

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

FİZİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

AĞIR EGZOTİK HADRONLARIN ZAYIF BOZUNUMLARI

BİRTEN BARSBAY

KOCAELİ 2021

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK
ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

AĞIR EGZOTİK HADRONLARIN ZAYIF BOZUNUMLARI

BİRTEN BARSBAY

Prof. Dr. Hayriye SUNDU PAMUK

Danışman, Kocaeli Üniversitesi

.....

Prof. Dr. Elşen VELİ

Jüri Üyesi, Kocaeli Üniversitesi

.....

Prof. Dr. Yasemin SARAÇ OYMAK

Jüri Üyesi, Atılım Üniversitesi

.....

Doç. Dr. Nuray ER

Jüri Üyesi, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

.....

Doç. Dr. Oktay CEBECİOĞLU

Jüri Üyesi, Kocaeli Üniversitesi

.....

Tezin Savunulduğu Tarih: 11.03.2021

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Bu çalışmada skaler ve aksiyel-vektör dokuark bb ve hafif antidokuarktan oluşan $T_{bb;\bar{u}s}^-$ ve $T_{bb;\bar{u}d}^-$ dörtdokuarklarının (tetrakuarklarının) kütleleri ve kuplaj sabitleri iki nokta KRD toplam kuralları ile, yarı-leptonik bozunum kanallarına ait bozunma genişlikleri ise üç nokta KRD toplam kuralları metodu ile hesaplanmıştır. Ayrıca, bu dörtdokuarkların leptonik olmayan zayıf bozunumlarına ait bozunma genişlikleri de KRD çarpanlarına ayırma yöntemi çerçevesinde incelenmiştir. Hesaplamalar sonucunda elde edilen bozunma genişlikleri, ele alınan dörtdokuarkların toplam bozunma genişliğini ve ortalama ömürlerini tahmin etmemizi sağlamıştır. Egzotik parçacıkların yarı-leptonik geçişlerinin incelenmesi önemli araştırma konusudur. Çünkü, son zamanlarda zayıf bozunum kanallarında deney sonuçları standart model öngörüsü ile örtüşmemekte ve bu tutarsızlık ile ilgili yeni fizik etkisi olabileceğine dair öngörüler bulunmaktadır. Egzotik parçacıkların yarı-leptonik bozunum kanalları ile ilgili yapılan bu çalışmalarla literatürdeki bu belirsizlik açıklanmaya çalışılmıştır.

Yüksek lisans ve Doktora eğitimim boyunca beni hep cesaretlendiren, çalışmalarımızda desteğini hiç esirgemeyen, yanında çalışmaktan onur duyduğum ve tecrübelerinden yararlanırken sabır ve hoşgörülerini benden esirgememiş olan çok değerli danışman hocam Prof. Dr. Hayriye SUNDU PAMUK' a teşekkürlerimi sunarım. Bana verdiğiniz bunca emeği asla unutamam; iyi ki varsınız Hocam.

Tezimin bilimsel ve özgün bir çalışma olabilmesine büyük katkılar sağlamış çok değerli hocalarım Prof. Dr. Kazem AZİZİ ve Prof. Dr. Şahin AGAEV' e sonsuz teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım. Aynı zamanda, akademik çalışmalarım sırasında bilgisini eksik etmeyen ve bana destek olmuş tüm saygı değer hocalarıma ve çalışma arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunmak isterim.

Eğitim hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen, bana her zaman güvenen canım ailem; annem Nurdaşen BARSBAY, babam Muhammet BARSBAY, ablam Buket B. GÜZELDEMİRCİ, kardeşim İzzet BARSBAY, biricik yeğenim Eymen GÜZELDEMİRCİ ve diğer büyük aileme sonsuz teşekkür ederim, iyi ki varsınız.

Çalışmalar TÜBİTAK 115F183 ve 119F050 numaralı projeler tarafından desteklenmiştir.

Mart – 2021

Birten BARSBAY

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iv
TABLOLAR DİZİNİ	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	vii
ÖZET.....	ix
ABSTRACT.....	x
GİRİŞ	1
1. KR D TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ	7
2. AĞIR SKALER EGZOTİK PARÇACIKLARIN SPEKTROSKOPİK VE BOZUNUM PARAMETRELERİNİN İNCELENMESİ.....	14
2.1. Skaler $T_{b;\bar{s}}^-$ Egzotik Parçacığının KR D Toplam Kuralları İle İncelenmesi	18
2.1.1. Skaler $T_{b;\bar{s}}^-$ ve $Z_{b;\bar{s}}^0$ dörtkuarklarının kütle ve kuplaj sabitinin hesaplanması.....	18
2.1.2. $T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik geçişinin incelenmesi	25
2.1.3. $T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 \pi^- (K^-, D^-, D_s^-)$ leptonik olmayan geçişlerin incelenmesi	31
2.2. Ağır Skaler $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ Egzotik Parçacığının KR D Toplam Kuralları İle İncelenmesi	36
3. AĞIR AKSİYEL-VEKTÖR EGZOTİK PARÇACIKLARIN SPEKTROSKOPİK VE BOZUNUM PARAMETRELERİNİN İNCELENMESİ	40
3.1. Ağır Aksiyel-Vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ Egzotik Parçacığının KR D Toplam Kuralları İle İncelenmesi	44
3.1.1. Aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ ve skaler Z_{bc}^0 dörtkuarklarının spektroskopik parametrelerinin hesaplanması.....	44
3.1.2. $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik geçişinin incelenmesi.....	49
3.2. Ağır Aksiyel-Vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$ Egzotik Parçacığının KR D Toplam Kuralları İle İncelenmesi	54
3.3. Aksiyel-Vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ Egzotik Parçacığının Aksiyel-Vektör $T_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ Egzotik Parçacığına Yarı-Leptonik ve Leptonik Olmayan Bozunumlarının İncelenmesi	58
3.3.1. Aksiyel-vektör \tilde{T}_{bc}^0 dörtkuarkının kütle ve kuplaj sabitinin hesaplanması.....	60
3.3.2. $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik bozunumu.....	63
3.3.3. $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 M$ leptonik olmayan geçişlerin incelenmesi.....	69

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	73
KAYNAKLAR	77
EKLER	86
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER	101
ÖZGEÇMİŞ	103



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1.	$T_{b;\bar{s}}^-$ dörtkuarkının kütesinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağıllığı.....	24
Şekil 2.2.	$Z_{b;\bar{s}}^0$ dörtkuarkının kütesinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağıllığı.....	25
Şekil 2.3.	$T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 \bar{\nu}_1$ yarı-leptonik bozunumuna ait Feynman diyagramı	26
Şekil 2.4.	$ G_1(q^2) $ yapı faktörleri (alttaki kırmızı daireler) ve $G_2(q^2)$ (üsteki mavi kareler) yapı faktörleri için öngörüler. Çizgiler sırasıyla, $ F_1(q^2) $ ve $F_2(q^2)$ fit fonksiyonlarıdır	29
Şekil 2.5.	$T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 \pi^-$ leptonik olmayan bozunumuna ait Feynman diyagramı.....	32
Şekil 2.6.	$T_{b;\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kütesinin Borel parametresi M^2 'ye ve süreklilik eşiği s_0 'a bağıllığı.....	37
Şekil 2.7.	\tilde{Z}_{bc}^0 dörtkuarkının kütesinin Borel parametresi M^2 'ye ve süreklilik eşiği s_0 'a bağıllığı.....	37
Şekil 3.1.	$T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kütesinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağıllığı.....	48
Şekil 3.2.	$T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kuplaj sabitinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağıllığı.....	48
Şekil 3.3.	Z_{bc}^0 dörtkuarkının kütesinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağıllığı.....	49
Şekil 3.4.	Z_{bc}^0 dörtkuarkının kuplaj sabitinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağıllığı.....	49
Şekil 3.5.	$T_{b;\bar{s}}^{AV}$ dörtkuarkının kütesinin Borel parametresi M^2 'ye ve süreklilik eşiği s_0 'a bağıllığı.....	55
Şekil 3.6.	Skaler $Z_{b;\bar{s}}^0$ dörtkuarkının kütesinin Borel parametresi M^2 'ye ve süreklilik eşiği s_0 'a bağıllığı.....	55
Şekil 3.7.	$T_{b;\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 \bar{\nu}_1$ yarı-leptonik bozunumuna ait Feynman diyagramı	56
Şekil 3.8.	$T_{b;\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 \rho^-$ leptonik olmayan bozunumuna ait Feynman diyagramı.....	57

- Şekil 3.9. \tilde{T}_{bc}^0 dörtkuarkının kütlesinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağılılığı..... 63
- Şekil 3.10. $G_1(q^2)$ yapı faktörleri (üsteki mavi daireler) ve $|G_2(q^2)|$ (alttaki kırmızı kareler) yapı faktörleri için öngörüler. Çizgiler sırasıyla, $F_1(q^2)$ ve $|F_2(q^2)|$ fit fonksiyonlarıdır 67



TABLULAR DİZİNİ

Tablo 1.1.	Boyutları $d \leq 6$ olan operatörlerin tüm seti	10
Tablo 2.1.	Sayısal hesaplamalarda kullanılan parametreler	23
Tablo 2.2.	Yapı faktörlerinin fit fonksiyonunda elde edilen parametre değerleri.....	30
Tablo 2.3.	Farklı kaynaklarda öngörülen son durum psedoskaler mezonların spektroskopik parametreleri ve CKM matris elemanları değerleri	34
Tablo 2.4.	$T_{b;s}^-$ dörtkuarkının baskın zayıf bozunma modları ve dallanma oranları	35
Tablo 2.5.	$T_{b;d}^-$ dörtkuarkının bozunum genişliklerinin nümerik değerleri.....	38
Tablo 3.1.	$T_{bb;\bar{u}d}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \bar{1}V_1$ geçişi için yapı faktörlerin fit fonksiyonunda bulunan parametre değerleri.....	53
Tablo 3.2.	Fiziksel parametrelerin nümerik değerleri	58
Tablo 3.3.	$T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \bar{1}V_1$ geçişi için yapı faktörlerin fit fonksiyonunda bulunan parametre değerleri.....	68
Tablo 3.4.	T_{bb}^- dörtkuarkının baskın zayıf bozunma modları ve dallanma oranları	72
Tablo 4.1.	Skaler ve aksiyel vektör dörtkuarklar için elde edilen spektroskopik parametrelerin nümerik değerleri	74
Tablo 4.2.	Skaler ve aksiyel vektör dörtkuarkların yarı-leptonik ve leptonik olmayan bozunumlarına ait bozunum genişliklerinin nümerik değerleri	74

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

A_μ^a	: Gluon alanı, Yang-Mills alanları
\hat{B}	: Borel dönüşümü
$C_n(q^2)$: Wilson katsayıları
C	: Yük eşleniği
d	: Operatör boyutu
D_μ	: Kovaryant türev
$F_{\mu\nu}^a$: Alan şiddet tensörü
f^{abc}	: Antisimetrik yapı sabiti
f	: Bozunma sabiti
g, α_s	: Güçlü etkileşme sabiti
I	: Birim operatör
$J(x)$: Parçacıklara karşılık gelen akım
k, p, p', q	: Dört boyutlu momentum
L	: Lagranjiyen yoğunluğu
L_{KRD}	: Kuantum renk dinamiği lagranjiyeni
M^2	: Borel kütle parametresi
m	: Kütle
N_c	: Kuark renk sayısı
n_f	: Kuark çeşni sayısı
O_n	: Yerel ayar değişmez operatör
P	: Parite
S	: Spin
s_0, s'_0	: Süreklilik eşiği
T	: Zaman sıralama operatörü
Λ_{KRD}	: KRD parametresi
$\psi(x)$: Kuark alanı
$\gamma_\mu, \gamma_\nu, \gamma_5$: Dirac matrisi
δ	: Dirac-delta fonksiyonu
λ^a	: 3×3 Gell-Mann renk matrisleri
$\phi(x)$: Kompleks skaler alan
Π	: Korelasyon fonksiyonu
σ	: Tesir kesiti
$ 0\rangle$: Taban durum
μ, ν	: Lorentz indisleri

ρ	: Spektral yoğunluk
$\varepsilon, \varepsilon'$: Polarizasyon vektörleri
$\langle \bar{\psi}\psi \rangle$: Kuark yoğunluğu
$\langle G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \rangle$: Gluon yoğunluğu

Kısaltmalar

KED	: Kuantum Elektrodinamiği
KRD	: Kuantum Renk Dinamiği
KRDTK	: Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları
MIT	: Massachusetts Institute of Technology
OPE	: Operator Product Expansion (Operatör Çarpım Açılımı)
PDG	: Particle Data Group (Parçacık Veri Grubu)
SM	: Standart Model
SVZ	: Shifman, Vainshtein ve Zakharov

AĞIR HADRONLARIN YARI-LEPTONİK GEÇİŞLERİ

ÖZET

Güçlü etkileşen kuark ve gluonlardan oluşan standart hadronlar: iki ve üç valans kuarktan oluşan mezonlar ve baryonlardır. Bu etkileşmelerin alan teorisi, Kuantum Renk Dinamiği (KRD) dir. Bu yapılar ek olarak, son yıllarda, çeşitli kuark ve gluon kombinasyonlarından oluşabilecek parçacıklar olabileceği öne sürülmüş ve bazıları deneylerde gözlemlenmiştir. Bu yapılar genel olarak dörtkuarklı XYZ parçacıkları, mezonlardan oluşan moleküller, beşkuarklar, hibritler gibi egzotikler olarak bilinmektedir.

Bu tezde, şimdiye kadar deneysel olarak gözlemlenmemiş ve teorik olarak detaylı çalışılmamış yeni dörtkuark durumları öne sürülmüş ve onların fiziksel özellikleri incelenmiştir. Hadronların spektroskopik özelliklerini ve bozunum parametrelerini incelemek için pertürbatif olmayan yöntemlere ihtiyaç vardır. Bu pertürbatif olmayan yöntemlerden en güvenilir ve uygulanabilirlerinden birisi KRD toplam kurallarıdır. Tez kapsamında yapılan çalışmalarda bu yöntem egzotik parçacıklara genişletilerek kullanılmıştır.

Tezin temel amacı, dörtkuark yapıdaki bazı parçacıkların spektroskopik özelliklerini ve zayıf bozunum kanallarını incelemek olmuştur. Tezde ağır bb veya bc dokuark ve hafif antidokuarklardan oluşan skaler ve aksiyel vektör dörtkuarklı yapılar ele alınmıştır. İlk olarak bu yapıların kütle ve kuplaj sabitleri hesaplanmıştır. Elde edilen kütle değerine göre bu dörtkuarklı yapıların güçlü ve elektromanyetik bozunmaya karşı kararlı oldukları görülmüştür. Bu sebeple bu egzotik yapıların yarı-leptonik ve leptonik olmayan zayıf bozunumları incelenmiş; yapı faktörleri ve bozunma genişlikleri elde edilmiştir. Elde edilen toplam bozunma genişlikleri kullanılarak bu dörtkuarklı yapıların ortalama ömrü hesaplanmıştır. Yapılan çalışmalar teorik literatüre katkı sağlamanın yanı sıra ileride yapılacak deneylere ışık tutacak olması bakımından oldukça önemlidir.

Anahtar Kelimeler: Egzotik Parçacıklar, KRD Toplam Kuralları, Zayıf Bozunumlar.

SEMILEPTONIC TRANSITIONS OF HEAVY HADRONS

ABSTRACT

The standard hadrons, i.e., mesons and baryons are made of two and three valence quarks which interact strongly through gluon exchange. The field theory of these interactions is the Quantum Chromodynamics (QCD). In recent years, it was suggested that, in addition to these conventional hadrons, there may exist particles composed of various different combinations of quarks and gluons. Some of such states were observed in numerous experiments. These states are particles including four-quark XYZ tetraquarks, hadronic molecules composed of mesons, pentaquarks, hybrids, etc.

In this thesis, new tetraquark states that have not been experimentally observed and theoretically not studied in detail are proposed and their physical properties are analysed. To calculate the spectroscopic and decay parameters of these hadrons, we use nonperturbative methods of QCD. One of such reliable and applicable approaches is the QCD sum rule method. In the context of the present thesis, we extended this method and used it in our studies.

The main purpose of the thesis is investigation of physical features and weak decay channels of such exotic tetraquark states. In this thesis, scalar and axial-vector tetraquarks built of heavy bb or bc diquarks and light antidiquarks are explored. Firstly, the masses and coupling constants of these states are calculated. According to the masses of the states under analysis, it is seen whether these tetraquarks are stable against strong and electromagnetic decays. For this reason, semileptonic and nonleptonic weak decays of these exotic states have been analysed; the form factors and decay widths were obtained. The lifetime of these tetraquarks was calculated using the full widths obtained. In addition to contributing to the theoretical literature, the studies on exotic states are very important in terms of shedding light on future experiments.

Keywords: Exotic Particles, QCD Sum Rules, Weak Decays.

GİRİŞ

Son on beş yılda güçlü etkileşimlerin temel teorisi olarak kabul edilen Kuantum Renk Dinamiği (KRD), sayısız pek çok hadronun spektroskopik parametrelerini ve bozunum kanallarını araştırmak ve analiz etmek için başarıyla kullanılmıştır. KRD'nin en önemli özelliklerinden birisi olan asimtotik özgürlüğü, Q^2 yüksek momentum transferlerinde kuantum alan teorisinin pertürbatif yöntemlerinin kullanılmasına izin verir. $\alpha_s(Q^2)$ güçlü etkileşim kuplajının yeterince büyük olduğu ve pertürbatif olmayan etkilerin önemli hale geldiği $Q^2 \sim 1 \text{ GeV}^2$ momentumlarda, fizikçiler hadronik süreçleri araştırmak için çeşitli modeller ve yaklaşımlar geliştirmiş ve uygulamışlardır. Günümüzde ise, renkli kuarklar ve gluonların parton modeli ile abelyan olmayan kuantum alan teorisinin birleştirilmesinden ortaya çıkan KRD, temel parçacıkların Standart Modelinin bir parçasıdır. Standart Modelin ötesinde parçacıkları ve etkileşimleri bulmak için çeşitli deneysel işbirliklerinin sayısız girişimine rağmen, gözlemlenen tüm deneysel süreçlerin ve ölçülen miktarların bu teori çerçevesinde açıklanabileceğini belirtmek gerekir.

Günümüz yaklaşımına göre, geleneksel mezonlar kuark-antikuark $q\bar{q}$ ve baryonlar üç-kuark veya üç-antikuark $qq'q''$ yapılarına sahiptir. Bu parçacıkların elektromanyetik, zayıf ve güçlü etkileşimleri SM çerçevesinde incelenebilir. Ancak güçlü etkileşimlerin temel teorisi olarak kabul edilen KRD, geleneksel kuark modelinde yer almayan çok kuarklı hadronların, yani dört, beş, altı, vb. kuarklardan oluşan parçacıkların varlığını yasaklamaz. Teorik ilginin yanı sıra, çok kuarklı sistemler, geleneksel hadron spektroskopisinin eski problemlerini çözmek için araştırmaların ilgisini çekmiştir. Aslında, bilinen bazı çok-kuarklı parçacıkların doğası hakkındaki hipotez kuark-antikuark yapısındaki mezonların belirgin problemleriyle bağlantılıdır. Basit tanımlamada skaler mezonların nonetleri 1^3P_0 kuark-antikuark durumlarıdır. Ancak farklı ve bağımsız hesaplamalar 1^3P_0 durumlarının 1 GeV ' den daha ağır olduğunu kanıtlıyor. Bu nedenle, yalnızca izoskaler $f_0(1370)$ ve $f_0(1710)$, izovektör $a_0(1450)$

veya izospinor $K_0^*(1430)$ mezonları, 1^3P_0 multipletinin üyeleri olarak tanımlanabilir. Hafif skaler nonetten gelen mezon kütleleri 1 GeV ' in altında olduğundan dolayı, uzun bir süre boyunca $f_0(500)$, $f_0(980)$, $K_0^*(800)$ ve $a_0(980)$ mezonları tartışmalı teorik varsayımlara ve önerilere maruz kalmıştır. Hafif mezonların olağandışı özelliklerini açıklamak için R. Jaffe, bunların dört değerlikli (valans) kuarklardan oluştuğunu varsaymıştır [1]. Bu yaklaşıma göre düşük kütleli problemler ve hafif nonet içindeki kütle hiyerarşisi çözümlerini bulmuş gibi görünmektedir. Çalışma [2-5]'te bu tür parçacıklar Jaffe 'nin bu yaklaşımına göre incelenmiştir.

Çok kuarklı hadronlarla ilgili önemli sonuçları olan bir başka ilginç çalışma yine R. Jaffe tarafından [6]' da yapılmıştır. $SU_f(3)$ çeşni grubuna ait sadece hafif u, d ve s kuarklarından oluşan altı kuark (dibaryon veya hegzakuark) durumlarını dikkate almıştır. Jaffe analiz için MIT (Massachusetts Institute of Technology) kuark torba modelini kullanarak, bir H-dibaryonun varlığını; yani bir çeşni-tekili (flavor-singlet) ve nötr altı kuark uuddss bağlı durumu, izospin-spin-paritesi $I(J^P) = 0(0^+)$ ile tahmin etmiştir. Kütleleri 2150 MeV olan bu çift acayip (strange) altı kuarklı yapı, $2m_\Lambda = 2230 \text{ MeV}$ eşliğinin 80 MeV altında yer alır ve güçlü bozunmalara karşı kararlıdır. Zayıf etkileşimler yapabilir; diğer bir deyişle H-dibaryon' un ortalama ömrü $\tau \approx 10^{-10} \text{ s}$, çoğu sıradan hadronunkinden önemli ölçüde daha uzundur. uuddss hegzakuarklarının kütlelerinin bazı kısıtlamaları karşılması koşuluyla karanlık maddeye aday olarak düşünülebilmesi de dikkat çekicidir [7-10].

Bu süre içerisinde, kararlı dört kuark konfigürasyonlarının teorik çalışmaları, yüksek enerji fiziğinin mevcut yöntemleri kullanılarak sürdürülmüştür. Ağır bb veya cc dikuarklardan ve hafif antidikuarklardan oluşan dört-kuark mezonları veya dörtkuarklar (tetrakuarklar), bu tür durumlar için gerçek adaylar olarak kabul edilmiştir. $QQ\bar{Q}\bar{Q}$ ve $QQ\bar{q}\bar{q}'$ egzotik mezonları çalışma [11-13]' te kararlı dörtkuarkları (tetrakuarkları) bulmak için additif (ilave) iki-parçacık etkileşimlerine sahip potansiyel model kullanılarak araştırılmıştır. Bu yöntem çerçevesinde, m_Q / m_q oranı büyükse $QQ\bar{q}\bar{q}$ dörtkuarklarının kararlı durumlar oluşturabileceği kanıtlanmıştır. Benzer sonuca iki parçacık birbirine yaklaştığında hapsedme (sınırlayıcı) potansiyeli sonlu olan çalışmada da varılmıştır [14]. Bu çalışmada,

izoskaler aksiyel vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının (tetrakuarkının) B mezonlarını oluşturmak için gerekli eşiğin altında kaldığı ve bu nedenle yalnızca zayıf bozunumlarla bozunabileceği söylenmiştir. Çalışma [15]' te $T_{cc;\bar{q}\bar{q}'}$ ve $T_{bc;\bar{q}\bar{q}'}$ dörtkuarkları (tetrakuarkları) hem kararsız hem de kararlı bileşikler oluşturabilir. $QQ\bar{q}\bar{q}'$ yapılarının kararlılığı $m_Q \rightarrow \infty$ limitinde çalışılmıştır.

