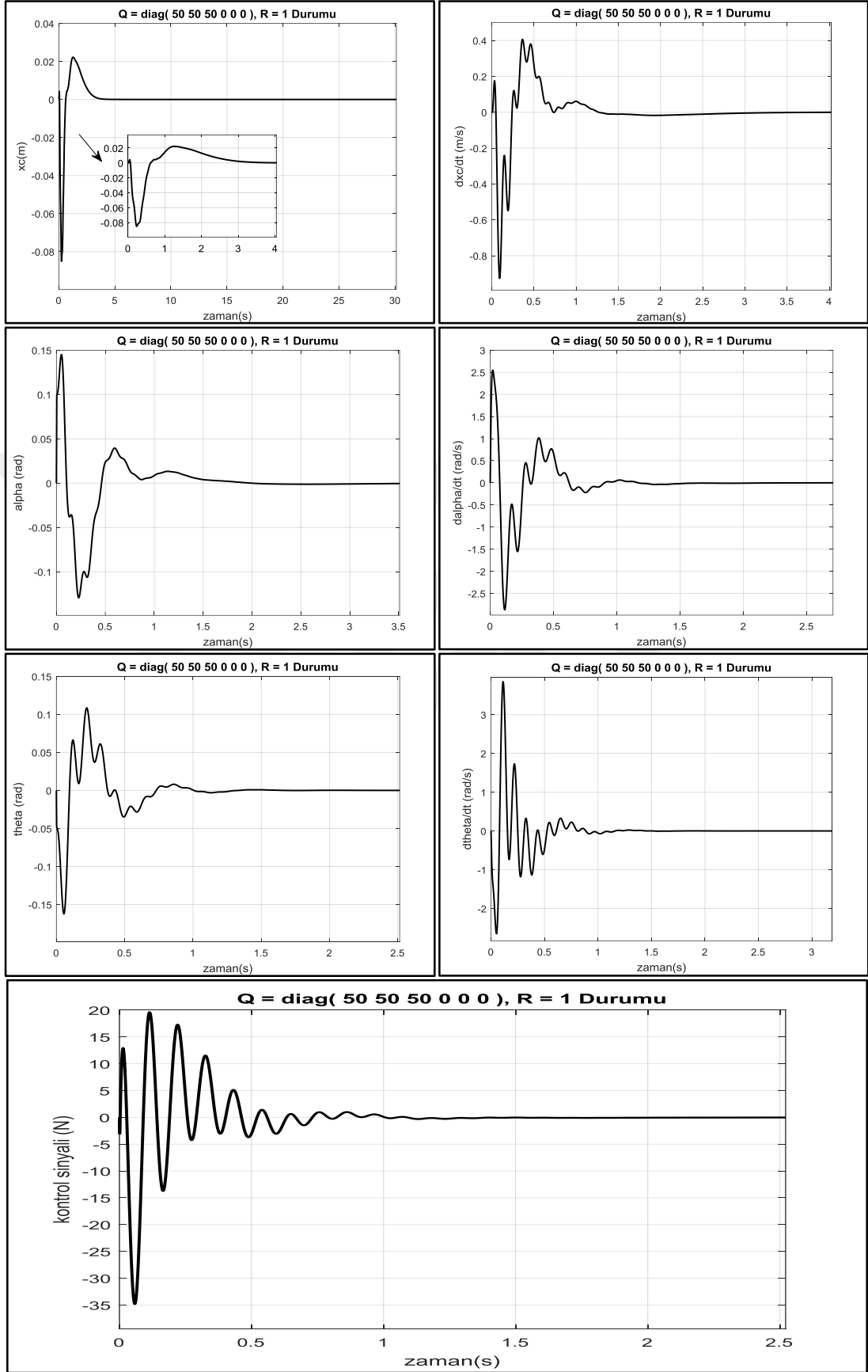
İkinci olarak $Q = \text{diag}(50 \ 50 \ 50 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R = 1$ olarak seçilmiştir. Sistem durum değişkenlerinin ağırlık katsayıları aynı derecede arttırılmış, R ise sabit kalmıştır. Burada sistem değişkenlerinin ağırlık katsayılarının etkisinin gözlenebilmesi amaçlanmıştır. Sistem değişkenlerinin bu koşullarda elde edilen durumu Şekil 4.10'da verilmiştir.

x_c değişkeninin çıkışı iki durum için karşılaştırıldığında, ağırlık katsayısının artması sonucu yerleşme zamanının önemli ölçüde azaldığı görülmektedir. Ayrıca aşım artmıştır fakat bu artış büyük miktarda olmamıştır.

Ağırlık katsayısının 50 olarak seçildiği durumda birinci ve ikinci çubukların pozisyon verilerine bakıldığında çubukların dengelenirken yaptığı salınımın ilk duruma göre azaldığı görülmektedir. İki durum arasında yerleşme zamanı açısından önemsenecek bir fark yoktur. Aşım da ise küçük bir miktar artış oluşmuştur.

Hız bilgisi pozisyon bilgisine bağlı olarak üretilir. Dolayısıyla pozisyondaki değişiklikler hız bilgisine de yansımaktır. Bu yüzden pozisyonda olduğu gibi hızda da ilk duruma göre salınım azalmıştır.

Q matrisi R 'ye göre büyük seçildiğinde, denetleyicinin hızı ön plana çıkarılmaktadır. Yani sistemde hızlı regülasyon sağlamak için yüksek kontrol sinyali kullanılmasına tolerans gösterilmektedir. Her iki durumdaki kontrol sinyali incelendiğinde; $Q > R$ durumunda daha yüksek genlikli kontrol sinyalinin olduğu görülmektedir. Bahsedilen durum karşılaştırma ile gözlenmiştir.



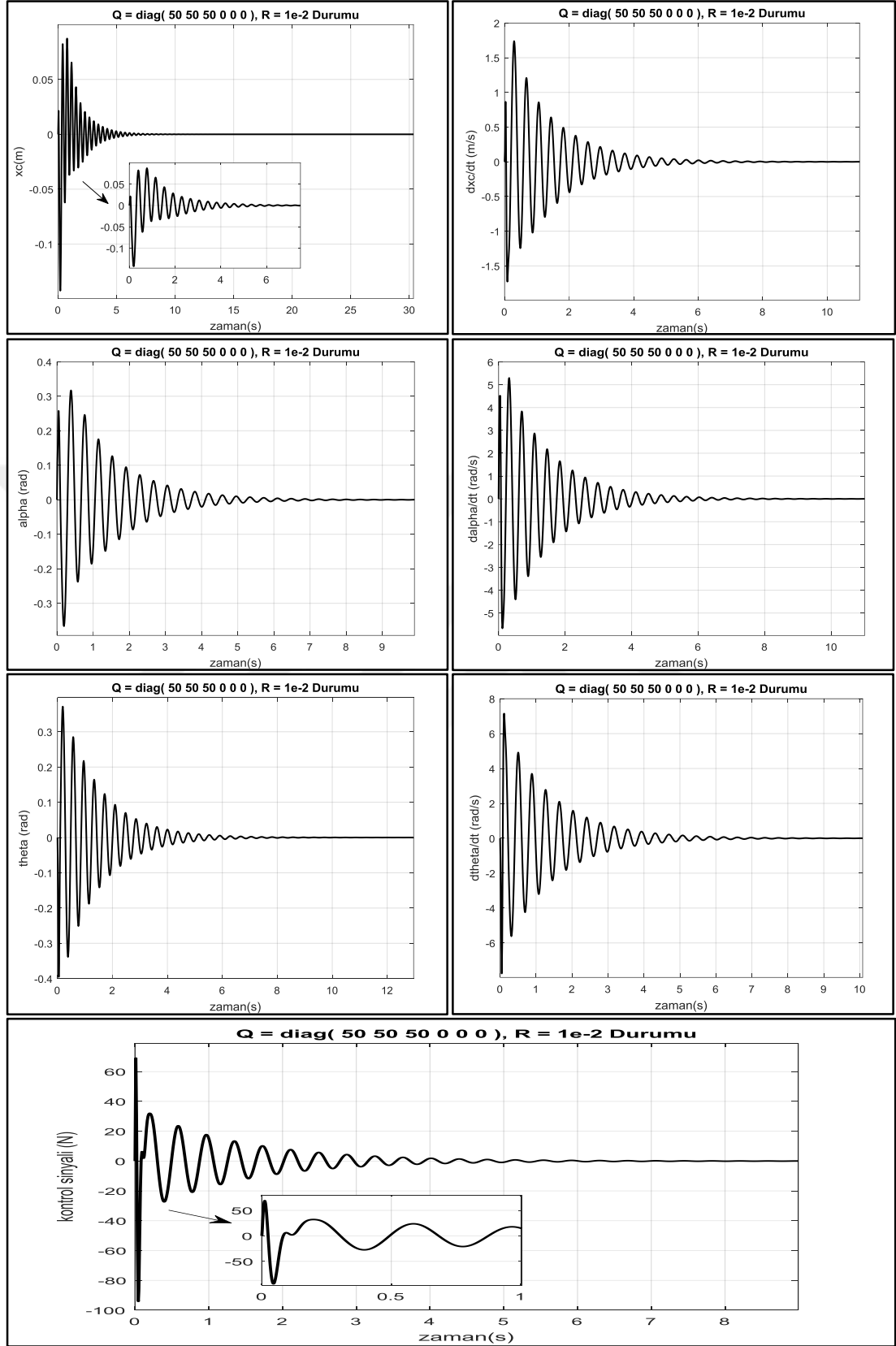
Şekil 4.10. $Q = \text{diag}(50 \ 50 \ 50 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R = 1$ iken sistem çıkışları ve kontrol sinyali

$Q = \text{diag}(50 \ 50 \ 50 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R = 0,01$ olarak seçildiğinde sistem değişkenlerinin elde edilen durumu Şekil 4.11’de verilmiştir. Daha önce verilen koşullarda elde edilen sonuçlara göre tüm sistem değişkenlerinde salınımın çok fazla arttığı görülmektedir. Çubuklar dengelenirken büyük genlikli salınımlar yapmaktadır ve kontrolör bu salınımları yok etmek için daha fazla kontrol sinyali üretmektedir. Ayrıca sistem değişkenlerinin dengelenmesi için geçen süre yani yerleşme zamanı artmıştır ve bu artış istenmeyen bir durumdur. Elde edilen sonuçlara göre bu koşullarda kontrolör dengelemeyi başarsa bile performansının başarılı olmadığı söylenebilir.

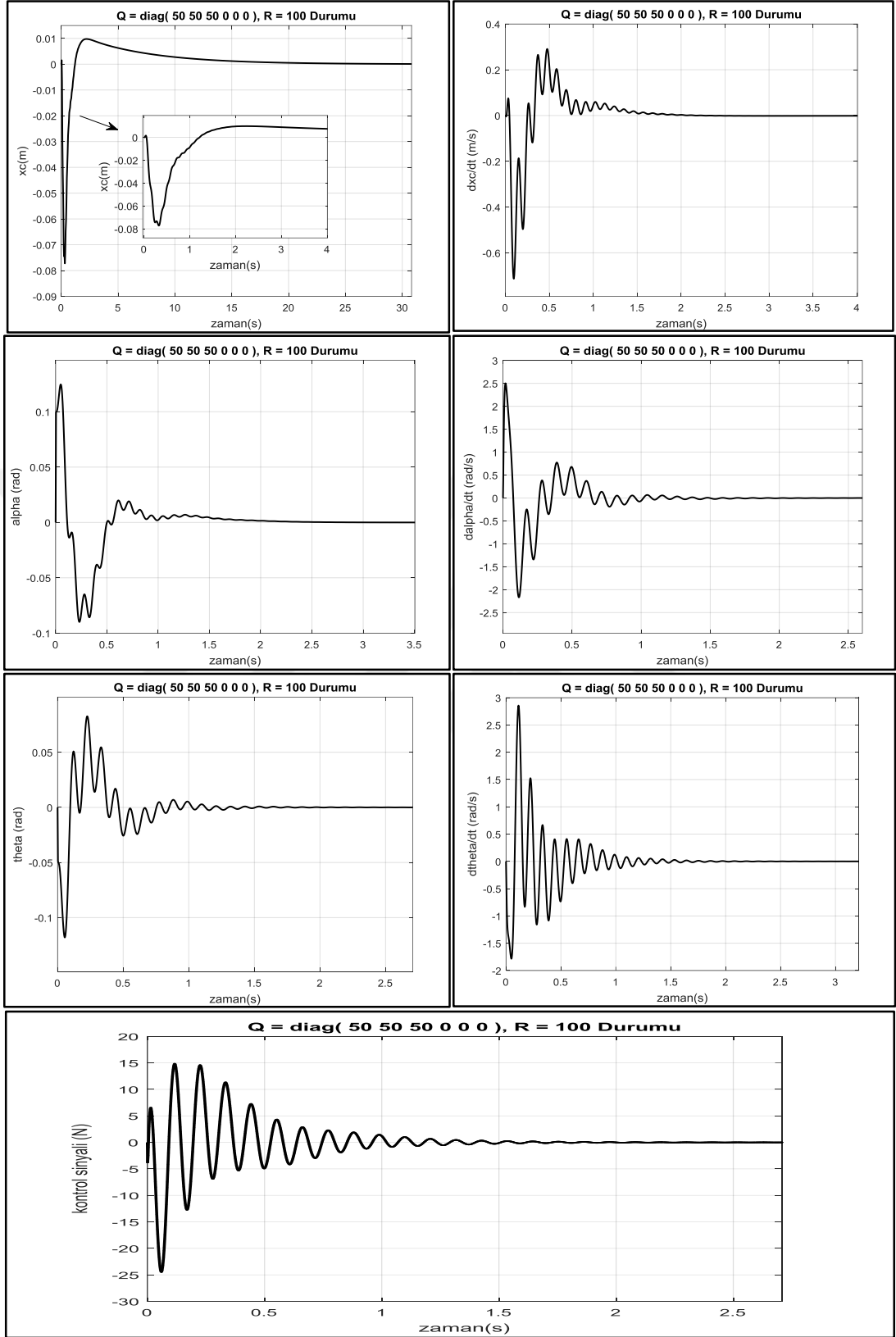
Son olarak $Q = \text{diag}(50 \ 50 \ 50 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R = 100$ olarak seçilmiş ve sonuçlar Şekil 4.12’de verilmiştir. $R > Q$ durumunda regülasyonun uzun olması yani sistemin yavaş dengeye oturması tasarımcı için bir problem teşkil etmemektedir. Bu durumda sistemde az enerji harcamak önemlidir ve diğer durumların etkisi ihmal edilir.

Önceki iki durumda elde edilen kontrol sinyalleri ile bu durumda elde edilen kontrol sinyali karşılaştırıldığında, daha küçük genlikli kontrol sinyali elde edildiği görülmüştür. Ayrıca yerleşme zamanı diğer durumlara göre artmıştır.

Kontrolör performans kriterlerine göre farklı Q ve R ağırlık matrisleri ile optimizasyon yapılabilir ve böylece daha iyi kontrolör performansı elde edilebilir. Yapılan karşılaştırmalarda görüldüğü gibi farklı durumların sistem üzerinde farklı etkileri vardır. Bu etkilerin istenen şekilde ortaya çıkması ise tasarımcının seçimine bağlıdır. Ayrıca ağırlık matrisleri seçimi başlığında bahsedildiği gibi sistemin davranış biçimine göre çubukların ağırlığı ile arabanın ağırlığı aynı değildir. Dolayısıyla değişkenlerin ağırlık katsayılarının ayrı ayrı değiştirilmesi ile sonuçlar gözlenerek kontrolör performansı daha da iyileştirilebilir.



Şekil 4.11. $Q=\text{diag}(50 \ 50 \ 50 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R=0,01$ iken sistem çıkışları ve kontrol sinyali



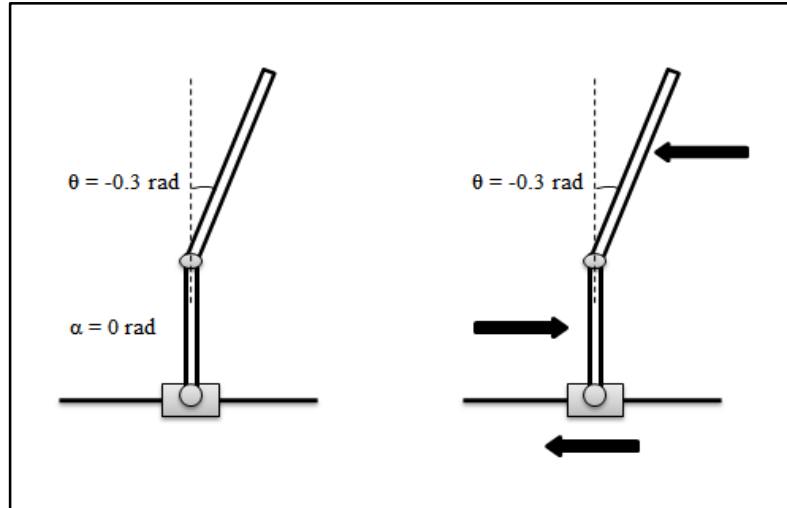
Şekil 4.12. $Q = \text{diag}(50 \ 50 \ 50 \ 0 \ 0 \ 0)$ ve $R=100$ iken sistem çıkışları ve kontrol sinyali

4.4.1.2. Farklı başlangıç koşullarında kontrolörün davranış biçimi

Gerçek zamanlı uygulamalara zemin oluşturması açısından benzetim çalışmaları oldukça önem taşımaktadır.

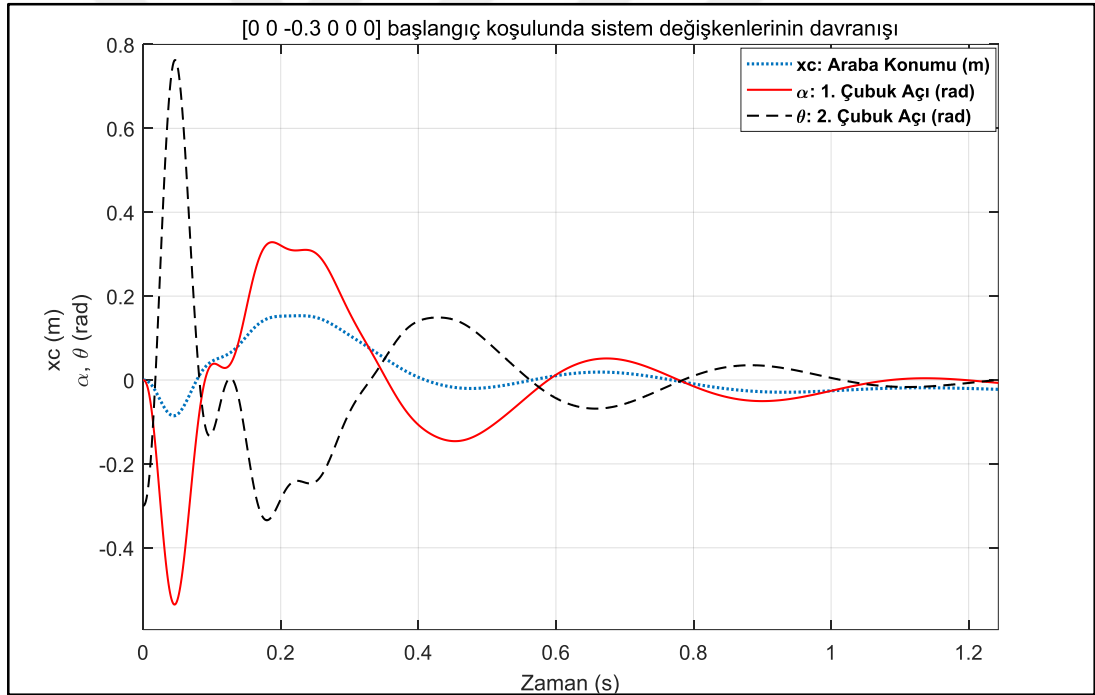
Benzetim ortamında tasarlanan algoritma gerçek zamana uyarlanır. Denetleyici yapısı gerçek zamanlı olarak sistem üzerinde çalıştırılır ve birçok test gerçekleştirilir. Gerçekleştirilen test sonuçlarına göre de gerekli düzeltmeler yapılarak denetleyicinin performansı iyileştirilir. Fakat yapılacak olan testlerde denetleyicinin işleyiş yapısını tam olarak kavramak oldukça önemlidir. Çünkü tasarımcının gerçek zamanlı çalışmalarında bir referansa ihtiyacı vardır. Eğer tasarımcı denetleyicinin hangi koşullarda nasıl davranacağını bilirse gerçek zamandaki testlerde elde ettiği sonuçları kolayca yorumlayabilir ve sistem üzerinde gerekli değişiklikleri yapabilir.

Hem denetleyici yapısının tam olarak kavranması hem de yapılacak gerçek zamanlı uygulamalara zemin oluşturması amacıyla denetleyicinin sistem üzerinde nasıl bir etki oluşturduğu, sistemdeki değişimlere nasıl cevaplar ürettiği analiz edilecektir. Bunun için farklı başlangıç koşullarında sistem değişkenlerinin ve kontrol sinyalinin durumu incelenecektir.



Şekil 4.13. $[0 \ 0 \ -0,3 \ 0 \ 0 \ 0]$ başlangıç koşulu ve bu koşulda sistemin ilk davranışı

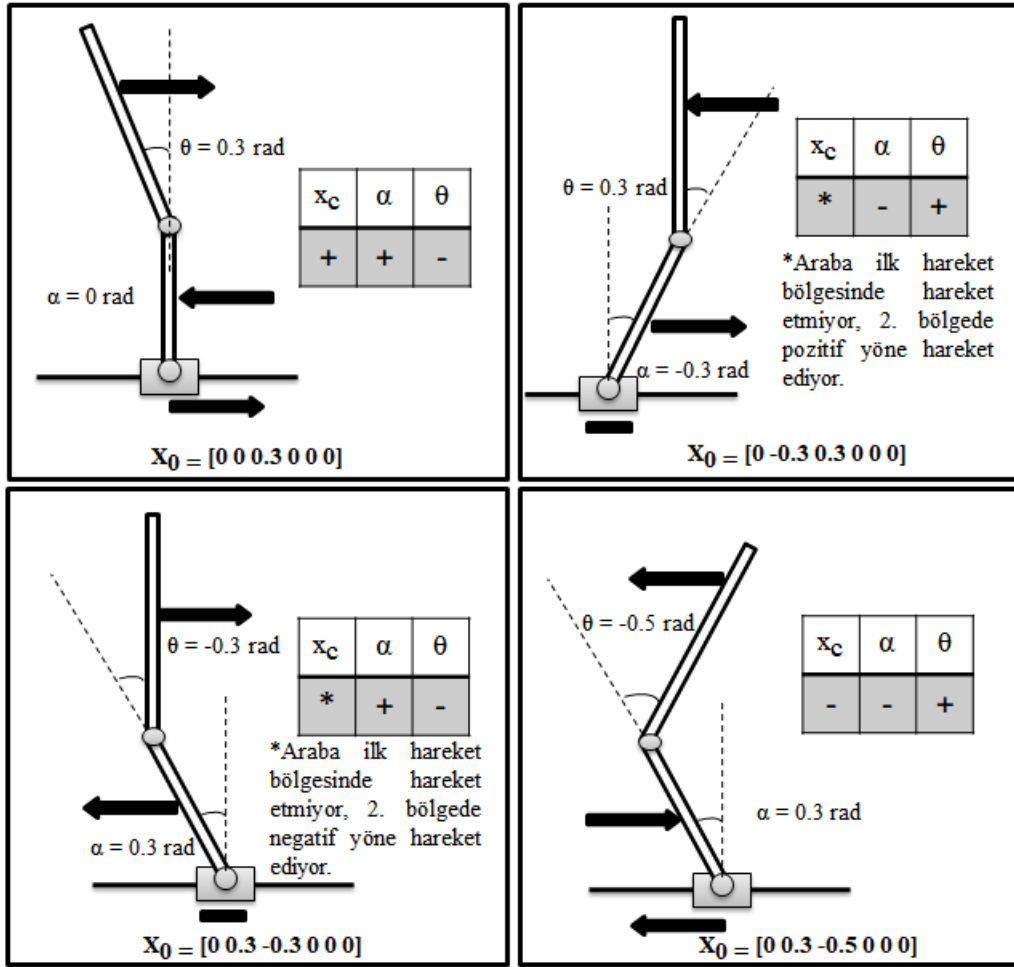
Başlangıç koşulu $[0 \ 0 \ -0,3 \ 0 \ 0 \ 0]$ iken kontrolörün devreye girmesi ile sistemin davranış biçimindeki değişimler incelenecektir. Şekil 4.13’de sistemin başlangıç durumu ile araba ve çubukların ilk davranışları görülmektedir. x_c ’nin pozitif yönü sağa, α ve θ ’nin pozitif yönü ise saat yönüne doğrudur. Bu durumda kontrolör devreye girdiği anda arabanın ilk hareketi negatife doğru, birinci çubuğun saat yönüne doğru, ikinci çubuğun ise saat yönünün tersine doğru olmaktadır. Bahsedilen davranış biçimi Şekil 4.14’deki grafikte açıkça görülmektedir. Aynı zamanda çubukların ve arabanın, denge durumuna gelene kadar yaptığı hareketler de grafikte mevcuttur. Grafikten araba ile birinci çubuğun hareket yönlerinin aynı işaretle olduğu anlaşılmaktadır. Her iki değişken de aynı zaman aralığında kendi referansına göre pozitif veya negatif yöne hareket etmektedir. İkinci çubuğun hareketi ise bu iki değişkene zıt yöndedir.



Şekil 4.14. $[0 \ 0 \ -0,3 \ 0 \ 0 \ 0]$ başlangıç koşulunda sistem çıkışları

Kontrol algoritması sistem değişkenlerinin durumuna göre sistemi dengeye getirecek uygun kontrol sinyalini üretmektedir. Dolayısıyla farklı başlangıç koşullarında farklı kontrol sinyalleri üretilecek ve böylece kontrolör devreye girdiğinde sistemin göstereceği ilk davranış biçimi farklı olacaktır.

Kontrolörün, sistemin davranış biçimine etkisini anlayabilmek için farklı başlangıç koşulları incelenmiştir. İncelenen her bir başlangıç koşulunda sistem değişkenlerinin pozisyonları ve geçerli başlangıç koşullarında sistem değişkenlerinin ilk davranışları Şekil 4.15’de gösterilmektedir. Görüldüğü üzere çubuklar birbirlerine zıt yönde hareket etmektedirler. Araba ise çubukların durumuna bağlı olarak hareket etmektedir. Fakat çok kısa bir zaman aralığı dışında hareketi birinci çubuk ile aynı işaretlidir.