Bu yıllardaki çalışmalar, bağlı dört-kuark durumlarının nitel analizi ile sınırlı değildi. Nitekim, geçen yüzyılın seksenli yıllarında, dörtkuarklar (tetrakuarklar) ve hibrit hadronların araştırmaları, KRD' den esinlenilmiş, sayısal analiz yapılmasına ve bunların kütle ve diğer parametreleri için ilk tahminlerde bulunulmasına imkan veren pertürbatif olmayan yöntemlere dayandırılmıştır [16-21].

2003 yılında Belle İşbirliği tarafından çarmonyum benzeri X(3872) yapısının gözlemlenmesinden sonra durum değişmiştir [22]. Daha sonra X(3872)' nin dar rezonansının varlığı D0, CDF ve BaBar gibi çeşitli işbirlikleri tarafından da doğrulanmıştır [23-25]. $Z_c(4430)$ ve $Z_c(3900)$ yüklü rezonansların keşfi çok kuarklı yapıların fiziği için önemli bir etkiye sahiptir, çünkü bu yapılar nötr $\bar{c}c$ çarmonyum ile karıştırılmazlar ve dört kuarklı yapılara adaylardır. $Z_c^+(4430)$ yapısı Belle İşbirliği tarafından B mezonun $B \rightarrow K\psi'\pi^\pm$ bozunumunda $\psi'\pi^\pm$ değişmez kütle dağılımlarında rezonans olarak gözlenmiştir [26]. Daha sonra, Belle işbirliği tarafından $B \rightarrow K\psi'\pi^+$ ve $B^0 \rightarrow K^+\psi'\pi^-$ geçişlerinde $Z_c^+(4430)$ ve $Z_c^-(4430)$ rezonansları sabitlenmiş ve tekrar araştırılmıştır [27, 28]. Aynı işbirliği tarafından, $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^-\pi^+$ bozunumunda $Z_c(4430)$ durumu ve bunun $J/\psi\pi$ ' ye bozunumu için bir kanıt bulunmuştur [29]. Bu yapılar için Belle tarafından elde edilen kütleler ve bozunma genişlikleri göz önüne alınarak ideal bir varsayım ile kuantum sayıları $J^P = 1^+$ olarak saptanmıştır. Ayrıca, LHCb İşbirliği tarafından $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^-\pi^+$ bozunumunda $Z_c^-(4430)$ 'nin parametreleri ölçülmüş ve spin-paritesi açıkça 1^+ olarak belirlenmiştir [30, 31].

Diğer bir yüklü $Z_c^\pm(3900)$ dörtkuarkları (tetrakuarkları), BESIII tarafından $e^+e^- \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ sürecinde $J/\psi\pi^\pm$ değişmeyen kütle dağılımlarında rezonans olarak bulunmuştur [32]. Daha sonra, bu yapılar Belle ve CLEO İşbirlikleri tarafından da

görülmüştür [33, 34]. Ayrıca BESIII $e^+e^- \rightarrow \pi^0 Z_c^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 J/\psi$ sürecinde nötr bir $Z_c^0(3900)$ durumunun da tespit edildiğini duyurmuştur [35].

Son birkaç yılın en önemli gözlemi D0 İşbirliği tarafından, $X(5568) \rightarrow B_s^0 \pi^\pm$, $B_s^0 \rightarrow J/\psi \phi$, $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$, $\phi \rightarrow K^+ K^-$ dönüşüm zincirinde $X(5568)$ hakkında rapor edilmiştir [36]. $X(5568)$ ' in ilk keşfedilen dört farklı kuarktan oluşan egzotik mezon olması dikkat çekiciydi. Nitekim, $X(5568) \rightarrow B_s^0 \pi^\pm$ bozunma kanalından $X(5568)$ ' in b, s, u, d kuarkları içerdiği sonucuna varılabilir. D0 verilerine göre, kuantum numaraları $J^{PC} = 0^{++}$ olan skaler bir parçacıktır; kütlesi $m = 5567,8 \pm 2,9(\text{stat})_{-1,9}^{+0,9}(\text{syst}) \text{ MeV}$ ve genişliği $\Gamma = 21,9 \pm 6,4(\text{stat})_{-2,5}^{+5,0}(\text{syst}) \text{ MeV}$ ' dir. Ancak, çok geçmeden LHCb; CERN' de 7 TeV ve 8 TeV enerjilerinde toplanan pp çarpışma analizlerinin sonuçlarını açıklamış ve 5700 MeV' den daha düşük enerjilerde $B_s^0 \pi^\pm$ değişmez kütle dağılımlarında bir rezonans yapısı için kanıt bulunamadığını beyan etmiştir [37]. Diğer bir deyimle, dört farklı kuarktan oluşan $X(5568)$ rezonansı tartışmalı bir konudur ve gelecekte yapılacak deneysel çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. $X(5568)$ egzotik durumu, diğer işbirliklerinde ve belki de diğer hadronik süreçlerde araştırılmayı beklemektedir.

Egzotik yapılar olarak düşünülebilecek farklı rezonanslar üzerine yeni deneysel sonuçlar bulunmaktadır. Örneğin; son zamanlarda LHCb, $B^+ \rightarrow J/\psi \phi K^+$ bozunumunu analiz ederek $J/\psi \phi$ değişmez kütle dağılımındaki $X(4140)$ ve $X(4274)$ rezonanslarını yeniden keşfetmiştir [38,39]. Bunun yanı sıra, aynı $J/\psi \phi$ kanalında ağır $X(4500)$ ve $X(4700)$ rezonanslarının tespiti de rapor edilmiştir. Ayrıca, LHCb bu rezonansların spin paritelerini de belirlemiştir. $X(4140)$ ve $X(4274)$ $J^{PC} = 1^{++}$ aksiyel vektörken, $X(4500)$ ve $X(4700)$ $J^{PC} = 0^{++}$ skaler parçacıklardır. İlk iki durum, CDF tarafından $B^\pm \rightarrow J/\psi \phi K^\pm$ [40] bozunumunda keşfedilmiş ve daha sonra sırasıyla CMS ve D0 [41, 42] tarafından onaylanmıştır. X rezonansları bir grup gizli-tılsım (hidden-charm) egzotik grubuna ait olabilir. Bozunma kanallarına göre, dörtkuark (tetrakuark) adayları olarak garip $s\bar{s}$ kuark bileşeni içermeleri gerektiği de açıktır. Başka bir deyişle, X durumlarının kuark içeriği muhtemelen $c\bar{c}s\bar{s}$ ' dir.

Dört kuarklara aday olan $\{Y\}$ vektör rezonansları ailesi, $J^{PC} = 1^{--}$ kuantum numarasına sahiptir ve en az dört gizli-tılsım (hidden-charm) parçacığı içermektedir. Bunlardan birisi olan $Y(4660)$ rezonansı Belle İşbirliği tarafından $\psi'\pi^+\pi^-$ değişmez kütle dağılımında iki rezonans yapısından birisi olarak $e^+e^- \rightarrow \gamma_{\text{ISR}}\psi'\pi^+\pi^-$ sürecinde ilk durum radyasyonu yoluyla ilk kez tespit edilmiştir [43, 44]. Bu deneyde gözlemlenen ikinci durum $Y(4360)$ olarak belirlenmiştir. [43, 44] analizleri bu rezonansların bilinen çarmonyum ile tanımlanamayacağını kanıtlamıştır. Geleneksel olarak $Y(4660)$ ile özdeşleştirilen $Y(4630)$ durumu, $e^+e^- \rightarrow \Lambda_c^+\Lambda_c^-$ sürecinde $\Lambda_c^+\Lambda_c^-$ değişmez kütle dağılımında bir pik olarak görülmüştür [45]. BaBar İşbirliği, $e^+e^- \rightarrow \gamma_{\text{ISR}}\psi'\pi^+\pi^-$ ile aynı süreci incelemiş ve $\psi'\pi^+\pi^-$ değişmez kütle dağılımında iki rezonans yapısının görünümünü bağımsız olarak doğrulamıştır [46]. Bu yapıların kütleleri ve genişlikleri, BaBar'ın bunları $Y(4660)$ ve $Y(4360)$ rezonanslarıyla tanımlamasına izin vermiştir. Bu iki rezonans dışında, $\{Y\}$ ailesinin üyeleri olarak düşünülecek $Y(4260)$ ve $Y(4390)$ durumları da vardır.

Yeni rezonanslar arasında, LHCb İşbirliği tarafından $B^0 \rightarrow K^+\eta_c\pi^-$ bozunumunda keşfedilen $Z_c^-(4100)$ durumu dikkat çekmeye değerdir [47]. Bu çalışmada, bu yapının spin paritesinin $J^P = 0^+$ veya $J^P = 1^-$ olduğu kütle ve kuplaj sabiti belirtilmiş; her iki kuantum numarasının da verilerle tutarlı olduğu görülmüştür [48]. $Z_c^-(4100) \rightarrow \eta_c\pi^-$ bozunumunun analizinden, $Z_c^-(4100)$ 'ün, $c\bar{d}\bar{c}$ kuarklarından oluşabileceği ve muhtemelen aynı kuark içeriğine sahip yüklü Z -rezonans ailesinin başka bir üyesi olduğu açıktır: iyi bilinen $Z_c^\pm(4430)$ ve $Z_c^\pm(3900)$ rezonanslarının da $c\bar{d}\bar{c}$ veya $c\bar{u}\bar{d}$ içeriklerine sahip olduğunu vurgulamak gerekir.

Egzotik yapıların kütle ve kuplaj sabitlerinin sıcaklığa bağlı değişimleri de Termal KRD toplam kuralları yöntemi kullanılarak incelenmiştir [49-53]. Ele alınan egzotik yapılar için spektroskopik parametrelerinin sıcaklığa bağlı grafikleri incelendiğinde kritik sıcaklığa yakın bölgede gözlemlenen değişimlerin Kuark Gluon Plazma faz geçişinin bir işareti olabileceği düşünülmektedir. Ayrıca, sonlu sıcaklıklarda yapılan teorik hesaplamalar KRD'nin pertürbatif ve pertürbatif olmayan dinamiklerinin anlaşılması ve egzotik hadronların iç yapıları hakkında daha iyi bilgi edinebilmemiz açısından oldukça büyük önem taşımaktadır.

Egzotik hadronların fiziksel parametrelerinin sonlu yoğunlukta incelenmesi de oldukça önemlidir. Çünkü, bu tür araştırmalar egzotik yapıların doğasını, iç kuark-gluon yapısını ve kuantum sayılarını netleştirmemize yardımcı olur [54-56].

Hadronların elektromanyetik özellikleri, onların iç-yük dağılımları, yarı çapları ve geometrik şekillerinin belirlenmesi KRD' nin en önemli amaçlarından birisidir. Bu doğrultuda bilgi edinmek için en etkili yol ise, hadronların elektromanyetik bozunum ve etkileşimlerinin incelenmesidir. Bu nedenle ışık konisi KRD toplam kuralları ve fotonun dalga fonksiyonu kullanılarak egzotik hadronların radiatif geçişleri de incelenmiştir [57-61].

Son zamanlarda egzotik parçacıkların zayıf veya yarı-leptonik bozunumlarının incelenmesi önemli araştırma konusudur. Çünkü, zayıf bozunum kanallarında deney sonuçları standart model öngörüsü ile örtüşmemekte ve bu tutarsızlık ile ilgili yeni fizik etkisi olabileceğine dair öngörüler bulunmaktadır. Bu tezde, egzotik parçacıkların yarı-leptonik bozunum kanalları ile ilgili yapılan çalışmalarla literatürdeki bu belirsizlikler açıklanmaya çalışılmıştır. Yarı-leptonik bozunum kanalları ile ilgili yapılan çalışmalar, yeni fizik modellerinin anlaşılmasına yardımcı olmasının yanı sıra yeni yapılacak deneylere ışık tutacaktır.

1. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ

Uzun mesafe ya da düşük momentum bölgesinde, kuark-gluon etkileşimleri çok kuvvetlidir ve pertürbatif olmayan etkiler etkin olur ve bu bölgede pertürbasyon teorisi başarısız olup kısa mesafelerde olduğu gibi pertürbasyon ile güvenilir hesaplar yapılamaz. KRD toplam kuralları, Örgü KRD Teorisi (Lattice QCD), Torba Modeli, Efektif Lagrange Yöntemi, Potansiyel Model, Fenomenolojik Kuark Modeli, Ağır Kuark Efektif Teorisi (Heavy Quark Effective Theory), Kiral Pertürbasyon Teorisi (CPT Theory), Nambu-Jona-Lasinio (NJL) modeli pertürbatif olmayan yöntemler arasındadır. Bu pertürbatif olmayan yöntemlerden KRD toplam kuralları Shifman, Vainshtein ve Zakharov tarafından 1979 yılında mezonlar için geliştirilip [62], 1981 yılında L. B. Ioffe tarafından baryonlar için genelleştirilen ve KRD Lagrange fonksiyonunu, kuark-hadron ikilemini ve asimtotik özgürlük ilkelerini temel alan uzun mesafe (küçük momentum) olaylarını etkili bir şekilde açıklayan pertürbatif olmayan bir yöntemdir [62-67]. KRD toplam kuralları yönteminin en önemli avantajı, sonlu sıcaklık ve nükleer madde ortamına genişletilmesi ve hadron fenomenolojisine geniş bir şekilde uyarlanabilmesidir. Diğer bir avantajı ise, aşağıda verilen KRD Lagrange fonksiyonunu temel almasıdır.

$$L_{\text{KRD}} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \sum_q \bar{\psi}_q (i\mathcal{D} - m_q) \psi_q \quad (1.1)$$

Burada $G_{\mu\nu}^a$ gluon alan şiddet tensörüdür. ψ_q , $q = u, d, s, c, b, t$ farklı çeşnilere sahip kuark alanlarını ve i kırmızı, yeşil, mavi olmak üzere renk yükünü temsil eder. μ ve ν ise Lorentz indisleridir. Yukarıda verilen Lagrange fonksiyonu hadronların ve hadronik süreçlerin tüm özelliklerinden sorumludur. Fakat, Denklem (1.1)' in doğrudan kullanımı pertürbasyon teorisinin çerçevesinde mümkündür. Kuark-gluon etkileşim kuplajı $\alpha_s = g_s^2 / 4\pi$ ' in yeterli kadar küçük olma ve pertürbasyon açılımının uygunluğu koşulu, hadronik süreçteki kuarkların veya gluonların en azından bazılarının sanal olmasını gerektirir. Çoğunlukla büyük momentum transferinde hadronların saçılmasında yüksek sanallık (virtuality) elde edilir. Bununla birlikte, bu

sert saçılma süreçleri için bile kuark-gluon Feynman diyagramlarının pertürbatif hesapları yeterli değildir; çünkü saçılmaya katılan kuarklar hadronların içinde hapsolmüştür. Bu nedenle pertürbatif KRD sonucu, hadronlardaki kuarkların belirli dalga fonksiyonları veya momentum dağılımları ile birleştirilmelidir. Bu özellikleri hesaplamak için, hadron boyutu mertebesindeki mesafelerde KRD dinamiklerini bilmemiz gerekir: $R_{\text{hadron}} \sim 1/\Lambda_{\text{KRD}}$, bu da pertürbasyon teorisinin başarısız olduğu ölçektir.

KRD toplam kuralları; hadronların kütle ve bozunma sabitleri gibi spektroskopik parametreleri, güçlü etkileşimleri temsil eden kuplaj (çiftlenim) sabitleri, elektromanyetik ve zayıf bozunumları temsil eden yapı (form) faktörleri gibi çeşitli fiziksel parametreleri kuark ve gluon alanlarından oluşan yerel işlemcilerin beklenen değerleri ve KRD parametreleri cinsinden hesaplamamıza imkan veren bir yöntemdir. Bu yöntemin başlangıç noktası, hesaplanacak fiziksel parametreye uygun olarak seçilen bir korelasyon fonksiyonudur. Bu tezde ele alınan skaler ve aksiyel vektör dörtkuarklarının (tetrakuarklarının) kütleleri ve kuplaj sabitleri iki nokta KRD toplam kuralları ile hesaplanacaktır. Bu amaçla, modelin başlangıç noktası olan korelasyon fonksiyonu, sırasıyla skaler ve aksiyel vektör yapı için,

$$\Pi(p) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \langle 0 | T \{ J(x) J^\dagger(0) \} | 0 \rangle \quad (1.2)$$

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \langle 0 | T \{ J_\mu(x) J_\nu^\dagger(0) \} | 0 \rangle \quad (1.3)$$

şeklinde verilir. Bu ifadelerde $|0\rangle$ pertürbatif olmayan vakumu, T zaman sıralama işlemcisini temsil etmektedir. $J(x)$ ve $J_\mu(x)$ sırasıyla, skaler ve aksiyel vektör dörtkuarklarının (tetrakuarklarının) ara kesit akımını ifade eder. Tezdeki çalışmalarda kullanılan skaler $T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$, $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$, $Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0$ ve $Z_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ dörtkuarklar için ara kesit akımları,

$$\begin{aligned}
J(x) &= [b_a^T(x)C\gamma_5 b_b(x)][\bar{u}_a(x)\gamma_5 C\bar{s}_b^T(x)] , \\
\tilde{J}(x) &= [b_a^T(x)C\gamma_5 c_b(x)][\bar{u}_a(x)\gamma_5 C\bar{s}_b^T(x) + \bar{u}_b(x)\gamma_5 C\bar{s}_a^T(x)] , \\
J(x) &= [b_a^T(x)C\gamma_5 b_b(x)][\bar{u}_a(x)\gamma_5 C\bar{d}_b^T(x)] , \\
\tilde{J}(x) &= [b_a^T(x)C\gamma_5 c_b(x)][\bar{u}_a(x)\gamma_5 C\bar{d}_b^T(x) + \bar{u}_b(x)\gamma_5 C\bar{d}_a^T(x)] , \\
J^Z(x) &= b_a^T(x)C\gamma_5 c_b(x)[\bar{u}_a(x)\gamma_5 C\bar{d}_b^T(x) - \bar{u}_b(x)\gamma_5 C\bar{d}_a^T(x)] , \\
J_Z(x) &= [b_a^T(x)C\gamma_5 c_b(x)][\bar{u}_a(x)\gamma_5 C\bar{s}_b^T(x) - \bar{u}_b(x)\gamma_5 C\bar{s}_a^T(x)] \tag{1.4}
\end{aligned}$$

aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$, $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ ve $Z_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ dörtkuarklar için ara kesit akımları,

$$\begin{aligned}
J_\mu(x) &= b_a^T(x)C\gamma_\mu b_b(x)\bar{u}_a(x)\gamma_5 C\bar{d}_b^T(x) , \\
J_\mu(x) &= [b_a^T(x)C\gamma_\mu b_b(x)][\bar{u}_a(x)\gamma_5 C\bar{s}_b^T(x)] , \\
\tilde{J}_\mu(x) &= b_a^T(x)\gamma_\mu Cc_b(x)[\bar{u}_a(x)C\gamma_5 \bar{d}_b^T(x) - \bar{u}_b(x)C\gamma_5 \bar{d}_a^T(x)] \tag{1.5}
\end{aligned}$$

şeklinde tanımlanır. Burada a ve b renk indisleri, C ise yük eşleniği matrisidir. KRD toplam kurallarında, $\Pi(p)$ ve $\Pi_{\mu\nu}(p)$ korelasyon fonksiyonları iki farklı şekilde hesaplanır. İlk olarak fenomenolojik ya da fiziksel kısım denilen, hadronik parametreler cinsinden elde edilir. Daha sonra teorik ya da KRD kısmı denilen, derin öklid bölgesinde uzun ve kısa mesafe kuark-gluon etkileşimlerini birbirinden ayıran işlemci çarpım açılımı (OPE) cinsinden hesaplanır. Elde edilen sonuçlar farklı bölgelerde olmalarına rağmen, süreklilikten ve yüksek mertebeden gelen katkıları bastırmak için Borel dönüşümü uygulanarak bu iki temsilin eşleşmesi sağlanarak istenilen fiziksel büyüklük elde edilir.

Yukarıda bahsedildiği gibi Denklem (1.2) ve Denklem (1.3)' te verilen korelasyon fonksiyonunun hesaplanmasında, iki yol takip edilir. Bunlardan ilki KRD serbestlik dereceleri cinsinden yani kuark kütleleri, kuark ve gluon yoğunlukları cinsinden hesaplanan korelasyon fonksiyonunun operatör çarpım açılımı (OPE) veya KRD kısmı olarak adlandırılan teorik kısmıdır. Bu yöntem yerel olmayan iki ya da üç operatörün zaman sıralı çarpımının çeşitli yerel operatörler ve Wilson katsayıları cinsinden seriye açılımıdır ve,

$$i\int d^4x e^{ip\cdot x} \langle 0 | T \{ J(x) J^\dagger(0) \} | 0 \rangle = C_1 \langle 0 | I | 0 \rangle + \sum_{d=3,4,\dots} C_d(p) \langle 0 | O_d | 0 \rangle \tag{1.6}$$

şeklinde ifade edilir. Bu ifadede bulunan I birim operatör, C_1 , C_d katsayıları Wilson katsayılarıdır. O_d ise kuark-gluon alanlarından oluşan yerel operatörlerdir ve Lorentz spinlerine ve boyutlarına göre sınıflandırılırlar. Örneğin; kuark alanının boyutu 3/2, gluon alanının boyutu 2'dir. Spini sıfır ve boyutları $d \leq 6$ olan operatörlerin tüm seti Tablo 1.1' de verilmiştir.

Tablo 1.1. Boyutları $d \leq 6$ olan operatörlerin tüm seti

I (birim operatör)	$d = 0$
$O_3 = \bar{\psi}\psi$	$d = 3$
$O_4 = G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$	$d = 4$
$O_5 = \bar{\psi}\sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} G^{a\mu\nu} \psi$	$d = 5$
$O_6 = (\bar{\psi}\Gamma_r \psi)(\bar{\psi}\Gamma_s \psi)$	$d = 6$
$O_6 = f_{abc} G_{\mu\nu}^a G_{\sigma}^{bv} G^{c\sigma\mu}$	$d = 6$

Burada ψ kuark alanları, $G_{\mu\nu}^a$ gluon alan tensörü, λ^a SU(3) Gell-Mann renk matrisleri ve $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ 'dür. KRD'de düşük boyutlu $d = 1, 2$ renksiz operatörler yoktur.

Bu nedenle toplam kuralları $d = 3$ 'ten başlar. Sıfır boyutlu ilk operatörlerin Wilson katsayısı pertübatif katkıları ifade eder. Denklem (1.6)'daki C_1 ve C_d Wilson katsayıları kısa mesafelerdeki davranışı belirlediği için pertübatif olarak hesaplanırlar. Pertübatif olmayan uzun mesafelerdeki davranışlar ise O_d operatörlerinin matris elemanları içinde yer alır. O_d 'nin vakum beklenen matris elemanları pertürbasyon teorisinde sıfırdır; fakat KRD' de pertübatif olmayan etkiler vakumun yapısını değiştirdiği için bu işlemcilerin değeri sıfırdan farklı olarak vakum beklenen değerlerinin oluşmasına neden olur. Böylece operatör çarpım açılımı (OPE) sayesinde kısa ve uzun mesafe davranışları birbirinden ayrılır.

Korelasyon fonksiyonunu hesaplamada takip edilen ikinci yol ise, hadron durumlarının temsilleri yani kütle ve kuplaj sabiti cinsinden hesaplanan fiziksel ya da fenomenolojik kısımdır. Bu kısmın hesabı için korelasyon fonksiyonuna parçacığa ait

ara kesit akımları ile aynı kuantum sayılarına sahip ara hadron durumlarının bir tam seti yerleştirilir ve gerekli işlemler yapıldıktan sonra,

$$\begin{aligned} 2 \text{Im} \Pi(q^2) &= \sum_h \int \langle 0 | J | h \rangle \langle h | \bar{J} | 0 \rangle d\tau_h (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q - p_h) \\ &= 2\pi f_h^2 \delta(q^2 - m_h^2) + 2\pi \rho_h(q^2) \end{aligned} \quad (1.7)$$

ifadesi elde edilir. Buradaki \sum toplam, J ara kesit kuark akımının yaratabileceği bütün olası hadronik durumlar üzerindedir. $f_h = \langle 0 | J | h \rangle$ mezon-akım kuplaj sabitini, $\rho_h(q^2)$ ise yüksek mertebelerden ve süreklilikten gelen katkıyı ifade eder.