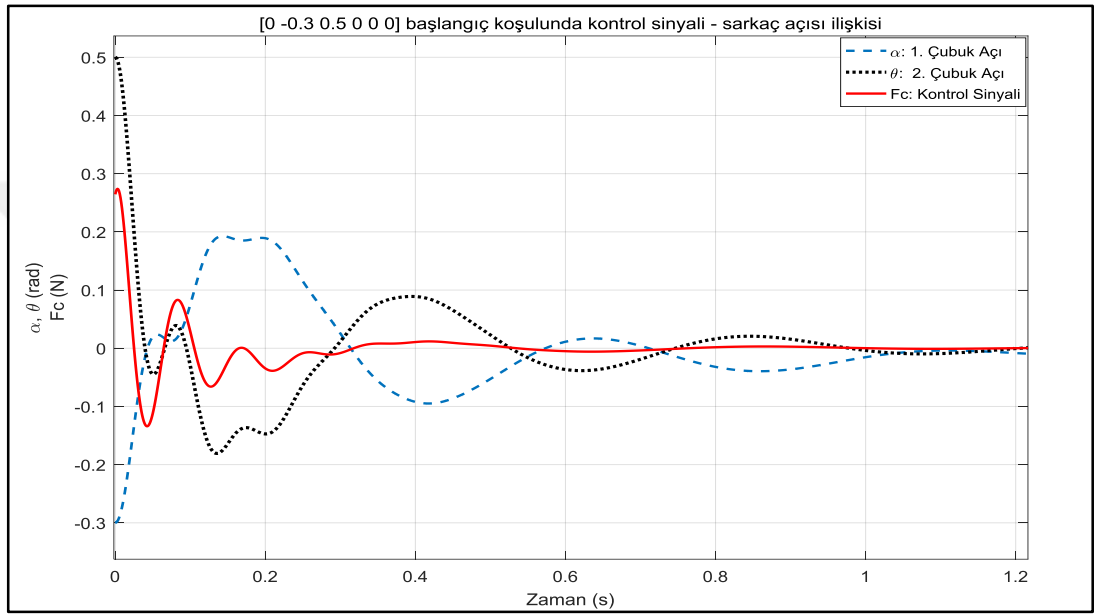


Şekil 4.15. Farklı başlangıç koşullarında sistemin ilk cevabı

Sistem değişkenleri dışında kontrol sinyalinin analizi de yapılacaktır. Kontrolör sistem değişkenlerine göre bir sinyal üretmektedir. Yani çubukların açılara ve arabanın konumuna göre üretilen kontrol sinyali farklılık göstermektedir.

Çubukların yaptığı açı ile kontrol sinyali arasındaki ilişkinin incelenmesi için sistem $[0 \ -0,3 \ 0,5 \ 0 \ 0 \ 0]$ başlangıç koşulunda iken kontrolör devreye sokulmuştur. Elde edilen sonuç Şekil 4.16'daki grafikte verilmiştir.

ÇTS sisteminde tahrik sadece arabaya uygulanmaktadır. Kontrolörün ürettiği kontrol sinyali arabaya uygulanır ve tüm sistem bu sinyalle dengelenmeye çalışılır. Kontrol sinyalinin işaretine bağlı olarak araba sağa veya sola hareket eder.



Şekil 4.16. $[0 \ -0,3 \ 0,5 \ 0 \ 0 \ 0]$ başlangıç koşulunda kontrol sinyali ve sarkaç açıları

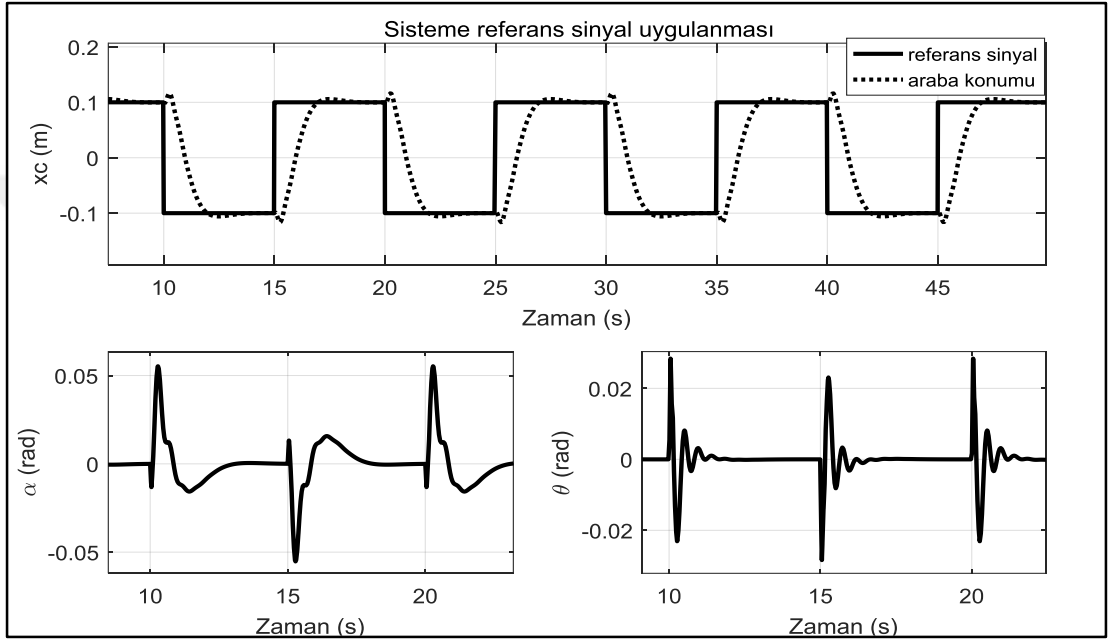
Şekil 4.16'da verilen grafik incelendiğinde, kontrol sinyalinin işareti ile ikinci çubuğun işaretinin paralellik gösterdiği görülmektedir. Çubuğun açısı artarken veya azalırken kontrol sinyali de artmakta veya azalmaktadır. Sonuç olarak aynı davranış biçimindedirler. Birinci çubuk ile ikinci çubuğun zıt yönlü hareket ettiği sonucuna ise bir önceki analizde ulaşılmıştı. Tablo 4.1'de çubukların açı aralıklarına göre kontrol sinyalinin değişimi görülmektedir.

Tablo 4.1. Çubukların açı aralıklarına göre kontrol sinyalinin değişimi

α	θ	F_c
+	-	-
+	+	+
-	-	-
-	+	+

4.4.1.3. Sistemin referans sinyali takibi

Sistem denge durumunda iken arabaya Şekil 4.17’de görülen referans sinyal uygulanmıştır. Kontrolörden istenen arabanın referans sinyali başarı ile takip etmesi ve bu takibi gerçekleştirirken çubukların dengesinin bozulmamasıdır. Sistem denge halinde iken arabanın hareket etmesi, çubuklar için bozucu etki oluşturacaktır. Önemli olan; oluşan bu bozucu etkiyi kontrolörün yok edebilmesidir.



Şekil 4.17. Referans sinyal uygulanması sonucunda sistem çıkışları

Şekil 4.17’de referans sinyalin sisteme uygulanması sonucunda sistem çıkışlarının nasıl davrandığı görülmektedir. Görüldüğü üzere araba $\pm 0,1$ m. referans noktalara ulaşarak referans sinyali başarı ile takip etmekte ve belirlenen süre boyunca dengede kalmaktadır. Ayrıca grafikte sisteme uygulanan referans sinyal sonucunda çubukların konumlarındaki değişimler görülmektedir.

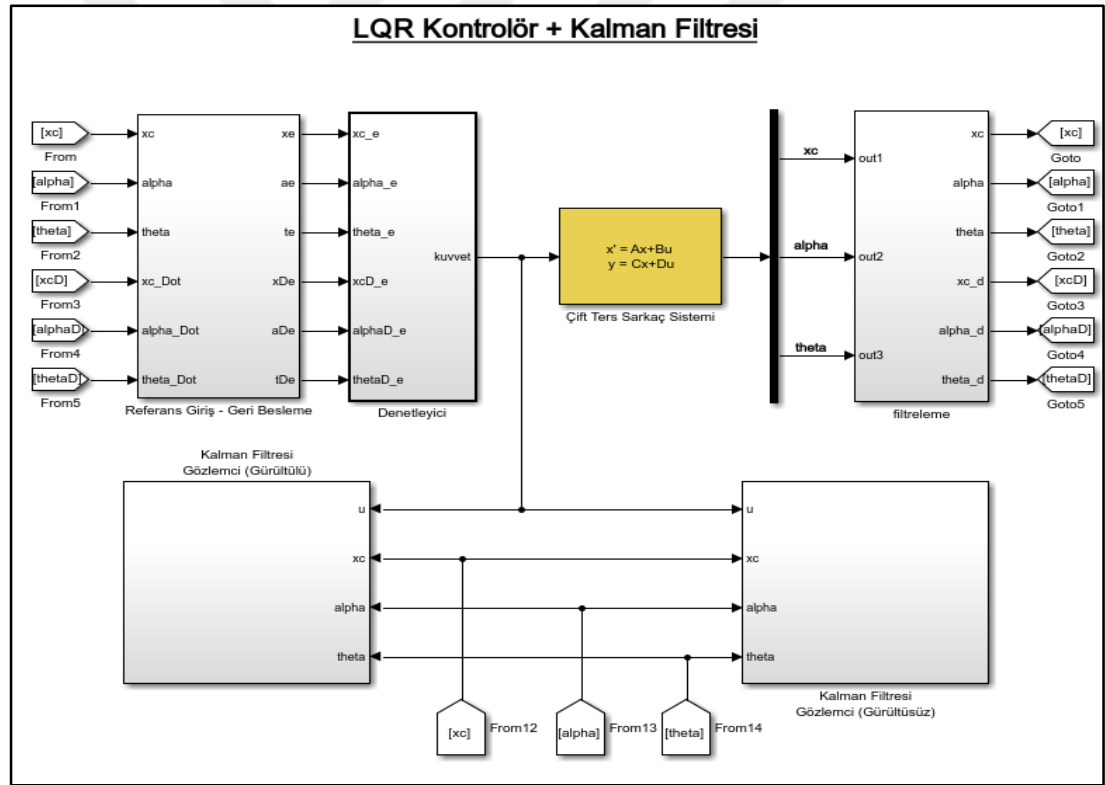
Çubuklar arabanın referans noktasına gitmek için harekete başladığı anda salınım yapmaktadırlar. Bu salınım arabanın hareketinden doğan bozucu etki sebebiyle oluşmaktadır. Kontrolör bu salınımları uygun kontrol sinyali ile yok ederek çubukların denge halinin bozulmasını engellemiştir. Grafikte salınımlardan sonra çubukların tekrar 0° denge konumlarına geldiği açıkça görülmektedir.

4.4.2. Kalman filtresi ile durum tahmini

Kalman filtresi ile durum tahmini gerçekleştirilebilmektedir. Sistemin giriş sinyali ve sistemin ölçülen çıkış değişkenlerine göre Kalman filtresi sistemin gerçek çıkış ve durum değişkenlerini tahmin etmeye çalışmaktadır.

Sistemde oluşan veya ölçüm sırasında meydana gelen gürültüler varsa bu gürültü etkilerini de tahmin etme sürecine dahil eder ve bu gürültü etkilerini ortadan kaldırarak sistem değişkenlerini elde etmeye çalışır.

Kalman filtresinin tahmin etme işlemini inceleyebilmek için LQR kontrolör benzetim modeline Kalman filtre yapısı eklenmiştir. Burada amaç filtrenin gözlemci olarak çalışmasıdır.



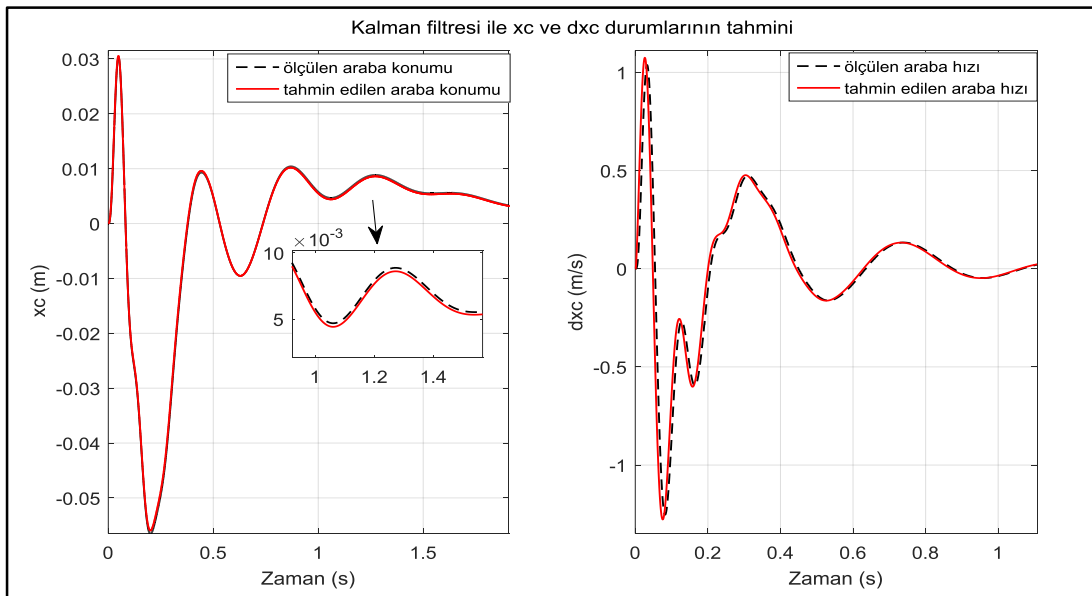
Şekil 4.18. LQR kontrolör + Kalman filtresi benzetim modeli

ÇTS sistemi durum değişkenlerinin tahmini öncelikle gürültüsüz şekilde yapılacaktır. Sistemde veya ölçüm sırasında bir gürültü meydana gelmediği varsayıлып, en temel şekilde filtrenin tahmin etme işleminin gözlenmesi amaçlanmıştır. Daha sonra sistem girişine ve çıkışlarına rastgele gürültüler eklenecek böylece proses ve ölçüm gürültüsü modeli oluşturulacaktır.

Şekil 4.18’de LQR denetleyici yapısına Kalman filtresinin eklendiği benzetim modeli görülmektedir. Hem gürültülü hem de gürültüsüz ortamda Kalman filtresinin tahmin başarısı gözlenmiştir. Kalman filtresinin gözlemci olarak çalıştığı LQR kontrolör benzetim modelinde denetleyici yapısı ise sistemin başlangıç koşulu $[0 \ 0 \ 0,1 \ 0 \ 0 \ 0]$ iken sistemi denge konumuna getirecek şekilde çalışmaktadır.

Şekil 4.18’deki benzetim modelinde görüldüğü üzere Kalman filtresinin girişleri LQR denetleyici çıkışı yani ÇTS sistem giriş sinyali ile ÇTS sistem çıkış değişkenleridir. Kalman filtresinin temel parametrelerinden Q_n ve R_n gürültü kovaryans matrislerinin seçimi bazı hususlar göz önünde bulundurularak gerçekleştirilir. Sistem modelinden kaynaklı problemler baskın ise $Q_n > R_n$, ölçümden kaynaklı problemler baskın ise $Q_n < R_n$, gürültü etkilerinin eşit olduğu durumlarda ise $Q_n = R_n$ seçilebilir.

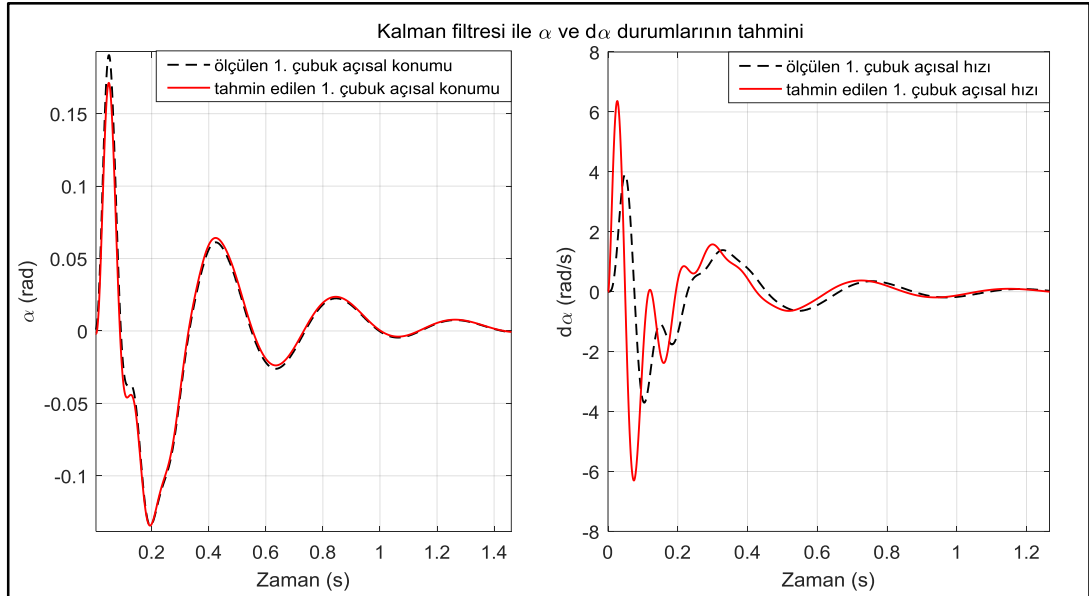
İlk durumda gürültüsüz ortamda benzetim gerçekleştirildiğinden modelden kaynaklı problemlerin baskın olduğu kabulü yapılabilir. Bundan dolayı da $Q_n > R_n$ seçilmiştir. $Q_n = 10000$, $R_n=100$ iken Kalman ile durum tahmini gerçekleştirilmiştir. ÇTS sisteminin üç çıkış değişkeni olduğundan ölçüm gürültüsü, bu üç değişken için ayrı ayrı düşünülmelidir. Yani ölçüm gürültüsü kovaryans matrisi 3×3 boyutlarında olacak ve seçilen ağırlık katsayısı ile belirtilen boyutlarda birim matrisin çarpılması ile elde edilecektir ($R_n I_3$).



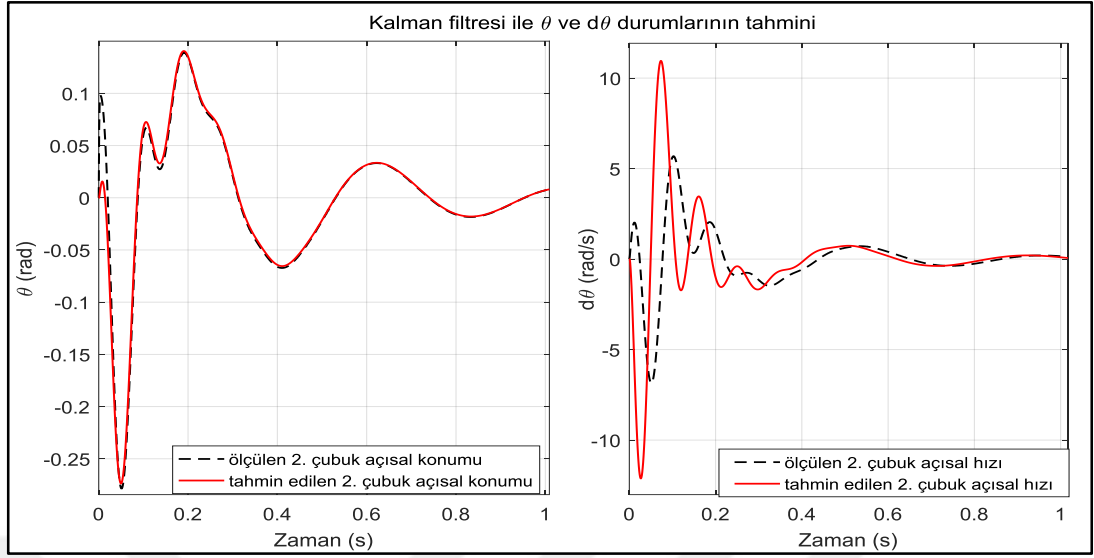
Şekil 4.19. xc ve dxc durumları için gürültüsüz Kalman filtre tahmini

LQR kontrolör benzetiminde farklı Q ve R ağırlık matrisleri seçilmiş ve bu matrislerin sistem durumlarına etkisi incelenmişti. Kalman filtresi için de gürültü kovaryans matrislerinin sistem durum değişkenlerine etkisi aynı şekilde farklı Q_n ve R_n matrislerinin seçimi ile analiz edilebilir.

$Q_n = 10000$, $R_n=100$ iken Kalman filtresinin çıktıları ayrı ayrı ele alınmıştır. Kalman filtresinden beklenen: sistem durumlarını gerçek değerlerine en yakın olacak şekilde tahmin edebilmesidir. Şekil 4.19’da araba konumunun x_c ve hızının \dot{x}_c ölçülen gerçek değerleri ile tahmin edilen değerleri çizdirilmiştir. Çizdirilen grafiğe göre bu iki sinyal eşleşmektedir. Şekil 4.20 ve 4.21’de ise sırasıyla birinci çubuğun açısall konumu – hızı, ikinci çubuğun açısall konumu – hızı ölçülen gerçek değerleri ile tahmin edilen değerleri çizdirilmiştir. Konum verisine bakıldığında; ikinci çubuğun ölçülen ve tahmin edilen değerleri arasında başlangıç açısından kaynaklı bir fark görülmektedir. Çünkü modelde, ikinci çubuğun başlangıç açısı 0,1 radyandır. Kalman filtresine ise başlangıç koşulu verilmemiştir. Dolayısıyla tahmin edilen değerler doğru değere yakınsaması gerekmektedir. Yakınsama zamanı, gürültü kovaryans matrislerinin ağırlıklarının değiştirilmesi veya Kalman filtresine başlangıç koşulu verilmesi ile iyileştirilebilir. Hız verilerinde ise tahmin edilen değerler ölçülen değerden daha hızlı ilerlediği görülmektedir.



Şekil 4.20. α ve $d\alpha$ durumları için gürültüsüz Kalman filtre tahmini



Şekil 4.21. θ ve $d\theta$ durumları için gürültüsüz Kalman filtre tahmini

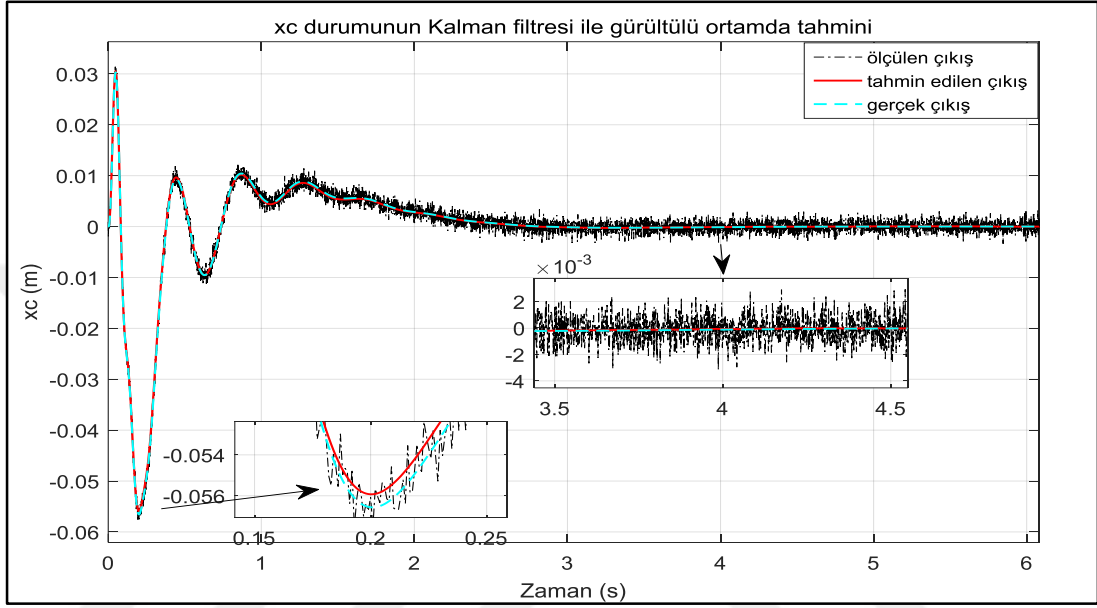
Sistem girişine ve çıkışlarına gürültü eklenerek Kalman filtresinin gözlemci olarak performansının incelenmesine devam edilmiştir. Gürültülü ortamda analiz yapmak önemlidir çünkü gerçek zamanlı sistemlerde gürültü etkisinin ortaya çıkması olası bir ihtimaldir ve gürültünün sistem sonuçlarını nasıl etkileyeceği bilinmelidir.

Benzetim ortamında Kalman filtresinin tasarımı gerçek zamana göre çok daha kolaydır. Çünkü benzetim modelinde, eklenen gürültünün kovaryansı tasarımcı tarafından belirlenmektedir. Dolayısıyla bu gürültüyü ifade edecek kovaryans matrisi bilinmektedir. Fakat gerçek zamanda oluşan gürültünün analizinin yapılıp, kovaryans matrisinin belirlenmesi oldukça zordur. Bu nedenle genelde kovaryans matrisinin belirlenmesinde bazı yaklaşımlar kullanılarak; filtreden başarılı bir performans elde edilmeye çalışılmaktadır.

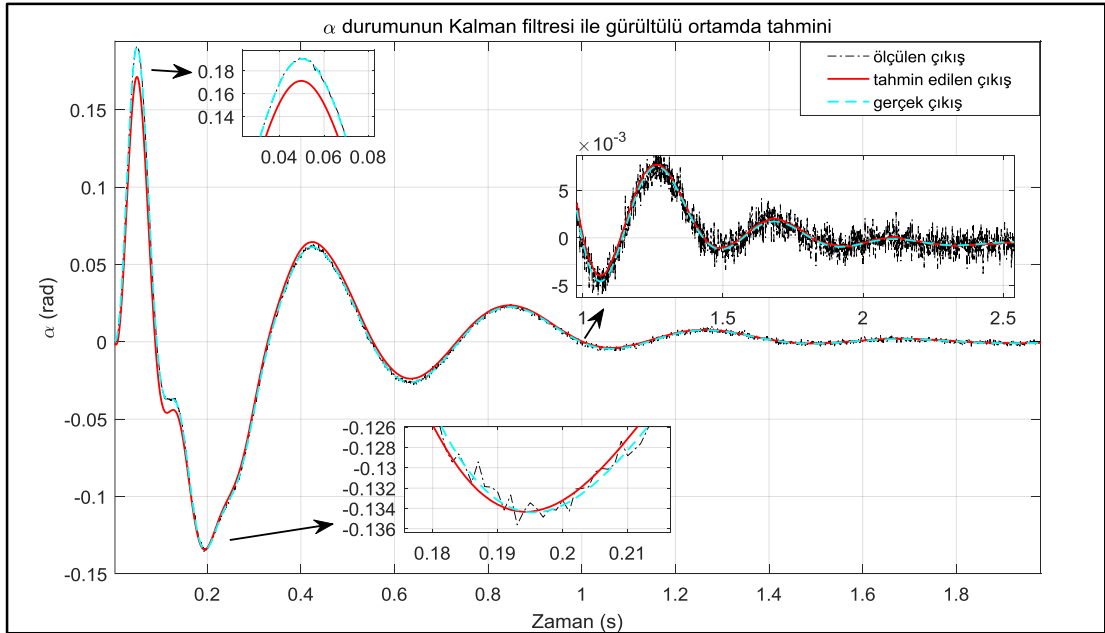
Benzetim modelinde, sistem girişine ve çıkışların her birine beyaz gürültü eklenmiştir. Bu gürültü, ortalaması sıfır olan normal dağılımlı rastgele sayılardan oluşmaktadır. Eklenen gürültülerin kovaryansı 0,01 olarak seçilmiştir. Dolayısıyla gürültü kovaryans matrisleri $Q_n = 0,01$ $R_n = 0,01 \times I_3$ şeklinde olacaktır.