KRD toplam kuralları, korelasyon fonksiyonunun fiziksel ve KRD kısmındaki aynı yapılar karşılık gelen değişmez genlikler eşitlenerek elde edilir. Ayrıca yüksek mertebeden ve süreklilikten gelen katkıları bastırmak için her iki kısma Borel dönüşümü ve süreklilik çıkarımı (continuum subtraction) adı verilen dönüşümler uygulanır. Borel dönüşümü yönteminin amacı ise; $Q^2 = -q^2$ ye göre sonsuz kere türev olarak sonsuzluktan ve süreklilikten gelen katkıları bastırmaktır. Borel dönüşümü genel olarak;

$$B_{M^2} \Pi(Q^2) = \lim_{\substack{Q^2, n \rightarrow \infty \\ \frac{Q^2}{n} \rightarrow M^2}} \frac{(Q^2)^{n+1}}{n!} \left(\frac{d}{dQ^2} \right)^n \Pi(Q^2) \quad (1.8)$$

şeklinde tanımlanır.

Bazı önemli fonksiyonların Borelleri için Denklem (1.8) eşitliği kullanılarak aşağıdaki eşitlikler elde edilebilir;

$$B_{M^2} (Q^2)^n = 0, \quad n \geq 0 \quad (1.9)$$

$$B_{M^2} \frac{1}{(m^2 - Q^2)^n} = \frac{1}{(n-1)!} \frac{1}{(M^2)^{n-1}} e^{-\frac{m^2}{M^2}} \quad (1.10)$$

$$B_{M^2} (e^{-\alpha Q^2}) = \delta \left(\frac{1}{M^2} - \alpha \right) \quad (1.11)$$

Kütle ve mezon-akım kuplaj sabiti hesaplamalarında kullanılan Borel dönüşümünün genel ifadesi;

$$B \frac{1}{(p^2 - m^2)^t} \rightarrow (-1)^t \frac{1}{\Gamma(t)} e^{-\frac{m^2}{M^2}} \frac{1}{(M^2)^{t-1}} \quad (1.12)$$

Yapı faktörü hesaplamalarında kullanılan çift Borel dönüşümünün genel ifadesi ise;

$$B \frac{1}{(p^2 - m_1^2)^t (p'^2 - m_2^2)^n} \rightarrow (-1)^{t+n} \frac{1}{\Gamma(t)} \frac{1}{\Gamma(n)} e^{-\frac{m_1^2}{M^2}} e^{-\frac{m_2^2}{M'^2}} \frac{1}{(M^2)^{t-1}} \frac{1}{(M'^2)^{n-1}} \quad (1.13)$$

şeklinde tanımlanır. Burada M^2 ve M'^2 Borel kütle parametreleridir.

Parçacıkların güçlü ve yarı-leptonik (semileptonik) bozunumlarını temsil eden form faktörlerini veya çiftlenim (kuplaj) sabitleri üç nokta korelasyon fonksiyonu ile hesaplanır.

Bu tezde ele alınan, skalerden skalere, aksiyel vektörden skalere ve aksiyel vektörden aksiyel vektöre dörtkuarkların yarı-leptonik (semileptonik) bozunumları için korelasyon fonksiyonu,

$$\Pi_{\mu}(p,p') = i^2 \int d^4x d^4y e^{i(p'y - px)} \langle 0 | T \{ \tilde{J}(y) J_{\mu}^{\text{tr}}(0) J^{\dagger}(x) \} | 0 \rangle \quad (1.14)$$

$$\Pi_{\mu\nu}(p,p') = i^2 \int d^4x d^4y e^{i(p'y - px)} \langle 0 | T \{ J^Z(y) J_{\mu}^{\text{tr}}(0) J_{\nu}^{\dagger}(x) \} | 0 \rangle \quad (1.15)$$

$$\Pi_{\mu\alpha\nu}(p,p') = i^2 \int d^4x d^4y e^{i(p'y - px)} \langle 0 | T \{ \tilde{J}_{\nu}(y) J_{\alpha}^{\text{tr}}(0) J_{\mu}^{\dagger}(x) \} | 0 \rangle \quad (1.16)$$

şeklinde yazılabilir. J , \tilde{J} ve J^Z skaler tetrakuark için J_{ν} , \tilde{J}_{ν} ve J_{μ} aksiyel vektör dörtkuark (tetrakuark) için ara kesit akımlarıdır. J^{tr} ise geçiş akımıdır ve çeşitli bozunum kanallarını tanımlayan hamiltonyenlerdeki işlemcilerle bağlı olarak belirlenir.

İki nokta KRD toplam kuralları Borel kütle parametresi M^2 ve süreklilik eşiği s_0 olmak üzere iki yardımcı parametre içerir. Üç nokta KRD toplam kuralları ise M_1^2 ve M_2^2 Borel kütle parametreleri ve s_0 ve s'_0 süreklilik eşiği olmak üzere dört tane yardımcı parametre içerir. Yardımcı parametreler fiziksel olmadığı için fiziksel

büyükükler bu parametrelerden ya bağımsız olmalıdır veya zayıf bağı olmalıdır. Bu amaçla fiziksel büyüküklerin bu parametrelere zayıf bir şekilde bağı olduğu çalışma bölgeleri belirlenmelidir. Süreklilik eşiğı s_0 ve s'_0 tamamen bağımsız değıldir; ilk ve son kanalların ara kesit akımlarına göre aynı kuantum sayılı ilk uyarılmış durumların enerjileriyle ilişkilidir. Bu ilişki göz önüne alınarak süreklilik eşiğı için çalışma bölgesi seçilir. Borel kütle parametreleri için çalışma bölgesi, yüksek rezonaslardan ve süreklilikten gelen katkıları bastırarak ve az katkı veren yüksek mertebeli operatörlerden gelen katkıları ortadan kaldıracak şekilde seçilir.



2. AĞIR SKALER EGZOTİK PARÇACIKLARIN SPEKTROSKOPİK VE BOZUNUM PARAMETRELERİNİN İNCELENMESİ

Son yıllarda çeşitli işbirlikleri tarafından toplanan deneysel bilgiler ve farklı teorik yöntemler ile elde edilen gelişmeler hızla büyüyen egzotik hadronların çalışma alanını oluşturmuştur [68-72].

Dörtkuarktan (tetrakuarklardan) oluşan egzotik mezonların araştırılması, yüksek enerji fiziğinin en ilgi çeken konuları arasındadır. Deneyselde şimdiye kadar gözlemlenen ve egzotik yapılara aday olarak yorumlanan durumlar farklı doğalara sahiptir. Örneğin; bazıları nötr çarmonyum (bottomonyum) benzeri rezonanslardır ve çarmonyumun uyarılmış halleri olarak düşünülebilir. Diğerleri elektrik yükü taşır ve bu problemlerden uzaktırlar, fakat geleneksel mezonların bağlı durumları olarak bir yoruma izin veren iki mezon eşiğine yakın bulunurlar. Bulunan tüm dörtkuarkların (tetrakuarkların) büyük bozunma genişliklere sahip olduğunu ve iki geleneksel mezona kuvvetlice bozduklarını belirtmek gerekir. Bu nedenle, güçlü ve elektromanyetik etkileşimlere karşı kararlı olan ve sadece zayıf bozunumlar yoluyla bozunan dörtkuarktan oluşan bileşikler, dörtkuarklar hakkında önemli bilgiler verebilirler.

Çeşitli makalelerde, ağır Q ve hafif q kuarklarının kütle oranları m_Q / m_q yeteri kadar geniş olduğu durumda, $QQ'\bar{q}\bar{q}'$ dörtkuarkının kararlı egzotik mezonlar oluşturabileceği çalışılmıştır [11–14]. Sonuç olarak, izoskalar aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kütlesi $\bar{B}\bar{B}^*$ eşiğinin altında ise güçlü etkileşime karşı kararlıdır [14].

Bu sorunlar kiral, dinamik ve görelî kuark modelleri de dahil olmak üzere çeşitli yaklaşımlar kullanılarak, birçok çalışmada ele alınmıştır. Örneğin, çalışma [73–77]'de kuark modeli T_{QQ} durumlarının özelliklerini araştırmak ve parametrelerini hesaplamak için kullanılmıştır. Çalışma [78, 79]'de de bu dörtkuarklar (tetrakuarklar) iki nokta KRD toplam kuralı yöntemi ile analiz edilmiştir. Çalışma [78]'de iki nokta KRD toplam kuralı yöntemi sonucuna göre, $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kütlesi $10,2 \pm 0,3$ GeV elde edilmiştir; bu da açık-alt (open bottom) eşiğinin altındadır. Başka

bir deyişle, bu parçacık güçlü bozunmalara karşı kararlıdır. $QQ\bar{q}\bar{q}$ durumlarının spin pariteleri KRD toplam kuralları metodu ile çalışma [80]'de $J^P = 0^-, 0^+, 1^-, 1^+$ olarak ön görülmüştür. Literatürde, ağır iyon ve proton-proton çarpışmalarında, elektron-pozitron yok olmalarında, B_c meson ve ağır Ξ_{bc} baryon bozunmalarında T_{cc} dörtkuarkının üretim mekanizmalarının ve olası bozunum kanallarının araştırılmasına adanmış çalışmalar bulunmaktadır [81-85].

LHCb İşbirliği [86] tarafından çift tılsımlı (doubly charmed) baryon $\Xi_{cc}^{++} = ccu$ 'nin keşfi, çift ağır kuarktan oluşan dörtkuarklar ile ilgili yeni çalışmaların yapılmasına sebep olmuştur [87-94]. Araştırmalar, çift-tılsım (double-charm) egzotik mezonların güçlü ve elektromanyetik bozunmalara karşı kararsız olduğunu kanıtlamaktadır. Çalışma [87]'de aksiyel-vektör $T_{cc;\bar{u}\bar{d}}^+$ dörtkuarkının kütesinin, D^0D^{*+} ve $D^0D^+\gamma$ son durumlara bozunma eşiklerinin üstünde olan (3882 ± 12) MeV' e eşit olduğu gösterilmiştir. İki pozitif elektrik yüküne sahip dörtkuark sınıfına ait olan çift-tılsım (double-charm) $T_{cc;\bar{s}\bar{s}}^{++}$ ve $T_{cc;\bar{d}\bar{s}}^{++}$ durumları çalışma [95]'te araştırılmış; bu dört kuark yapıların kütlelerinin $D_s^+D_{s0}^{*+}$ (2317) ve $D^+D_{s0}^{*+}$ (2317) eşiklerinin üzerinde olduğu ve bu yapıların geleneksel bu mezonlara bozunabileceği gösterilmiştir. [95]'te elde edilen $T_{cc;\bar{s}\bar{s}}^{++} \rightarrow D_s^+D_{s0}^{*+}$ (2317) ve $T_{cc;\bar{d}\bar{s}}^{++} \rightarrow D^+D_{s0}^{*+}$ (2317) güçlü bozunumlara ait bozunma genişliği $T_{cc;\bar{s}\bar{s}}^{++}$ ve $T_{cc;\bar{d}\bar{s}}^{++}$ yapılarının görece olarak geniş rezonanslar olarak şekilde sınıflandırılmasına izin vermektedir.

Çift-güzellik (doubly-beauty) $bb\bar{q}\bar{q}'$ dörtkuark yapılarında, $m_b / m_{q(q')}$ oranı maksimum değerine ulaştığı için ve kararlı yapılar oluşturabileceği için bu yapılar parçacıklar içerisinde özel ilgi uyandırır. Nitekim aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuark yapısının kütesi [87]'de fenomenolojik model ve LHCb İşbirliğinin deneysel bilgileri [86] kullanılarak tekrar hesaplanmıştır. Bu çalışmanın sonuçlarına göre, izoskaler aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ durumunun kütesi $m = 10389 \pm 12$ MeV, $B^-\bar{B}^{*0}$ eşığının 215 MeV altında ve $B^-\bar{B}^0\gamma$ bozulma eşığının 170 MeV altında olarak bulunmuştur. Bu, $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının güçlü ve elektromanyetik etkileşimlere karşı kararlı olduğu ve sadece zayıf bir şekilde bozunduğu anlamına gelmektedir. $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$, $T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$ ve $T_{bb;\bar{d}\bar{s}}^0$ dörtkuarkının

güçlü etkileşimlere karşı kararlılığı çalışma [89]' da ağır kuark simetrisinden çıkarılan ilişkilere dayandırılmıştır ve aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ durumunun kütlesi, açık-alt (open-bottom) eşliğinin 121 MeV altında $m = 10482$ MeV olarak elde edilmiştir.

Q; ağır b veya c kuarklardan birini ve q, q' ; hafif kuarklardan birini temsil etmek üzere aksiyel-vektör $qq'\bar{Q}\bar{Q}$ dörtkuark yapıları renk konfigürasyonları oktet-oktet $[8_c]_{q\bar{Q}} \otimes [8_c]_{q'\bar{Q}}$ ve singlet-singlet $[1_c]_{q\bar{Q}} \otimes [1_c]_{q'\bar{Q}}$ göz önüne alınarak çalışma [94]' te incelenmiş ve kütleleri KRD toplam kuralları kullanılarak hesaplanmıştır. Oktet-oktet $u\bar{d}b\bar{b}$ ve $u\bar{s}b\bar{b}$ dörtkuarklarının kütleleri için elde edilen tahminler, karşılık gelen iki-mezon eşiklerinin üzerindedir ve bu nedenle bu durumlar güçlü etkileşimlerle bozunabilirler. Moleküler veya renkli singlet-singlet dörtkuarklar $u\bar{d}b\bar{b}$ için kütle (10360 ± 150) MeV ve $u\bar{s}b\bar{b}$ için kütle (10480 ± 150) MeV olarak elde edilmiştir; bu da güçlü etkileşimlere karşı kararlı olduğunu gösterir.

Sadece bb dikuarkları içeren egzotik mezonlar değil, aynı zamanda bc' den oluşan dörtkuarklar da güçlü ve elektromanyetik bozunmalara karşı kararlı olabilirler [87, 89, 96, 98, 99]. Örneğin, çalışma [96]' nin analizinde, skaler $Z_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ dörtkuarkının kütlesi güçlü ve elektromanyetik bozunmanın eşik değerinin oldukça altında $m_Z = (6660 \pm 150)$ MeV olarak elde edilmiştir. Başka bir deyişle, $Z_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ [99]' da toplam bozunma genişliği ve ortalama ömrünü tahmin etmemize imkan veren zayıf bozunma ile transfer olmaktadır. Aksiyel-vektör $T_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ dörtkuarkının durumu belirsizliğini korumaktadır: [100]' de kütlesi (1705 ± 155) MeV aralığında tahmin edildiği için iki yönlü açıklanmasına olanak tanır. Çünkü kütlelerin merkezi değeri dikkate alındığında, güçlü ve elektromanyetik bozunumlar için eşik değerinin altında olduğu görülürken, kütle değerinin maksimum 7260 MeV olduğu dikkate alınırsa, sırasıyla $B^{*-}D^+ / \bar{B}^{*0}D^0$ ve $D^+B^- \gamma / D^0\bar{B}^0 \gamma$ ya yönelik güçlü ve elektromanyetik bozunumlar için eşik değerinden daha yüksektir. Birinci senaryoda $T_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ dörtkuarkının toplam bozunma genişliği ve ortalama ömrü zayıf bozunumdan elde edilir. İkinci senaryoda ise $T_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ 'nin bozunma genişliği ağırlıklı olarak güçlü bozunumla elde edilir; çünkü zayıf ve elektromanyetik bozunumların genişlikleri küçüktür ve göz ardı edilebilir [100].

İlginç bir noktada, bs dokuark içeren bazı ağır egzotik mezonların kararlı olabileceğidir. Örneğin; skaler $T_{bs;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkı, güçlü ve elektromanyetik etkileşimlere karşı kararlıdır: [101]' de bu parçacığın spektroskopik parametreleri ve semileptonik bozunmaları incelenmiştir.

Bu bölümde kuark içeriği $bb\bar{u}\bar{s}$ olan skaler $T_{b;\bar{s}}^-$ dörtkuarkı incelenmiş, spektroskopik parametreleri, toplam bozunma genişliği ve ortalama ömrü hesaplanmıştır. $T_{b;\bar{s}}^-$ 'nin kütlesi m ve kuplaj sabiti f , on operatör boyuta kadar kuark, gluon ve karışık kondensatlar dikkate alınarak iki nokta KRD toplam kuralları yöntemiyle hesaplanmıştır. Bu yapının kütlesi hakkındaki bilgi, $T_{b;\bar{s}}^-$ 'nin güçlü ve elektromanyetik etkileşimlere karşı kararlı bir parçacık olup olmadığını belirlemek için çok önemlidir. Kararsız $T_{b;\bar{s}}^-$ dörtkuarkı için geleneksel sözde-skaler $B^-\bar{B}_s^0$ mezon çiftine ayrışmasının birinci S-dalga güçlü bozunma kanalı olduğunu görmek zor değildir. Sonuç olarak, $T_{b;\bar{s}}^-$ kütlesi, $B^-\bar{B}_s^0$ eşığı 10646 MeV' den yüksekse, $T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow B^-\bar{B}_s^0$ bozunumunun genişliğini hesaplamak gerekir. Ancak, araştırmalarımız $T_{b;\bar{s}}^-$ dörtkuarkının kütlesinin $m = (10250 \pm 270)$ MeV' e eşit olduğunu ve bu sınırın altında olduğunu göstermektedir. $T_{b;\bar{s}}^-$ olası $T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow B^-\bar{B}_{s1}^0 (5830)\gamma$ elektromanyetik geçişine karşı da kararlıdır; çünkü bu bozunumun gerçekleşmesi için giren parçacığın kütlesi 11108 MeV' i geçmelidir. Bu nedenle $T_{b;\bar{s}}^-$ 'nin toplam genişliğini ve ortalama ömrünü hesaplamak için zayıf bozunumlarını incelemek gerekir.

$T_{b;\bar{s}}^-$ 'nin zayıf bozunumu, $b \rightarrow W^-c$ ve $b \rightarrow W^-u$ alt süreçleriyle skaler dörtkuark $Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0$ ve $Z_{bu;\bar{u}\bar{s}}^0$ mezonlara ayrıştıran yarı-leptonik (semi-leptonik) geçişleriyle gerçekleşir.

$T_{b;\bar{s}}^-$ 'nin zayıf bozunumu için $T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 l\bar{\nu}_l$ kanalı baskın zayıf bozunum kanalıdır, çünkü $T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bu;\bar{u}\bar{s}}^0 l\bar{\nu}_l$ bozunumu diğer bozunuma göre $|V_{ub}|^2 / |V_{cb}|^2 \approx 0,01$ faktörüyle Cabibbo-Kobayasi-Maskawa (CKM) matris elemanları tarafından bastırılır. Ancak $b \rightarrow W^-c$ alt süreci $T_{b;\bar{s}}^-$ 'nin leptonik olmayan zayıf bozunmalarına neden olabilir. Yani vektör bozonu W^- , bir lepton çifti $l\bar{\nu}$ yerine $d\bar{u}$, $s\bar{u}$, $d\bar{c}$ ve $s\bar{c}$ kuark çiftleri de üretebilir. Bu kuarklar daha sonra leptonik olmayan $Z_{b;\bar{s}}^0 M$ durumlara yol açan

geleneksel $M = \pi^-, K^-, D^-$ ve D_s^- mezonlarından birini oluşturabilir. \tilde{m} , $Z_{b:\bar{s}}^0$ dörtkuarkının kütlesi olmak üzere $m - \tilde{m}$ farkına bağlı olarak, bu leptonik olmayan zayıf bozunumların bir kısmı veya hepsi kinematik olarak gerçekleşebilir.

Spektroskopik parametreleri hesaplandıktan sonra, $T_{b:\bar{s}}^-$ 'nin yarı-leptonik (semi-leptonik) ve leptonik olmayan bozunma modları dikkate alınarak toplam bozunma genişliği hesaplanmıştır. Bu amaçla, üç nokta KRD toplam kuralları kullanılarak yarıleptonik bozunumların diferansiyel bozunma genişliklerinin hesaplanabilmesi için gerekli olan zayıf yapı (form) faktörleri $G_{1(2)}(q^2)$ elde edilmiştir. $T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$, $l = e^-, \mu^-$ ve τ^- yarıleptonik bozunumlarının kısmi genişliği, diferansiyel bozunma genişliklerinin kinematik olarak izin verilen q^2 transfer momentumu üzerinden integral alınarak bulunabilirken, leptonik olmayan $T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 M$ bozunmalarının genişliği; m_M , üretilen bir mezonun kütlesi olmak üzere $q^2 = m_M^2$ 'de $G_{1(2)}(q^2)$ değerleri ile elde edilir.

2.1. Skaler $T_{b:\bar{s}}^-$ Egzotik Parçacığının KRD Toplam Kuralları İle İncelenmesi

2.1.1. Skaler $T_{b:\bar{s}}^-$ ve $Z_{b:\bar{s}}^0$ dörtkuarklarının kütle ve kuplaj sabitinin hesaplanması

$T_{b:\bar{s}}^-$ dörtkuarkının spektroskopik parametreleri, doğasını ortaya çıkarmak ve kararlılığı ile ilgili soruları cevaplamak için önemlidir. $Z_{b:\bar{s}}^0$ kütlesi ve kuplaj sabiti ise, $T_{b:\bar{s}}^-$ giren parçacığının zayıf bozunumlarını keşfetmek için gereklidir. $T_{b:\bar{s}}^-$ ve $Z_{b:\bar{s}}^0$ aynı ağır dokuark-hafif antidokuark yapısına sahiplerdir. Bu durumların kütle ve kuplaj sabiti gibi spektroskopik parametreleri iki nokta korelasyon fonksiyonundan elde edilir. Bu amaçla korelasyon fonksiyonu,

$$\Pi(p) = i \int d^4 x e^{ip \cdot x} \langle 0 | T \{ J(x) J^\dagger(0) \} | 0 \rangle \quad (2.1)$$

şeklinde yazılır. Burada $J(x)$, skaler parçacık için ara kesit akım ifadesidir. Egzotik yapılar da dahil olmak üzere hadronlar için ara kesit akımları renksiz yapılardır. QQ' dokuark; SU(3) grubunun ya $[\bar{3}_c]_{QQ'}$ renk-antiüçlüsüne ya da $[\bar{6}_c]_{QQ'} \otimes [\bar{6}_c]_{\bar{q}q'}$ renk-altılısının temsiline ait olabilir. Bundan dolayı bir antidokuark $\bar{q}q'$, üçlü veya

antialtıtlı renk yapılarına sahiptir. Egzotik mezonların renksiz akımları $[\bar{3}_c]_{QQ'} \otimes [\bar{3}_c]_{\bar{q}\bar{q}'}$ veya $[\bar{6}_c]_{QQ'} \otimes [\bar{6}_c]_{\bar{q}\bar{q}'}$ renk yapılarına sahip olmalıdır. Renk ve çeşni antisimetrik skaler dikuarklar, en ilgi çekici ve kararlı iki kuark yapılarıdır [102]. Ancak, $T_{b;\bar{s}}^-$ 'deki ağır dikuark bb, aynı çeşnide iki kuark içerdiğinden, ilgili dikuark alanı renk indekslerinde simetrik olmak zorundadır, yani renk grubunun altılı temsiline aittir. Renk-altılı skaler dikuark ve antidikuark alanlarından oluşan $T_{b;\bar{s}}^-$ için ara kesit akımı aşağıdaki gibi yazılabilir [80].

$$J(x) = [b_a^T(x)C\gamma_5 b_b(x)][\bar{u}_a(x)\gamma_5 C\bar{s}_b^T(x)] \quad (2.2)$$

Burada a ve b renk indisleri, C ise yük eşleniği matrisidir. $J(x)$ için ikinci terim $[b_a^T(x)C\gamma_5 b_b(x)][\bar{u}_b(x)\gamma_5 C\bar{s}_a^T(x)]$, Denklemde (2.2)' deki terime eşittir; bu nedenle ara kesit akımı için bu kompakt ifadeyi kullanıyoruz.