Şekil 4.22, 4.23 ve 4.24'de sırasıyla sistemin her bir çıkış değişkeni için gürültülü ortamda Kalman filtresinin tahmini çizdirilmiştir. Şekil 4.22'deki araba konumu için çizdirilen grafiğe bakıldığında 3 farklı sinyal görülmektedir. Bunlardan ilki değişkenin ölçülen değeridir. Ölçüm gürültüsü eklendiğinden bu sinyalin gürültülü

olması beklenmektedir. Yani sistemdeki ölçümler gürültülüdür ve Kalman filtresi bu gürültülü sinyali işlemektedir. Grafikteki ikinci sinyal Kalman filtresinin çıkışında elde edilen tahmini sinyaldir. Son sinyal ise sinyalin olması gereken gerçek değerini göstermektedir. Şekil 4.23 ve 4.24'deki grafiklerde de bu 3 farklı sinyal çubuk açıları için verilmiştir.

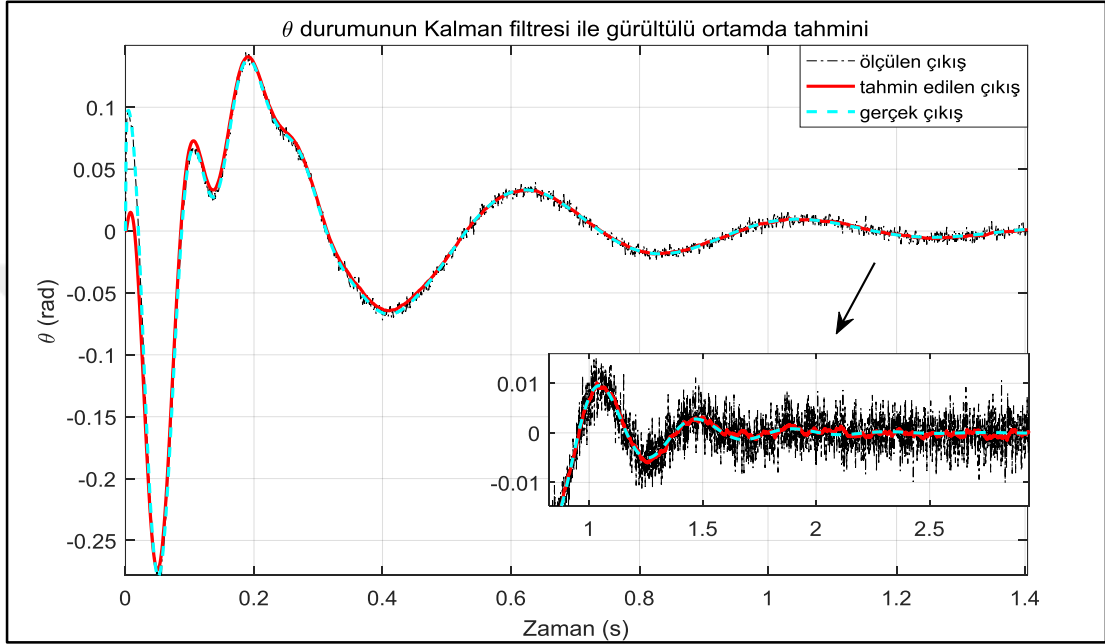


Şekil 4.22. xc durumu için gürültülü Kalman filtre tahmini



Şekil 4.23. α durumu için gürültülü Kalman filtre tahmini

Grafikler incelendiğinde Kalman filtresinin gürültü etkisini yok ederek verileri başarılı bir şekilde tahmin ettiği görülmektedir. Gerçek veriye yakınsarken tahmin edilen veri ile gerçek veri arasında genlik farklarının olduğu zaman aralıkları da mevcuttur. Ayrıca denge durumunda (0°), ikinci çubuğun açısında küçük genlikli salınımların meydana geldiği görülmektedir.



Şekil 4.24. θ durumu için gürültülü Kalman filtre tahmini

4.4.3. LQG kontrolör benzetim sonuçları

Ayrı ayrı tasarlanan LQR denetleyici ve Kalman filtresinin tek bir model altında birleştirilmesi ile LQG denetleyici yapısı elde edilir. Bu durumda LQG benzetim modelini, ÇTS sisteminin dengeleme kontrol problemini çözebilen LQR denetleyicisi ile sistem durumlarını başarılı şekilde tahmin edebilen Kalman filtresi oluşturmaktadır.

LQG kontrolör performansının benzetim modelinde incelenmesi için sistemin başlangıç koşulu $[-0,1 \ 0,04 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ olarak seçilmiştir. Denetleyicinin sistemi bu başlangıç noktasından denge noktasına getirmesi beklenmektedir. Bunu gerçekleştirebilmesi için de sistem durumlarının Kalman filtresinden doğru elde edilerek LQR kazanç matrisi ile gerekli işlemlere sokulması gerekmektedir. Başlangıç koşulu $[-0,1 \ 0,04 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ iken kontrolörün devreye girmesi ile sistemin davranış biçimindeki değişimler incelenecektir.

Sonuçları gözlenecek benzetim modelinde ağırlık matrisleri; $Q_{11}=50$, $Q_{22}=50$, $Q_{33}=100$, $R = 1$ şeklinde seçilmiştir. Bu ağırlık matrislerine göre kazanç matrisi $[7,07 \ -37,04 \ -198,46 \ 5,2 \ -14,79 \ -12,2]$ olarak elde edilmiştir.

Kalman filtresinde tüm sistem durumlarının ilk değeri 0'dır çünkü durumlar için henüz herhangi bir tahmin yapılmamıştır. Kalman tahmine başladığında; her bir durumun gerçek değerine yakınsamaya çalışır. Kalman filtresine başlangıç koşulu verilmezse 0 değerinden başlayarak gerçek değerlere yakınsamaya çalışır, başlangıç koşulu verildiği takdirde ise bu koşuldan başlayarak yakınsamaya çalışır. Dolayısıyla Kalman filtresine başlangıç koşulu verilirse; her bir durumun doğru değerine yakınsaması daha hızlı gerçekleşir. Bu nedenle Kalman filtresinden daha hızlı cevap alabilmek için sistemin başlangıç koşulu aynı zamanda Kalman filtresine de başlangıç değeri olarak girilmiştir.

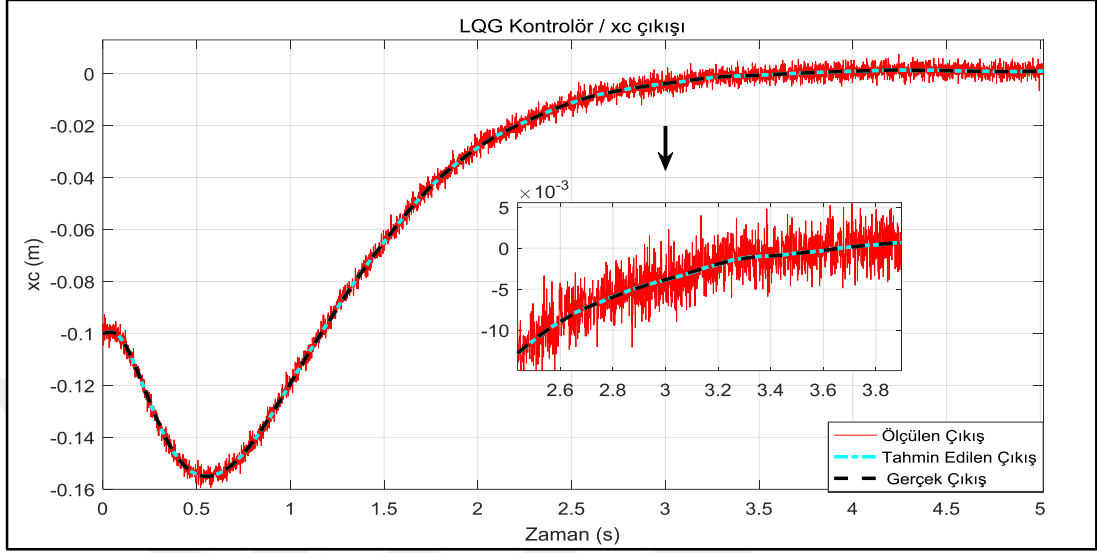
Kalman filtresi için gürültü kovaryans matrisleri $Q_n = 0,1$, $R_{11}=0,01$, $R_{22}=0,01$, $R_{33}=0,0001$ 'dir. Modelde hem proses gürültüsü hem de her bir sistem çıkışında ölçüm gürültüsü mevcuttur.

Özellikleri açıklanan Simulink modeli çalıştırıldığında, kontrolörün sistem çıkışlarına etkisi sırasıyla Şekil 4.25, 4.26 ve 4.27'deki gibi elde edilmiştir. Grafiklere bakıldığında her bir sistem çıkışının belli bir süre sonunda denge noktasına geldiği görülmektedir. Yani kontrolör, ÇTS sistemini dengelemeyi başarmıştır.

Grafiklerde, sistem çıkışlarının (x_c, α, θ) ÇTS durum uzayı modelinden elde edilen gerçek konum bilgileri, gerçek konum bilgilerine ölçüm gürültüsünün eklenmesi ile elde edilen ölçülen konum bilgileri ve Kalman filtresinin çıkışından elde edilen tahmin edilen konum bilgileri görülmektedir.

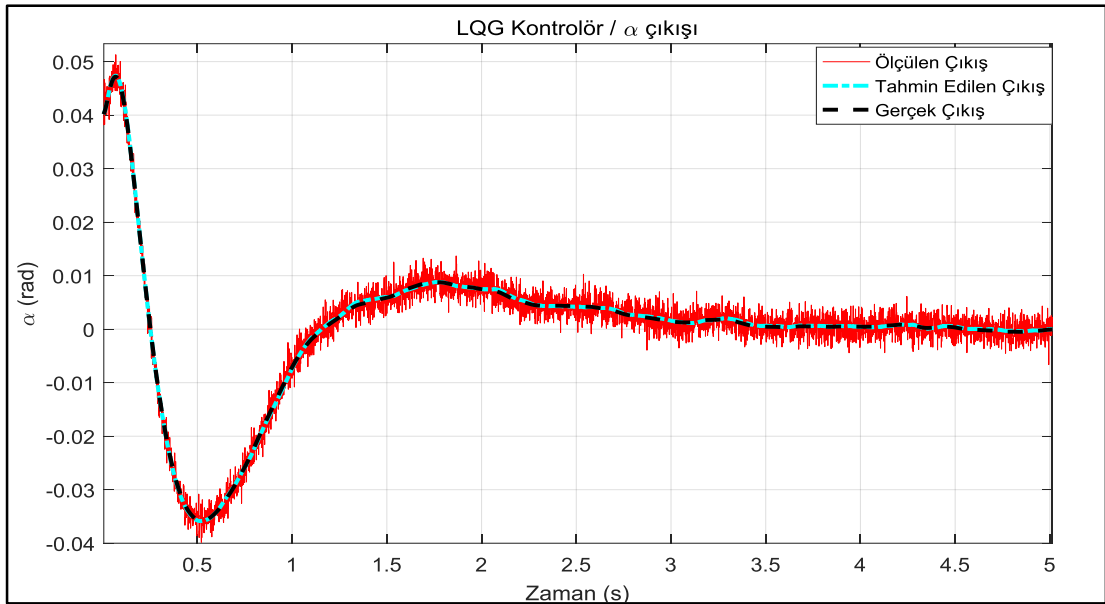
Kontrol sistemleri için ölçülen sinyal önem taşımaktadır. Kontrol algoritması, kontrolöre iletilen bu sinyale göre bir çıkış üretir. Dolayısıyla kontrolörün, dengeleme probleminin çözümünde başarılı olabilmesi için ölçülen sinyalin olabildiğince gerçek sinyal değerine yakın olması gerekmektedir. Benzetim modelinde Kalman filtresi bu işlemi gerçekleştirmektedir. Grafiklerde ölçülen çıkış sinyalleri gürültülüdür ve bu, bahsedilen sebeplerden dolayı kontrol sistemlerinde istenmeyen bir durumdur. Modelde kullanılan Kalman filtresi; ölçülen çıkış

sinyallerindeki gürültü etkilerini yok ederek gürültüsüz, sinyalin gerçek değerine yakın tahminler gerçekleştirmiştir. LQG kontrolörü, kontrol sinyali üretirken tahmin edilen sinyalleri referans almıştır.



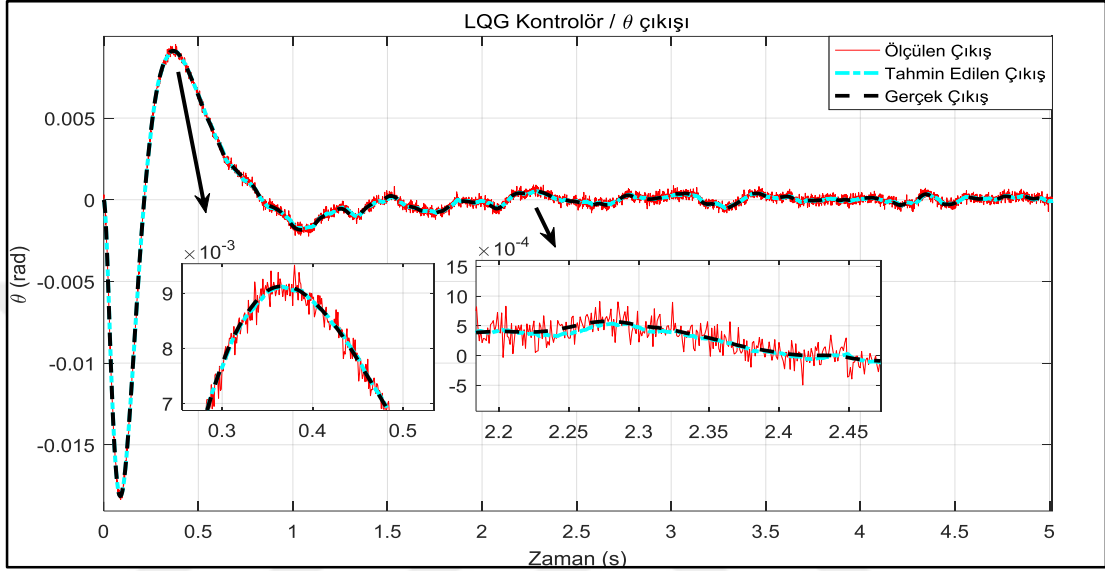
Şekil 4.25. LQG kontrolör benzetim modelinde elde edilen x_c çıkış sinyali

Şekil 4.25’de araba konumunun sinyalleri görülmektedir. Araba konumunun başlangıç değeri -0,1 m’dir. Araba, bu konumdan harekete başlayarak denge noktasına gelmiştir. Ayrıca görüldüğü üzere Kalman filtresi ile tahmin edilen sinyal, gürültü etkilerinden arındırılmıştır.



Şekil 4.26. LQG kontrolör benzetim modelinde elde edilen α çıkış sinyali

Şekil 4.26’da birinci çubuk konumunun sinyalleri görülmektedir. Çubuğun başlangıç açısı 0,04 radyandır. Kontrolörün devreye girmesi ile çubuğun dengelenmesi gerçekleştirilmiştir. Tahmin edilen sinyal, gürültü etkilerinden arındırılmıştır ve gerçek değere oldukça yakın bir sinyal elde edilmiştir.



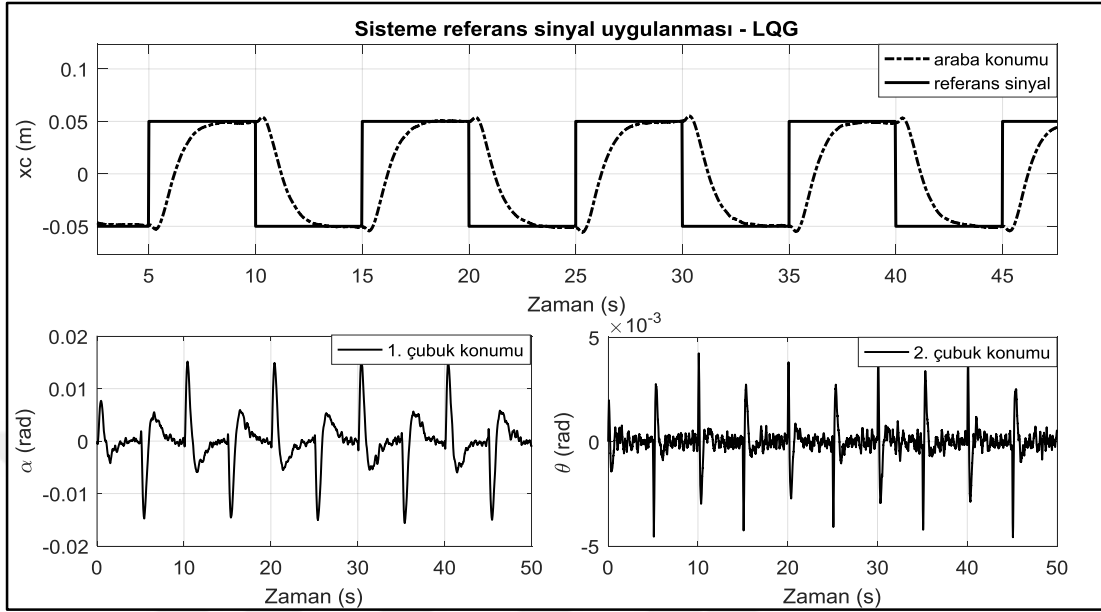
Şekil 4.27. LQG kontrolör benzetim modelinde elde edilen θ çıkış sinyali

Şekil 4.27’de ikinci çubuk konumunun sinyalleri görülmektedir. Çubuğun başlangıç açısı 0 radyandır. Kontrolörün devreye girmesi ile çubuğun dengelenmesi gerçekleştirilmiştir. Araba ve birinci çubuğun başlangıç açıları 0’dan farklı olduğu için ikinci çubuk, bu iki değişkenin hareketlerine bağlı olarak salınım yaptıktan sonra denge noktasına (0 rad) tekrar gelmiştir. İkinci çubuğun tahmin edilen sinyali de gürültü etkilerinden arındırılmış ve gerçek değere oldukça yakın bir sinyal elde edilmiştir. Fakat araba ve birinci çubuğa göre ikinci çubuğun hareketinde çok küçük genlikli salınımlar oluşmuştur. LQR ağırlık matrisleri seçilirken ikinci çubuğun ağırlık katsayısı değiştirilerek salınım etkisi azaltılabilir veya Kalman filtresi gürültü kovaryans matrisleri güncellenebilir.

4.4.3.1. Sistemin referans sinyali takibi

Sistem denge durumunda iken sisteme, Şekil 4.28’de görülen referans sinyal uygulanmıştır. LQR kontrolör benzetim sonuçlarında incelendiği gibi LQG

kontrolörden beklenen de arabanın referans sinyali başarı ile takip etmesi ve bu takibi gerçekleştirirken çubukların dengesinin bozulmamasıdır.

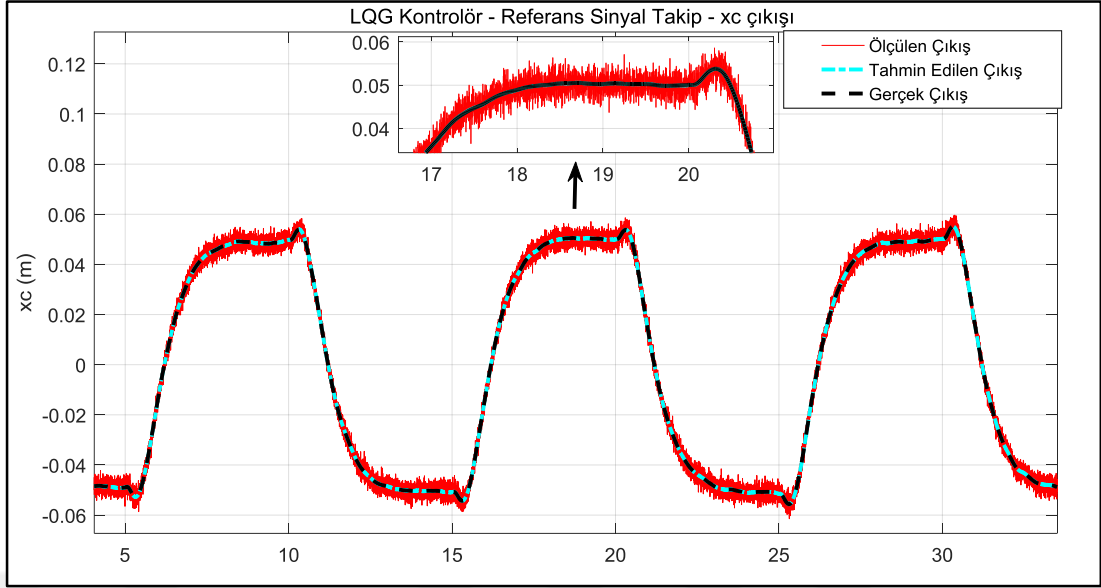


Şekil 4.28. Referans sinyal uygulanması sonucunda çıkış sinyalleri – LQG

Şekil 4.28’de referans sinyalin sisteme uygulanması sonucunda sistem çıkışlarının nasıl davrandığı görülmektedir. Bu grafikte verilen çıkış sinyalleri Kalman filtresinin tahmin ettiği sinyallerdir. Kontrolcü bu sinyallere göre çıkış üretmiştir. Grafikten görüldüğü üzere araba $\pm 0,05$ m referans noktalarına ulaşarak referans sinyali başarı ile takip etmekte ve belirlenen süre boyunca dengede kalmaktadır. Ayrıca grafikte çubukların konum sinyalleri de çizdirilmiştir.

Çubuklar arabanın hareketinden doğan bozucu etki sebebiyle salınım yapmaktadırlar. Kontrolör bu salınımları uygun kontrol sinyali ile yok ederek çubukların denge halinin bozulmasını engellemiştir. Grafikte salınımlardan sonra çubukların tekrar denge konumlarına geldiği görülmektedir.

LQR kontrolörün referans sinyal takip uygulamasında gözlenen davranış biçim LQG kontrolörde de gözlenmiştir. Fakat aslında bu yapıda, ölçülen sinyaller gürültülü iken Kalman filtresi sayesinde gürültü etkisi ortadan kaldırılmış ve denetleyici yapısının doğru davranış biçimi sergilemesi sağlanmıştır.



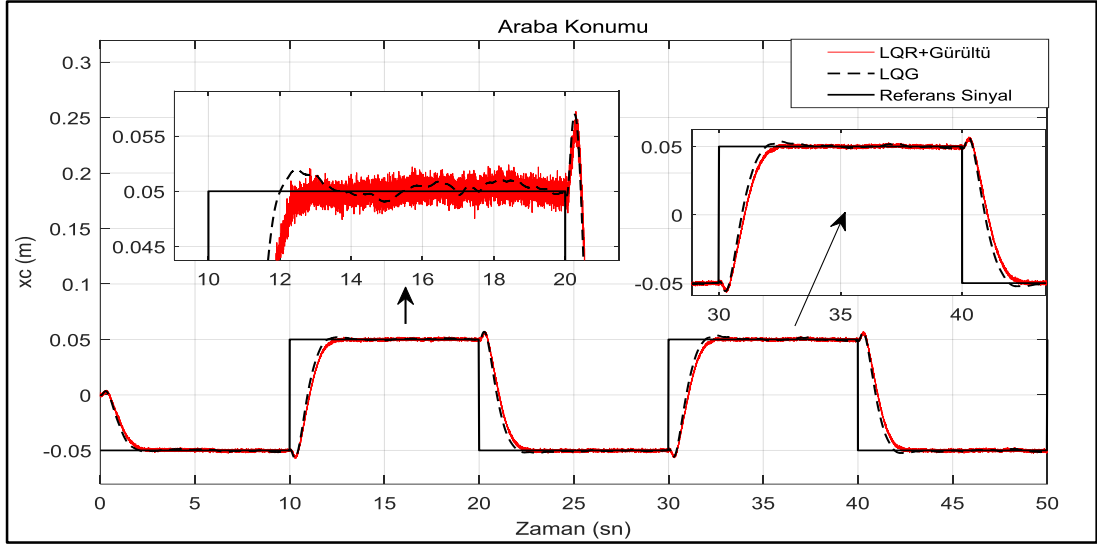
Şekil 4.29. Referans sinyal uygulanması sonucu xc çıkış sinyali – LQG

Şekil 4.29’da LQG referans sinyal uygulamasında Kalman filtresinin etkisinin gözlenmesi için araba konum sinyalinin grafiği verilmiştir. Grafikte görüldüğü üzere araba konumunun gerçek, ölçülen ve tahmin edilen çıkışları birlikte çizdirilmiştir. Kalman filtresi; gürültü etkilerini başarılı bir şekilde yok etmiştir. Ayrıca modele eklenen gürültünün genliği ve frekansına göre alınan sonuç değişecektir. Yapılan uygulamada gürültünün frekansı ve genliği yüksek seçilmiştir. Bu durum dezavantaj sağlamaktadır. Gerçek zamanlı yapılacak uygulamada gürültünün özelliklerine göre tasarımın güncellenmesi gerekecektir.

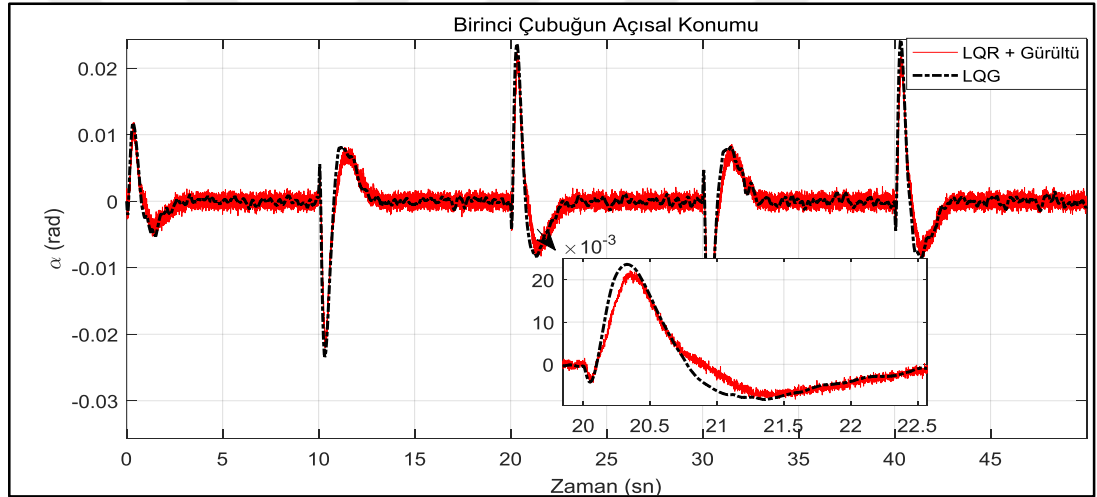
4.4.4. LQR ve LQG kontrolörün karşılaştırılması

LQG denetleyici yapısı, gürültü etkisi altında sistemi kontrol etmektedir. LQR yapısında ise tüm durum değişkenleri erişilebilir ve gürültüsüzdür. İki denetleyici yapısının karşılaştırılması için LQG yapısındaki işlem ve ölçüm gürültüleri LQR yapısına eklenmiştir. Her iki yapı, aynı koşullar altında iken benzetim sonuçları karşılaştırılmıştır.

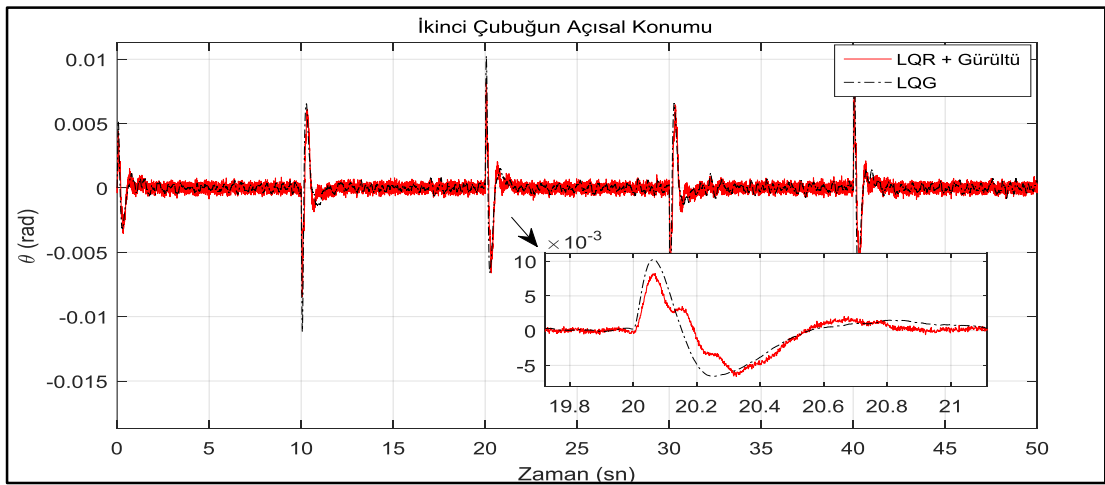
Şekil 4.30, 4.31 ve 4.32’de sırası ile araba konumu, birinci çubuğun konumu ve ikinci çubuğun konumu görülmektedir. LQR denetleyici yapısında gürültü etkisini ortadan kaldıracak bir algoritma olmadığından bu denetleyici çıkışındaki sinyallerde gürültü etkisi mevcuttur. LQG denetleyici çıkışlarına bakıldığında ise gürültü etkisi ortadan kaldırılmıştır.



Şekil 4.30. İki denetleyicinin karşılaştırılmasında araba konum verisi



Şekil 4.31. İki denetleyicinin karşılaştırılmasında birinci çubuğun konum verisi



Şekil 4.32. İki denetleyicinin karşılaştırılmasında ikinci çubuğun konum verisi

5. DENEYSEL SONUÇLAR

Hareket denklemleri elde edilip, doğrusallaştırılan ÇTS sisteminin dengeleme kontrol probleminin çözümü için optimal durum geri beslemeli kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Gerçekleştirilen tasarım hem benzetim ortamında hem de gerçek zamanlı olarak sisteme uygulanmıştır.

Gerçek zamanlı yapılacak olan ÇTS sisteminin kontrol uygulamalarına zemin oluşturması amacıyla sistemin kontrolü öncelikle MATLAB/Simulink ortamında gerçekleştirilmiştir. Tasarlanan kontrol algoritmalarının MATLAB/Simulink ortamında yapılan benzetim çalışmalarına göre kontrolcünün performansı analiz edilmiştir.

ÇTS sisteminin dengelenmesi, durum geri beslemeli kontrol yöntemlerinden LQR ve LQG kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Sistemin kararsız kutuplarının sistemi kararlı hale getirecek değerlere çekilebilmesi için kazanç matrisi hesaplanmış ve çubukların açıları ve araba konumu kontrol edilmiştir.

Gerçek sistemlerde her zaman sistem durumlarının tümüne erişilemeyebileceğinden ÇTS sistem özelliklerine uygun bir Kalman filtresi tasarlanmış ve sistem durumlarının tahmini başarıyla yapılmıştır. Tahmin edilen sistem durum değişkenlerinin kullanılmasıyla çubukların açıları ve araba konumu kontrol edilmiştir. KF kullanımı ile ölçüm hataları, sistem gürültüleri gibi gerçek zamanlı sistemlerde oluşabilecek istenmeyen durumların sisteme olası etkileri ortadan kaldırılmıştır.

5.1. LQR Yöntemi ile Sistemin Dengelenmesi

Durum geri besleme yönteminde, sistemin kapalı çevrim kararsız kutupları durum değişkenlerinden ve kazanç matrisinden yararlanılarak sistemi kararlı hale getirecek noktalara atanır. Kapalı çevrim kutup değerlerini kararlı olacak şekilde ayarlayabilmek için her durum değişkeni k_i kazancı ile çarpılarak u kontrol sinyaline geri beslenir.

Teorik olarak, uygun kazanç matrisi ile birçok sistemin kutup noktaları istenilen herhangi bir yere yerleştirilebilir [13]. Böylece hızlı ve kararlı bir şekilde sistem cevabı elde edilebilir. Fakat gerçek zamanlı uygulamalarda kontrolcünün performansı fiziksel donanımla sınırlıdır. Bu nedenle teorik hesaplamaların pratikte birebir karşılığı her zaman olmayabilir. Pratikte en iyi sonuçlara, sistem cevabı ve kontrol başarısı arasında optimizasyon yapılarak ulaşılabilir.

Benzetim modelinde ağırlık matrislerinin kontrolcünün performansına etkisi gözlenmişti. “Bryson’s Rule” yöntemine göre belirlenen Denklem (5.1)’deki başlangıç noktasından yola çıkılarak Q ve R ağırlık matrisleri, ÇTS fiziksel sistemi üzerinde deneysel olarak ayarlanmıştır.

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R = 1 \quad (5.1)$$

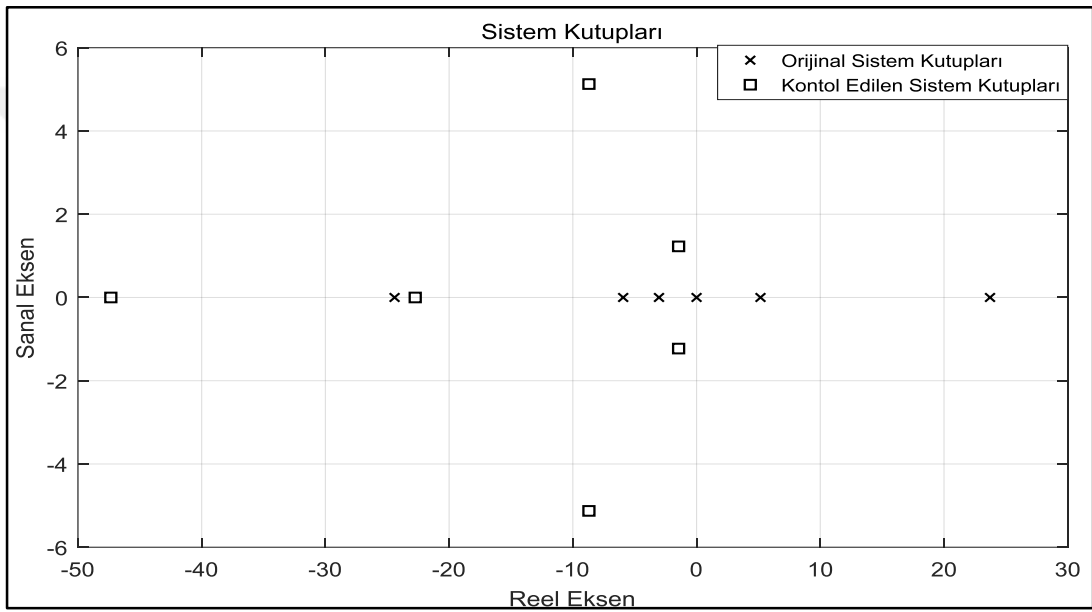
Ağırlık matrisleri gerçek zamanlı olarak ayarlanırken, öncelikle seçilen Q ve R ağırlık matrislerinden kazanç matrisi elde edilir. Elde edilen kazanç matrisi ile LQR kontrolcü sisteme uygulanır. Bu kontrolcünün sisteme uygulanması sonucunda sistemin kontrolcüye cevabı incelenir. Sistem cevabında arabanın ve çubukların davranış biçimine göre ağırlık katsayıları güncellenir. Örneğin, birinci çubuğun kontrolü için daha fazla kontrol sinyali gerekirse Q matrisinde birinci çubuğun ağırlığı arttırılmalı.

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix} \quad R = 0,01 \quad (5.2)$$

ÇTS fiziksel sistemi üzerinde yapılan testler sonucunda sistem kontrolünü sağlayan Q ve R parametreleri Denklem (5.2)'de görüldüğü şekilde elde edilmiştir. Bu parametrelere göre elde edilen, sistemi dengede tutabilen kazanç matrisi Denklem (5.3)'de görülmektedir.

$$K = [31,6228 \quad -152,2980 \quad -363,5368 \quad 28,6113 \quad -40,1372 \quad -25,3043] \quad (5.3)$$

Kontrolcünün sisteme uygulanması sonucunda sistem kutuplarındaki değişim Şekil 5.1'de görülmektedir.



Şekil 5.1. Sisteme ait kutup noktalarının kazanç matrisine bağlı olarak değişimi

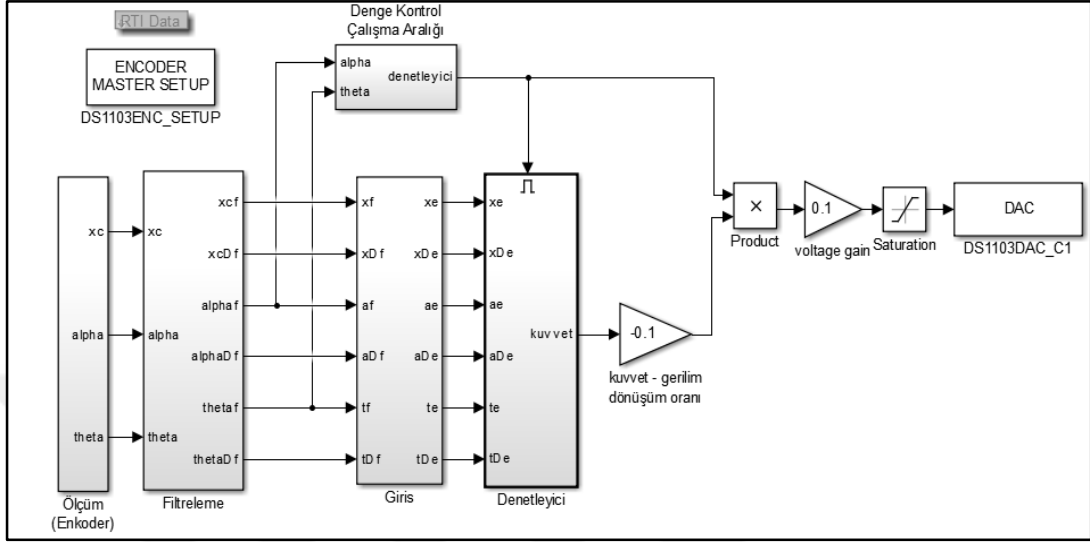
5.2. Gerçek Zamanlı LQR Simulink Modeli

Şekil 5.2'de LQR yöntemine göre tasarlanan kontrol algoritması için hazırlanan Simulink modeli görülmektedir.

Ölçüm alt modelinde, enkoder okuma bloklarıyla araba konumu ve çubukların açı bilgileri okunur. Filtreleme alt modelinde, enkoderlerden elde edilen pozisyon verileri filtrelenerek hız verileri elde edilir. Böylece sistemin tüm durum değişkenlerine erişilmiştir.

Denetleyici alt modelinde kazanç matrisinin her bir elemanı ilgili durum değişkeni ile çarpılır. Kontrol yapısına ayrıca kontrolcünün çalışma aralığı eklenmiştir. Yani kontrolcü sadece belirlenen çalışma aralığında kontrol sinyali üretir. Bu çalışma

aralığı çubukların açılarına göre belirlenmektedir. Çubuk açıları 0° civarında ise kontrolcü aktif duruma gelir. Çalışma aralığının \pm sınırı tasarımcı tarafından belirlenir.



Şekil 5.2. Gerçek zamanlı LQR Simulink modeli

5.2.1. Hız verilerinin elde edilmesi

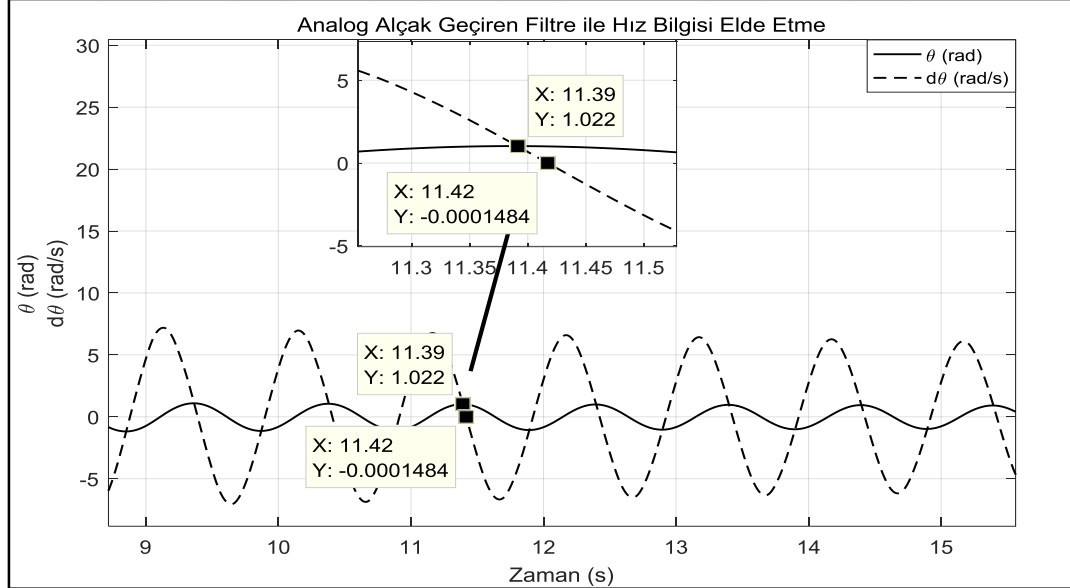
ÇTS sisteminde araba ve çubukların hızı, sistem durum değişkenlerindedir ve durum geri beslemeli kontrolcünün sisteme uygulanabilmesi için bu değişkenlerin bilinmesi gereklidir.

ÇTS sisteminin ölçülebilir değişkenleri, araba ve çubukların pozisyon bilgileridir. Hız bilgilerini ise direkt olarak ölçebilecek bir ölçüm mekanizması sistemde yoktur. Bu nedenle LQR kontrolcünde, pozisyon bilgilerinin türevi alınarak hız bilgileri elde edilmektedir. Fakat bu işlem sonucunda hız verisinde gürültü, gecikme vs. gibi istenmeyen durumlar oluşabilmektedir.

Bu çalışmada hız bilgisinin elde edilmesi için alçak geçiren filtre, farklı filtre tasarım yöntemleri ile uygulanmış ve gerçek zamanlı kontrol uygulaması için en uygun yönteme karar verilmiştir. Simulink analog filtre tasarım bloğu, ikinci dereceden alçak geçiren filtre transfer fonksiyonu, FIR filtre kullanılan tasarım yöntemlerindedir. Her bir alçak geçiren tasarım yöntemini içeren gerçek zamanlı Simulink modelleri hazırlanmıştır. Filtre etkisinin gözlenmesi için sisteme hareket

verilmiş ve ikinci çubuğun pozisyon – hız bilgisi kaydedilip, incelenmiştir. Şekil 5.3, 5.4 ve 5.5’te sırası ile filtre sonuçları verilmiştir.

Şekil 5.3’de ikinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve analog filtre (Simulink analog filtre tasarım bloğu) yönteminin uygulanması ile elde edilen gerçek zamanlı açısal hız bilgisi görülmektedir. Uygulanan analog filtre, 2. dereceden, geçiş bandı kenar frekansı (passband edge frequency) 50 rad/s olan ve “Butterworth” yöntemine göre tasarlanan alçak geçiren özellikte bir filtredir. Şekil 5.3’de görülen çubuğun hareketine bakıldığında, salınım yaptığı görülmektedir. Çubuk pozitif yöne salınırken negatif yöne geçişi sırasında (ya da negatif yönden pozitif yöne geçişte) hızı sıfır olacaktır. Hızın sıfır olduğu nokta pozisyon bilgisinde salınımın tepe noktasını oluşturmaktadır. Grafikte bahsedilen tepe noktalarından biri görülmektedir. Pozisyon bilgisinin tepe noktasının olduğu saniyede hız bilgisinin 0 değerinde olması gerekmektedir. Fakat Şekil 5.3’deki grafiğe bakıldığında bu iki nokta arasında 0,03 saniye olduğu görülmektedir. Yani pozisyon bilgisine göre hız bilgisinde gecikme meydana gelmiştir.



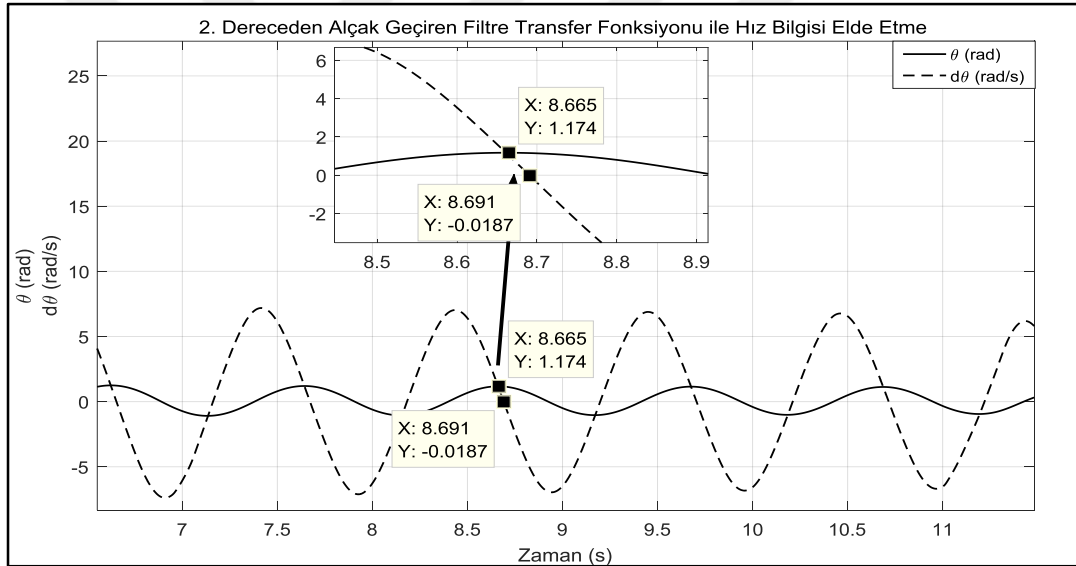
Şekil 5.3. İkinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve analog filtre ile elde edilen ikinci çubuğun açısal hızı

Şekil 5.4’de ikinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve ikinci dereceden alçak geçiren filtre (Simulink transfer fonksiyonu bloğu) tasarımının uygulanması ile elde edilen gerçek zamanlı açısal hız bilgisi görülmektedir. Şekildeki grafiğe

bakıldığında hız bilgisi ile konum bilgisi arasında 0,026 saniye zaman farkı olduğu görülmektedir.

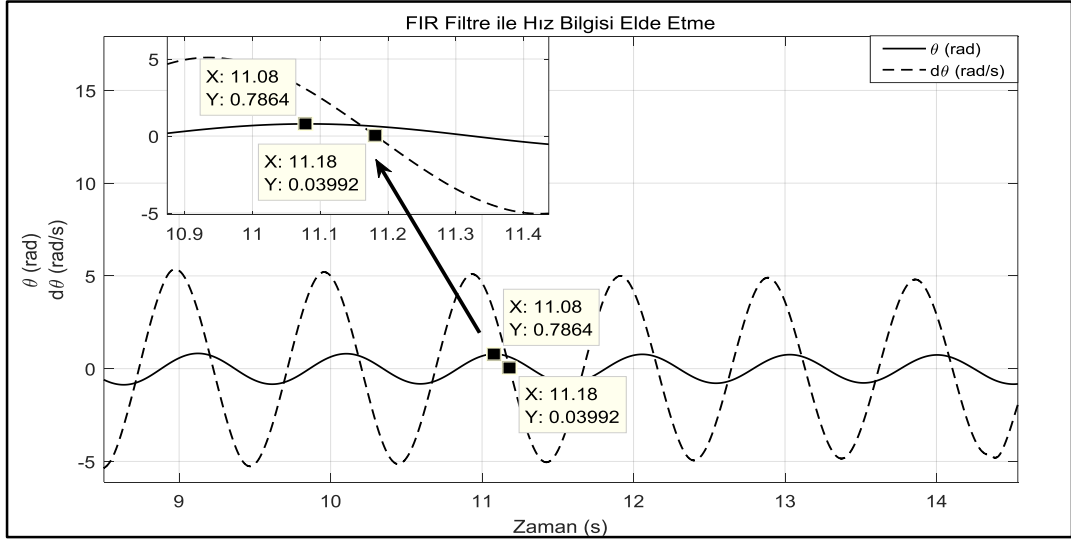
Uygulanan filtrenin transfer fonksiyonu Denklem (5.4)'de verilmiştir. W_c bant genişliğini, f_c kesim frekansını, ζ ise sönümlenme oranını ifade etmektedir. Araba ve çubukların davranış biçimleri farklılık gösterdiğinden bant genişlikleri de farklılık gösterecektir. Yani arabanın ve çubukların konum bilgilerine uygulanan türev filtresi farklıdır. Çubuklar için bant genişliği $2\pi 10$ rad/s, araba için bant genişliği $2\pi 50$ rad/s seçilmiştir. Sönümlenme oranı ise her biri için 0,9 olarak seçilmiştir.

$$H(s) = \frac{W_c^2 s}{s^2 + 2\zeta W_c s + W_c^2} \quad W_c = 2\pi f_c \quad (5.4)$$



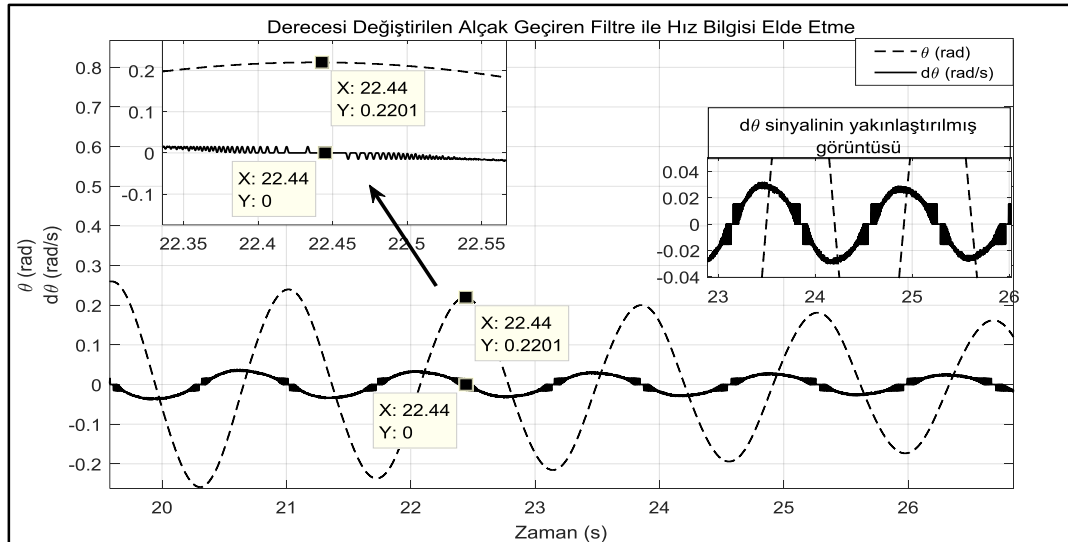
Şekil 5.4. İkinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve 2. dereceden türev filtresi ile elde edilen ikinci çubuğun açısal hızı

Şekil 5.5'de ikinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve FIR filtre (Simulink alçak geçiren filtre bloğu) uygulanması ile elde edilen gerçek zamanlı açısal hız bilgisi görülmektedir. Şekildeki grafiğe bakıldığında hız bilgisi ile konum bilgisi arasında 0,1 saniye zaman farkı olduğu görülmektedir. Bu filtre uygulamasında, Simulink ortamında alçak geçiren filtre bloğu kullanılarak filtre tasarım kriterleri belirlenmiş ve tasarım kriterleri belirlenen filtre bloğu konum bilgisine uygulanmıştır.



Şekil 5.5. İkinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve FIR filtre ile elde edilen ikinci çubuğun açısal hızı

3 alçak geçiren filtre tasarım yönteminde de hız bilgisinde konum bilgisine göre gecikme meydana gelmiştir fakat en az gecikme ikinci dereceden alçak geçiren filtre transfer fonksiyonu ile elde edilmiştir. Hız bilgisinde gecikme meydana gelmesi kontrolör performansını olumsuz etkileyebilir. 26 ms'lik bir gecikmenin ÇTS sisteminin kontrolüne olumsuz etkisi olup olmadığını incelemeyen önce hız bilgisinde meydana gelen gecikme ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır.



Şekil 5.6. İkinci çubuğun gerçek zamanlı açısal konumu ve derecesi değiştirilen alçak geçiren filtre ile elde edilen ikinci çubuğun açısal hızı

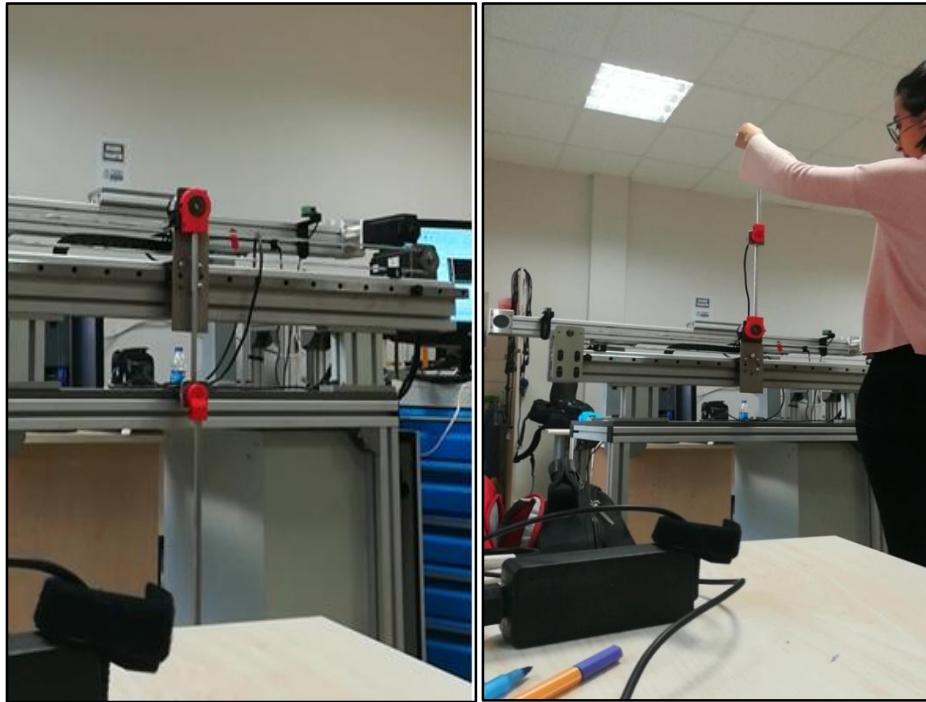
Alçak geçiren filtrenin derecesinin değiştirilmesi ile hız bilgisinde meydana gelen gecikme etkisi ortadan kaldırılmaktadır. Gecikme etkisinin yok edilebilmesi

için filtre derecesinin azaltılması gerekmektedir. Şekil 5.6’da derecesi değiştirilip sisteme uygulanan alçak geçiren filtrenin sonuçları çizdirilmiştir. Grafikten görüldüğü üzere hız ve konum bilgisi arasındaki gecikme ortadan kalkmıştır. Ancak hız bilgisi oldukça gürültülü olarak elde edilmiştir. Gecikme etkisi ortadan kalkmasına rağmen sinyalde gürültü etkisi ortaya çıkmıştır.