Son durum dörtkuark $Z_{b;\bar{s}}^0 = bc\bar{u}\bar{s}$, renk-antisimetrik $[\bar{3}_c]_{bc} \otimes [\bar{3}_c]_{\bar{u}\bar{s}}$ veya simetrik $[\bar{6}_c]_{bc} \otimes [\bar{6}_c]_{\bar{u}\bar{s}}$ ara kesit akımlarına sahip olabilir. Hesaplamalarımız $T_{b;\bar{s}}^-$ dörtkuarkının renk-altılı bileşenleriyle $Z_{b;\bar{s}}^0$ 'ye zayıf bir şekilde bozunduğunu göstermektedir: renk-antisimetrik $bc\bar{u}\bar{s}$ durumuna zayıf bozunum için matris elemanı aynı şekilde yok olur. Başka bir deyişle, $T_{b;\bar{s}}^-$ 'nin $Z_{b;\bar{s}}^0$ 'ye zayıf geçişlerinde, bileşenlerinin renk yapıları değişmeden kalır. Bu, en azından, analiz altındaki dörtkuarklar ve bunların ara akımları için geçerlidir. Bu nedenle, $Z_{b;\bar{s}}^0$ için, [103] referansındaki bilgileri kullanarak $[\bar{6}_c]_{bc} \otimes [\bar{6}_c]_{\bar{u}\bar{s}}$ tipi akımı seçiyoruz.

$$\tilde{J}(x) = [b_a^T(x)C\gamma_5 c_b(x)][\bar{u}_a(x)\gamma_5 C\bar{s}_b^T(x) + \bar{u}_b(x)\gamma_5 C\bar{s}_a^T(x)] \quad (2.3)$$

Denklem (2.2) ve Denklem (2.3) iç yapılarına sahip egzotik mezonlar, renk-simetrik dikuarklar olan temel durum parçacıklardır.

KRD iki nokta toplam kurallarında kütle ve kuplaj sabitini elde etmek için ilk olarak $T_{b;\bar{s}}^-$ 'nin spektroskopik parametreleri cinsinden yazılan korelasyon fonksiyonunun $\Pi^{\text{Fiz}}(p)$ fiziksel (fenomenolojik) ifadesine ihtiyaç duyulmaktadır. $T_{b;\bar{s}}^-$ temel-durum parçacığı olduğundan, “temel-durum + süreklilik” şeması kullanılır. Daha sonra $T_{b;\bar{s}}^-$

dörtkuarkını daha yüksek rezonansların ve süreklilik durumlarının etkilerinden ayırarak, korelasyon fonksiyonunun fiziksel ifadesi aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\Pi^{\text{Fiz}}(\mathbf{p}) = \frac{\langle 0|J|T_{b;\bar{s}}^-(\mathbf{p})\rangle\langle T_{b;\bar{s}}^-(\mathbf{p})|J^\dagger|0\rangle}{m^2 - p^2} + \dots \quad (2.4)$$

Fiziksel kısım $\Pi^{\text{Fiz}}(\mathbf{p})$, Denklem (2.1)' de verilen $\Pi(\mathbf{p})$ ' ye skaler dörtkuark durumunun tam seti eklenerek ve dörtlü x integrali alınarak elde edilir.

Burada matris elemanı,

$$\langle 0|J|T_{b;\bar{s}}^-(\mathbf{p})\rangle = f m \quad (2.5)$$

şeklinde tanımlanır. Basit işlemlerden sonra $\Pi^{\text{Fiz}}(\mathbf{p})$,

$$\Pi^{\text{Fiz}}(\mathbf{p}) = \frac{m^2 f^2}{m^2 - p^2} + \dots \quad (2.6)$$

şeklinde elde edilir.

$\Pi^{\text{Fiz}}(\mathbf{p})$ korelasyon fonksiyonu, $\sim I$ ile orantılı olan bir Lorentz yapısına sahiptir.

Korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmını elde ettikten sonra, KRD toplam kurallarının teorik veya KRD kısmı denilen, derin Öklid bölgesinde uzun ve kısa mesafe kuark-gluon etkileşimlerini birbirinden ayıran işlemci çarpım açılımı (OPE) cinsinden hesaplanan ikinci kısmının hesaplanması gerekmektedir. Bu amaçla, $J(x)$ ara kesit akımının açık ifadesi kullanılır ve Wick teoremi kullanılarak kuark alanları kontrakt ettirilerek kuark ilerleticileri cinsinden korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı elde edilir. Bu işlemlerden sonra korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı,

$$\begin{aligned} \Pi^{\text{KRD}}(\mathbf{p}) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_s^{b'b}(-x) \gamma_5 S_u^{a'a}(-x)] \{ & \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_b^{aa'}(x) \gamma_5 S_b^{bb'}(x)] \\ & + \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_b^{ba'}(x) \gamma_5 S_b^{ab'}(x)] \} \end{aligned} \quad (2.7)$$

şeklinde elde edilir. Burada $S_b(x)$ ve $S_{u(s)}(x)$ sırasıyla b ve u(s) kuark ilerleticileridir (propagatörleridir) ve $\tilde{S}_{b(u,s)}(x)$ ilerleticisi;

$$\tilde{S}_{b(u,s)}(x) = CS_{b(u,s)}^T(x)C \quad (2.8)$$

ifade edilir.

Bu çalışmada kullanılan ağır ve hafif kuarkların ileticileri (propagatörleri) (Ek-A)' da verilmiştir. Bu ileticilerin (propagatörlerin) pertürbatif olmayan kısmı kuark, gluon ve karışık operatörlerin vakum beklenen değerlerini içerir.

Toplam kurallarını elde etmek için, $\Pi^{\text{Fiz}}(p^2)$ ve $\Pi^{\text{KRD}}(p^2)$ genlikleri eşitlenir ve elde edilen eşitliğin her iki tarafına da yüksek rezonanslardan ve süreklilik durumlarından gelen katkıları bastırmak için Borel dönüşümü uygulanır. Daha sonra, kuark-hadron ikiliği yaklaşımı kullanılarak süreklilik çıkarımı (continuum subtraction) işlemi gerçekleştirilir. Toplam kuralları için elde edilen eşitlikten, kütle m ve kuplaj sabiti f için sırasıyla aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$m^2 = \frac{\Pi'(M^2, s_0)}{\Pi(M^2, s_0)} \quad (2.9)$$

$$f^2 = \frac{e^{m^2/M^2}}{m^2} \Pi(M^2, s_0) \quad (2.10)$$

Denklem (2.9) ve Denklem (2.10)'da $\Pi(M^2, s_0)$, çıkarılan sabit genlik $\Pi^{\text{KRD}}(p^2)$ 'ye Borel dönüşümü uygulanmış halidir ve $\Pi'(M^2, s_0)$

$$\Pi'(M^2, s_0) = \frac{d}{d(-1/M^2)} \Pi(M^2, s_0) \quad (2.11)$$

ile ifade edilir ve $\Pi(M^2, s_0)$ aşağıdaki formda yazılır.

$$\Pi(M^2, s_0) = \int_{\mathcal{M}^2}^{s_0} ds \rho^{\text{KRD}}(s) e^{-s/M^2} + \Pi(M^2) \quad (2.12)$$

Burada $\mathcal{M} = 2m_b + m_s$ ve $\rho^{\text{KRD}}(s)$ spektral yoğunluktur. $\Pi(M^2, s_0)$ 'nin ikinci bileşeni ise, $\Pi^{\text{KRD}}(p)$ 'den doğrudan hesaplanan pertürbatif olmayan katkıları içerir. $\Pi(M^2, s_0)$ 'nin açık ifadesi Ek (A)'da verilmiştir.

Kütle ve kuplaj sabiti için, iki nokta KRD toplam kurallarından elde edilen ifadelerde uygulanan Borel dönüşümünden ve süreklilik çıkarımından dolayı iki tane yardımcı parametre bulunmaktadır; bunlar Borel parametresi M^2 ve süreklilik eşiği s_0 'dır. Bu

parametreler fiziksel parametreler olmadıkları için fiziksel büyüklüklerin bu parametrelere çok bağlı olmamaları gerekir; bu sebeple bu yardımcı parametreler için çalışma bölgesi denilen fiziksel büyüklüklerin bu parametrelere göre çok değişim göstermediği bölgeler belirlenir.

M^2 ve s_0 yardımcı parametreleri için çalışma bölgeleri bazı temel kısıtlamaları karşılamalıdır. Bu nedenle, M^2 maksimum değeri için kutup (pole) katkısı (PC), çok kuarklı sistemler için aşağıda verilen oran sabit bir değeri aşmalıdır.

$$PC = \frac{\Pi(M^2, s_0)}{\Pi(M^2, \infty)} > 0,2 \quad (2.13)$$

M^2 minimum değeri ise, aşağıdaki oranın analizinden çıkarılır:

$$R(M^2) = \frac{\Pi^{\text{DimN}}(M^2, s_0)}{\Pi(M^2, s_0)} \leq 0,01 \quad (2.14)$$

Deklem (2.14), operatör çarpım açılımının (OPE) ve elde edilen toplam kurallarının yakınsamasını ifade eder. Burada $\Pi^{\text{DimN}}(M^2, s_0)$ açılımındaki son terimden (veya son birkaç terimin toplamından) gelen korelasyon fonksiyonuna bir katkıyı ifade eder. Bu hesaplamada son üç terimin toplamı kullanılmış ve bu nedenle DimN, Dim (8 + 9 + 10) anlamına gelmektedir.

Sayısal analizler sonucunda, M^2 ve s_0 parametreleri için yukarıda belirtilen tüm kısıtlamaları karşılayan

$$M^2 \in [9,12] \text{ GeV}^2, \quad s_0 \in [115,120] \text{ GeV}^2 \quad (2.15)$$

çalışma bölgeleri elde edilmiştir. $M^2 = 12 \text{ GeV}^2$ kutup (pole) katkısı 0,22 iken $M^2 = 9 \text{ GeV}^2$ 'de 0,56'dır. Minimum $M^2 = 9 \text{ GeV}^2$ değerinde $R \approx 0.001$ elde edilir. Bunun dışında, minimum M^2 'de perturbatif katkı, tüm sonucun % 85' ine denk gelir ve bu da perturbatif olmayan terimleri önemli ölçüde aştığını gösterir. M^2 ve s_0 dışında, toplam kuralları kuark kütlelerini [104] ve vakum kondensatlarını içerir; sayısal analizde Tablo 2.1' deki değerler kullanılmıştır.

Tablo 2.1. Sayısal hesaplamalarda kullanılan parametreler

Parametre	Değer
m_s	93_{-5}^{+11} MeV
m_b	$4,18_{-0,02}^{+0,03}$ GeV
m_c	$(1,27 \pm 0,02)$ GeV
$\langle \bar{q}q \rangle$	$-(0,24 \pm 0,01)^3$ GeV ³
$\langle \bar{s}s \rangle$	$0,8 \langle \bar{q}q \rangle$
m_0^2	$(0,8 \pm 0,1)$ GeV ²
$\langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle$	$m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle$
$\left\langle \frac{\alpha_s G^2}{\pi} \right\rangle$	$(0,012 \pm 0,004)$ GeV ⁴
$ V_{ud} $	$0,97420 \pm 0.00021$
$\langle g_s^3 G^3 \rangle$	$(0,57 \pm 0,29)$ GeV ⁶
m_e	0,511 MeV
m_μ	105,658 MeV
m_τ	$1776,86 \pm 0.12$ MeV

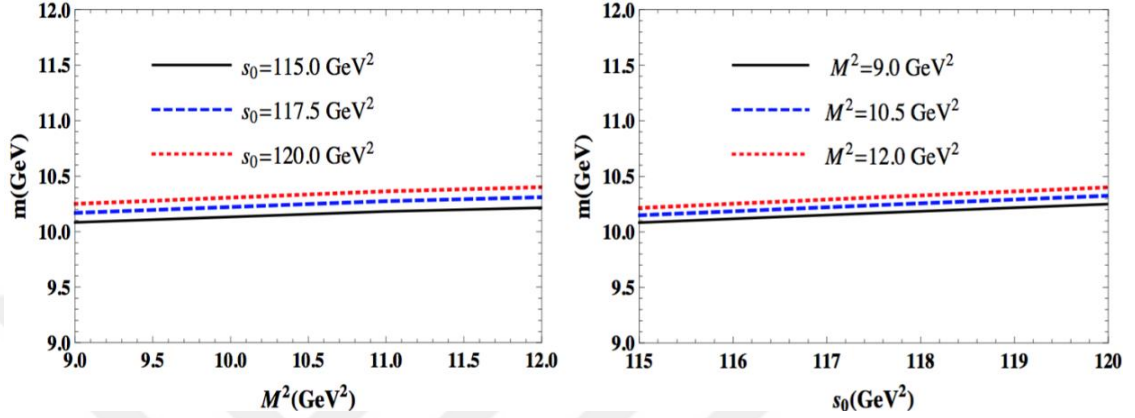
Son olarak, yukarıda verilen sayısal değerler kullanılarak kütle ve kuplaj sabiti için aşağıda verilen sayısal değerler elde edilmiştir:

$$m = (10250 \pm 270) \text{ MeV},$$

$$f = (2,69 \pm 0,58) \times 10^{-2} \text{ GeV}^4. \quad (2.16)$$

Sayısal değerlerde verilen hatalar esas olarak M^2 ve s_0 parametrelerinin izin verilen sınırlar içindeki değişiminden kaynaklanmaktadır. Kütle için bu belirsizliklerin merkezi değerinin $\pm\% 2.6$ ' sına eşit olduğu, f için ise daha büyük ve $\pm\% 22$ ' ye eşit olduğu görülmektedir. Başka bir deyişle, kütle değeri parametrelerin seçimine f kuplaj sabitinden daha az duyarlıdır. Bunun nedeni, Denklem (2.9)'da verilen kütle ifadesi

için toplam kuralı, istenmeyen etkileri dengeleyen $\rho^{\text{KRD}}(s)$ fonksiyonunun iki integralin oranı olarak elde edilmesidir, ancak f kuplaj sabitinin belirsizliği de toplam kuralları hesaplamalarında kabul edilen limiti aşmamaktadır. Şekil (2.1)' de kütle için yardımcı parametreler M^2 ' ye ve s_0 ' a göre değişimi gösterilmiştir.



Şekil 2.1. $T_{b;\bar{s}}^-$ dörtkuarkının kütesinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağılılığı

Skaler $Z_{b;\bar{s}}^0$ dörtkuarkının kütlesi ve kuplaj sabiti yukarıda bahsedilen prosedürler izlenerek elde edilir. İlgili toplam kurallarının KRD kısmı,

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}^{\text{KRD}}(p) &= i \int d^4x e^{ip \cdot x} \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_b^{aa'}(x) \gamma_5 S_c^{bb'}(x)] \\ &\times \left\{ \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_s^{b'b}(-x) \gamma_5 S_u^{a'a}(-x)] + \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_s^{a'b}(-x) \gamma_5 S_u^{b'a}(-x)] \right. \\ &\left. + \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_s^{b'a}(-x) \gamma_5 S_u^{a'b}(-x)] + \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_s^{a'a}(-x) \gamma_5 S_u^{b'b}(-x)] \right\} \end{aligned} \quad (2.17)$$

şeklinde elde edilir.

$Z_{b;\bar{s}}^0$ dörtkuarkının kütlesi \tilde{m} ve kuplaj sabiti \tilde{f} ; Denklem (2.9) ve Denklem (2.10)'daki $\rho^{\text{KRD}}(s)$, $\tilde{\rho}^{\text{KRD}}(s)$ olarak değiştirilir ve \mathcal{M} yerine $\tilde{\mathcal{M}} = m_b + m_c + m_s$ yazılarak bulunabilir. Kütle ve kuplaj sabiti değerleri M^2 ve s_0 yardımcı parametrelerinin çalışma bölgeleri,

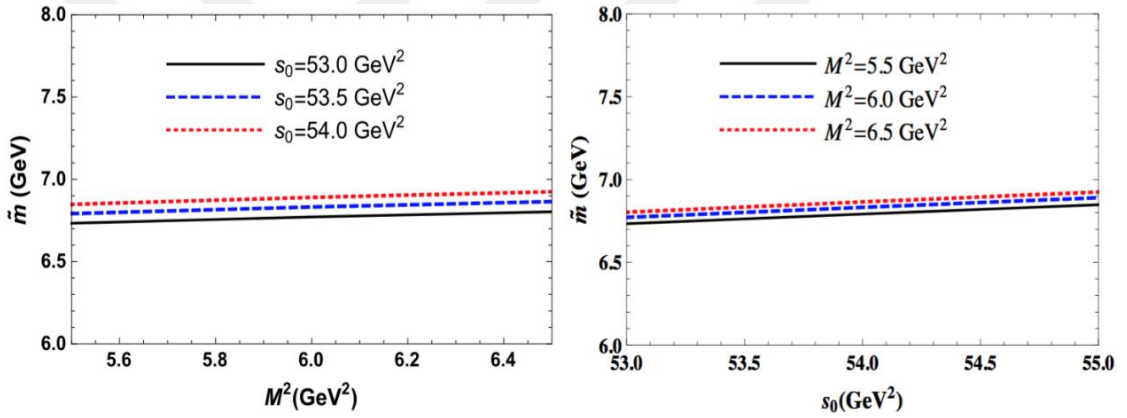
$$M^2 \in [5,5; 6,5] \text{ GeV}^2, \quad s_0 \in [53,54] \text{ GeV}^2. \quad (2.18)$$

kullanılarak aşağıdaki değerler elde edilir.

$$\tilde{m} = (6830 \pm 160) \text{ MeV},$$

$$\tilde{f} = (7,1 \pm 1,8) \times 10^{-3} \text{ GeV}^4. \quad (2.19)$$

Yardımcı parametrelerin çalışma bölgeleri, yukarıda tartışılan KRD toplam kuralları hesaplamalarının standart gereksinimlerini karşılar. Nitekim, $M^2 = 5,5 \text{ GeV}^2$, de R oranı 0,008' e eşit olduğundan, elde edilen toplam kurallarının yakınsaması garanti edilir. Borel parametresi $M^2 = 6,5 \text{ GeV}^2$ maksimum değerinde kutup (pole) katkısı, Denklem (2.13)' deki kısıtlamaya uygun olarak $PC = 0,25$; $M^2 = 5,5 \text{ GeV}^2$, de ise $PC = 0,64$ e ulaşır. Kütle için hesaplamaların teorik belirsizlikleri $\pm\% 2,3$, yukarıda açıklanan nedenlerden dolayı kuplajın $\pm\% 25$ 'inin belirsizliğinden önemli ölçüde daha küçüktür. Şekil (2.2)' de $Z_{b,\bar{s}}^0$ dörtkuarkının kütlesinin M^2 ve s_0 parametrelerine bağlılığı gösterilmiştir.



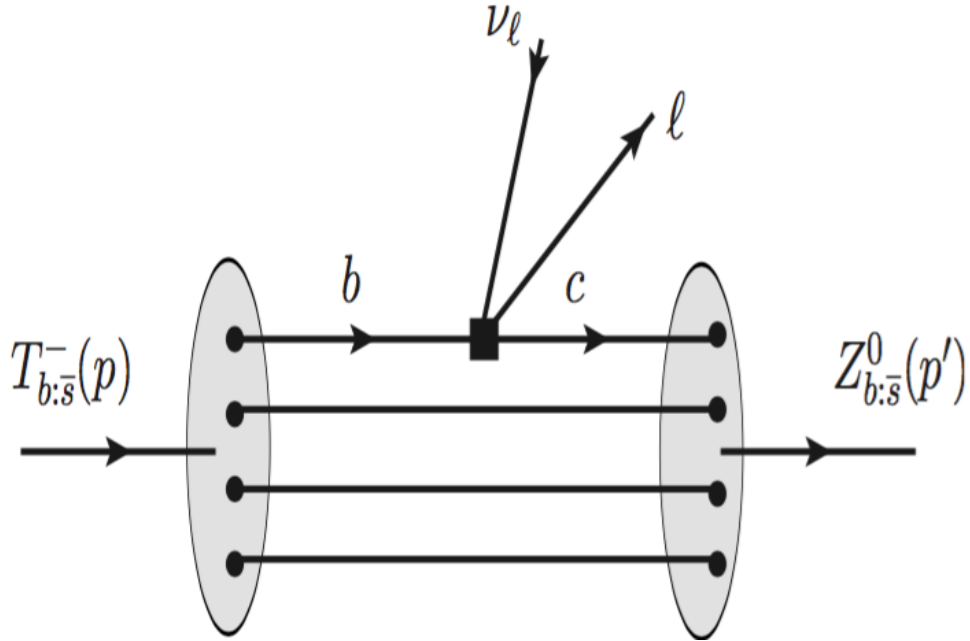
Şekil 2.2. $Z_{b,\bar{s}}^0$ dörtkuarkının kütlesinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağlılığı

KRD toplamı kuralı yöntemi çerçevesinde $b\bar{b}\bar{q}\bar{s}$ skaler dörtkuarkının kütlesi [84]' te değerlendirilmiştir. Hesaplamalar, farklı ilişkilendirme akımları kullanılarak ve sekiz boyuta kadar pertürbatif olmayan terimler de dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. [84]' te $m = (10.2 \pm 0.3) \text{ GeV}$ ve $m = (10.3 \pm 0.3) \text{ GeV}$ olarak elde edilmiştir; bu ise egzotik mezonun kararlı doğasını onaylamaktadır ve elde edilen sonuçların bizim sonucumuza çok yakın olduğu görülmektedir.

2.1.2. $T_{b,\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b,\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik geçişinin incelenmesi

$T_{b,\bar{s}}^-$ dörtkuarkının kütlesi için elde edilen $m = (10250 \pm 270) \text{ MeV}$ değeri göz önüne alındığında, bu parçacığın güçlü $B^- \bar{B}_s^0$ ve elektromanyetik $B^- \bar{B}_{s1}^0 (5830) \gamma$

bozunumları için eşik değerlerin oldukça altında olduğu görülmektedir. Bu da $T_{b;\bar{s}}^-$ dörtkuarkının güçlü ve elektromanyetik bozunumlara karşı kararlı olduğunu göstermektedir. Nitekim $m = 10250$ MeV kütesinin merkezi değeri, geleneksel $B^-\bar{B}_s^0$ mezonlarına güçlü bozunma eşiğinden 396 MeV daha düşüktür. Yöntemin belirsizlikleri dikkate alınarak elde edilen maksimum değeri 10520 MeV bile bu eşiğin 126 MeV altındadır. $T_{b;\bar{s}}^-$ dörtkuarkının elektromanyetik bozunması için ise eşik değeri 11108 MeV'dir. Benzer argümanlar göz önüne alındığında bu eşik değerinin ana parçacığın kütesinden oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Bu nedenle $T_{b;\bar{s}}^-$ dörtkuarkının toplam bozunma genişliği ve ortalama ömrü zayıf bozunumlar ile belirlenmektedir. Bu bölümde, Şekil (2.3)' te gösterilen $T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$ baskın yarı-leptonik bozunumu inceleyeceğiz.



Şekil 2.3. $T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik bozunumuna ait Feynman diyagramı

$m - \tilde{m} \approx 3420$ MeV'lik büyük kütle farkı nedeniyle $T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$ bozunumunun gerçekleşeceği açıktır ve tüm lepton kanalları ($l = e, \mu$ ve τ) için kinematik olarak mümkündür. $b \rightarrow W^- u$ tarafından üretilen süreçleri dikkate almayız; çünkü baskın olanlara göre $|V_{ub}|^2 / |V_{cb}|^2 \approx 0,01$ faktörüyle ortadan kaldırılırlar.

$b \rightarrow W^- c$ kuark geçişinin olduğu efektif Hamiltonyen aşağıdaki şekilde yazılır;

$$H^{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{bc} \bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b \bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_l. \quad (2.20)$$

Burada G_F ve V_{bc} sırasıyla, Fermi zayıf etkileşme sabiti ve CKM matris elemanıdır.

$$G_F = 1,16637 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

$$|V_{bc}| = (42,2 \pm 0,08) \times 10^{-3}. \quad (2.21)$$

İlk ve son durum dörtkuark alanları arasına H^{eff} yerleştirilip ve elde edilen ifadeden leptonik kısmı çıkardıktan sonra, geçiş akımının matris elemanı aşağıdaki şekilde elde edilir;

$$J_\mu^{\text{tr}} = \bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b. \quad (2.22)$$

Daha sonra bu matris elemanı, zayıf bozunumun uzun mesafe dinamiklerini parametreleştiren yapı faktörleri $G_i(q^2)$ ($i = 1,2$) cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$\langle Z_{b:\bar{s}}^0(p') | J_\mu^{\text{tr}} | T_{b:\bar{s}}^-(p) \rangle = G_1(q^2) P_\mu + G_2(q^2) q_\mu. \quad (2.23)$$

burada p ve p' sırasıyla, ilk ve son durum dörtkuarkların momentumlarıdır. Ayrıca $P_\mu = p'_\mu + p_\mu$ ve $q_\mu = p_\mu - p'_\mu$ şeklinde tanımlanmıştır. q_μ , leptonlara aktarılan momentumdur ve $m_1^2 \leq q^2 \leq (m - \tilde{m})^2$ sınırları içinde değişir; m_1 ise, temsil ettiği leptonun kütlesidir.

$G_{1(2)}(q^2)$ yapı faktörleri üç nokta KRD toplam kuralları kullanılarak hesaplanabilir.

Bu amaçla üç nokta toplam kurallarının ana çatısı olan korelasyon fonksiyonu,

$$\Pi_\mu(p,p') = i^2 \int d^4x d^4y e^{i(p'y - px)} \langle 0 | T \{ \tilde{J}(y) J_\mu^{\text{tr}}(0) J^\dagger(x) \} | 0 \rangle \quad (2.24)$$

standart kurallara uygun olarak yukarıdaki şekilde yazılır. Korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmı $\Pi_\mu^{\text{fiz}}(p,p')$,

$$\Pi_{\mu}^{\text{Fiz}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \frac{\langle 0 | \tilde{J} | Z_{b:\bar{s}}^0(\mathbf{p}') \rangle \langle Z_{b:\bar{s}}^0(\mathbf{p}') | J_{\mu}^{\text{tr}} | T_{b:\bar{s}}^{-}(\mathbf{p}) \rangle}{(p^2 - m^2)(p'^2 - \tilde{m}^2)} \langle T_{b:\bar{s}}^{-}(\mathbf{p}) | J^{\dagger} | 0 \rangle + \dots \quad (2.25)$$

şeklinde elde edilir. Burada (...), uyarılmış rezonansların ve süreklilik durumlarının etkilerini göstermektedir.

KRD toplam kurallarının fiziksel kısmı; matris elemanları dörtkuarkların kütlesi, kuplajı sabiti ve zayıf geçiş yapı faktörleri cinsinden yazılarak daha açık bir şekilde tanımlanabilir. Bu amaç için Denklem (2.5) ve (2.23), ve $Z_{b:\bar{s}}^0$ durumunun matris elemanı

$$\langle 0 | \tilde{J} | Z_{b:\bar{s}}^0(\mathbf{p}') \rangle = \tilde{f} \tilde{m} \quad (2.26)$$

kullanılıp, korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmı aşağıdaki bağıntı ile elde edilir.

$$\Pi_{\mu}^{\text{Fiz}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \frac{\tilde{f} \tilde{m} \tilde{m}}{(p^2 - m^2)(p'^2 - \tilde{m}^2)} [G_1(q^2)P_{\mu} + G_2(q^2)q_{\mu}] + \dots \quad (2.27)$$

Korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı ise, ara kesit akımları ve Wick teoremi kullanılarak, kuark ileticiler (propagatörler) cinsinden

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu}^{\text{KRD}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = & \int d^4x d^4y e^{i(p'y - px)} \left(\text{Tr} \left[\gamma_5 \tilde{S}_s^{b'b}(x-y) \gamma_5 S_u^{a'a}(x-y) \right] \right. \\ & + \text{Tr} \left[\gamma_5 \tilde{S}_s^{b'a}(x-y) \gamma_{\mu} S_u^{a'b}(x-y) \right] \left(\text{Tr} \left[\gamma_5 \tilde{S}_b^{a'a}(y-x) \gamma_5 S_c^{bi}(y) \gamma_{\mu} (1-\gamma_5) S_b^{ib'}(-x) \right] \right. \\ & \left. \left. + \text{Tr} \left[\gamma_5 \tilde{S}_b^{ia'}(-x) (1-\gamma_5) \gamma_{\mu} \tilde{S}_c^{bi}(y) \gamma_5 S_b^{ab'}(y-x) \right] \right) \right) \end{aligned} \quad (2.28)$$

şeklinde elde edilir.

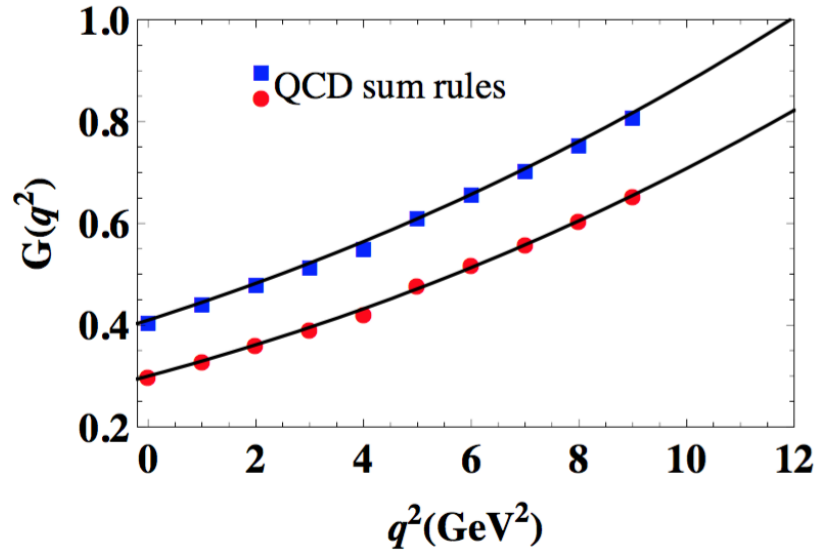
$G_{1(2)}(q^2)$ yapı faktörler için KRD toplam kuralları korelasyon fonksiyonunun $\Pi_{\mu}^{\text{Fiz}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ ve $\Pi_{\mu}^{\text{KRD}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ kısmındaki P_{μ} ve q_{μ} yapılarına karşılık gelen değişmez genlikler eşleştirilerek elde edilir. Bu genliklerin p^2 ve p'^2 'ye bağlı olduğu bilinmektedir ve bu nedenle daha yüksek rezonansların ve süreklilik durumlarının katkılarını bastırmak için bu değişkenlere göre çift Borel dönüşümü uygulanır. Borel parametresi $\mathbf{M}^2 = (M_1^2, M_2^2)$ ve süreklilik eşiği $\mathbf{s}_0 = (s_0, s'_0)$ dır. Kuark-hadron ikiliği

yaklaşımı kullanılarak $G_i(\mathbf{M}^2, s_0, q^2)$ yapı faktörleri için aşağıdaki toplam kuralları elde edilir.

$$G_i(\mathbf{M}^2, s_0, q^2) = \frac{1}{f_m f_{\tilde{m}}} \int_{\mathbf{M}^2}^{s_0} ds \int_{\tilde{\mathbf{M}}^2}^{s'_0} ds' \rho_i(s, s', q^2) e^{(m^2-s)/M_1^2} e^{(\tilde{m}^2-s')/M_2^2} \quad (2.29)$$

Burada $\rho_{1(2)}(s, s', q^2)$, yedi operatör boyutuna kadar elde edilen $\Pi_\mu^{\text{KRD}}(p, p')$ korelasyon fonksiyonunun sanal (imaginary) kısmı olarak hesaplanan spektral yoğunluklardır. Denklem (2.29)'daki (\mathbf{M}_1^2, s_0) parametre çifti, $T_{b;\bar{s}}^-$ başlangıç durumu ile (\mathbf{M}_2^2, s'_0) parametre çifti ise son durum $Z_{b;\bar{s}}^0$ parçacığı ile ilişkilidir. $\rho_{1(2)}(s, s', q^2)$ 'nin açık ifadeleri oldukça uzundur; bu nedenle (Ek-A)'da yazılmıştır.

$G_{1(2)}(q^2)$ 'nin sayısal hesaplamalarında, \mathbf{M}^2 ve s_0 parametreleri için çalışma bölgeleri kütle hesaplamalarında olduğu gibi seçilmiştir. Vakum kondensatlarının değerleri için Tablo (2.1)'de verilen değerler kullanılmıştır. $T_{b;\bar{s}}^-$ ve $Z_{b;\bar{s}}^0$ dörtkuarklarının kütleleri ve kuplaj sabitleri için Bölüm 2.1.1'de elde edilen değerler kullanılmıştır. $G_1(q^2)$ ve $G_2(q^2)$ yapı faktörleri için elde edilen toplam kuralları ve fit değerleri Şekil (2.4)'de gösterilmiştir.



Şekil 2.4. $|G_1(q^2)|$ yapı faktörleri (alttaki kırmızı daireler) ve $G_2(q^2)$ (üstteki mavi kareler) yapı faktörleri için öngörüler. Çizgiler sırasıyla, $|F_1(q^2)|$ ve $F_2(q^2)$ fit fonksiyonlarıdır.

KRD toplam kurallarından elde edilen sonuçlar q^2 'nin $m_1^2 \leq q^2 \leq 9 \text{ GeV}^2$ bölgesinde $G_{1(2)}(q^2)$ için güvenilir sonuçlar vermektedir. Oysa bozunma genişliğini elde etmek için q^2 'nin $m_1^2 \leq q^2 \leq 11,7 \text{ GeV}^2$ bölgesindeki sonuçlara ihtiyaç vardır. Bu sebeple q^2 'nin çalışma bölgesindeki sonuçlar kullanılarak istenilen bölge aralığında yapı faktörlerinin q^2 'ye göre bağlı fit fonksiyonları elde edilir. Fit fonksiyonunun fiziksel anlamı olmadığı için elde edilen datalarla en iyi örtüşen herhangi bir fonksiyon seçilir. Bu çalışmada datalarımıza en uygun fit fonksiyonu aşağıda verilen şekilde seçilmiştir. Bu fit fonksiyonunda tek fiziksel anlam içeren terim, m^2 'nin bozunuma giren parçacığın yani $T_{b;\bar{s}}^-$ 'nin kütlesi olmasıdır.

$$F_i(q^2) = F_0^i \exp \left[c_1^i \frac{q^2}{m^2} + c_2^i \left(\frac{q^2}{m^2} \right)^2 \right] \quad (2.30)$$

Burada F_0^i , c_1^i ve c_2^i ; yapı (form) faktörlerin fit fonksiyonunda bulunan parametre değerleridir. Sayısal analizler sonucunda bu parametreler Tablo 2.2' de verilmiştir.

Tablo 2.2. Yapı faktörlerin fit fonksiyonunda elde edilen parametre değerleri

$F_i(q^2)$	F_0^i	c_1^i	c_2^i
$F_1(q^2)$	-0,30	9,98	-10,07
$F_2(q^2)$	-0,41	8,67	-7,15

$F_i(q^2)$ fit fonksiyonları, Şekil (1.4)' te çizilmiştir; burada, fit fonksiyonu sonuçlarının toplam kural tahminleri ile örtüştüğü görülmektedir.

Yapı faktörlerine ait fit fonksiyonu elde edildikten sonra, $T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b;\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$ diferansiyel bozunma genişliği aşağıdaki eşitlik kullanılarak tüm lepton kanalları için elde edilmiştir. Bu diferansiyel bozunma genişliği formunun çıkarımı (Ek-B)' de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\frac{d\Gamma}{dq^2} &= \frac{G_F^2 |V_{bc}|^2}{64\pi^3 m^3} \lambda(m^2, \tilde{m}^2, q^2) \left(\frac{q^2 - m_l^2}{q^2} \right)^2 \\
&\times \left\{ (2q^2 + m_l^2) \left[G_1^2(q^2) \left(\frac{q^2}{2} - m^2 - \tilde{m}^2 \right) \right. \right. \\
&- G_2^2(q^2) \frac{q^2}{2} + (\tilde{m}^2 - m^2) G_1(q^2) G_2(q^2) \left. \right] \\
&+ \frac{q^2 + m_l^2}{q^2} [G_1(q^2)(m^2 - \tilde{m}^2) + G_2(q^2)q^2]^2 \left. \right\}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Burada $\lambda(m^2, \tilde{m}^2, q^2)$,

$$\lambda(m^2, \tilde{m}^2, q^2) = [m^4 + \tilde{m}^4 + q^4 - 2(m^2\tilde{m}^2 + m^2q^2 + \tilde{m}^2q^2)]^{1/2} \tag{2.32}$$

ifade edilir.

$T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik bozunumunun tüm lepton kanallarındaki ($l = e, \mu, \tau$) bozunma genişlikleri;

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 e^- \bar{\nu}_e) = (6,16 \pm 1,74) \times 10^{-10} \text{ MeV},$$

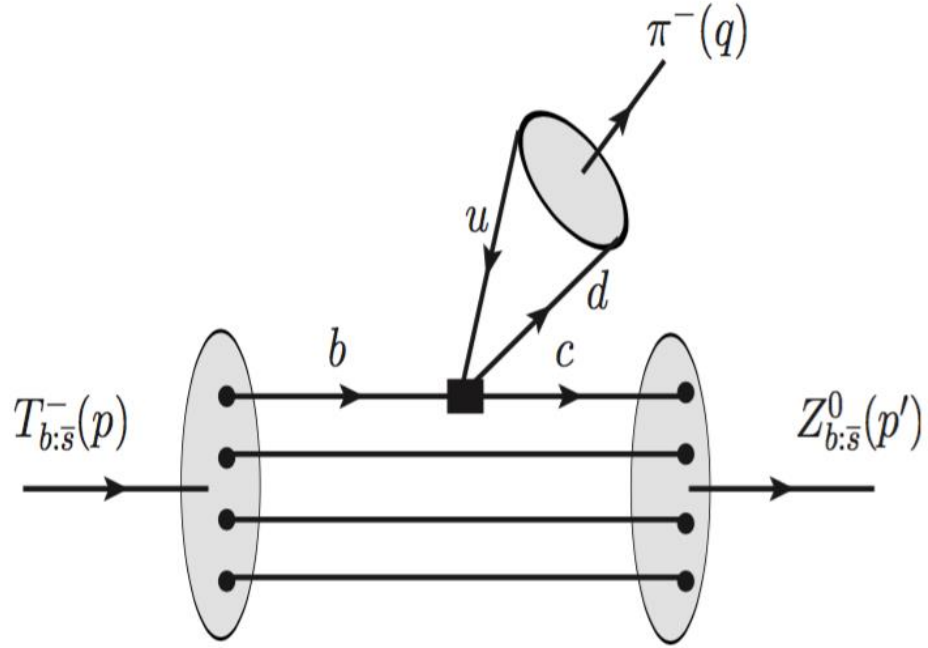
$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu) = (6,15 \pm 1,74) \times 10^{-10} \text{ MeV},$$

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau) = (2,85 \pm 0,81) \times 10^{-10} \text{ MeV} \tag{2.33}$$

şeklinde elde edilmiştir.

2.1.3. $T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \pi^- (K^-, D^-, D_s^-)$ leptonik olmayan geçişlerin incelenmesi

Bu bölümde, leptonik olmayan $T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \pi^- (K^-, D^-, D_s^-)$ zayıf bozunumları, bu bozunumların kısmi bozunma genişliğinin hesaplanmasını sağlayan KRD çarpanlarına ayırma metodu çerçevesinde incelenmiştir. Bu yaklaşım geleneksel mezonların leptonik olmayan bozunumlarını araştırmak için uygulanmaktadır [105,106] ve skaler ve aksiyel-vektör $Z_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ ve $T_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ dörtkuarklarının leptonik olmayan bozunumlarını incelemek için kullanılmıştır [99,100].



Şekil 2.5. $T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \pi^-$ leptonik olmayan bozunumuna ait Feynman diyagramı.

Bu bölümde, Şekil (2.5)' te gösterilen $T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \pi^-$ bozunumunu detaylı bir biçimde ele alınacak ve diğer kanallar için son tahminler yapılacaktır. Kuark seviyesinde, bu bozunum için efektif Hamiltonyen,

$$H_{\text{lep.olmayan}}^{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{bc} V_{ud}^* [c_1(\mu)Q_1 + c_2(\mu)Q_2] \quad (2.34)$$

ile ifade edilir. Burada

$$Q_1 = (\bar{d}_i u_i)_{V-A} (\bar{c}_j b_j)_{V-A},$$

$$Q_2 = (\bar{d}_i u_j)_{V-A} (\bar{c}_j b_i)_{V-A}, \quad (2.35)$$

ve i, j renk indisleridir, ve $(\bar{q}_1 q_2)_{V-A}$ notasyonu

$$(\bar{q}_1 q_2)_{V-A} = \bar{q}_1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_2, \quad (2.36)$$

ifade etmektedir.

Kısa-mesafe Wilson bileşenleri $c_1(\mu)$ ve $c_2(\mu)$; μ çarpanlara ayırma skalasında verilir.

$T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \pi^-$ bozunumunun genliği çarpanlarına ayrılmış şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$A = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{bc} V_{ud}^* a_1(\mu) \langle \pi^-(q) | (\bar{d}_i u_i)_{V-A} | 0 \rangle \times \langle Z_{b:\bar{s}}^0(p') | (\bar{c}_j b_j)_{V-A} | T_{b:\bar{s}}^-(p) \rangle. \quad (2.37)$$

Burada,

$$a_1(\mu) = c_1(\mu) + \frac{1}{N_c} c_2(\mu) \quad (2.38)$$

ve $N_c = 3$, kuark renklerinin sayısıdır. A genliği, π^- 'nin doğrudan renk-tekli (color-singlet) $(\bar{d}_i u_i)_{V-A}$ akımından üretildiğini göstermektedir. $\langle Z_{b:\bar{s}}^0(p') | J_\mu^u | T_{b:\bar{s}}^-(p) \rangle$ matris elemanı, Denklem (2.23)'te verilmiştir. Pionun matris elemanı ise,

$$\langle \pi^-(q) | (\bar{d}_i u_i)_{V-A} | 0 \rangle = i f_\pi q_\mu \quad (2.39)$$

ile ifade edilir. Burada f_π , π^- 'nin bozunma sabitidir. Denklem (2.37)'de matris elemanları yerine yazılarak

$$A = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi V_{bc} V_{ud}^* a_1(\mu) [G_1(q^2) Pq + G_2(q^2) q^2] \quad (2.40)$$

bulunur. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra bozunma genişliği basit ifade ile aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \pi^-) = \frac{G_F^2 f_\pi^2 |V_{bc}|^2 |V_{ud}|^2}{32\pi m^3} a_1^2(\mu) \times \lambda(m^2, \tilde{m}^2, m_\pi^2) [G_1(m^2 - \tilde{m}^2) + G_2 m_\pi^2]^2 \quad (2.41)$$

Burada zayıf yapı faktörleri Bölüm 2.1.2' de yapı faktörleri için elde edilen eşitliklerde $q^2 = m_\pi^2$ yazılarak hesaplanır. Benzer analiz $T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 K^-(D^-, D_s^-)$ bozunma modları için de yapılabilir. Bu kanalların kısmi genişliği; K, D ve D_s mezonlarının spektroskopik parametreleri Denklem (2.41)' de (m_π, f_π) ile değiştirilerek ve sırasıyla $|V_{ud}| \rightarrow |V_{us}|, |V_{cd}|$ ve $|V_{cs}|$ uygulanarak bulunabilir.

Nümerik analiz için gerekli olan mezonların kütleleri ve bozunma sabitleri, ve CKM matris elemanlarının değerleri Tablo 2.3' te verilmiştir .

Tablo 2.3. Farklı kaynaklarda öngörülen son durum psedoskaler mezonların spektroskopik parametreleri ve CKM matris elemanları değerleri

Parametre	Değer
m_π	139,570 MeV
m_K	$(493,677 \pm 0,016)$ MeV
m_D	$(1869,61 \pm 0,10)$ MeV
m_{D_s}	$(1968,30 \pm 0,11)$ MeV
f_π	131 MeV
f_K	$(155,72 \pm 0,51)$ MeV
f_D	$(203,7 \pm 4,7)$ MeV
f_{D_s}	$(257,8 \pm 4,1)$ MeV
$ V_{ud} $	$0,97420 \pm 0.00021$
$ V_{us} $	$0,2243 \pm 0,0005$
$ V_{cd} $	$0,218 \pm 0,004$
$ V_{cs} $	$0,997 \pm 0,017$

KRD düzeltmelerinin sonucunda Wilson katsayıları $c_1(m_b)$ ve $c_2(m_b)$,

$$c_1(m_b) = 1,117 ; c_2(m_b) = -0,257 \quad (2.42)$$

kullanılmıştır [107-109].

Gerekli hesaplamalardan sonra $T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \pi^-$ bozunumunun bozunma genişliği,

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \pi^-) = (6,97 \pm 1,99) \times 10^{-13} \text{ MeV} \quad (2.43)$$

olarak elde edilmiştir.

$T_{b:\bar{s}}^-$ dörtkuarkının diğer leptonik olmayan bozunumları için bozunma genişlikleri aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 K^-) &= (5,33 \pm 1,47) \times 10^{-14} \text{ MeV}, \\
\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 D^-) &= (1,13 \pm 0,31) \times 10^{-13} \text{ MeV}, \\
\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 D_s^-) &= (3,88 \pm 1,01) \times 10^{-12} \text{ MeV}.
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Leptonik olmayan bozunumlara ait bozunma genişliklerinin yarı-leptonik bozunumlara göre ihmal edilebilir derecede küçük olduğu görülmektedir. Leptonik olmayan bozunumlardan sadece $T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \pi^-$ ve $T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 D_s^-$ geçişlerine ait bozunma genişlikleri toplam bozunma genişliği tahminini etkileyebilir; fakat kalan iki leptonik olmayan bozunumun ihmal edilebilir olduğu görülmektedir.

$T_{b:\bar{s}}^-$ dörtkuarkının baskın zayıf bozunma modları ve dallanma oranları Tablo 2.4' te verilmiştir.

Tablo 2.4. $T_{b:\bar{s}}^-$ dörtkuarkının baskın zayıf bozunma modları ve dallanma oranları

Kanallar	Dallanma Oranı (BR)
$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 e^- \bar{\nu}_e)$	0,404
$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu)$	0,404
$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau)$	0,187
$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \pi^-)$	$4,58 \times 10^{-4}$
$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 D_s^-)$	$2,55 \times 10^{-3}$

Bu sonuçlar, $T_{b:\bar{s}}^-$ dörtkuarkının toplam genişliğini ve ortalama ömrünü tahmin etmemizi sağlamıştır. Toplanan bilgiler, çeşitli bozunma modlarının dallanma oranlarını bulmak için de yeterlidir (Tablo 2.4' de bakınız). Sadece $T_{b:\bar{s}}^-$ 'nin yarı-leptonik bozunumlarının toplam genişliğini tahmin etmede baskın bir rol oynadığını belirtmek gerekir.