Gerçek zamanlı LQR modeli, bahsedilen hız bilgisi elde etme yöntemleri ile sistem üzerinde denenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. En iyi sonuç ikinci dereceden türev filtresi ile elde edilmiştir. Gürültü, kontrolcünün performansını oldukça olumsuz etkilemiştir fakat kontrolcü, gecikmenin etkisini yok etmeyi başarmıştır. Sonuç olarak LQR Simulink modelinin filtreleme alt modelini, ikinci dereceden türev filtresi oluşturmaktadır.

5.3. LQR Deneysel Sonuçlar

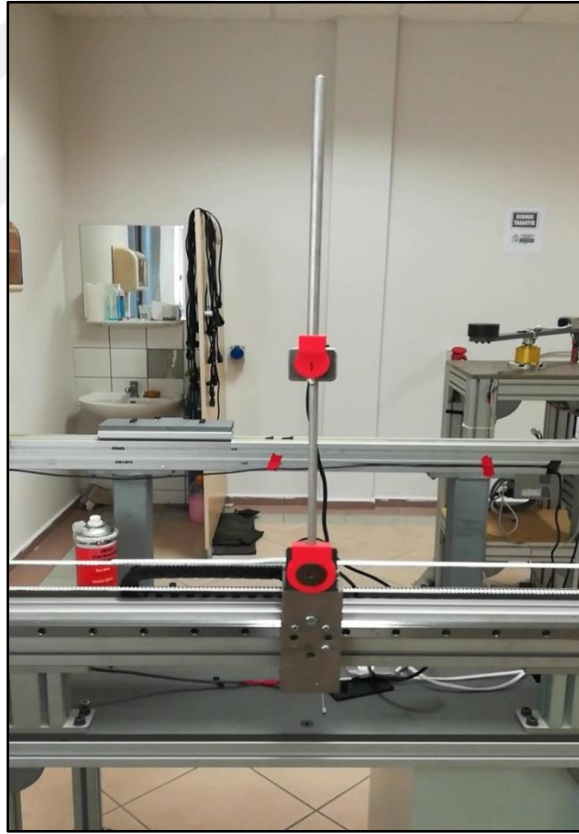
Gerçek zamanlı uygulamada, kontrolör algoritması sarkaçlar aşağı konumda iken başlatılır. Enkoderler sarkaçların aşağı konumda, hareketsiz olduğu bu noktayı referans olarak çubukların açılarını ölçmeye başlar. Daha sonra sarkaçlar kontrol probleminin çalışma aralığına getirilir ve çubuk açıları çalışma aralığına girdiğinde LQR denetleyici, çıkış sinyali üretmeye başlar.



Şekil 5.7. Sistemin gerçek zamanlı uygulamasında ilk iki aşama

Çubuklar yukarıda ve sistem belli bir başlangıç noktasında iken kontrolcü devreye girerek kontrol sinyali üretmektedir. Kontrolcünün ürettiği kontrol sinyali kuvvettir. Ancak servo motorun hareket etmesi için motora ± 10 V'luk bir gerilimin uygulanması gerekmektedir. Dolayısıyla üretilen kontrol sinyali gerilime dönüştürülerek servo motora uygulanır. Sisteme enerji verildiğinde kontrolcünün ürettiği kuvvet sinyali, gerilim olarak motora uygulanır ve motor, sistemi dengeleyecek şekilde tahriklenir.

Kontrolcünün uygulanmasında, ilk iki çalışma aşaması Şekil 5.7'de görülmektedir. Şekilde görüldüğü üzere ilk aşamada çubuklar aşağı konumdadır. İkinci aşamada ise çubuklar yukarı konuma getirilmiştir. Daha sonra sisteme enerji verilir, kontrolcü devreye girer ve sistemi başarıyla dengeler. Sistemin denge hali Şekil 5.8'de görülmektedir.

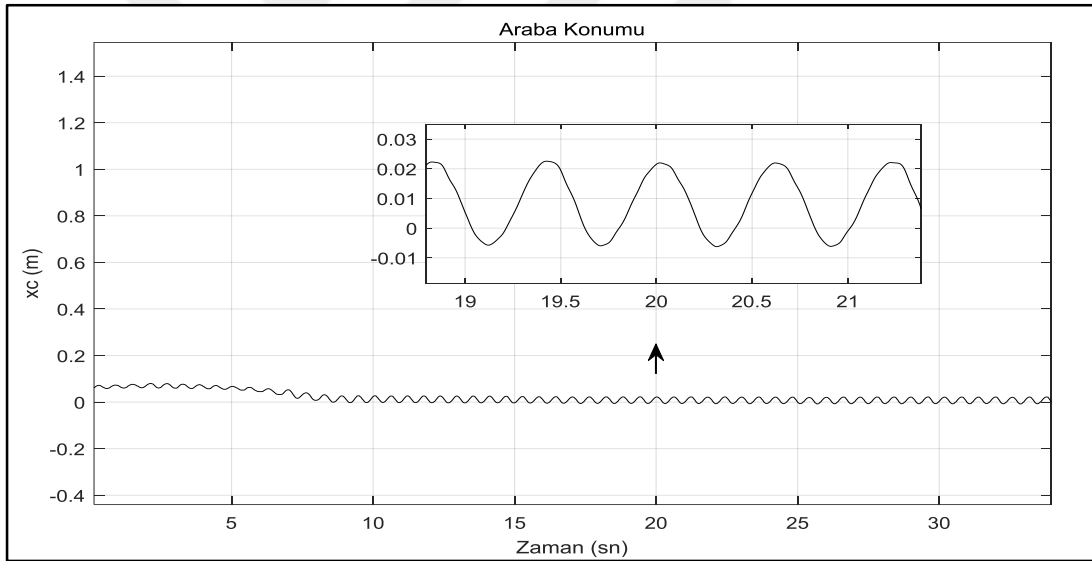


Şekil 5.8. Sistemin gerçek zamanlı denge hali

Şekil 5.9, 5.10 ve 5.11'de sırası ile sistemin başlangıç durumundan denge durumuna geçerken pozisyon bilgilerinin değişimleri çizdirilmiştir.

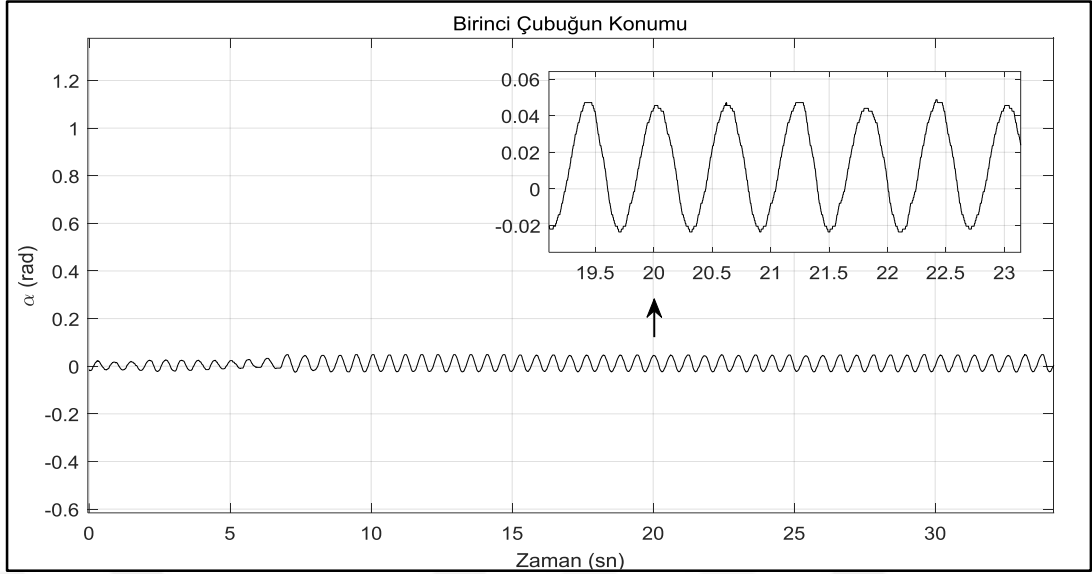
Arabanın başlangıç noktası 0,055 m'dir. Kontrolcü devreye girdiğinde araba bu başlangıç noktasından referans noktası civarına hareket etmiştir. Şekil 5.9'dan görüldüğü üzere belli bir süre sonra araba, çok küçük genlikli salınımlarla referans noktası civarındadır. Araba konumunda referans noktasına göre 2 cm'lik bir hata meydana gelmektedir, bu hata ihmal edilebilecek bir hatadır.

Çubukların bağlantı noktalarında meydana gelebilecek eksen kayması, arabanın hareket ettiği lineer modülün eğimi, araba ve modül arasındaki sürtünme kuvveti, çubukların eksenleri arasındaki paralelliğin bozulması gibi durumlar bu sistemde oluşabilecek olası istenmeyen durumlardır ve bu istenmeyen durumlar sistemin denge kontrolünü bozmaya yönelik etki oluşturmaktadırlar. ÇTS sisteminin fiziksel mekanizması olabildiğince rijit olmalıdır. En küçük değişiklik, sistemin dengesinin bozulmasına oldukça büyük etki yaratacaktır.



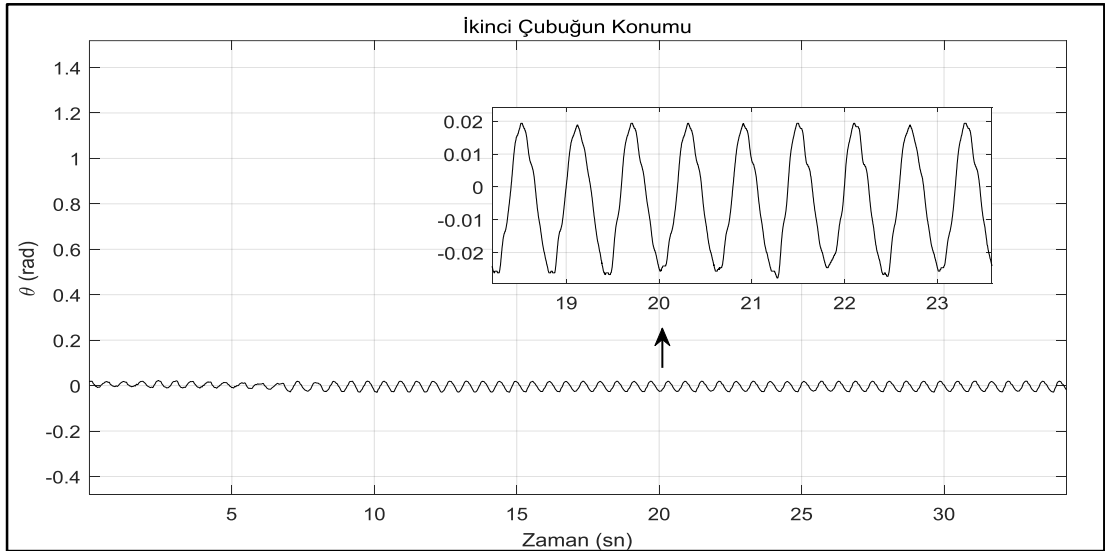
Şekil 5.9. Gerçek zamanlı olarak ÇTS sisteminin dengelenmesinde araba konumunun değişimi

Şekil 5.10'da birinci çubuğun konumu görülmektedir. Arabanın referans civara girip, kararlı hareket ettiği andan itibaren birinci çubukta referans civarda kararlı hareket etmeye başlamaktadır. ÇTS sisteminde araba ve çubukların hareketleri birbirine bağlıdır. Araba hareketinde meydana gelen değişim, çubukların hareketine de yansiyacaktır. Birinci çubuk referans noktası civarında küçük genlikli salınım yapmaktadır. -0,02 rad ile 0,04 rad ($1,146^\circ$ ile $2,3^\circ$) arasında salınım yapmaktadır.

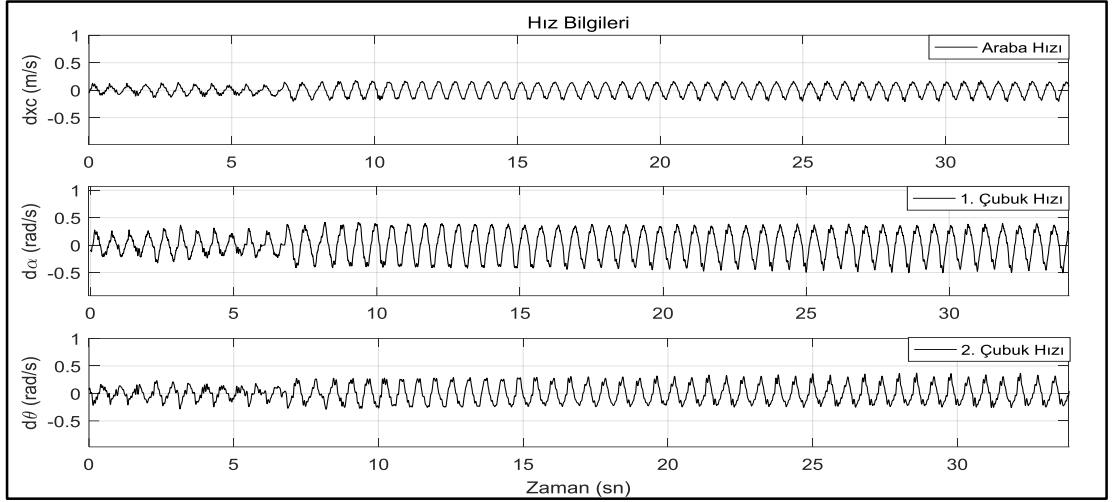


Şekil 5.10. Gerçek zamanlı olarak ÇTS sisteminin dengelenmesinde birinci çubuğun konumunun değişimi

Şekil 5.11’de ikinci çubuğun konumu görülmektedir. İkinci çubuğun hareketi, arabanın ve birinci çubuğun hareketine paralellik göstermektedir. Dolayısıyla ikinci çubuk da referans noktası civarında küçük genlikli salınım yapmaktadır. -0,02 rad ile 0,02 rad ($-1,146^\circ$ ile $1,146^\circ$) arasında salınım yapmaktadır.

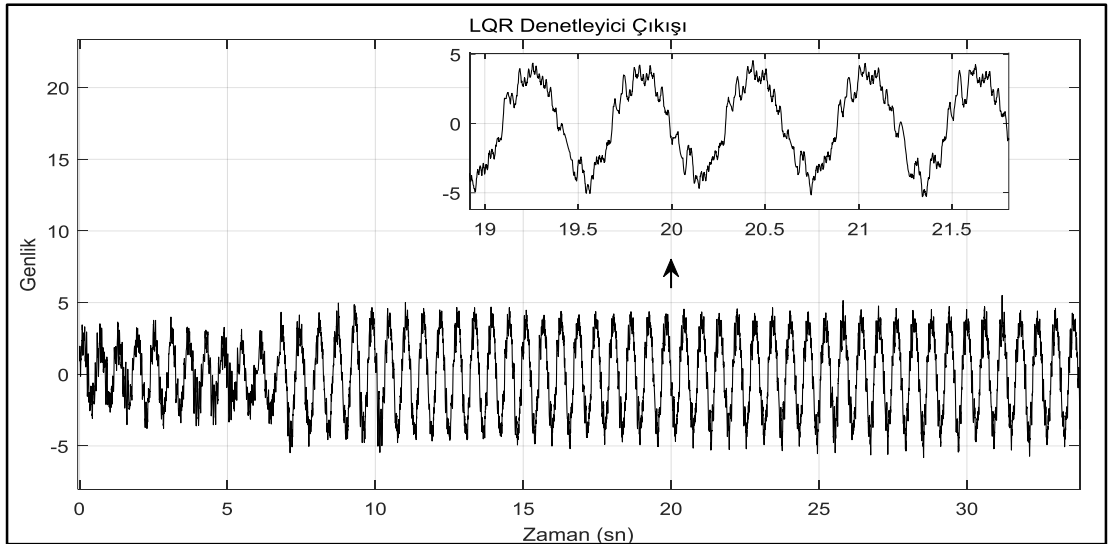


Şekil 5.11. Gerçek zamanlı olarak ÇTS sisteminin dengelenmesinde ikinci çubuğun konumunun değişimi



Şekil 5.12. Gerçek zamanlı olarak ÇTS sisteminin dengelenmesinde hız bilgilerinin değişimi

Şekil 5.12’de araba ve çubukların hız bilgilerinin çizdirildiği grafik görülmektedir. ÇTS sisteminin dengelenmesinde tüm durum değişkenlerinin referans sinyali 0’dır. Bu nedenle hız bilgilerinin de sistemin dengelenmesi ile referans noktalarına oturması gerekmektedir. Ayrıca hız bilgileri, konum bilgilerinden elde edildiği için konum bilgilerindeki salınım hareketi hız bilgilerine de yansımaktadır. Ayrıca Şekil 5.13’de kontrolcünün ürettiği kontrol sinyali görülmektedir.

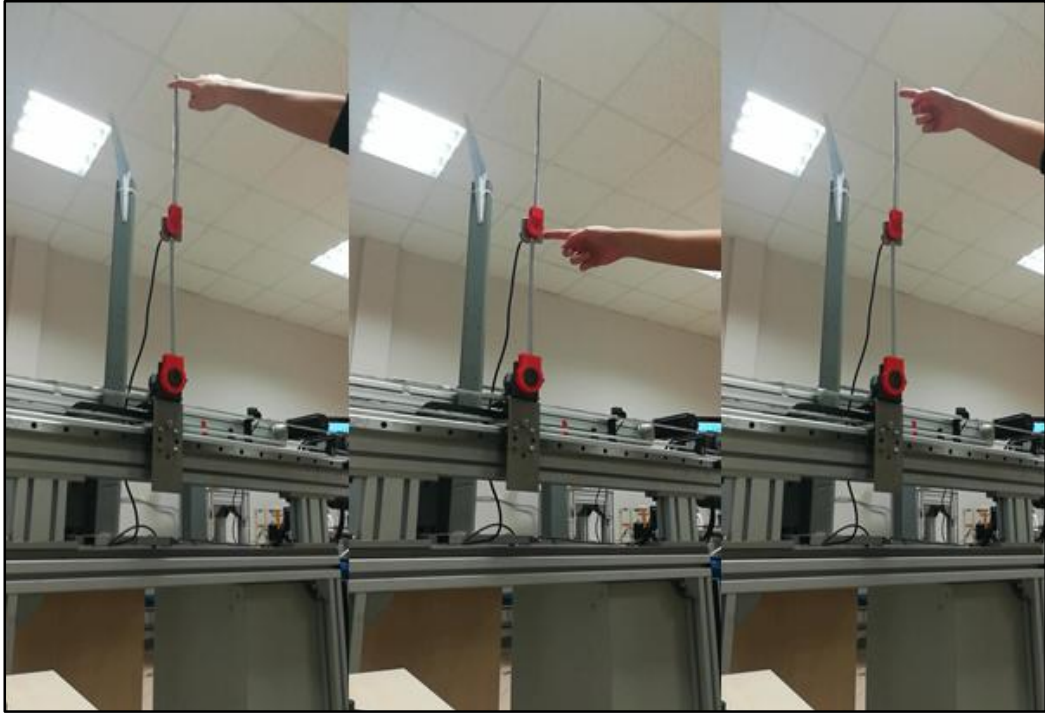


Şekil 5.13. Gerçek zamanlı olarak ÇTS sisteminin dengelenmesinde denetleyici çıkış sinyalinin değişimi

5.3.1. Sisteme bozucu etki uygulanması

ÇTS sistemi denge halinde iken çubuklara veya arabaya bozucu etki uygulanırsa, kontrolcünün bu etkileri yok edecek şekilde sinyal üretmesi gerekmektedir. Kontrolcünün performansı, hem çubuklara hem arabaya bozucu etki uygulanması durumunda ayrı ayrı incelenmiştir.

Şekil 5.14'te sisteme uygulanan dış bozucu etkiler görülmektedir. Sistem denge halinde iken her iki çubuğa da pozitif veya negatif yönde bozucu etki uygulanmıştır. Bozucu etkiden dolayı çubukların dengesi bozulma eğilimine girer ve salınıma başlarlar. Çubuklardaki salınım hareketinin etkisi ile araba da harekete başlar. Fakat kontrolcü bu değişime karşılık sistemi tekrar denge haline getirecek kontrol sinyalini üretir. Araba bu kontrol sinyaline göre hareket eder ve sistem tekrar dengelenir.

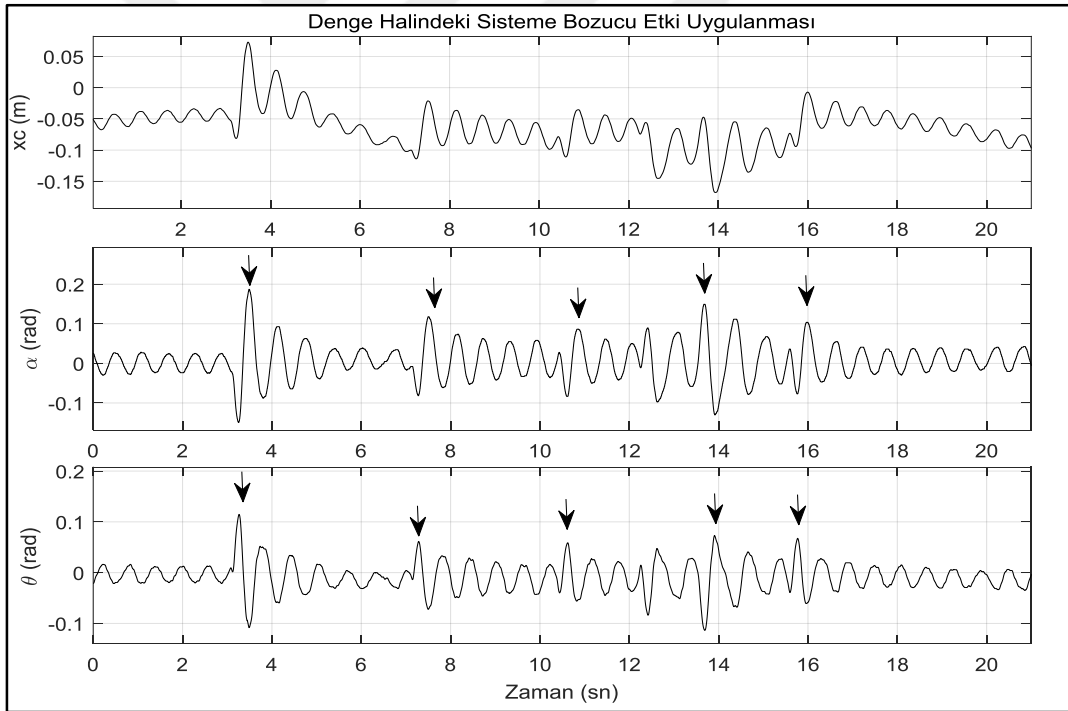


Şekil 5.14. Sisteme dış bozucu etki uygulanması

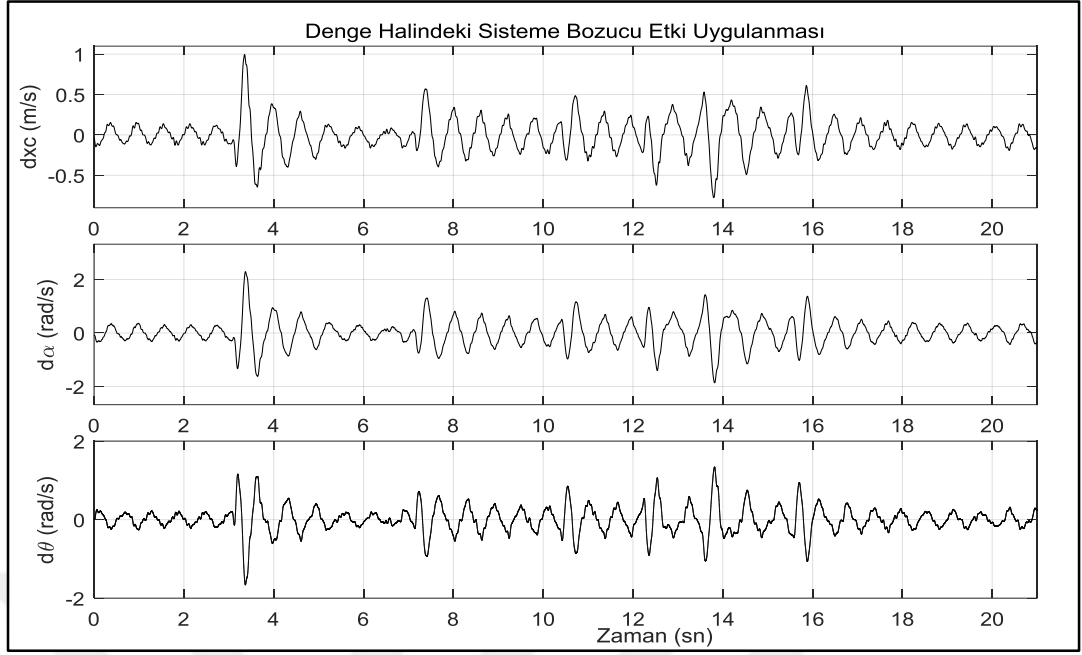
Sistem denge halinde iken çubuklara dış bozucu etki uygulanması sonucunda araba ve çubukların pozisyon verilerindeki değişim Şekil 5.15'de görülen grafikte çizdirilmiştir. Çubuklara bozucu uygulanan noktalar grafikte görülmektedir. Bu noktalarda çubukların referans noktadan uzaklaştığı görülmektedir. Örneğin, ilk

bozucu etki uygulanmadan önce birinci çubuğun konumu 1° civarında iken 4. saniyede bozucu etki uygulanması ile konumu 6° olmuştur. Yani referans noktasından uzaklaşmış dolayısıyla birinci çubuğun konumunun hata bilgisi artmıştır. İkinci çubuğun ve arabanın konumu için de aynı durum söz konusudur. Her bir çıkış değişkeninin hatası artmıştır. Kontrolcü artan hata sinyaline göre sisteme uygulanacak sinyali günceller ve sistemi tekrar denge noktasına getirecek kontrol sinyalini üretir.

Sistem denge halinde iken çubuklara dış bozucu etki uygulanması sonucunda araba ve çubukların hız verilerindeki değişim Şekil 5.16'da görülen grafikte çizdirilmiştir. Pozisyon verilerindeki salınım etkisi, hız verilerinde de ortaya çıkmıştır. Ancak bozucu etkilere rağmen kontrolcü, hız verilerini de referans civarında tutmayı başarmıştır.