Elde edilen toplam bozunma genişliği $\Gamma_{\text{full}} = (15,21 \pm 2,59) \times 10^{-10}$ MeV ve ortalama ömrü $\tau = 4,33_{-0,63}^{+0,89} \times 10^{-13}$ s ($\hbar = 6,58212 \times 10^{-22}$ MeV.s olarak alınır ve $\tau = \hbar / \Gamma_{\text{full}}$ ile hesaplanır) sonuçları; ağır dörtkuarkların deneysel araştırmaları için yararlı olacaktır [110].

2.2. Ağır Skaler $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ Egzotik Parçacığının KRD Toplam Kuralları İle İncelenmesi

Bu çalışmada, kuark içeriği $bb\bar{u}\bar{d}$ olan skaler dörtkuark $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ (bundan sonra $T_{b;\bar{d}}^-$ olarak gösterilecektir) incelenmiştir. Bu parçacığın spektroskopik parametreleri, toplam bozunma genişliği ve ortalama ömrü hesaplanmıştır. Bu parçacık skaler çoklu $bb\bar{q}\bar{q}'$ yapısının ud üyesi olarak düşünülebilir. $T_{b;\bar{d}}^-$ dörtkuarkından başka, kuark içeriği $bb\bar{u}\bar{s}$ olan $T_{b;\bar{s}}^-$ dörtkuarkı skaler olarak ele alınıp yukarıdaki çalışmada ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Bu nedenle $T_{b;\bar{d}}^-$ dörtkuarkının tüm parametrelerini hesaplamak için; yukarıda yer verilen tüm eşitliklerde s kuark yerine d kuark yazılarak aynı ifadeler elde edilebilir. Bu yüzden bu bölümde hesap kısmı ayrıntılı bir şekilde anlatılmayıp, elde edilen sonuçlar yazılacaktır.

$T_{b;\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kütlesi m ve kuplaj sabiti f, on operatör boyuta kadar çeşitli kuark, gluon ve karışık vakum kondensatları hesaba katılarak iki nokta KRD toplam kuralı yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. $T_{b;\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kütlesi ve kuplaj sabiti,

$$m = (10135 \pm 240) \text{ MeV}$$

$$f = (2,26 \pm 0,57) \times 10^{-2} \text{ GeV}^4 \quad (2.45)$$

aşağıdaki M^2 ve s_0 parametrelerinin çalışma bölgeleri kullanılarak elde edilir.

$$M^2 \in [8,5;12] \text{ GeV}^2, \quad s_0 \in [113,118] \text{ GeV}^2. \quad (2.46)$$

Bu çalışmada ele alınan ikinci parçacık, $T_{b;\bar{d}}^-$ ana parçacığının zayıf bozunmasında ortaya çıkan \tilde{Z}_{bc}^0 dörtkuarkıdır. Kuark içeriği $bc\bar{u}\bar{d}$ dikuark ve antidikuarktan oluşan \tilde{Z}_{bc}^0 dörtkuarkı skaler yapı olarak ele alınmıştır ve spektroskopik parametreleri \tilde{m}_Z, \tilde{f}_Z ;

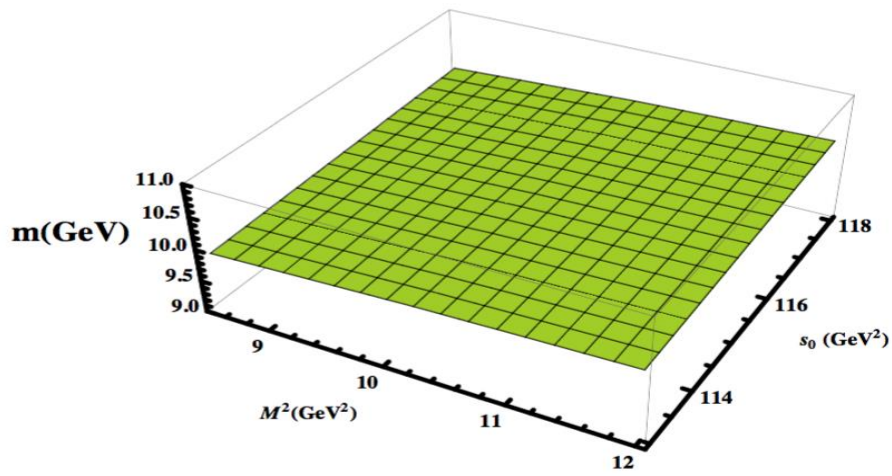
$$\tilde{m}_Z = (6730 \pm 150) \text{ MeV}$$

$$\tilde{f}_Z = (6,2 \pm 1,4) \times 10^{-3} \text{ GeV}^4 \quad (2.47)$$

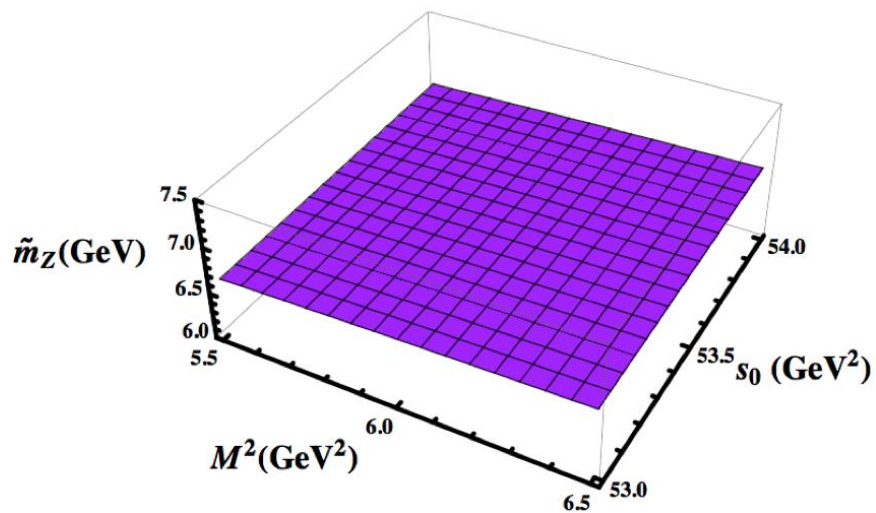
aşağıdaki M^2 ve s_0 parametrelerinin çalışma bölgeleri kullanılarak elde edilir:

$$M^2 \in [5,5; 6,5] \text{ GeV}^2, s_0 \in [53,54] \text{ GeV}^2. \quad (2.48)$$

$T_{b;\bar{d}}^-$ ve \tilde{Z}_{bc}^0 durumlarının kütlelerinin Borel parametresi M^2 ve süreklilik eşiği s_0 'a bağlılığını gösteren grafikler Şekil (2.6) ve Şekil (2.7)' de verilmiştir.



Şekil 2.6. $T_{b;\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kütlelerinin Borel parametresi M^2 'ye ve süreklilik eşiği s_0 'a bağlılığı



Şekil 2.7. \tilde{Z}_{bc}^0 dörtkuarkının kütlelerinin Borel parametresi M^2 'ye ve süreklilik eşiği s_0 'a bağlılığı

$T_{b;\bar{d}}^-$ durumunun kütlesi için elde edilecek sonuç araştırmalarımız için önemlidir. Çünkü kütle, $T_{b;\bar{d}}^-$ 'nin güçlü etkileşimlere karşı kararlı parçacık olup olmadığını belirlemektedir. Basit bir değerlendirme ile, kütlesinin 10560 MeV eşiğinden daha yüksek olması şartıyla, S dalgasındaki skaler $T_{b;\bar{d}}^-$ dörtkuarkının bir çift geleneksel mezon $B^-\bar{B}^0$ 'ye bozunabileceği görülebilir. Ancak, hesaplamalarımız bu dörtkuarkın kütlesinin $m = (10135 \pm 240)$ MeV olduğunu ve bu nedenle $T_{b;\bar{d}}^-$ 'nin güçlü etkileşimlere karşı kararlı bir parçacık olduğunu göstermektedir. Aynı zamanda, $T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow B^-\bar{B}_1(5721)^0\gamma$ elektromanyetik bozunumuna karşı da kararlıdır, çünkü bu bozunum sadece giren parçacığın kütlesi 11003 MeV' i aştığında gerçekleşebilir ki, böyle bir durum mümkün değildir. Sonuç olarak, $T_{b;\bar{d}}^-$ 'nin toplam bozunma genişliğini ve ortalama ömrünü belirlemek için zayıf bozunumları incelenmelidir.

$T_{b;\bar{d}}^-$ 'nin incelenecek zayıf bozunumları, yarı-leptonik $T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 \bar{\nu}_l$ ve leptonik olmayan $T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 M$ bozunumlarıdır. Bozunumlar sırası ile üç nokta KRD-TK ve KRD çarpanlara ayırma metotları çerçevesinde incelenmiştir. Bu çalışmada, M' nin geleneksel sözdeskaler mezonlar π^- , K^- , D^- ve D_s^- olduğu bozunumlar ele alınmıştır. \tilde{m}_Z ve m_M sırasıyla \tilde{Z}_{bc}^0 dörtkuarkının ve M mezonunun kütleleri ve $m - \tilde{m}_Z > m_M$ ise, leptonik olmayan bozunumların kinematik olarak gerçekleştirilebileceği açıktır. $T_{b;\bar{d}}^-$ 'nin yarı-leptonik ve leptonik olmayan bozunumlarına ait bozunma genişliklerinin nümerik değerleri Tablo 2.5' te verilmiştir.

Tablo 2.5. $T_{b;\bar{d}}^-$ dörtkuarkının bozunum genişliklerinin nümerik değerleri

Kanal	Bozunma Genişliği (Γ)
$T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 e^- \bar{\nu}_e$	$(4,45 \pm 1,28) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu$	$(4,44 \pm 1,26) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(1,99 \pm 0,56) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 \pi^-$	$(5,13 \pm 1,42) \times 10^{-13}$ MeV
$T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 K^-$	$(3,93 \pm 1,12) \times 10^{-14}$ MeV
$T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 D^-$	$(8,49 \pm 2,41) \times 10^{-14}$ MeV
$T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 D_s^-$	$(2,92 \pm 0,82) \times 10^{-12}$ MeV

Hesaplamalar sonucunda leptonik olmayan bozunumlara ait bozunma genişliklerinin yarı-leptonik bozunumlara göre ihmal edilebilir derecede çok küçük olduğu görülmektedir.

Elde edilen toplam bozunma genişliği $\Gamma_{\text{full}} = (10,88 \pm 1,88) \times 10^{-10}$ MeV ve ortalama ömrü $\tau = 6,05^{+1,26}_{-0,89} \times 10^{-13}$ s 'dir. $T_{b,d}^-$ ve \tilde{Z}_{bc}^0 skaler parçacıklarının spektroskopik parametreleri ve $T_{b,d}^-$ 'nin zayıf bozunumları; $bb\bar{q}q'$ ve $bc\bar{q}q'$ çift ağır egzotik parçacıklar hakkında yeni ve faydalı bilgiler sağlamaktadır ve gelecekteki araştırmalar için bir temel oluşturmaktadır [111].



3. AĞIR AKSİYEL-VEKTÖR EGZOTİK PARÇACIKLARIN SPEKTROSKOPİK VE BOZUNUM PARAMETRELERİNİN İNCELENMESİ

Dört-kuark bağı durumların varlığına ilişkin varsayımlar, KR D' nin erken döneminde yapılmış ve mezon spektroskopisinin bazı olağandışı özelliklerini açıklamayı amaçlamıştır. Bu nedenle, hafif skaler mezonların dokuzlusu (nonet), mezonların standart modellerinde olduğu gibi bir kuark ve bir antikuarktan oluşmak yerine dört hafif kuarkın bağı durumları olarak kabul edilmiştir. Ağır ve ağır-hafif dörtkuarkların kararlılık problemleri literatürdeki çalışmalarda ele alınan sorular arasında yer almaktadır [1, 11, 112, 113].

Son 15 yılda önemli deneysel keşifler ve teorik çalışmaların artması nedeniyle çok kuarklı hadronlar üzerinde yapılan çalışmalar, yüksek enerji fiziğinin önemli bir parçası haline gelmiştir. Bu gelişme ve büyüme döneminde, deneysel çalışmalardaki çeşitli zorluklar ve çok sayıda dörtkuarkın sınıflandırılması ve teorik yorumu başarıyla aşılmıştır [68,70,71,114].

Ancak, egzotik hadronların fiziğinde tam olarak çözülmemiş sorunlar vardır; dörtkuark rezonanslarının tanımlanması ve kararlılığı bu sorular arasındadır. Deneysel olarak gözlemlenen ilk çarmonyum benzeri rezonansların sadece dörtkuarklar olarak değil, aynı zamanda geleneksel çarmonyumun uyarılmış durumları olarak da yorumlandığı bilinmektedir. Neyse ki, çarmonyum veya bottomonyum durumları olarak tanımlanamayan farklı dörtkuark sınıfları da vardır. Gerçekten de, bir veya iki birim elektrik yükü taşıyan yüklü rezonanslar ve iki veya daha fazla açık (open) kuark çeşnileri içeren durumlar kolayca çarmonyum veya bottomonyum benzeri yapılardan ayırt edilebilir. Çeşitli deneylerde gözlemlenen ve dörtkuarklar olarak sınıflandırılan rezonansların tümü güçlü etkileşimler açısından kararsızdır. Ya açık-tılsım (open-charm) (alt (bottom)) eşiklerinin üstünde ya da onlara çok yakındırlar. Bu dörtkuark yapıları iki geleneksel mezona güçlü bir şekilde bozunabilirler. Bu mezonları oluşturmak için gerekli olan kuarklar giren parçacıklarda zaten mevcut olduğundan, bu tür durumların genişliği oldukça büyüktür: iki mezona ayrılma, kararsız dörtkuarkların ana güçlü bozunma kanalıdır.

Kararlı dörtkuarklı sistemlerin teorik açıklanması ve deneysel keşiflerinin parçacık fiziğinin gündeminde kalması doğaldır. Ağır cc veya bb dokuarklarından ve hafif antidokuarklardan oluşan dörtkuarklar bu tür durumlar için gerçek adaylardır. Bu çalışmaların uzun bir geçmişi vardır; öyle ki, kararlı dörtkuarkları araştırmak için additif (veya çoğalan) çiftli etkileşime sahip bir potansiyel model kullanılan çalışma [11-13]' de $QQ\bar{Q}\bar{Q}$ ve $QQ\bar{q}\bar{q}$ egzotik mezonlar sınıflandırılması çalışılmıştır. Bu yaklaşım bağlamında, sadece ağır kuarklardan oluşan egzotik mezonların kararsız olduğu, fakat $QQ\bar{q}\bar{q}$ dörtkuarklarının kütle oranları m_Q / m_q geniş olması şartıyla kararlı bileşikler oluşturabileceği gösterilmiştir. Aynı sonuca, tek varsayımı iki parçacık birbirine yaklaştığında hapsedme (sınırlayıcı) potansiyeli sonlu olan çalışmada [14]' de de varılmıştır. Bu çalışmanın öngörülerine göre, izoskaler $J^P = 1^+$ olan $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkı, iki B-mezon eşliğinin altındadır ve bu nedenle sadece zayıf bozunum yapabilir. Aynı zamanda, $T_{cc;\bar{q}\bar{q}'}$ ve $T_{bc;\bar{q}\bar{q}'}$ dörtkuarkları kararsız ve kararlı bağlı durumlar olarak var olabilirler. Ayrıca, $QQ\bar{q}\bar{q}$ durumunun kararlılığı $m_Q \rightarrow \infty$ limitinde çalışma [15]' de araştırılmıştır.

Son zamanlarda, LHCb İşbirliği tarafından çift (doubly) tılsımlı (charmed) baryon $\Xi_{cc}^{++} = ccu$ ' nun çalışma [86]' da keşfedilmesinden sonra çift tılsım (double-charm) ve çift alt (double-bottom) ve dört-alt dörtkuarklara ilgi artmıştır [87-92,115-117]. Çalışma [116]'da, en düşük bottomonyum çifti eşliğinin altında $T_{bb;\bar{b}\bar{b}}^0$ bağlı durumların varlığını araştırmak için nonrelativistik KRD kapsamında örgü simülasyonları uygulanmıştır, ancak kuantum sayıları $0^{++}, 1^{+-}$ ve 2^{++} olan bu tür kararlı durumlar için kanıt bulunamamıştır. Başlangıçta varılan sonuçların bugünkü teyidi [11-14] çalışmalarında mevcuttur. Bu sebepten dolayı $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ durumunun kütlesi fenomenolojik modelde bir kez daha tahmin edilmiştir [87]. Burada, izoskaler aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ durumunun kütlesi için, $B^-\bar{B}^{*0}$ eşliğinin 215 MeV altında ve $B^-\bar{B}^0\gamma$ bozunma eşliğinin 170 MeV altında olan, $m = 10389 \pm 12$ MeV bulunmuştur. Bu ise, $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının güçlü ve elektromanyetik bozunumlara karşı kararlı olduğu ve sadece zayıf bir şekilde bozunduğu anlamına gelmektedir. Aynı zamanda, $T_{cc;\bar{u}\bar{d}}^+$ durumunun kütlesi 3882 ± 12

MeV' dir ve hem $D^0 D^{*+}$ hem de $D^0 D^+ \gamma$ bozulma eşiklerinin üstündedir ve bu mezonlara bozunabilmektedir [87]. İki yüklü dörtkuark sınıfına ait olan çift tılsım (double charm) $T_{cc;\bar{s}s}^{++}$ ve $T_{cc;\bar{d}s}^{++}$ durumları da çalışma [95]' de araştırılmıştır. Bu parçacıklar iki birim elektrik yükü taşır ve bu da onları ayrıca ilginç kılar. Kütleleri, $D_s^+ D_{s0}^{*+}(2317)$ ve $D^+ D_{s0}^{*+}(2317)$ eşiklerinin üzerindedir ve $T_{cc;\bar{s}s}^{++} \rightarrow D_s^+ D_{s0}^{*+}(2317)$ ve $T_{cc;\bar{d}s}^{++} \rightarrow D^+ D_{s0}^{*+}(2317)$ güçlü bozunumlarının genişliği, onları nispeten geniş rezonanslar olarak sınıflandırmamıza izin verir.

Fizikte çift-ağır dörtkuarklardaki son gelişmeler ışığında ve $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ durumunun beklenen kararlılığı bu dörtkuarkın zayıf bozunumlarını detaylı bir şekilde analiz etmeyi gerektirmektedir. Dört kuarklı sistemlerin ilk durum dörtkuarkının son durumda bir dörtkuark ve $l\bar{\nu}_l$ veya $\bar{l}\nu_l$ leptonlarına dönüştüğü yarı-leptonik bozunumları egzotik mezonların fiziğinde nispeten yeni bir konudur [118, 119]. Çalışma [118]' de aksiyel vektör $Z_s = [cs][\bar{b}\bar{s}]$ dörtkuarkının $X(4274)\bar{l}\nu_l$ bozunumu KRD toplam kuralları yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Bu bozunumların tüm lepton ($l = e, \mu$ ve τ) kanallarındaki bozunma genişlikleri çok küçüktür ve bu nedenle $Z_s \rightarrow X(4274)\bar{l}\nu_l$ geçişleri nadir bozunumlar olarak sınıflandırılmıştır. [119]' da kararlı çift ağır dörtkuarkların yarı-leptonik bozunumları ele alınmıştır.

Bu bölümde $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının yarı-leptonik bozunumları araştırılmış ve toplam bozunma genişliği ve ortalama ömrü hesaplanmıştır. $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkı $b \rightarrow W^- c$ geçişi ile zayıf bozunum yapmaktadır. Son durumda, bozunma ürünleri $l\bar{\nu}_l$ ve dikuark-antidikuark $Z_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0 = [bc][\bar{u}\bar{d}]$ dörtkuarkıdır (basitlik için, bundan sonra Z_{bc}^0 olarak gösterilecektir). Z_{bc}^0 dörtkuarkının kütlesi, karşılık gelen eşiklerden daha büyük olmak koşuluyla, uygun kütlelere ve spin-paritelere sahip B ve D mezonlarına bozunabilir. Bu senaryoda Z_{bc}^0 , geleneksel mezonlara güçlü bozunumla ayrılır. Aksi takdirde, Z_{bc}^0 zayıf veya elektromanyetik etkileşimler nedeniyle bozunabilir. Bu bölümde, aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının sadece skaler Z_{bc}^0 durumuna yarı-leptonik bozunması incelenmiştir.

Çalışma [13, 120]' de açık-tılsım-alt (open-charm-bottom) dört kuarklı $QQ'\bar{q}\bar{q}$ sistemleri de incelenmiştir. Son zamanlarda yapılan araştırmalarda, bu bileşikler ya B_c -benzeri moleküler ya da $Z_{bc} = [bc][\bar{q}\bar{q}]$ -tipi dikuark-antidikuark durumları olarak ele alınmıştır. Farklı hafif kuark içeriği ve spin pariteleri olan B_c -benzeri skaler ve aksiyel-vektör moleküllerinin kütleleri [121, 122]' de hesaplanmıştır. Açık-tılsım-alt (open-charm-bottom) durumları dikuark-antidikuark modeli çerçevesinde çalışma [103]' te incelenmiştir. Bu durumların kütlelerini hesaplamak için KRD toplam kuralları yöntemi ve farklı renk yapısında ara kesit akımları kullanılmıştır. Açık-tılsım-alt (open-charm-bottom) dörtkuark sınıfı aynı zamanda çalışmalara oldukça yoğun konu olan $(b\bar{c})$ veya $(c\bar{b})$ kuarklı durumlarını içermektedir [103,121-126]. Aslında, $\{Q\bar{q}\}\{\bar{Q}'q\}$ ve $\{Q\bar{s}\}\{\bar{Q}'s\}$ molekül yapısındaki dörtkuarklar sırasıyla [123] ve [124]' te çalışılmıştır. Bu çalışmalarda, varsayımsal parçacıkların kütleleri, altı operatör boyutuna kadar vakum kondensatları (yoğunlaşmaları) kullanılarak iki nokta KRD toplam kuralları yöntemi ile hesaplanmıştır. Skaler ve aksiyel-vektör $Z_q = [cq][\bar{b}\bar{q}]$ ve $Z_s = [cs][\bar{b}\bar{s}]$ dörtkuarklarının spektroskopik parametreleri ve güçlü bozunumları sırasıyla [125] ve [126]' da hesaplanmıştır.

$Z_{bc}^0 = [bc][\bar{u}\bar{d}]$ ' nin açık-tılsım-alt (open-charm-bottom) dörtkuark olması ve dört farklı kuark çeşnisinden oluşması dikkat çekicidir. Üç yıl önce, D0 İşbirliği tarafından X(5568) durumunun gözlenmesiyle dört ayrı kuark içeren yapılara ilgi artmıştır [127]. Fakat, hem deneysel hem de teorik çalışmalar X(5568) durumu ile ilgili tartışmalı sonuçlara yol açtığı için bu dörtkuarkın durumu net değildir. Bu nedenle, $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \bar{1}\bar{V}_1$ bozunumunu araştırmak sadece $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının özellikleri hakkındaki soruları yanıtlamaya yardımcı olmakla kalmayıp, aynı zamanda bozunma ürünlerinin yapısını ve özelliklerini de netleştirmeye yardımcı olabilecektir.