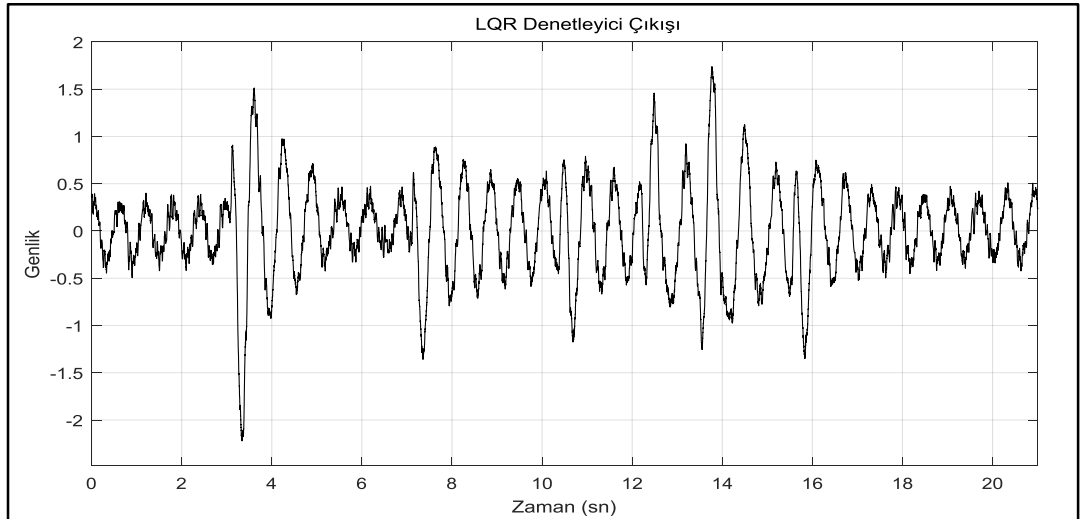


Şekil 5.15. Denge halindeki sisteme dış bozucu etki uygulanması sonucu pozisyon verilerindeki değişim



Şekil 5.16. Denge halindeki sisteme dış bozucu etki uygulanması sonucu hız verilerindeki değişim

Şekil 5.17’de denge halindeki çubuklara dış bozucu etki uygulanması sonucu kontrol sinyalindeki değişim görülmektedir. Bozucu etken uygulanması sonucu artan hata sinyalinden dolayı kontrol sinyalinin genliği de artmıştır.

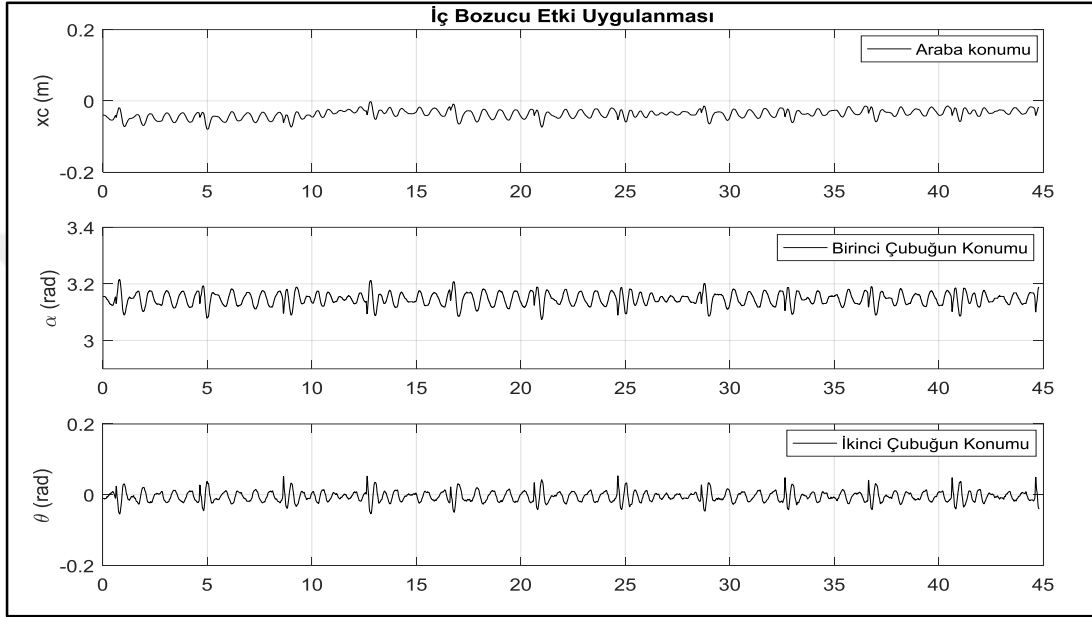


Şekil 5.17. Denge halindeki sisteme dış bozucu etki uygulanması sonucu kontrol sinyalindeki değişim

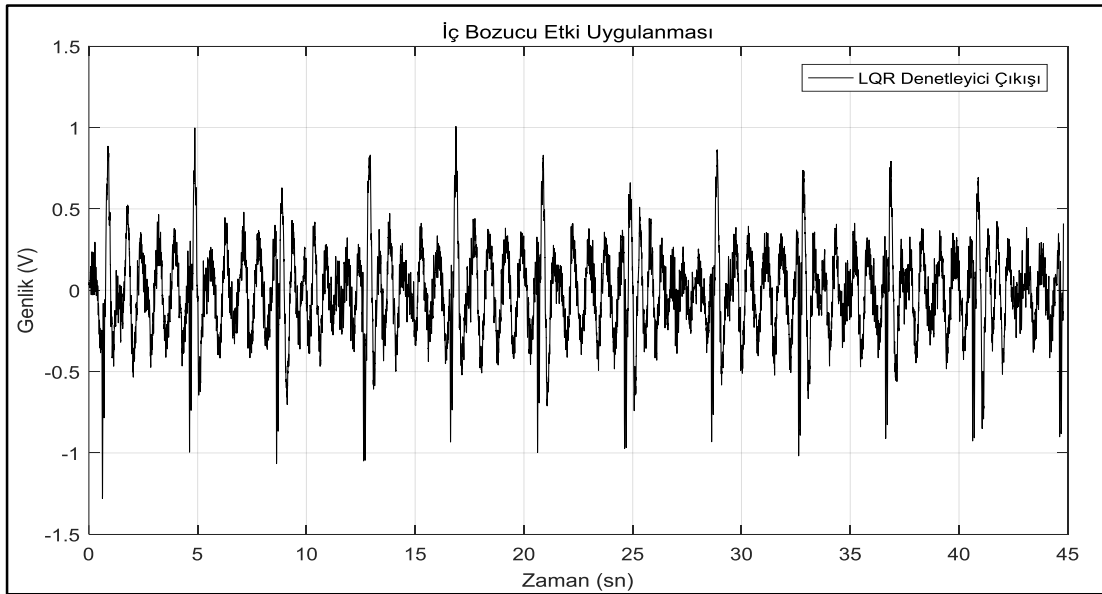
Bozucu etkinin arabaya uygulanması ile sistem davranışındaki değişimlerin incelenebilmesi için sistem çıkışına (arabaya) uygulanan kontrol sinyaline dürtü

(impulse) sinyali eklenmiştir. Böylece eklenen dürtü sinyali, denge halindeki arabanın hareketine bozucu bir etki yapacaktır.

Dürtü sinyalinin periyodu 4 sn, genliği ise 2 V değerindedir. Yani 4 saniyede bir 2 V değerinde bir sinyal arabaya uygulanmaktadır. Bu durumda sistemin çıkışlarının değişimi Şekil 5.18’de, arabaya uygulanan kontrol sinyali Şekil 5.19’da verilmiştir.



Şekil 5.18. Denge halindeki sistemde arabaya bozucu etki uygulanması sonucu sistem çıkışlarındaki değişim



Şekil 5.19. Denge halindeki sistemde arabaya bozucu etki uygulanması sonucu kontrol sinyalindeki değişim

ÇTS sistemi denge halinde iken çubuklara veya arabaya bozucu etki uygulanması halinde, kontrolcünün bu etkileri yok edecek şekilde sinyal ürettiği ve sistemin denge halini koruduğu elde edilen verilerden anlaşılmaktadır.

5.4. Kalman Filtresi Tahmin Sonuçları

Optimal durum geri beslemeli kontrolcünün temelinde sistemin tüm durumlarının erişilebilir olması vardır. ÇTS sisteminin tüm durum değişkenleri elde edilebildiği için LQR denetleyici yapısı gerçek zamanlı olarak başarıyla uygulandı. Fakat sistem durum değişkenlerinin tümünü kolayca elde edebilmek her zaman mümkün değildir. “Ya sistemin tüm durum değişkenleri erişilebilir olmasaydı” probleminin çözümünü LQG denetleyici yapısı oluşturmaktadır. Çünkü bu yapıda KF, tüm durum değişkenlerini tahmin ederek, erişilebilir hale getirebilmektedir.

Sistemde kullanılan enkoderlerden elde edilen verilerin çok gürültülü olması, enkoder ölçümlerinin hatalı olması, hız bilgilerinin gürültülü veya gecikmeli olması, enkoder kablolarında meydana gelebilecek bir kopma ile verinin ölçülememesi gibi durumlar gerçek zamanlı çalışmalarda sık sık meydana gelebilecek problemlerdendir. KF ile tahmin edilen sistem durum değişkenlerinin kullanımı ile bu problemlerin aşılması mümkündür.

LQG denetleyici yapısına geçilmeden önce gerçek zamanlı sistem için bir KF tasarımı gerçekleştirilmeli ve KF tahmin sonuçları kontrol edilmelidir. KF başarısı, LQG denetleyicide kritik öneme sahiptir.



Şekil 5.20. KF durum tahmini çalışma yapısı

LQR denetleyici devrede iken durum tahmini yapılacağından Kalman filtresine giriş olarak LQR denetleyici kontrol sinyali verilecektir. Çalışma yapısı, Şekil 5.20’de görülmektedir. ÇTS sisteminin 3 çıkışı ve LQR kontrol sinyali Kalman

filtresinin giriş sinyallerini oluşturmaktadır. KF çıkışı ise ÇTS sisteminin tahmin edilen 6 durum değişkenidir.

KF tasarımında, gürültü kovaryans matrislerinin seçimi oldukça önem taşımaktadır. Sistem üzerindeki enkoderlerden ölçülen verilerde herhangi bir gürültü söz konusu değildir. Dolayısıyla model ile ilgili problemlerin ölçüm problemlerinden daha baskın olduğu varsayılarak; $Q_n > R_n$ seçilebilir.

KF tasarımında, Q_n için 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000 olmak üzere 6 farklı değer deneysel olarak denenmiş ve en iyi sonuç $Q_n = 10000$ iken elde edilmiştir.

Ölçüm gürültü kovaryans matrisi için ise enkoder çözünürlüklerinden yararlanılmıştır. Denklem (5.5), (5.6) ve (5.7)'de sırası ile arabanın, birinci çubuğun ve ikinci çubuğun pozisyonlarını ölçen enkoderlerin çözünürlükleri elde edilmiştir.

$$R_{xc} = \left(\frac{0,127 [m]}{1024 \text{ counts}} \right)^2 \quad (5.5)$$

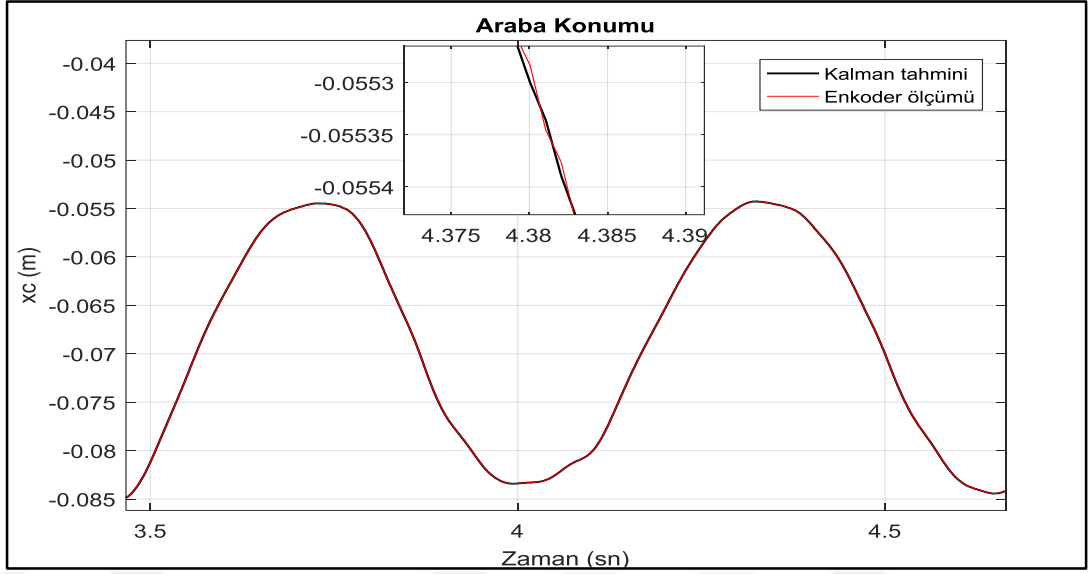
$$R_{\alpha} = \left(\frac{2\pi [\text{rad}]}{1000 \text{ counts}} \right)^2 \quad (5.6)$$

$$R_{\theta} = \left(\frac{2\pi [\text{rad}]}{3000 \text{ counts}} \right)^2 \quad (5.7)$$

Sistemin ölçülen 3 çıkışı mevcut olduğundan ölçüm gürültü kovaryans matrisi 3x3 boyutundadır. Denklem (5.8)'de enkoder çözünürlüklerinden elde edilen 3x3 boyutundaki R_n matrisi görülmektedir.

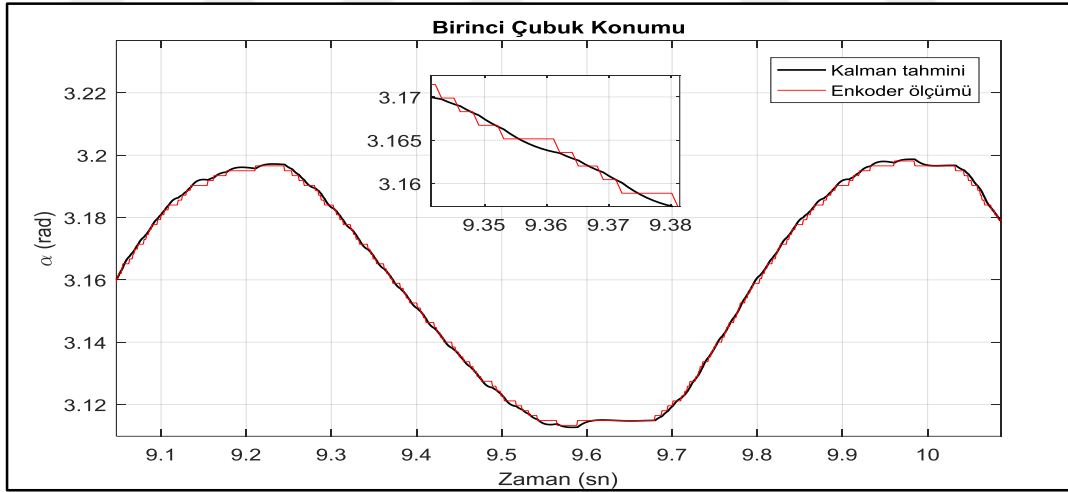
$$R_n = \begin{bmatrix} R_{xc} & 0 & 0 \\ 0 & R_{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & R_{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,15 * 10^{-7} & 0 & 0 \\ 0 & 3,94 * 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 4,36 * 10^{-6} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Seçilen gürültü kovaryans matrisleri ile tasarlanan Kalman filtresinin başarısını incelemek için gerçek zamanlı LQR denetleyici modeline KF yapısı eklenmiştir. LQR devreye sokulmuş ve KF sonuçları incelenmiştir.

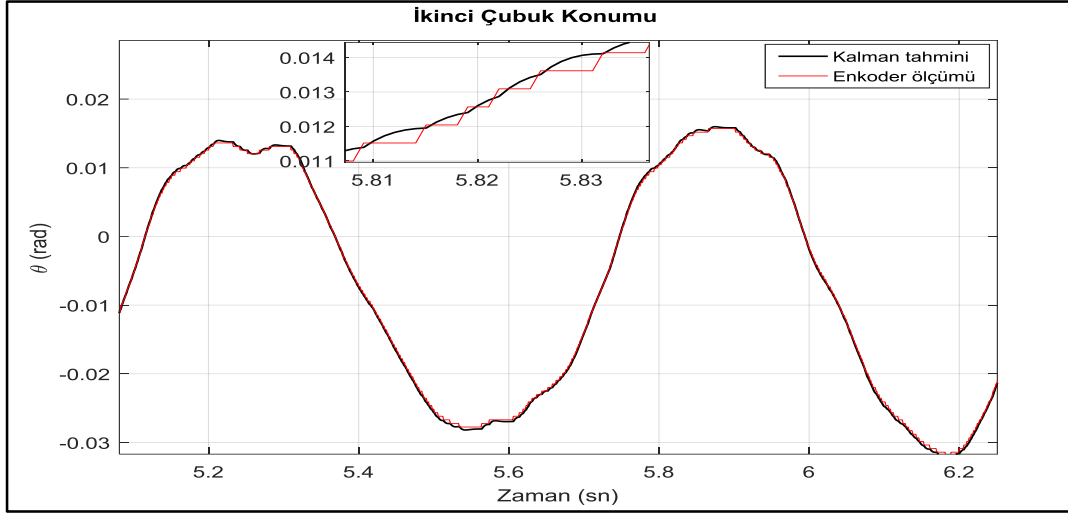


Şekil 5.21. KF – arabanın konum bilgisi

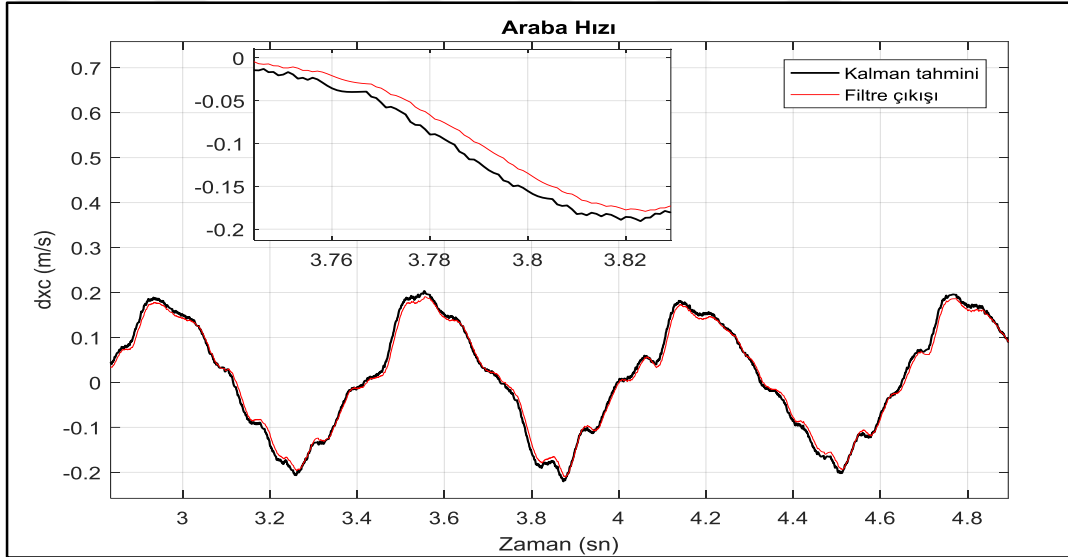
Şekil 5.21, 5.22 ve 5.23’de verilen grafiklerde sistemdeki her bir pozisyon bilgisinin hem enkoderden ölçülen değeri hem de Kalman filtresi sonucu tahmin edilen değeri görülmektedir. Grafiklerden de görüldüğü üzere tahmin edilen sinyaller, gerçek sinyallere oldukça yakındır.



Şekil 5.22. KF – birinci çubuğun konum bilgisi

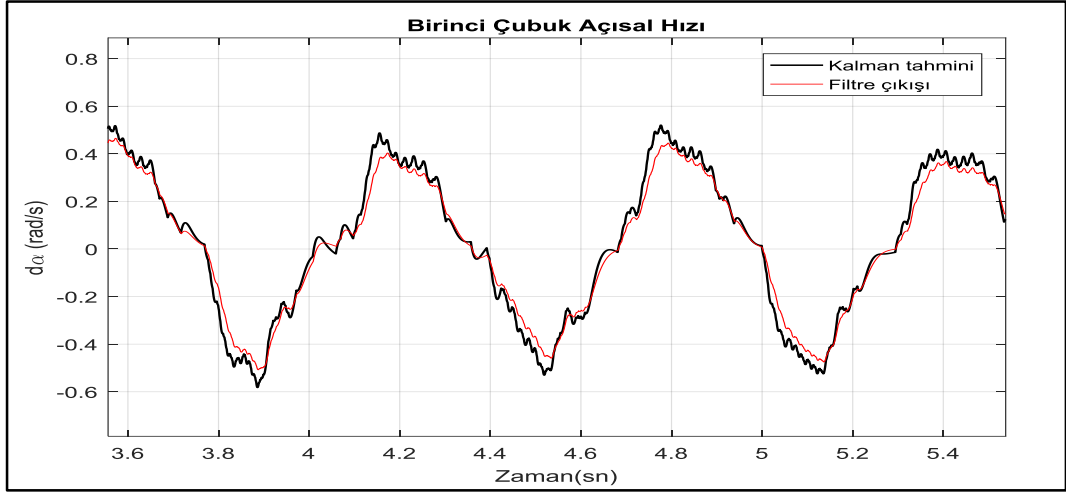


Şekil 5.23. KF – ikinci çubuğun konum bilgisi

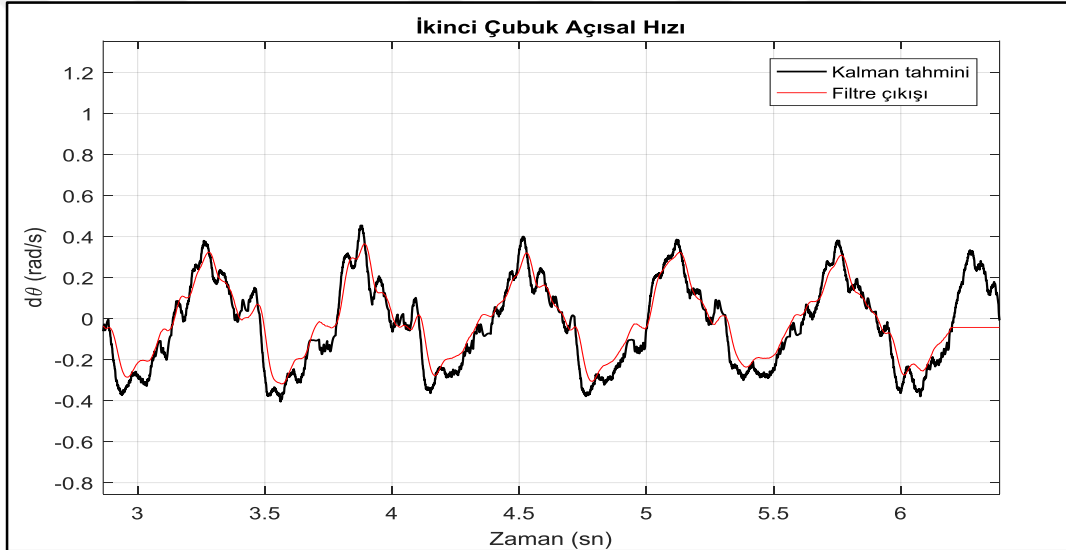


Şekil 5.24. KF – arabanın hız bilgisi

LQR yapısında hız değişkenleri, pozisyon bilgilerinin türevlerinin alınması ile elde edilmektedir. Bu şekilde elde edilen hız değişkenlerinde pozisyon bilgisine göre gecikme meydana gelmektedir. Şekil 5.24, 5.25 ve 5.26’da verilen grafiklerde hız değişkenleri görülmektedir. Bu grafiklerde, türev filtresi ile elde edilen hız bilgileri ile Kalman filtresi tahminlerinden elde edilen hız bilgileri karşılaştırılmıştır. Grafikler incelendiğinde, Kalman filtresinin kullanımı ile elde edilen hız değişkenlerinde, türev filtresi ile elde edilen hız değişkenlerindeki gecikmenin olmadığı görülmektedir. Kalman filtresi kullanılarak, pozisyon bilgisine göre herhangi bir gecikme oluşmadan, doğruya oldukça yakın hız değişken sinyalleri başarı ile elde edilmiştir.



Şekil 5.25. KF – birinci çubuğun hız bilgisi



Şekil 5.26. KF – ikinci çubuğun hız bilgisi

Tasarlanan Kalman filtresinin tahmin performansı incelenmiş ve oldukça başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

5.5. LQG Yöntemi ile Sistemin Dengelenmesi

LQG denetleyici yapısında, KF kullanılarak tahmin edilen durum değişkenleri, LQR ile elde edilmiş uygun kazanç matrisi ile çarpılarak kontrol sinyalini oluşturmaktadır.

LQR ile sistemin gerçek zamanlı denge kontrolünü gerçekleştirebilen uygun kazanç matrisleri elde edilmiş ve uygun bir KF tasarımı yapılmıştır. Bu iki yapının birleşiminden LQG yapısı elde edilecektir. Fakat dikkat edilmesi gereken nokta

LQG denetleyicide tahmin edilen durum değişkenlerinin kullanılacağıdır. LQR denetleyicideki Q ve R matrisi ise enkoder verileri ile bu verilerin türevlerinden elde edilen hız verilerine göre ayarlanmıştır.

KF pozisyon verileri ile enkoder verileri arasında dikkate alınması gereken bir fark yoktur fakat KF hız bilgilerinde önemli ölçüde farklılık meydana gelmiştir. KF kullanımı ile LQG denetleyicide, LQR kontrol yapısında kullanılan pozisyon verisine göre gecikmeli hız bilgileri yerine tahmin edilen hız bilgileri kullanıldığından Q matrisindeki hız değişkenlerinin ağırlık katsayılarının güncellenmesi gerekmektedir.

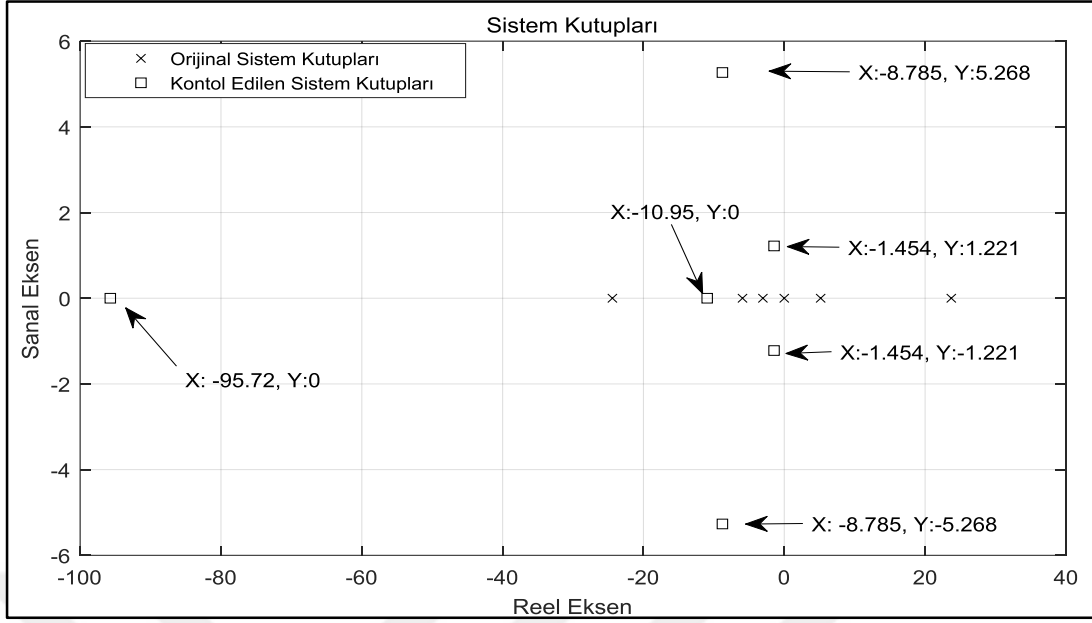
LQG denetleyici için güncellenen Q matrisi Denklem (5.9)'da verilmiştir. Görüldüğü üzere LQR denetleyicide kullanılan Q matrisine göre araba ve çubukların hızlarının ağırlık katsayıları artırılmıştır. R = 0,01 parametresinde ise herhangi bir değişiklik yapılmasına gerek yoktur.