$T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ ve Z_{bc}^0 ' in spektroskopik parametreleri, söz konusu yarı-leptonik bozunmayı incelemek için önemli girdilerdir. Bu bölümde, dörtkuarkların kütleleri ve kuplaj sabitleri iki nokta KRD toplam kuralları yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Hesaplamalarda, on operatör boyuta kadar kuark, gluon ve karışık kondensatlar hesaba katılmıştır. $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \bar{1}\bar{V}_1$ yarı-leptonik bozunumuna ait bozunma genişliği üç-nokta KRD toplam kuralları çerçevesinde incelenmiştir.

3.1. Ağır Aksiyel-Vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ Egzotik Parçacığının KRD Toplam Kuralları İle İncelenmesi

3.1.1. Aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ ve skaler Z_{bc}^0 dörtkuarklarının spektroskopik parametrelerinin hesaplanması

Bu bölümde, ilişkili $\Pi_{\mu\nu}(p)$ ve $\Pi(p)$ korelasyon fonksiyonları analizinden çıkarılan iki nokta KRD toplam kuralları kullanılarak $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ ve Z_{bc}^0 dörtkuarklarının spektroskopik parametreleri hesaplanacaktır. $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ ve Z_{bc} durumlarının kütleleri KRD toplam kuralları çerçevesinde [78, 80] ve [103]' te hesaplanmıştır. Bu çalışmalardan farklı olarak on operatör boyuta kadar olan vakum yoğunlaşmaları hesaba katılarak bu durumların kütleleri ve kuplaj sabitleri elde edilecektir: $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ ve Z_{bc}^0 dörtkuarklarının spektroskopik parametreleri hakkındaki güncellenmiş bilgi; $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \bar{1}\bar{v}_1$ yarı-leptonik bozunmayı incelemek için gereklidir. $\Pi_{\mu\nu}(p)$ korelasyon fonksiyonu;

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \langle 0 | T \{ J_\mu(x) J_\nu^\dagger(0) \} | 0 \rangle \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlanır. Burada $J_\mu(x)$, bir aksiyel-vektör dikuark ve bir skaler antidikuarktan oluşan aksiyel vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının ara kesit akımıdır. Bu akım,

$$J_\mu(x) = b_a^T(x) C \gamma_\mu b_b(x) \bar{u}_a(x) \gamma_5 C \bar{d}_b^T(x) \quad (3.2)$$

ile ifade edilir [78]. Burada a ve b renk indisleri, C ise yük eşleniği operatörüdür.

Z_{bc}^0 skaler dörtkuarkı için $\Pi(p)$ korelasyon fonksiyonu,

$$\Pi(p) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \langle 0 | T \{ J^Z(x) J^{Z\dagger}(0) \} | 0 \rangle \quad (3.3)$$

şeklinde yazılır. Burada $J^Z(x)$,

$$J^Z(x) = b_a^T(x) C \gamma_5 c_b(x) [\bar{u}_a(x) \gamma_5 C \bar{d}_b^T(x) - \bar{u}_b(x) \gamma_5 C \bar{d}_a^T(x)] \quad (3.4)$$

şeklinde tanımlanır ve [103]' teki dikuark-antidikuark Z_{bc} için akımlar kullanılarak elde edilir. Mevcut $J^Z(x)$, sırasıyla antitriplet ve triplet temsillerinde bir skaler dikuark ve bir antidikuarktan oluşur.

KRD toplam kuralları yöntemine göre, ilk olarak; $\Pi_{\mu\nu}(p)$ korelasyon fonksiyonu toplam kurallarının fenomenolojik veya fiziksel kısmını oluşturan dörtkuarkların kütlesi m ve kuplaj sabiti f cinsinden ifade edilir. $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkı kendi sınıfında bir temel-durum parçacığı olarak ele alınacaktır. Bu nedenle $\Pi_{\mu\nu}(p)$ fonksiyonunda sadece ilk terimi göz önüne alacağız ve $\Pi_{\mu\nu}(p)$ fonksiyonunun fiziksel kısmı,

$$\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p) = \frac{\langle 0 | J_{\mu} | T(p) \rangle \langle T(p) | J_{\nu}^{\dagger} | 0 \rangle}{m^2 - p^2} + \dots \quad (3.5)$$

şekinde yazılır. Bu ifade, Denklem (3.1)' deki korelasyon fonksiyonuna $J^P = 1^+$ kuantum sayısı ile aynı tam set yerleştirilerek ve x üzerinden dört-boyutlu integral alınarak elde edilir. Buradaki (...)’ lar, yüksek rezonanslardan ve süreklilik durumlarından gelen katkıları gösterir.

$\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p)$ fonksiyonu, aşağıdaki matris elemanının yazılmasıyla daha da basitleştirilebilir.

$$\langle 0 | J_{\mu} | T(p, \epsilon) \rangle = f m \epsilon_{\mu} \quad (3.6)$$

Burada ϵ_{μ} , $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ durumunun polarizasyon vektörüdür. $\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p)$ fonksiyonu m ve f cinsinden

$$\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p) = \frac{m^2 f^2}{m^2 - p^2} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{p_{\mu} p_{\nu}}{m^2} \right) + \dots \quad (3.7)$$

şeklinde elde edilir. Yüksek rezonansdan ve süreklilikten gelen katkıları bastırmak için Denklem (3.7)' ye Borel dönüşümü uygulanır.

$$B\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p) = m^2 f^2 e^{-m^2/M^2} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{p_{\mu} p_{\nu}}{m^2} \right) + \dots \quad (3.8)$$

Burada M^2 Borel parametresidir.

KRD toplam kuralları yöntemine göre, KRD denilen kısım aynı $\Pi_{\mu\nu}(p)$ korelasyon fonksiyonundan elde edilir; ancak kuark ileticileri (propagatörleri) cinsinden ifade edilir.

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(p) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \{ & \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_d^{b'b}(-x) \gamma_5 S_u^{a'a}(-x)] \text{Tr}[\gamma_\nu \tilde{S}_b^{aa'}(x) \gamma_\mu S_b^{bb'}(x)] \\ & - \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_d^{b'b}(-x) \gamma_5 S_u^{a'a}(-x)] \text{Tr}[\gamma_\nu \tilde{S}_b^{ba'}(x) \gamma_\mu S_b^{ab'}(x)] \end{aligned} \quad (3.9)$$

Denklem (3.9)' da $S_b^{ab}(x)$ ve $S_q^{ab}(x)$ b ve q(u,d) kuark ileticileridir ve açık ifadeleri (Ek-A)' da verilmiştir. $\tilde{S}_{b(q)}(x)$ ileticisinin açık ifadesi Denklem (2.8)' de tanımlanmıştır.

KRD toplam kuralları, $\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p)$ ve $\Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(p)$ korelasyon fonksiyonlarının aynı Lorentz yapılarından gelen elverişli katsayıları eşitlenerek elde edilebilir. $\sim g_{\mu\nu}$ yapıları hesaplamalarımız için uygundur, çünkü sadece spin-1 parçacıklarına katkı verir. Bu yapıya karşılık gelen değişmez genlik $\Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(p^2)$, dispersiyon integrali ile

$$\Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(p^2) = \int_{4m_b^2}^{\infty} \frac{\rho^{\text{KRD}}(s)}{s - p^2} ds + \dots \quad (3.10)$$

şeklinde yazılır. Burada $\rho^{\text{KRD}}(s)$ iki nokta spektral yoğunluktur. $\rho^{\text{KRD}}(s), \Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(p)$ fonksiyonundaki $\sim g_{\mu\nu}$ yapısının sanal kısmı (imaginary) ile orantılıdır. Bu çalışmada, $\rho^{\text{KRD}}(s)$ ' ler on operatör boyuta kadar kuark, gluon ve karışık vakum kondensatları dikkate alınarak hesaplanmıştır.

$\Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(p^2)$ fonksiyonuna Borel dönüşümünü uygulayarak elde edilen ifadeyi, $B\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p)$ fonksiyonunun ilgili kısmı ile eşitleyerek ve süreklilik çıkarma işlemini uygulayarak istenilen fiziksel büyüklük için toplam kuralları elde edilir. Böylece $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ durumunun kütlesi,

$$m^2 = \frac{\int_{4m_b^2}^{s_0} ds s \rho^{\text{KRD}}(s) e^{-s/M^2}}{\int_{4m_b^2}^{s_0} ds \rho^{\text{KRD}}(s) e^{-s/M^2}} \quad (3.11)$$

ve kuplaj sabiti f,

$$f^2 = \frac{1}{m^2} \int_{4m_b^2}^{s_0} ds \rho^{\text{KRD}}(s) e^{(m^2-s)/M^2} \quad (3.12)$$

toplam kuralından elde edilir. Burada s_0 , temel durum ve süreklilikten gelen katkıları birbirinden ayıran süreklilik eşiği parametresidir.

Skaler Z_{bc}^0 dörtkuarkında, spin paritesinden ve ara kesit akımının yapısından kaynaklanan bazı farklılıklar vardır. Bu nedenle, matris elemanı

$$\langle 0 | J^Z | Z(p) \rangle = f_Z m_Z \quad (3.13)$$

formunda yazılır. $\Pi^{\text{KRD}}(p)$ korelasyon fonksiyonu,

$$\begin{aligned} \Pi^{\text{KRD}}(p) = & i \int d^4x e^{ip \cdot x} \text{Tr}[S_c^{bb'}(x) \gamma_5 \tilde{S}_b^{aa'}(x) \gamma_5] \{ \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_d^{b'b}(-x) \gamma_5 S_u^{a'a}(-x)] \\ & - \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_d^{a'b}(-x) \gamma_5 S_u^{b'a}(-x)] - \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_d^{b'a}(-x) \gamma_5 S_u^{a'b}(-x)] \\ & + \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_d^{a'a}(-x) \gamma_5 S_u^{b'b}(-x)] \} \end{aligned} \quad (3.14)$$

şeklinde elde edilir.

m_Z ve f_Z parametrelerini elde etmek için, $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkı ile benzer işlemler yapılır. Elde edilen toplam kurallarının sayısal değerleri Tablo 2.1' de verilen kuark, gluon ve karışık kondensatlara bağlıdır. Bu tablo ayrıca toplam kurallarında girdi parametreleri olan b ve c kuarklarının kütlelerini de içerir.

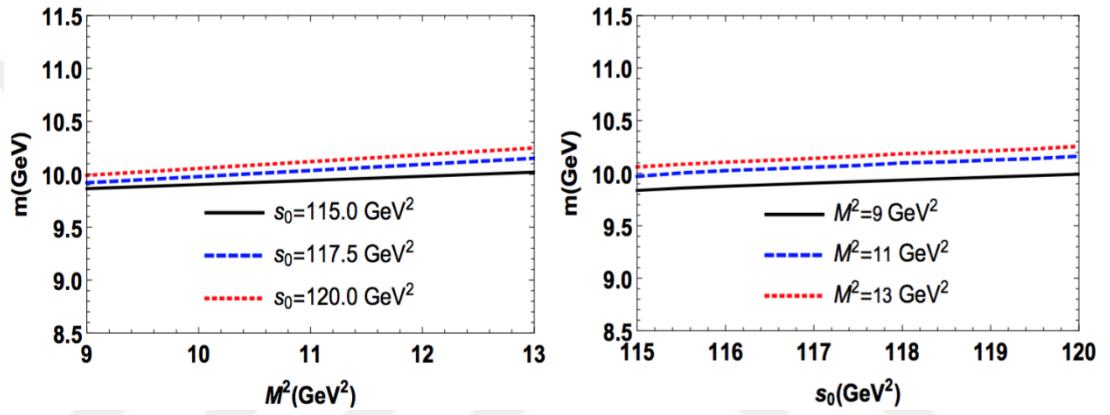
Yardımcı parametrelerin çalışma bölgelerinin nasıl belirlendiği Bölüm 2.1.1' de ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Böylece $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkı için, Borel parametresi aralığı; $M^2 \in [9,13] \text{ GeV}^2$ seçilir. s_0 süreklilik eşiği tamamıyla değişken değildir; ancak aynı kuantum sayılı uyarılmış durumların enerjileriyle ilişkilidir ve $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkı için, süreklilik eşiği aralığı; $s_0 \in [115,120] \text{ GeV}^2$ seçilir. Yardımcı

parametrelerin çalışma bölgesi kullanılarak ve tüm sistematik belirsizlikler göz önüne alınarak aksiyel vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kütlesi ve kuplaj sabiti,

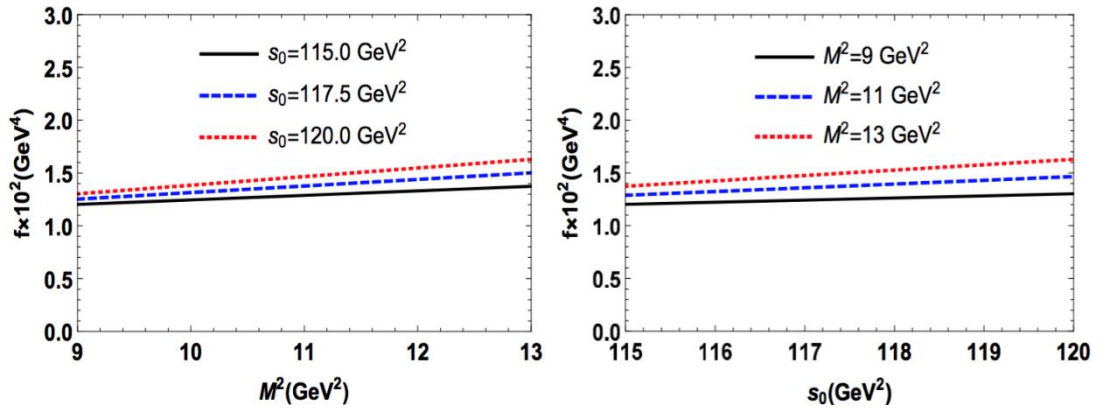
$$m = (10035 \pm 260) \text{ MeV}$$

$$f = (1,38 \pm 0,27) \cdot 10^{-2} \text{ GeV}^4 \quad (3.15)$$

şeklinde elde edilir. Aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kütlesi ve kuplaj sabitinin Borel parametresine ve süreklilik eşğine bağlılıkları Şekil (3.1-3.2)'de gösterilmiştir.



Şekil 3.1. $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kütlesinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşği s_0 'a (sağ taraf) bağlılığı



Şekil 3.2. $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının kuplaj sabitinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşği s_0 'a (sağ taraf) bağlılığı

Skaler Z_{bc}^0 dörtkuarkının spektroskopik parametreleri m_Z, f_Z ;

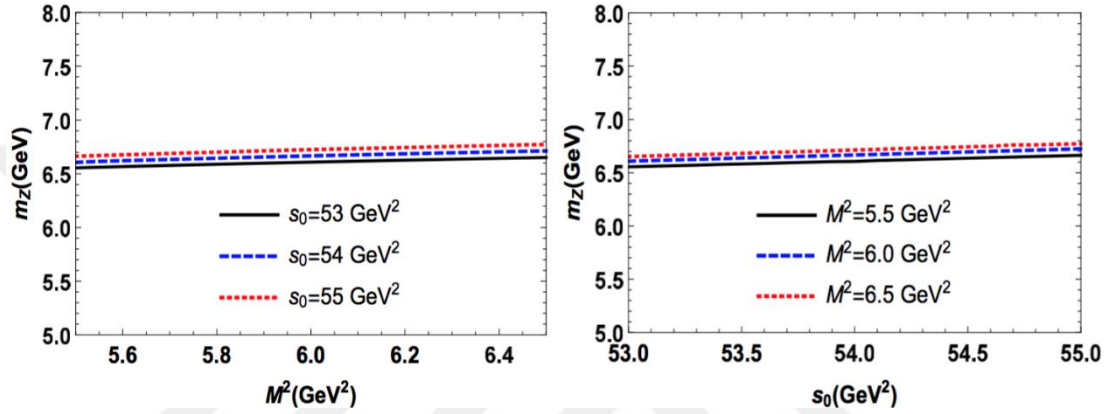
$$m_Z = (6660 \pm 150) \text{ MeV}$$

$$f_z = (0,51 \pm 0,16) \cdot 10^{-2} \text{ GeV}^4 \quad (3.16)$$

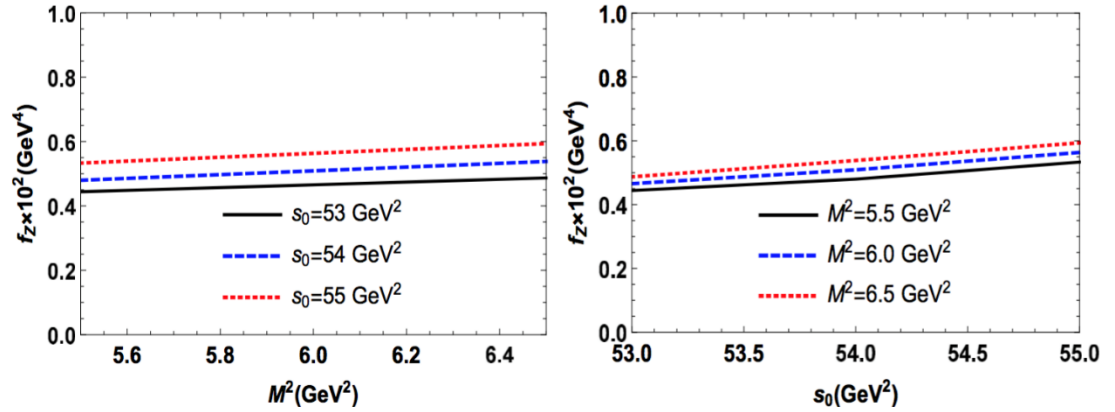
aşağıdaki M^2 ve s_0 parametrelerinin çalışma bölgeleri kullanılarak elde edilir.

$$M^2 \in [5.5, 6.5] \text{ GeV}^2, s_0 \in [53, 55] \text{ GeV}^2. \quad (3.17)$$

Skaler Z_{bc}^0 dörtkuarkının kütlesi ve kuplajının Borel parametresine ve süreklilik eşiğine bağlılıkları Şekil (3.3-3.4)' de verilmiştir.



Şekil 3.3. Z_{bc}^0 dörtkuarkının kütlesinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağlılığı



Şekil 3.4. Z_{bc}^0 dörtkuarkının kuplaj sabitinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağlılığı

3.1.2. $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik geçişinin incelenmesi

$T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının son durumda $Z_{bc}^0 l \bar{\nu}_l$ semileptonik bozunumu, $b \rightarrow W^- c$ ve

$W^- \rightarrow l \bar{\nu}$ geçiş zinciri altında gerçekleşir. Elde edilen sonuçlardan görüldüğü gibi, ilk

ve son dörtkuark kütleleri arasındaki fark, kinematik olarak izin verilen tüm lepton ($l = e, \mu, \tau$) bozunumları yapacak kadar büyüktür.

İlk ve son durum dörtkuark alanları arasına Denklem (2.20)' de tanımlanan H^{eff} efektif Hamiltonyen yerleştirilir ve elde edilen ifadeden leptonik kısmı çıkardıktan sonra, akımın matris elemanı Denklem (2.22) elde edilir.

Zayıf geçişin matris elemanı uzun mesafe dinamiklerini parametreleştiren $G_i(q^2)$ yapı faktörleri cinsinden aşağıdaki şekilde yazılır [128].

$$\begin{aligned} \langle Z(p') | J_\mu^{\text{tr}} | T(p, \epsilon) \rangle = & \tilde{G}_0(q^2) \epsilon_\mu + \tilde{G}_1(q^2) (\epsilon p') P_\mu \\ & + \tilde{G}_2(q^2) (\epsilon p') q_\mu + i \tilde{G}_3(q^2) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^\nu p^\alpha p'^\beta \end{aligned} \quad (3.18)$$

Yukarıdaki ölçeklenmiş $\tilde{G}_i(q^2)$ fonksiyonları, aşağıdaki eşitliklerle $G_i(q^2)$ boyutsuz yapı (form) faktörleri ile bağlantılıdır.

$$\tilde{G}_0(q^2) = \tilde{m} G_0(q^2), \quad \tilde{G}_j(q^2) = \frac{G_j(q^2)}{\tilde{m}}, \quad j=1, 2, 3. \quad (3.19)$$

Denklem (3.18) ve Denklem (3.19)' da, $\tilde{m} = m + m_Z$; p ve ϵ sırasıyla $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının momentumu ve polarizasyon vektörü; p' , Z_{bc}^0 durumunun momentumu; $P_\mu = p'_\mu + p_\mu$; ve $q_\mu = p_\mu - p'_\mu$ dir. q_μ , leptonlara aktarılan momentumdur. q^2 'nin $m_l^2 \leq q^2 \leq (m - m_Z)^2$ sınırları içinde değiştiği açıktır, burada m_l leptonun kütlesidir.

$G_i(q^2)$ yapı faktörleri üç nokta korelasyon fonksiyonundan elde edilen fiziksel büyüklüklerdir. Bu amaçla korelasyon fonksiyonu,

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p') = i^2 \int d^4x d^4y e^{i(p'y - px)} \langle 0 | T \{ J^Z(y) J_\mu^{\text{tr}}(0) J_\nu^\dagger(x) \} | 0 \rangle \quad (3.20)$$

şeklinde yazılır. Burada $J_\nu(x)$ ve $J^Z(y)$ sırasıyla $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ ve Z_{bc}^0 durumlarının ara kesit akımlarıdır.

Zayıf yapı faktörleri için toplam kuralları, Bölüm 2.1.2' de detayları anlatılan prosedürler uygulanarak korelasyon fonksiyonunun fiziksel ve KRD olmak üzere iki

kısmı birbiriyle eşleştirilerek ve kuark-hadron ikiliği yaklaşımı kullanılarak elde edilir. Ayrıca çift katlı Borel dönüşümü uygulanarak yüksek rezonanslardan ve süreklilikten gelen katkılar bastırılır.

Korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmı $\Pi_{\mu}^{\text{Fiz}}(p,p')$,

$$\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p,p') = \frac{\langle 0 | J^Z | Z(p') \rangle \langle Z(p') | J_{\mu}^{\text{tr}} | T(p,\epsilon) \rangle}{(p^2 - m^2)(p'^2 - m_Z^2)} \langle T(p,\epsilon) | J_{\nu}^{\dagger} | 0 \rangle + \dots \quad (3.21)$$

şeklinde yazılır. Burada (...) uyarılmış ve süreklilik durumlarının katkılarını göstermektedir.