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

LQG yapısında kullanılmak üzere Q, R parametrelerinden elde edilen yeni K kazanç matrisi Denklem (5.10)'da görüldüğü gibi elde edilmiştir.

$$K = [31,6228 \quad -162,841 \quad -434,2677 \quad 29,7771 \quad -45,1699 \quad -30,9474] \quad (5.10)$$

Kazanç matrisinin sisteme uygulanması sonucunda sistem kutuplarındaki değişim Şekil 5.27'de görülmektedir.



Şekil 5.27. Sisteme ait kutup noktalarının kazanç matrisine bağlı olarak değişimi

5.6. Gerçek Zamanlı LQR/LQG Simulink Modeli

LQG yapısında kullanılan KF lineer özelliğindedir. Yani bu filtrenin çalışma aralığı sistemin doğrusallaştırıldığı 0° civarındadır. Bu çalışma aralığından uzaklaşıldığında artık KF tahminleri yanlış olacaktır. Ayrıca LQG, KF tahminlerini kullandığından; LQG denetleyici aktif edildiğinde, Kalman verilerinin doğru değerlere yakınsamış olması gerekmektedir. Aksi takdirde denge kontrolünün sağlanması mümkün değildir. Bahsedilen durumlardan da anlaşılacağı üzere ÇTS sisteminin denge kontrolü oldukça hassas bir problemdir.

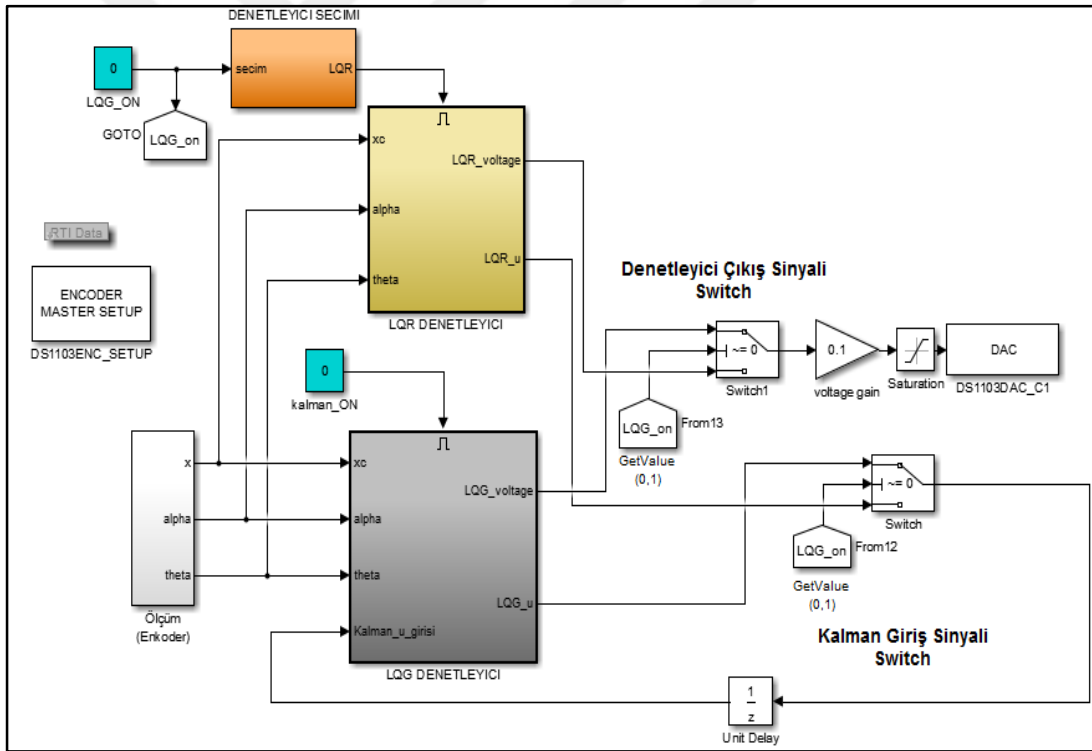
Denge kontrolünün sağlanabilmesi, her iki denetleyici yapısının aynı özelliklerde karşılaştırılabilmesi ve kontrol algoritmasının geliştirilebilmesi için LQR ve LQG olmak üzere her iki denetleyici yapısını da içeren bir model hazırlanmıştır. Hazırlanan gerçek zamanlı Simulink modeli Şekil 5.28’de görülmektedir.

Kontrolör algoritması sarkaçlar aşağı konumda iken başlatılır. Enkoderler sarkaçların aşağı konumda, hareketsiz olduğu bu noktayı referans olarak çubukların açılarını ölçmeye başlar. Daha sonra sarkaçlar kontrol probleminin çalışma aralığına getirilir ve çubuk açıları çalışma aralığına girdiğinde LQR denetleyici, çıkış sinyali üretmeye başlar. Bu yapıda, LQR denetleyicinin aktif olabilmesi için

bir koşul daha mevcuttur. Modelde yer alan LQG_ON koşulunun değeri 0 ise LQR aktif, LQG pasif durumdadır.

LQR devreye girdiğinde sistemin denge kontrolü gerçekleşir. Daha sonra kalman_ON koşulunun değeri 1 yapılarak LQG denetleyici içerisindeki KF aktif edilir. KF, LQR denetleyici çıkış sinyaline göre sonuç üretmektedir. Fakat bu durumda hâlâ sistemin çıkış sinyalini LQR denetleyici sinyali oluşturmaktadır.

LQG_ON koşulu 1 yapıldığında LQG denetleyici aktif duruma gelir ve artık arabaya LQG kontrol sinyali uygulanmaya başlar. Burada KF giriş sinyali oldukça önemlidir. Çünkü artık sistem LQG denetleyiciye göre çalıştığından; KF giriş sinyalinin de değişmesi gerekmektedir. Bunun için modele, LQG_ON koşuluna bağlı olarak KF giriş sinyalinin değiştiği bir yapı eklenmiştir.



Şekil 5.28. Gerçek zamanlı LQR/LQG Simulink modeli

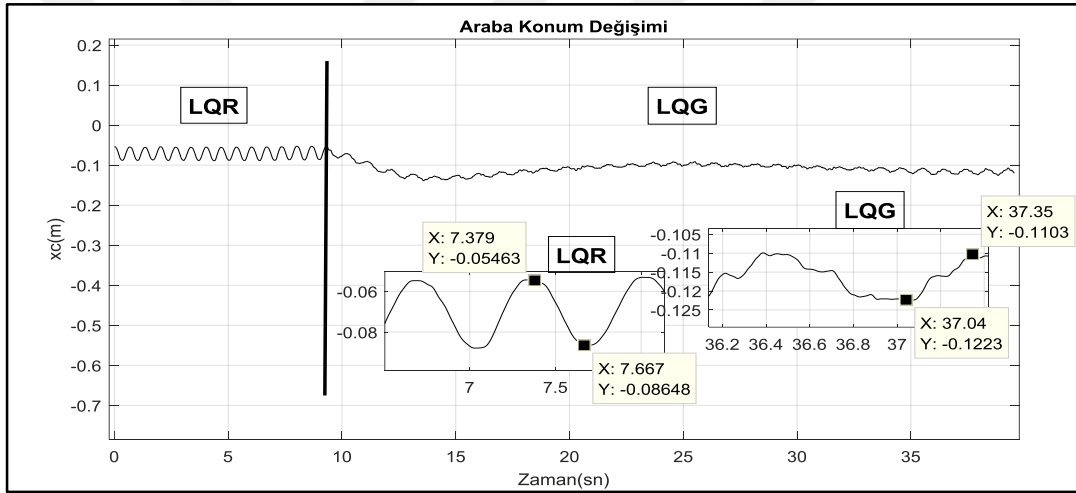
5.7. LQR/LQG Deneysel Sonuçlar

LQR/LQG modeli ÇTS sistemine uygulanmış ve denge kontrolü sağlanmıştır. Çubuklar aşağıda ve LQG_ON koşulu 0 iken kontrolör algoritması başlatılmış, böylece LQR denetleyici aktif edilmiştir. Çubuklar yukarıya getirildiğinde, sisteme

enerji verilmiş ve LQR kontrolcüsünün ürettiği kontrol sinyali servo motora uygulanmış, sistemin denge kontrolü sağlanmıştır. Bir süre sonra kalman_ON koşulunun değeri 1 olarak değiştirilmiş ve KF aktif edilmiştir. Son olarak da LQG_ON koşulu 1 yapılmış ve LQG aktif edilip, KF giriş sinyali değiştirilmiştir.

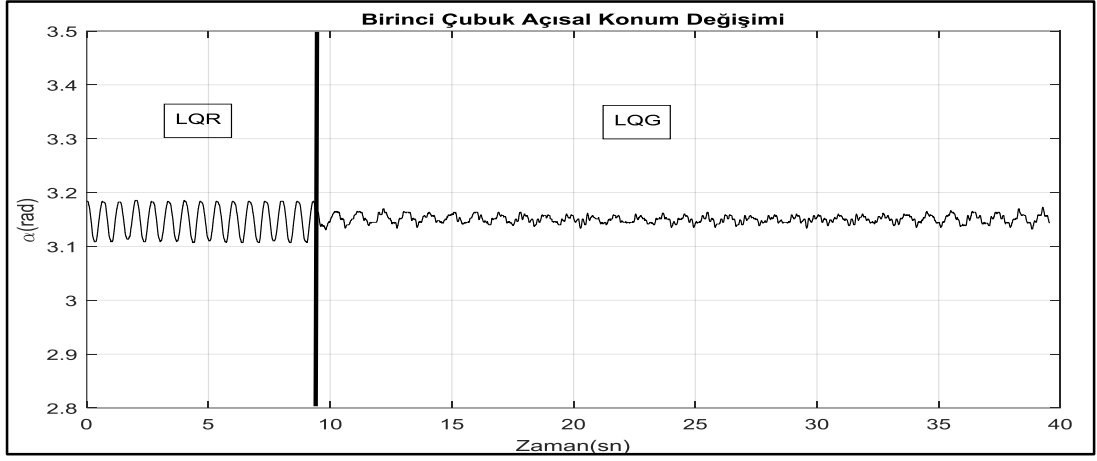
Sistem LQR kontrolcü ile denge halindeyken; LQG kontrolcü yapısına geçiş yapılır ve sistemin LQG kontrolcü ile denge haline devam edilmesi sağlanır. Böylece kontrol performansındaki değişim net olarak gözlenebilecektir.

Şekil 5.29, 5.30 ve 5.31’de sırası ile LQR ve LQG denetleyicilerin denge durumlarındaki pozisyon bilgileri çizdirilmiştir. Şekil 5.32’de ise sistemin hız değişkenleri çizdirilmiştir.

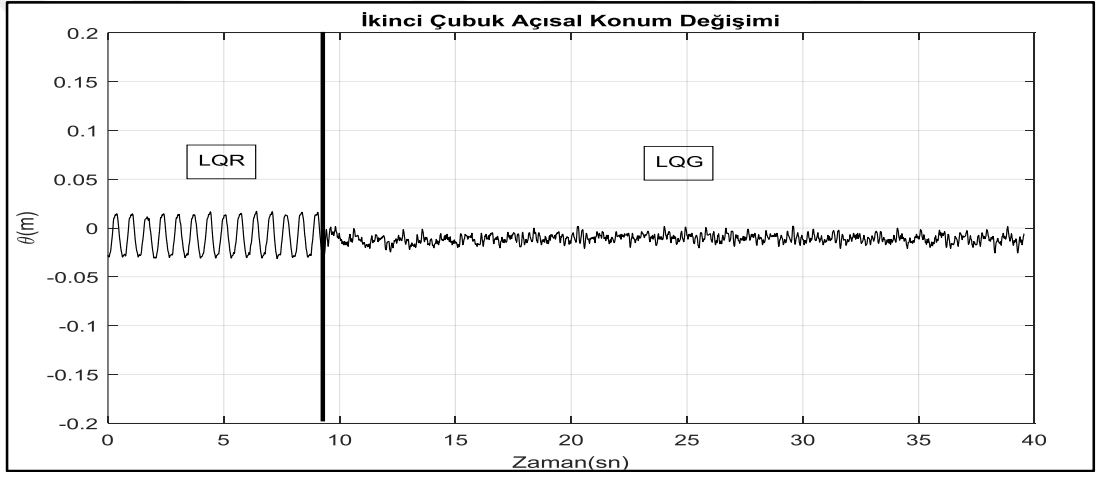


Şekil 5.29. Gerçek zamanlı LQR/LQG denetleyicisinde araba konumunun değişimi

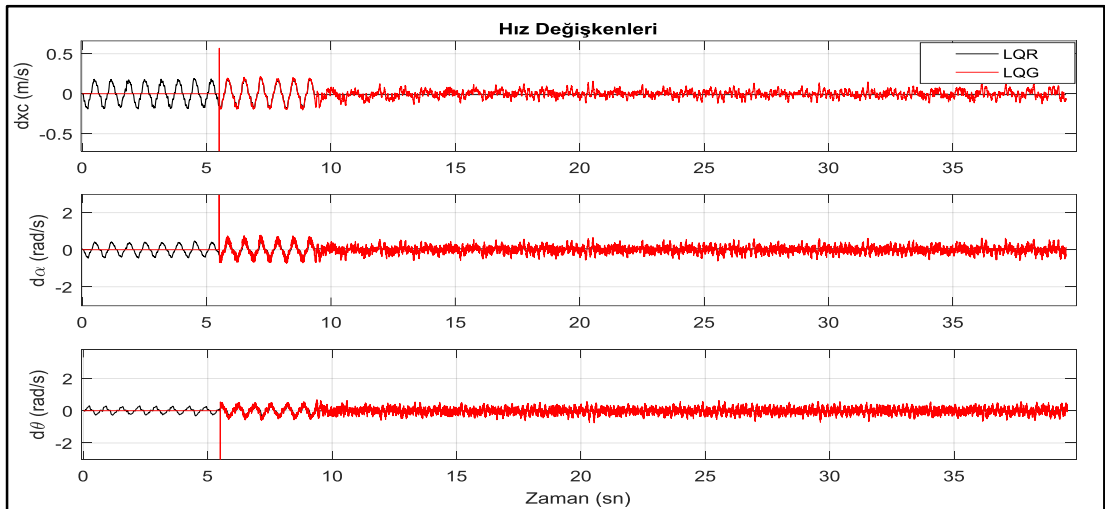
Yaklaşık 10. saniyede LQR denetleyiciden LQG denetleyiciye geçiş yapılmıştır. LQR denetleyiciden LQG denetleyiciye geçiş yapıldığında sistemin değişkenlerindeki değişim net olarak görülmektedir.



şekil 5.30. Gerçek zamanlı LQR/LQG denetleyicisinde birinci çubuk konumunun değişimi



şekil 5.31. Gerçek zamanlı LQR/LQG denetleyicisinde ikinci çubuk konumunun değişimi



şekil 5.32. Gerçek zamanlı LQR/LQG denetleyicisinde hız değişkenlerinin değişimi

Tablo 5.1’de iki denetleyicinin karşılaştırılması sistemin çıkış değişkenleri için yapılmıştır. Tablo 5.1’de verilen verilere göre araba LQR denetleyicide denge halinde iken yaklaşık 3 cm’lik salınım yaparken, LQG denetleyicide yaklaşık 1,2 cm’lik salınım yapmaktadır. Birinci çubuğun salınımı yaklaşık 4,5°’den 1,26°’ye düşmüştür. İkinci çubuğun salınımı ise yaklaşık 2,6°’den 0,9°’ye düşmüştür. LQG denetleyicinin kontrol performansı LQR denetleyiciye göre oldukça iyidir. Denge kontrolünü ÇTS sistemi için daha gürbüz bir şekilde sağlamaktadır.

Tablo 5.1. LQR/LQG kontrol performanslarının karşılaştırılması

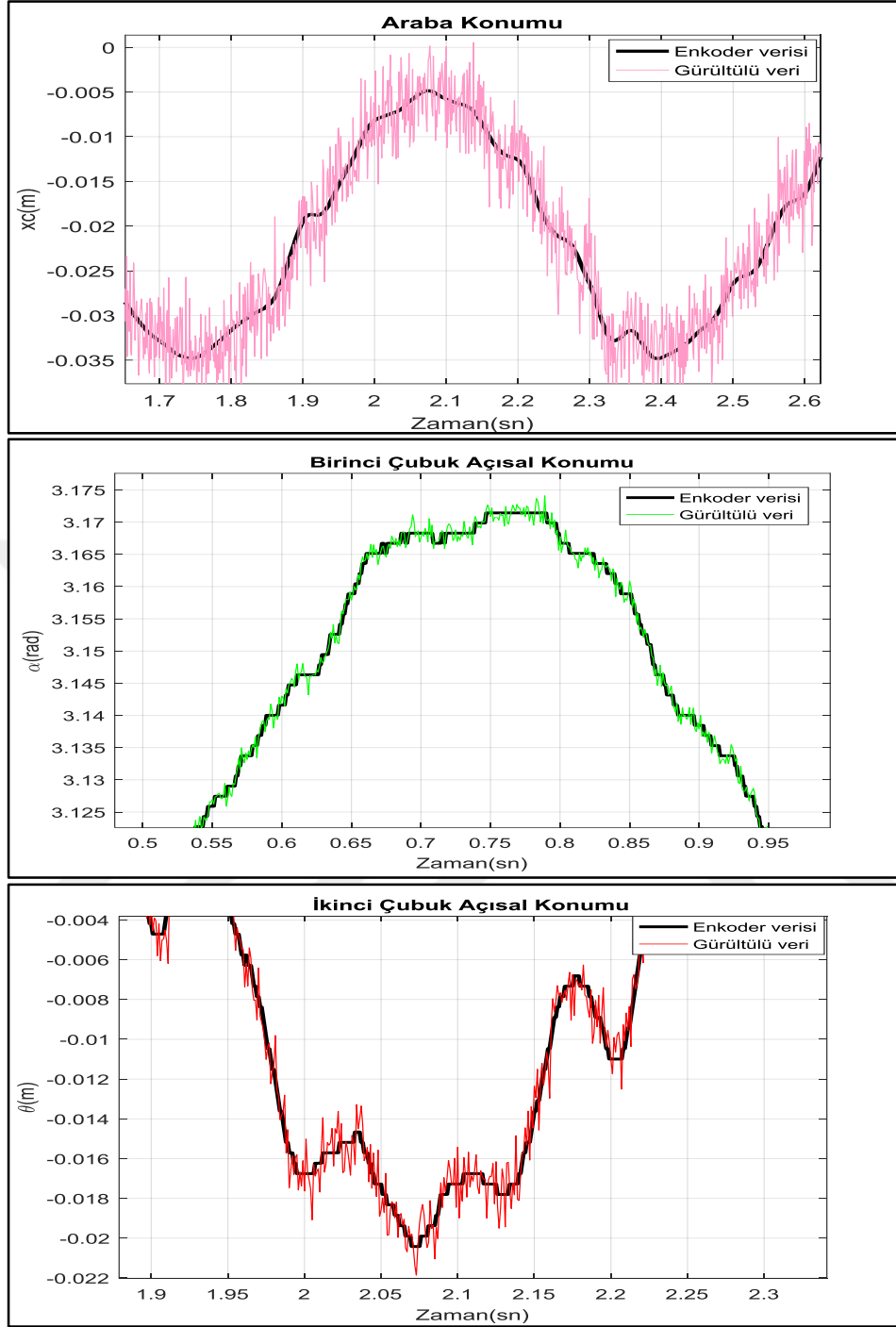
	LQR (Salınım)	LQG (Salınım)
Araba Konumu (x_c)	~ 3 cm	~ 1,2 cm
1. Çubuk Konumu (α)	~ 4,5°	~ 1,26°
2. Çubuk Konumu (θ)	~ 2,6°	~ 0,9°

5.7.1. Sisteme gürültü eklenmesi

KF, sistemde oluşan veya ölçüm sırasında meydana gelen gürültüler varsa bu gürültü etkilerini de tahmin etme sürecine dahil eder ve bu gürültü etkilerini ortadan kaldırarak sistem değişkenlerini elde etmeye çalışır.

Sistem çıkışlarına gürültü eklenerek, her iki denetleyicinin performansları karşılaştırılmıştır. LQR yapısında gürültü, direkt olarak kontrol performansını etkileyecektir çünkü bu denetleyicide gürültü etkisini yok edecek bir işleyiş söz konusu değildir. LQG denetleyicide ise Kalman filtresinden beklenen gürültü etkisini yok edecek şekilde tahmin yapmasıdır. Dolayısıyla gürültülü ortamda LQG denetleyiciden daha iyi bir performans beklenmektedir.

Modelde, araba enkoder verisine varyansı 10^{-4} olan, çubuk enkoder verilerine ise varyansı 10^{-5} olan, ortalaması sıfır beyaz gürültü eklenmiştir. Bu durumda LQR ve LQG denetleyici yapılarının girişini gürültülü enkoder verileri oluşturmaktadır. Şekil 5.33’de gürültüsüz ve gürültü eklenmiş enkoder verileri görülmektedir. Şekilden görüldüğü üzere araba konumuna eklenen gürültünün varyansı daha büyük olduğu için araba konum verisi çubuk konumlarına göre daha gürültülüdür.



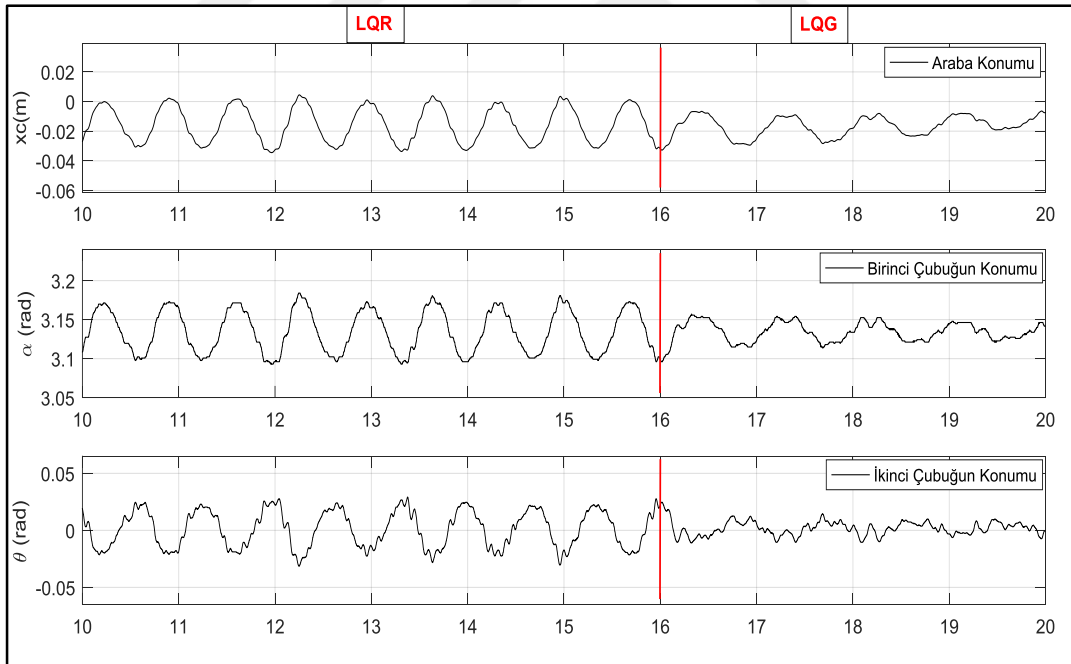
Şekil 5.33. Gürültülü ve gürültüsüz enkoder verileri

Gürültülü enkoder verileri ile gerçekleştirilen test sonucunda sistem çıkış değişkenlerinin değişimi Şekil 5.34’de verilmiştir. Görüldüğü üzere 16. saniyede LQG denetleyici aktif edilmiş ve sistem çıkışlarında meydana gelen salınımlarda azalma meydana gelmiştir. Tablo 5.2’de her bir çıkışta meydana gelen salınımlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir. LQG denetleyici çıkışlarında meydana gelen salınım değerleri, Tablo 5.1’de görülen LQG salınımlarına yakındır. Yani gürültülü

ve gürültüsüz ortamda elde edilen sonuçlar birbirine yaklaşıktır. LQR verisindeki salınımlar ise gürültülü ortamda yapılan teste artmıştır. Verilerin gürültülü olması durumunda LQG kontrolörün gürültü etkisini başarıyla yok ederek, kontrol performansını sürdürdüğü görülmektedir. LQR kontrolör ise yapısı gereği enkoder verilerine eklenen gürültüden etkilenmiş ve kontrol performansında düşüş meydana gelmiştir.

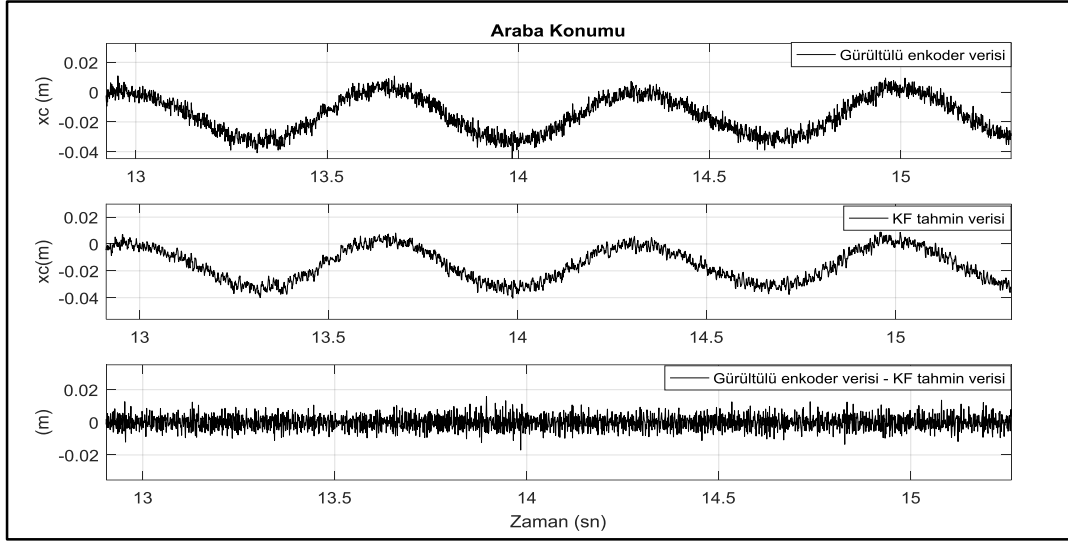
Tablo 5.2. Gürültülü enkoder verileri ile LQR/LQG kontrol performanslarının karşılaştırılması

	LQR (Salınım)	LQG (Salınım)
Araba Konumu (x_c)	$\sim 3,5$ cm	$\sim 1,2$ cm
1. Çubuk Konumu (α)	$\sim 5,2^\circ$	$\sim 1,7^\circ$
2. Çubuk Konumu (θ)	$\sim 3^\circ$	$\sim 1^\circ$

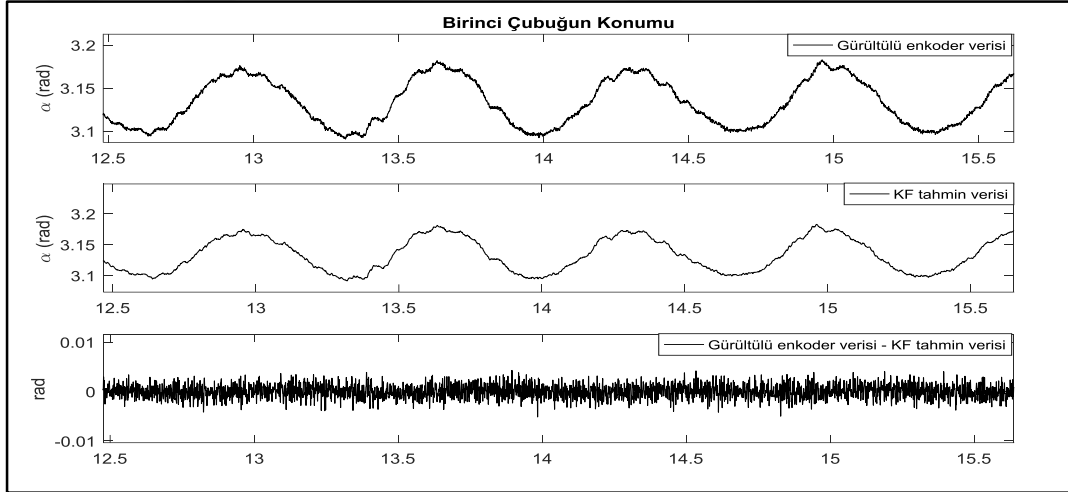


Şekil 5.34. Gürültülü enkoder verileri sonucunda sistem çıkış değişkenleri

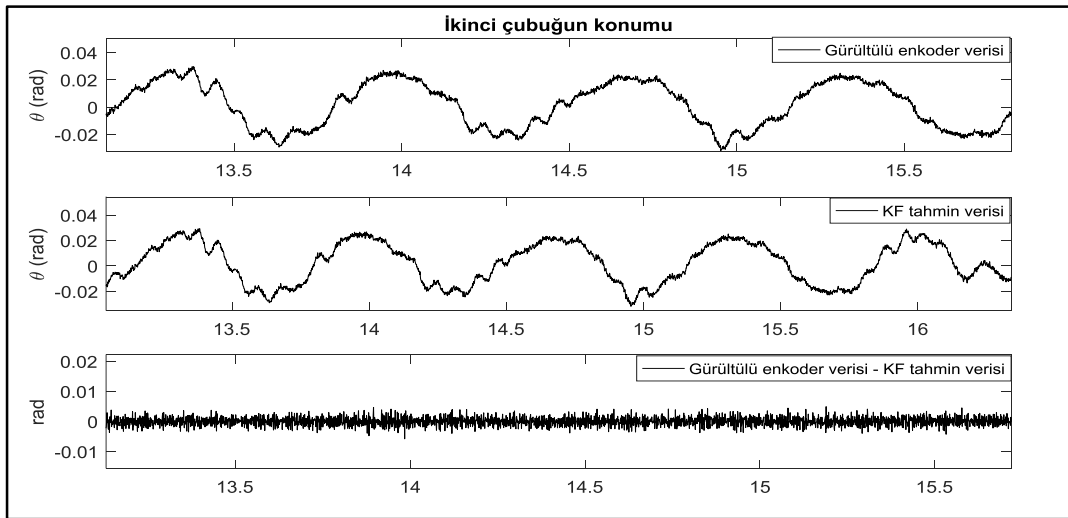
LQR denetleyici kontrol sinyali üretirken, gürültülü enkoder verilerini kullanırken; LQG denetleyici ise KF sonucu tahmin edilen verileri kullanmaktadır. İki denetleyici arasındaki performans farkı da buradan kaynaklanmaktadır. Her bir çıkış değişkeni için Şekil 5.35, 5.36 ve 5.37'de sırası ile gürültülü enkoder verisi, KF tahmin verisi ve bu iki veri arasındaki fark çizdirilmiştir.



Şekil 5.35. KF ile gürültülü araba konum verisinin tahmini

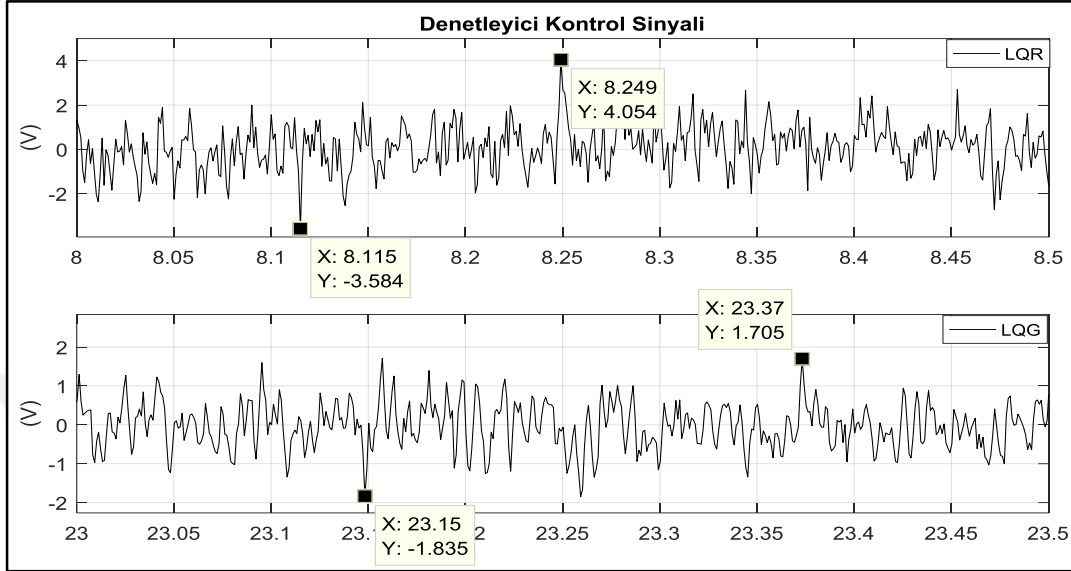


Şekil 5.36. KF ile gürültülü birinci çubuk konum verisinin tahmini



Şekil 5.37. KF ile gürültülü ikinci çubuk konum verisinin tahmini

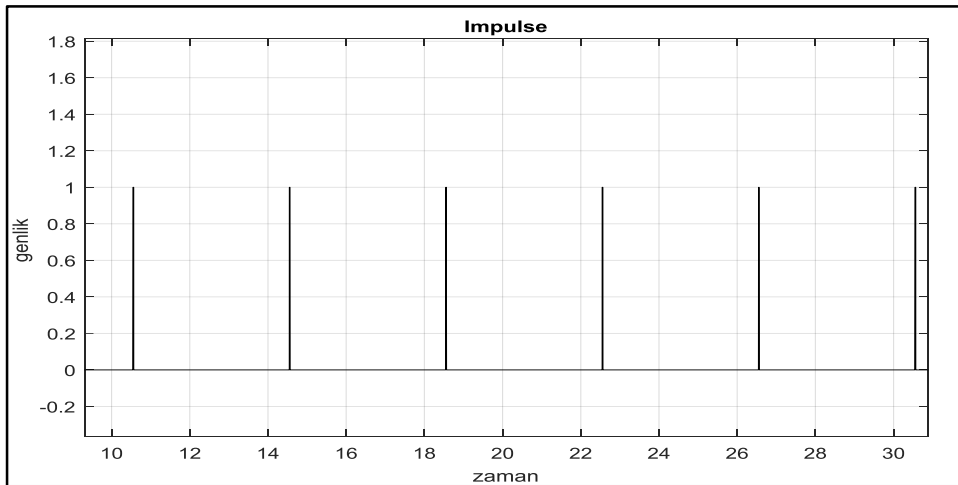
Şekil 5.38’de her iki denetleyici çıkışında elde edilen kontrol sinyalleri görülmektedir. LQR denetleyicisinin kontrol sinyal genliği LQG denetleyiciye göre daha yüksektir.



Şekil 5.38. LQR/LQG denetleyici çıkış sinyalleri

5.7.2. Sisteme bozucu etki uygulanması

LQR/LQG işleyişinde sisteme iç bozucu etki uygulanabilmesi için sistem çıkışına yani arabaya uygulanan kontrol sinyaline dürtü (impulse) sinyali eklenmiştir. Böylece eklenen dürtü sinyali, denge halindeki arabanın hareketine bozucu bir etki yapacaktır.



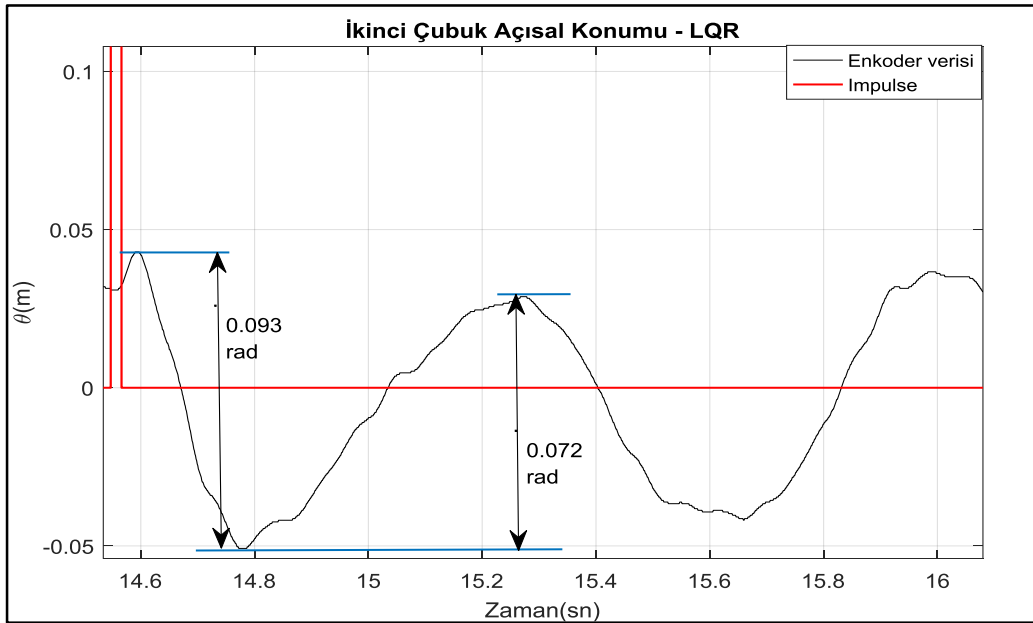
Şekil 5.39. Sistem modeline eklenen dürtü sinyali

Dürtü sinyalinin periyodu 4 sn, genliği ise 1 V değerindedir. Yani 4 saniyede bir 1 V değerinde bir sinyal arabaya uygulanmaktadır. Uygulanan sinyal Şekil 5.39'da görülmektedir.

Tablo 5.3. İç bozucu etken uygulanması durumunda LQR/LQG kontrol performanslarının karşılaştırılması

	LQR (Salınım)	LQG (Salınım)
Araba Konumu (x_c)	~ 6,8 cm	~ 5,2 cm
1. Çubuk Konumu (α)	~ 8°	~ 6,5°
2. Çubuk Konumu (θ)	~ 4,5°	~ 2,8°

ÇTS sistemi denge halinde iken arabaya bozucu etki uygulanması halinde, hem LQR hem LQG kontrolcü bu etkileri yok edecek şekilde sinyal üretmiş ve sistemin denge hali korunmuştur. Fakat bozucu etki sisteme aynı genlikte, aynı periyotta uygulandığı için çıkış değişkenlerinde meydana gelen salınım miktarı, diğer koşullarda yapılan testlerde elde edilen verilere göre daha fazla olmuştur. Çıkış değişkenlerinde meydana gelen salınım miktarları Tablo 5.3'de görülmektedir. LQG denetleyicide çıkış verileri, LQR denetleyiciye göre daha az salınım yapmaktadır.



Şekil 5.40. Bozucu etkinin ikinci çubuğun açısal konumuna etkisi

Uygulanan bozucu etkinin sistem çıkış değişkenleri üzerinde nasıl bir etki oluşturduğunun anlaşılması açısından Şekil 5.40'da dürtü sinyalinin uygulandığı örnek bir zaman dilimi verilmiştir. Sisteme dürtü sinyali uygulandığı an ikinci çubuğun açısal konumunda meydana gelen değişiklik açıkça görölmektedir. Dürtü ile açısal konumda meydana gelen salının genliği artmış bir süre sonra etki azalarak salının genliği düşmüştür. Her bir çıkış değişkeninde dürtü sinyalinin uygulanması ile aynı etki oluşmaktadır.



6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Kontrol sistemleri uygulamalarında oldukça tercih edilen ters sarkaç sistem türlerinden olan doğrusal tahrikli çift çubuklu ters sarkaç sisteminin tasarımı, modellenmesi ve denge kontrolü gerçekleştirilmiştir. Öncelikle sistem tasarımı gerçekleştirilmiş ve üretim süreci sonunda doğrusal tahrikli çok çubuklu ters sarkaç sistemi üniversite – laboratuvar ortamına kazandırılmıştır. Bu sarkaç sistemi tek çubuk, çift çubuk ve üç çubuk olarak 3 farklı sistem yapısına uyarlanabilmektedir.

Ters sarkaç sistemlerinin temel kontrol problemlerinden biri olan denge kontrolü için optimal durum geri beslemeli kontrol yöntemleri incelenmiştir. Doğrusal tahrikli çift çubuklu ters sarkaç sisteminin dengede tutulabilmesi için optimal durum geri beslemeli kontrol yöntemlerinden LQR ve LQG algoritmaları sisteme uygulanmıştır. Uygulanan yöntemler için benzetim ve deneysel sonuçlar incelendiğinde sistemin denge kontrolünün başarıyla gerçekleştiği görülmektedir.

Benzetim çalışmaları MATLAB – Simulink ortamında gerçekleştirilmiştir. Benzetim sonuçları; gerçek zamanlı olarak uygulanması hedeflenen sistemin denge kontrol problemine zemin oluşturmuştur. Gerçek zamanlı kontrol çalışmaları için DS1103 kontrolör kartı ve yazılımlarından yararlanılmış ve kontrol modelleri için Simulink ortamı kullanılmıştır.

Benzetim çalışmalarında öncelikle tüm durumların ölçülebilir olduğu, gürültüsüz ideal ortam koşullarında iken LQR ve LQG kontrol yapıları sistem modeline uygulanmış ve sistem her iki kontrol yapısında da başarıyla dengelenmiştir. Ancak her zaman tüm durumların ölçülebilir olması mümkün değildir. Ayrıca gerçek zamanlı sistemin gürültülerden etkilenmesi kaçınılmazdır. Dolayısıyla gerçek zamanlı sistem çalışmasına yaklaşabilmek adına bahsedilen koşullar sistem modeline eklenmiş ve yeni benzetim sonuçları elde edilmiştir. Kalman filtresinin istenmeyen gürültüyü filtreleme başarısı ve gerçek zamanlı uygulamalarda sensörler tarafından ölçülemeyen bazı sistem durumlarını tahmin etme başarısı gözlenmiştir.

Gerçek zamanlı kontrol uygulamalarında ilk olarak LQR kontrol yapısı ele alınmış ve sistemin denge kontrolü için uygun olan K kazanç matrisinin bulunması ile denge kontrolü başarıyla gerçekleştirilmiştir. Kalman filtresinin tasarımı incelenmiş ve LQR kontrol yapısına KF entegre edilerek filtrenin tahmin başarısı gözlenmiştir.

Sistemde ölçüm gürültüsünün olması, hız bilgilerinin gürültülü veya gecikmeli olması gibi durumlar gerçek zamanlı çalışmalarda karşılaşılan problemlerdendir. KF ile tahmin edilen sistem durum değişkenlerinin kullanımı ile bu problemlerin aşılması mümkündür. Bu da LQG kontrol yapısının sisteme uygulanmasını gerektirmektedir. Gerçekleştirilen LQR ve KF yapılarının birleştirilmesi ile LQG yapısı sisteme uygulanmış ve denge kontrolü gerçekleştirilmiştir.

Her iki denetleyici yapısını içeren tek bir model hazırlanmış ve denetleyici yapıları karşılaştırılmıştır. LQR kontrolör ile sistemin denge kontrolü başlatılmış ve bir süre sonra LQG kontrolör devreye alınmıştır. LQR yönteminden LQG yöntemine geçildiğinde çubukların ve arabanın yaptığı salınım azalmış sistem daha gürbüz hale gelmiştir. Sistemin enkoder verilerine gürültü eklenmiş ve LQG yapısındaki KF, gürültü etkilerini azalttığı için LQR yönteminde göre daha iyi sonuç vermiştir. Son olarak sistem çıkışına dürtü sinyali eklenmiş, kontrol yapıları karşılaştırılmış ve LQG sonuçları LQR sonuçlarına göre daha başarılı elde edilmiştir.

Bu tez kapsamında yapılan çalışmalarda LQG yapısında doğrusal KF kullanılmıştır. Doğrusal KF yerine doğrusal olmayan KF kullanımı ile sistemin tüm çalışma bölgesinde incelenmesi ve kontrolü gerçekleştirilebilir. Yapılacak çalışmalarda doğrusal olmayan KF kullanımı ile yükselme ve denge kontrolünde iyileştirmeler yapılması hedeflenmektedir. Ayrıca optimal kontrol yöntemleri dışında tip2 bulanık mantık denetim yapısının geliştirilerek sisteme uygulanması planlanan çalışmalar arasındadır.

Çift çubuklu ters sarkaç sisteminin denge kontrolünün başarıyla gerçekleştirilmesiyle çok daha kompleks olan üç çubuklu ters sarkaç sisteminin kontrolü üzerine çalışmalar yapılması planlanmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] <http://sahinbulbul.blogspot.com.tr/2011/11/kaotik-hareket.html>, (Ziyaret tarihi: 21 Ekim 2017).
- [2] Tınkır M., Seri Tip İkili Ters Sarkacın Kontrolü, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 2014, 153967.
- [3] Block D. J., Mechanical Design and Control of the Pendubot, Yüksek Lisans Tezi, University of Illinois, Illinois, 1996.
- [4] Mahindrakar A. D., Banavar R. N., A Swing-up of the Acrobot Based on a Simple Pendulum Strategy, *International Journal of Control*, 2005, **78**(6), 424–429.
- [5] Yılmaz O., Küresel Ters Sarkacın Modellenmesi ve Kontrolü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2016, 439716.
- [6] Grasser F., D'Arrigo A., Colombi S., Rufer A.C., JOE: A Mobile, Inverted Pendulum, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2002, **49**(1), 107 – 114.
- [7] Jadlovská S., Sarnovsky J., Modelling of Classical and Rotary Inverted Pendulum Systems – A Generalized Approach, *Journal of Electrical Engineering*, 2013, **64**(1), 12–19.
- [8] Glück T., Eder A., Kugi A., Swing-up Control of a Triple Pendulum on a Cart with Experimental Validation, *Automatica*, 2013, **49**(3), 801–808.
- [9] Lundberg K.H., Roberge J.K., Classical Dual-Inverted-Pendulum Control, *Ieee Conference On Decision And Control*, Maui, United States, 9-12 December 2003.
- [10] Jaiwat P., Ohtsuka T., Real – Time Swing up of Double Inverted Pendulum by Nonlinear Model Predictive Control, *ADCONIP*, Hiroshima, Japan, 28-30 May 2014.
- [11] Graichen K., Treuer M., Zeitz M., Swing-up of the Double Pendulum on a Cart by Feedforward and Feedback Control with Experimental Validation, *Automatica*, 2007, **43**, 63-71.
- [12] Åström K. J., Furuta K., Swinging up a Pendulum by Energy Control, *Automatica*, 2000, **36**, 287-295.

- [13] Zhang J., Zhang W., LQR Self-Adjusting Based Control for the Planar Double Inverted Pendulum, *International Conference on Applied Physics and Industrial Engineering*, 2012, **24**, 1669 – 1676.
- [14] Nasir A. N. K., Ismail R. M. T. R., Ahmad M. A., Performance Comparison Between Sliding Mode Control (SMC) and PD-PID Controllers for a Nonlinear Inverted Pendulum System *International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering*, 2010, **4**(10), 1508–1513.
- [15] Wong C., Her S., An Auto-Generating Method in the Fuzzy System Design, *Proceedings of FUZZ-IEEE'97*, Barcelona, Spain, 5 July 1997.
- [16] Cheng F., Zhong G., Li Y., Xu Z., Fuzzy Control of a Double Inverted Pendulum, *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, **79**(3), 315–321.
- [17] Zhang S., An R., A New Type of Adaptive Neural Network Fuzzy Controller in the Double Inverted Pendulum System, *Lecture Notes in Computer Science (LNCS)*, 2011, **7003**(2), 149–157.
- [18] Bugeja M., Non-Linear Swing-Up and Stabilizing Control of an Inverted Pendulum System, *EUROCON*, Ljubljana, Slovenia, 22-24 September 2003.
- [19] Kizir S., Doğrusal Olmayan Ters Sarkaç Sisteminin Tasarımı ve Kontrolü, Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli, 2008, 233120.
- [20] Li B., Rotational Double Inverted Pendulum, Yüksek Lisans Tezi, University Of Dayton, Dayton, Unites States, 2013.
- [21] Acosta J. A., Gordillo F., Aracil J., Swinging up the Furuta Pendulum by the Speed Gradient Method, *European Control Conference (ECC)*, Porto, Portugal, 2-5 July 2001.
- [22] Özdeş O., Gezer Köprülü Vinçlerde Yük Salınımının Bastırılması Ve PLC'de Gerçeklenmesi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2011, 349573.
- [23] Arda M., Çift Eksenli Ters Sarkaç Tasarımı Ve Kontrolü Üzerine Bir Araştırma, Yüksek Lisans Tezi, Trakya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Edirne, 2012, 318317.
- [24] Ertuğrul İ., Bir Ters Sarkaç Sisteminde Kullanılan Genel Kontrol Algoritmalarının Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2015, 394343.
- [25] Driver J., Thorpe D., Design, Build And Control Of A Single / Double Rotational Inverted Pendulum, *The University of Adelaide School of Mechanical Engineering*, Final Report, 2004.

- [26] <http://www.ilkeymeseli.com/2011/05/sayisal-kodlayicilar-digital-encoders/>, (Ziyaret tarihi: 2 Kasım 2017).
- [27] Hajiyev C., Vural S., LQR Controller with Kalman Estimator Applied to UAV Longitudinal Dynamics, *Positioning*, DOI: 10.4236/pos.2013.41005.
- [28] Grewal S. M., Andrews A. P., *Kalman Filtering Theory and Practice Using Matlab*, 3rd ed., John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, 2008.
- [29] Karaman C., Esnek Eklemlı Manipulatör Kontrolü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2015, 421023.
- [30] Onat C., Taşıt Titreşimlerinin LPD Temeline Dayalı Robust H_∞ Kontrolü, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2006, 180502.
- [31] Erkal B., Uydu Yöneliminin Bulanık Değişken Yapılı Kontrolcü ile Denetimi, Doktora Tezi, Karabük Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Karabük, 2013, 332371.
- [32] Zheng Y., Zhong P., Yue Q. C., Double Inverted Pendulum Based on LQG Optimal Control, *International Conference on Automatic Control and Information Engineering (ICACIE 2016)*, Hong Kong, China, 22-23 October 2016.
- [33] ElMadany M. M., Abduljabbar Z. S., Linear Quadratic Gaussian Control of a Quarter-Car Suspension, *International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, DOI: 10.1076/vesd.32.6.479.4224.
- [34] Eide R., Egelid P. M., Stamsø A., Karimi H. R., LQG Control Design for Balancing an Inverted Pendulum Mobile Robot, *Intelligent Control and Automation*, DOI: 10.4236/ica.2011.22019.
- [35] Odry A., Burkus E., Odry P., LQG Control of a Two-Wheeled Mobile Pendulum System, *Intelligent Systems and Applications*, Saint Julian's, Malta, 11-16 October 2015.
- [36] SalehAhmadi A., Farmanbordar A., Modeling Linear Quadratic Regulator LQR/LQT/LQGT for Inverted Pendulum System, *Journal of Applied Environmental and Biological Sciences*, 2015, 5(4), 1–11.
- [37] Muñiz-Rodríguez F., Beauchamp-Báez G., Cruz-Díaz G., Santos-Ferrer J. C., Optimal Control Design and Implementation for the Double Inverted Pendulum System in a Graduate Control Course, *IEEE*, DOI: 10.1109/FIE.2015.7344272.
- [38] Yadav S.K., Sharma S., Singh Mr.N., Optimal Control of Double Inverted Pendulum Using LQR Controller, *International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering*, 2012, 2(2), 189–192.

KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

- [1] **Yaren T.**, Kizir S., Arabalı Üç Çubuklu Ters Sarkaç Sisteminin Modellenmesi ve Kontrolü, *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı - TOK2017*, İstanbul, Türkiye, 21-23 Eylül 2017.
- [2] **Yaren T.**, Fırat F., Süel V., Gerçek Zamanlı FLYBACK Dönüştürücü Tasarımı ve Kontrolü, *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı - TOK2017*, İstanbul, Türkiye, 21-23 Eylül 2017.
- [3] **Yaren T.**, Süel V., Yeniaydın Y., Sakacı B., Kizir S., STM32F4 Kiti ile Simulink Tabanlı Kontrol Eğitimi Uygulamaları Geliştirme, *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı - TOK2014*, Kocaeli, Türkiye, 11-13 Eylül 2014.
- [4] **Yaren T.**, Süel V., Yeniaydın Y., Sakacı B., Kizir S., DC Motor Hız Kontrolü için Model Referans Uyarlamalı PID Denetleyici Tasarımı, *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı - TOK2014*, Kocaeli, Türkiye, 11-13 Eylül 2014.

ÖZGEÇMİŞ

Temmuz 1991 Mersin doğumludur. İlkokul eğitiminin ilk 7 yılını Erdek/Balıkesir’de almış ve ilkokul eğitimini Gölcük/Kocaeli’de tamamlamıştır. 2006 yılında Savaştepe Anadolu Öğretmen Lisesi’nde eğitime başlamış, 2007 yılından itibaren Muammer Dereli Anadolu Öğretmen Lisesi’nde eğitimine devam etmiş ve 2009 yılında mezun olmuştur. 2009 yılında girdiği üniversite sınavında Kocaeli Üniversitesi Mekatronik Mühendisliği bölümünü kazanmış ve 2014 yılında Mekatronik Mühendisi olarak mezun olmuştur. 2015 yılı Şubat ayında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans eğitime başlamıştır. 2016 yılı Şubat ayında, Balıkesir Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Mekatronik Mühendisliği bölümü’nde ÖYP araştırma görevlisi olarak göreve başlamıştır. 2016 yılı Haziran ayında yüksek lisans eğitimi aldığı Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı’na görevlendirilmiştir ve halen görevine devam etmektedir.