Toplam kurallarının fiziksel kısmının son hali için; Denklem (3.21)' de Denklem (3.6), Denklem (3.13) ve Denklem (3.18) yerine yerleştirilip gerekli matematiksel işlemler yapılarak aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p,p',q^2) = & \frac{f m f_Z m_Z}{(p^2 - m^2)(p'^2 - m_Z^2)} \left\{ \tilde{G}_0(q^2) \left(-g_{\mu\nu} + \frac{p_{\mu} p_{\nu}}{m^2} \right) \right. \\ & \left. + \left[\tilde{G}_1(q^2) P_{\mu} + \tilde{G}_2(q^2) q_{\mu} \right] \left(-p'_{\nu} + \frac{m^2 + m_Z^2 - q^2}{2m^2} p_{\nu} \right) - i \tilde{G}_3(q^2) \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^{\alpha} p'^{\beta} \right\} + \dots \end{aligned} \quad (3.22)$$

Korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı kuark ileticileri cinsinden aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(p,p') = & \int d^4x d^4y e^{i(p'y - px)} \left\{ \text{Tr} \left[\gamma_5 \tilde{S}_d^{b'b}(x-y) \gamma_5 S_u^{a'a}(x-y) \right] \right. \\ & \times \left(\text{Tr} \left[\gamma_{\mu} \tilde{S}_b^{aa'}(y-x) \gamma_5 S_c^{bi}(y) \gamma_{\nu} (1-\gamma_5) S_b^{ib'}(-x) \right] \right. \\ & \left. + \text{Tr} \left[\gamma_{\mu} \tilde{S}_b^{ia'}(-x) (1-\gamma_5) \gamma_{\nu} \tilde{S}_c^{bi}(y) \gamma_5 S_b^{ab'}(y-x) \right] \right) \\ & - \text{Tr} \left[\gamma_5 \tilde{S}_d^{b'a}(x-y) \gamma_5 S_u^{a'b}(x-y) \right] \\ & \times \left(\text{Tr} \left[\gamma_{\mu} \tilde{S}_b^{aa'}(y-x) \gamma_5 S_c^{bi}(y) \gamma_{\nu} (1-\gamma_5) S_b^{ib'}(-x) \right] \right. \\ & \left. + \text{Tr} \left[\gamma_{\mu} \tilde{S}_b^{ia'}(-x) (1-\gamma_5) \gamma_{\nu} \tilde{S}_c^{bi}(y) \gamma_5 S_b^{ab'}(y-x) \right] \right) \left. \right\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$G_i(q^2)$ yapı faktörleri için toplam kuralları, korelasyon fonksiyonunun $\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p,p',q^2)$ ve $\Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(p,p')$ olmak üzere her iki kısmındaki aynı Lorentz yapılarına karşılık gelen değişmez genlikleri eşitlenerek elde edilir. Ayrıca p'^2 ve p^2 değişkenleri üzerinden çift

katlı Borel dönüşümü uygun olarak yüksek rezonanslardan ve süreklilikten gelen katlılar bastırılır. $\tilde{G}_0(q^2)$ için $g_{\mu\nu}$ yapısı (structure), $\tilde{G}_1(q^2)$ için yapısı $P_\mu P'_\nu$, $\tilde{G}_2(q^2)$ için yapısı için $q_\mu p'_\nu$, $\tilde{G}_3(q^2)$ için $\sim \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha p'^\beta$ yapısı kullanılmıştır. Elde edilen toplam kurallarını; Denklem (3.19)'daki $G_i(q^2)$ boyutsuz yapı (form) faktörleri ile bağlantılı olduklarını da göz önüne alarak $\tilde{G}_i(q^2)$ fonksiyonları tek bir formülde yazmak mümkündür.

$$\tilde{G}_i(\mathbf{M}^2, s_0, q^2) = \frac{1}{f m f_Z m_Z} \int_{4m_b^2}^{s_0} ds \int_{(m_b+m_c)^2}^{s'_0} ds' \rho_i(s, s', q^2) e^{(m^2-s)/M_1^2} e^{(m_Z^2-s')/M_2^2} \quad (3.24)$$

Burada $\mathbf{M}^2 = (M_1^2, M_2^2)$ Borel parametreleridir ve $s_0 = (s_0, s'_0)$, süreklilik etkilerinden toplam kurallarına ana katkıyı ayıran süreklilik eşik parametreleridir. Burada $\rho_i(s, s', q^2)$ spektral yoğunluklar, altı operatör boyuta kadar hesaplanmıştır.

Mevcut hesaplamalarda, \mathbf{M}^2 ve s_0 yardımcı parametreleri için çalışma bölgeleri kütle hesaplamalarında olduğu gibi aynı kısıtlamalar uygulanarak belirlenir. Elde edilen yapı faktörleri, diferansiyel bozunma genişliğinin elde edilmesi için gereklidir. Diferansiyel bozunma genişliği $d\Gamma / dq^2$ yapı faktörleri cinsinden aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dq^2} &= \frac{G_F^2 |V_{bc}|^2}{3 \cdot 2^8 \pi^3 m^3} \left(\frac{q^2 - m_1^2}{q^2} \right)^2 \lambda(m^2, m_Z^2, q^2) \\ &\times \left[\sum_{i=0}^{i=3} \tilde{G}_i^2(q^2) A_i(q^2) + \tilde{G}_0(q^2) A_{01}(q^2) \right. \\ &\left. + \tilde{G}_0(q^2) \tilde{G}_2(q^2) A_{02}(q^2) + \tilde{G}_1(q^2) \tilde{G}_2(q^2) A_{12}(q^2) \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Burada $A_i(q^2)$ ve $A_{ij}(q^2)$ fonksiyonları;

$$\begin{aligned} A_0(q^2) &= \frac{1}{2m^2 q^4} [q^4 (m^2 - m_Z^2)^2 - 4q^4 m^2 m_1^2 - m_1^4 (m^2 - m_Z^2 + q^2)^2 \\ &+ 2q^6 (3m^2 - m_Z^2) + q^8], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1(q^2) &= \frac{1}{2m^2q^4} [m^4 + (m_Z^2 - q^2)^2 - 2m^2(m_Z^2 + q^2)] \{m_1^4(m^2 - m_Z^2)^2 \\
&+ q^4 m_1^4 (q^2 - 2m^2 - 2m_Z^2) - q^4 [m^4 + (m_Z^2 - q^2)^2 - 2m^2(m_Z^2 + q^2)]\}, \\
A_2(q^2) &= \frac{m_1^2}{2m^2} (q^2 - m_1^2) [m^4 + (m_Z^2 - q^2)^2 - 2m^2(m_Z^2 + q^2)], \\
A_3(q^2) &= \frac{1}{2q^2} (m_1^4 - q^4) [m^4 + (m_Z^2 - q^2)^2 - 2m^2(m_Z^2 + q^2)], \\
A_{01}(q^2) &= \frac{1}{m^2q^4} [q^4(m_1^2 + m_Z^2 - m^2 - q^2) + m_1^4(m^2 - m_Z^2)] \\
&\times [m^4 + (m_Z^2 - q^2)^2 - 2m^2(m_Z^2 + q^2)], \\
A_{02}(q^2) &= \frac{m_1^2(m_1^2 - q^2)}{m^2q^2} [m^4 + (m_Z^2 - q^2)^2 - 2m^2(m_Z^2 + q^2)], \\
A_{12}(q^2) &= \frac{m_1^2(q^2 - m_1^2)(m^2 - m_Z^2)}{m^2q^2} [m^4 + (m_Z^2 - q^2)^2 - 2m^2(m_Z^2 + q^2)] \quad (3.26)
\end{aligned}$$

ve $\lambda(m^2, m_Z^2, q^2)$ açık ifadesi Denlem (2.31)' de tanımlanmıştır.

Bu çalışma için de fit fonksiyonu Denklem (2.32)' de verilen şekilde kullanılmıştır; elde edilen fit parametreleri Tablo 3.1' de verilmiştir.

Tablo 3.1. $T_{bb,\bar{u}\bar{d}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \bar{\nu}_1$ geçişi için yapı faktörlerin fit fonksiyonunda bulunan parametre değerleri

$F_i(q^2)$	F_0^i	c_1^i	c_2^i	m_{fit}^2 (GeV ²)
$F_0(q^2)$	-2,34	19,53	-36,87	100,70
$F_1(q^2)$	-1,75	18,45	-14,29	100,70
$F_2(q^2)$	8,80	20,21	-32,09	100,70
$F_3(q^2)$	17,13	20,60	-32,09	100,70

$T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik bozunumunun tüm lepton kanallarındaki ($l = e, \mu, \tau$) bozunma genişlikleri;

$$\Gamma(T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 e \bar{\nu}_e) = (2,65 \pm 0,78) \times 10^{-8} \text{ MeV},$$

$$\Gamma(T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \mu \bar{\nu}_\mu) = (2,64 \pm 0,78) \times 10^{-8} \text{ MeV},$$

$$\Gamma(T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \tau \bar{\nu}_\tau) = (1,88 \pm 0,55) \times 10^{-8} \text{ MeV} \quad (3.27)$$

şeklinde elde edilmiştir. Denklem (3.27)' deki ifadeler kullanılarak $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ dörtkuarkının toplam genişliği ve ortalama ömrü

$$\Gamma = (7,17 \pm 1,23) \times 10^{-8} \text{ MeV}$$

$$\tau = 9,18_{-1,34}^{+1,90} \times 10^{-15} \text{ s} \quad (3.28)$$

şekinde hesaplanır. Bu tahminler ise çift-ağır dörtkuarkları keşfetmek için kullanılabilir [96].

3.2. Ağır Aksiyel-Vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$ Egzotik Parçacığının KRD Toplam Kuralları İle İncelenmesi

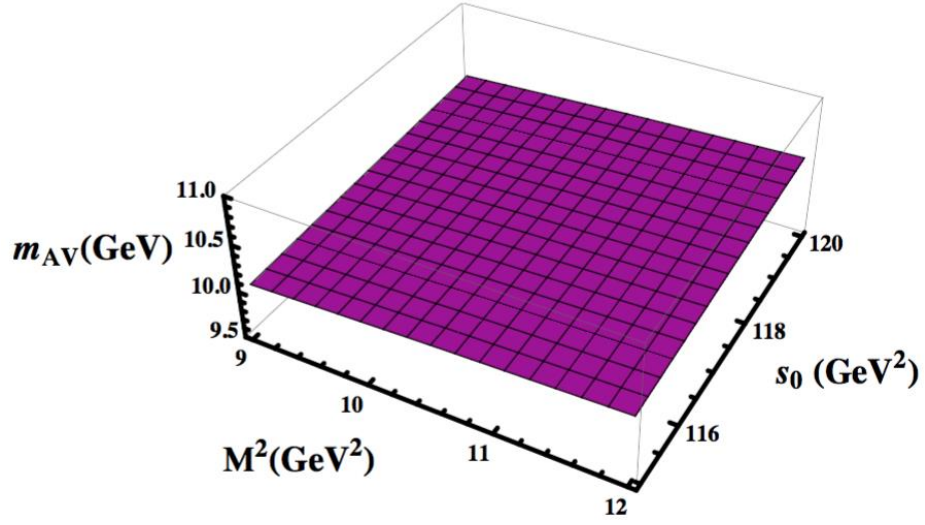
Bu bölümde, kuark içeriği $bb\bar{u}\bar{s}$ olan aksiyel vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$ (bundan sonra $T_{b;\bar{s}}^{AV}$ olarak kullanılacak) parçacığı ele alınmıştır. Bu parçacığa ait spektroskopik parametreler yukarıda $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ parçacığı için Bölüm 3.1.1' de anlatılan prosedürler dikkate alınarak hesaplanır.

$T_{b;\bar{s}}^{AV}$ dörtkuarkının kütlesi ve kuplaj sabiti;

$$m_{AV} = (10250 \pm 250) \text{ MeV}$$

$$f_{AV} = (2,26 \pm 0,57) \times 10^{-2} \text{ GeV}^4 \quad (3.29)$$

şeklinde elde edilir. $T_{b;\bar{s}}^{AV}$ dörtkuarkının kütlesinin Borel parametresi M^2 ve süreklilik eşiği s_0 'a bağlılığını gösteren grafik Şekil (3.5)' te verilmiştir.



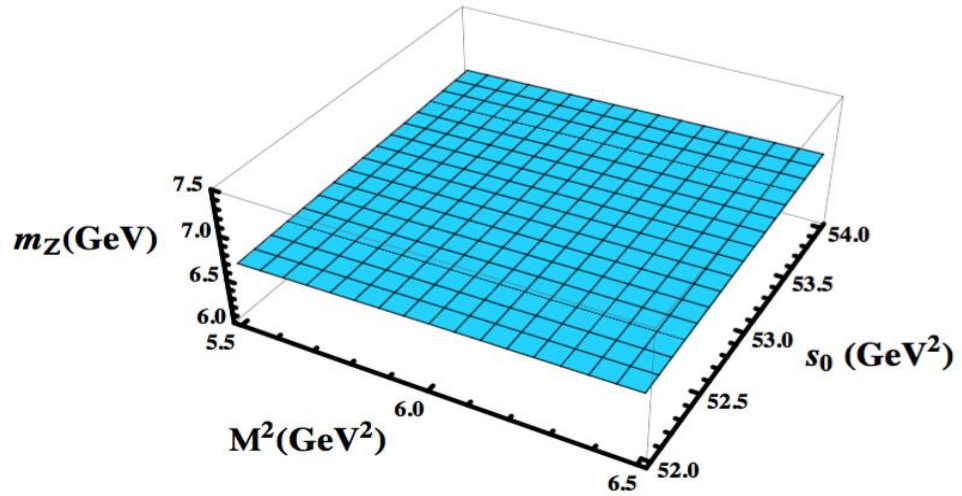
Şekil 3.5. $T_{b;\bar{s}}^{AV}$ dörtkuarkının kütlesinin Borel parametresi M^2 'ye ve süreklilik eşiği s_0 'a bağlılığı

Daha sonra, giren parçacığının zayıf bozunumu ile ortaya çıkan skaler $Z_{b;\bar{s}}^0$ dörtkuarkı ele alınmıştır ve spektroskopik parametreleri m_Z, f_Z ;

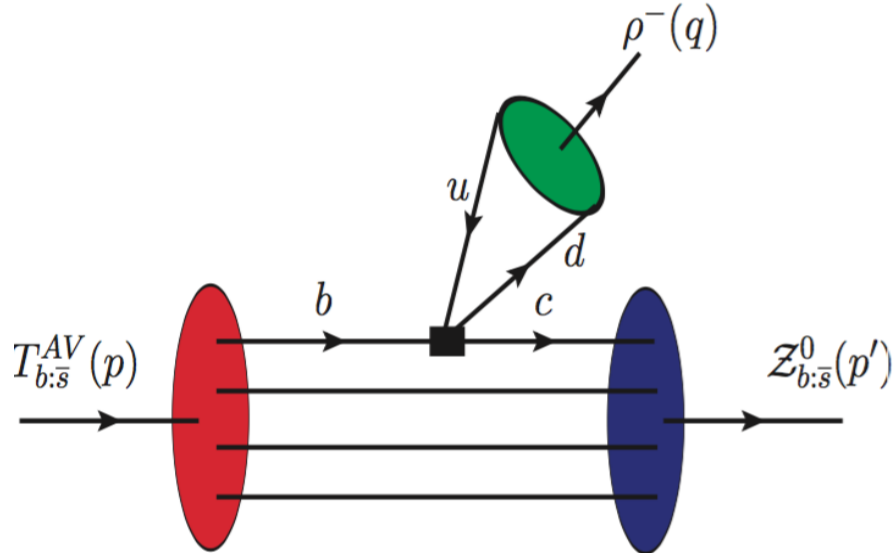
$$m_Z = (6770 \pm 150) \text{ MeV}$$

$$f_Z = (6,3 \pm 1,3) \times 10^{-3} \text{ GeV}^4 \quad (3.30)$$

şeklinde elde edilmiştir. $Z_{b;\bar{s}}^0$ dörtkuarkının kütlesinin Borel parametresi M^2 ve süreklilik eşiği s_0 'a bağlılığını gösteren Şekil (3.6)' da verilmiştir.



Şekil 3.6. Skaler $Z_{b;\bar{s}}^0$ dörtkuarkının kütlesinin Borel parametresi M^2 'ye ve süreklilik eşiği s_0 'a bağlılığı



Şekil 3.8. $T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \rho^-$ leptonik olmayan bozunumuna ait Feynman diyagramı

Yarı-leptonik $T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$ bozunumunun tüm lepton kanallarındaki bozunma genişlikleri aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 e^- \bar{\nu}_e) = (5,34 \pm 1,43) \times 10^{-8} \text{ MeV}$$

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu) = (5,32 \pm 1,41) \times 10^{-8} \text{ MeV}$$

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau) = (2,15 \pm 0,54) \times 10^{-8} \text{ MeV} \quad (3.31)$$

Leptonik olmayan $T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 M$ geçişinin bozunma genişlikleri;

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \rho^-) = (3,47 \pm 0,92) \times 10^{-10} \text{ MeV},$$

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 K^*(892)) = (1,47 \pm 0,37) \times 10^{-11} \text{ MeV},$$

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 D^*(2010)^-) = (1,54 \pm 0,39) \times 10^{-11} \text{ MeV},$$

$$\Gamma(T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 D_s^{*-}) = (4,97 \pm 1,32) \times 10^{-10} \text{ MeV} \quad (3.32)$$

şeklinde elde edilmiştir.

Hesaplamalar sonucunda leptonik olmayan bozunumlardan $T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 \rho^-$ ve $T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{b:\bar{s}}^0 D_s^{*-}$ ait bozunma genişliklerinin birbirleriyle karşılaştırılabilir olduğu açıktır ve $T_{b:\bar{s}}^{AV}$ dörtkuarkı için tahminleri etkileyebilir; fakat kalan iki leptonik olmayan bozunumun ihmal edilebilir olduğu görülmektedir.

Elde edilen toplam bozunma genişliği $\Gamma = (12.9 \pm 2.1) \times 10^{-10}$ MeV ve ortalama ömrü $\tau = 5.1_{-0.71}^{+0.99} \times 10^{-15}$ s dir.

Dikuarık bb ve hafif antidikuarıktan oluşan skaler ve aksiyel vektör dördikuarıklar için elde edilen fiziksel parametrelerin nümerik değerleri Tablo 3.2' de verilmiştir.

Tablo 3.2. Fiziksel parametreleri nümerik değerleri

Dördikuarık (J^P)	Kütıle (MeV)	Bozunma Genişliği (MeV)	Ortalama Ömür
$T_{b;\bar{s}}^{AV} (1^+)$	10215 ± 250	$(12.9 \pm 2.1) \times 10^{-8}$	$5.1_{-0.71}^{+0.99}$ fs
$T_{b;\bar{d}}^- (1^+)$	10035 ± 260	$(7.17 \pm 1.23) \times 10^{-8}$	$9.18_{-1.34}^{+1.90}$ fs
$T_{b;\bar{s}}^- (0^+)$	10250 ± 270	$(15.21 \pm 2.59) \times 10^{-10}$	$0.433_{-0.063}^{+0.089}$ ps
$T_{b;\bar{d}}^- (0^+)$	10135 ± 240	$(10.80 \pm 1.88) \times 10^{-10}$	$0.605_{-0.089}^{+0.126}$ ps

Tablo 3.2' de skaler dördikuarıkların aksiyel-vektör dördikuarıklara göre daha ağır olduğu ve daha uzun yaşadıkları görölmektedir. $T_{b;\bar{s}}^{AV}$ ve $Z_{b;\bar{s}}^0$ dördikuarlarının parametreleri için elde edilen öngörüler, bu tür çift-ağır egzotik mezonların deneysel araştırmaları için yararlı olacaktır [129].

3.3. Aksiyel-Vektör $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$ Egzotik Parçacığının Aksiyel-Vektör $T_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$ Egzotik Parçacığına Yarı-Leptonik ve Leptonik Olmayan Bozunumlarının İncelenmesi

Bu bölümde T_{bb}^- dördikuarık analizi, yeni zayıf bozunma kanalları $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 l \bar{\nu}_1$ ve $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 M$ göz önünde bulundurularak genişletilmiştir. Burada \tilde{T}_{bc}^0 , aksiyel-vektör durumudur. Bu bölümde yapılan analizler T_{bb}^- ' nin toplam bozunma genişliği ve ortalama ömrü için tahminleri geliştirmemize olanak sağlayacaktır.

\tilde{T}_{bc}^0 , renk-antiüçlüsü (color-antitriplet) ağır aksiyel-vektör bc dikuark ve hafif renk-üçlüsü (color-triplet) skaler $\bar{u}\bar{d}$ antidikuarktan oluşan bir dörtkuark durumu olarak ele alınmıştır. T_{bc}^0 ve \tilde{T}_{bc}^0 dörtkuarklarının kuark içerikleri ve kuantum sayılarının aynı olduğunu ve her ikisinin de antisimetrik $[\bar{3}_c]_{bc} \otimes [3_c]_{\bar{u}\bar{d}}$ renk yapısına sahip olduğunu belirtmek gerekir. Ancak iç yapıları nedeniyle T_{bc}^0 ve \tilde{T}_{bc}^0 birbirlerinden ayrılmaktadır. Aslında, T_{bc}^0 ağır bc dikuarktan oluşan skaler bir durum iken, \tilde{T}_{bc}^0 ağır bc dikuarktan oluşan aksiyel-vektör yapıdadır.

Bölüm 3.1.1’ de aksiyel-vektör T_{bb}^- dörtkuarkının kütlesi ve kuplaj sabiti hesaplanmıştır. Ancak bu parçacığın yarı-leptonik ve leptonik olmayan bozunumlarının incelenmesi için \tilde{T}_{bc}^0 egzotik parçacığının spektroskopik parametrelerine ihtiyaç vardır. Bu amaçla, ilk olarak \tilde{T}_{bc}^0 ’nin kütle ve kuplaj sabiti iki nokta KRD toplam kuralları metodu ile on operatör boyutuna kadar hesaplanmıştır.

T_{bb}^- ’nin farklı zayıf bozunumları vardır, ancak baskın olanlar; T_{bb}^- ’nin son durumda aksiyel-vektör \tilde{T}_{bc}^0 ’ye dönüşümünden sorumlu $b \rightarrow W^- c$ alt süreci tarafından üretilen bozunumlarıdır. $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik bozunumlarda \tilde{T}_{bc}^0 dörtkuarkına bir $l \bar{\nu}_l$ lepton çifti eşlik ederken, $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 M$ leptonik olmayan bozunumlarda sürecin son aşamasında ek bir sıradan M mezonu vardır. M’ nin geleneksel π^-, K^-, D^- ve D_s^- sözdeskaler mezonlardan biri olduğu bozunumlar ele alınmıştır. Zayıf bozunumların kısmi genişliklerini hesaplamak için $G_i(q^2)$, $i = 1, 2, 3, 4$ zayıf yapı faktörlerine ihtiyaç vardır: Bunlar, yarı-leptonik ve leptonik olmayan bozunumların $d\Gamma / dq^2$ diferansiyel bozunma genişliklerini hesaplamak için kullanılır. Bu amaçla, üç nokta KRD toplam kuralları kullanılarak, $G_i(q^2)$ zayıf yapı faktörleri hesaplanmıştır.

Son olarak ise, T_{bb}^- dörtkuarkının toplam bozunma genişliği ve ortalama ömrü elde edilmiştir.

3.3.1. Aksiyel-vektör \tilde{T}_{bc}^0 dörtkuarkının kütle ve kuplaj sabitinin hesaplanması

\tilde{T}_{bc}^0 , nin spektroskopik parametrelerini elde etmek için toplam kuralları, aşağıda verilen iki nokta korelasyon fonksiyonu analizinden türetilir.

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \langle 0 | T \{ \tilde{J}_\mu(x) \tilde{J}_\nu^\dagger(0) \} | 0 \rangle \quad (3.33)$$

Burada $\tilde{J}_\mu(x)$, aksiyel-vektör \tilde{T}_{bc}^0 dörtkuarkı için ara kesit akım ifadesidir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\tilde{J}_\mu(x) = b_a^T(x) \gamma_\mu C c_b(x) [\bar{u}_a(x) C \gamma_5 \bar{d}_b^T(x) - \bar{u}_b(x) C \gamma_5 \bar{d}_a^T(x)] \quad (3.34)$$

Burada \tilde{J}_μ , renk indekslerinde antisimetriktir ve $[\bar{3}_c]_{bc} \otimes [3_c]_{\bar{u}\bar{d}}$ renk üçlü (color-triplet) yapısına sahiptir.

Korelasyon fonksiyonunun fiziksel kısmı, Bölüm 3.1.1’de detayları anlatılan işlemler yapılarak Denklem (3.7)’ye benzer şekilde \tilde{m} kütlesi ve \tilde{f} kuplajı cinsinden $\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p)$ korelasyon fonksiyonu,

$$\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(p) = \frac{\tilde{m}^2 \tilde{f}^2}{\tilde{m}^2 - p^2} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{\tilde{m}^2} \right) + \dots \quad (3.35)$$

şeklinde elde edilir.

Korelasyon fonksiyonunun KRD kısmı ise kuark ileticileri cinsinden aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(p) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} & \text{Tr}[\gamma_\mu \tilde{S}_b^{aa'}(x) \gamma_\nu S_c^{bb'}(x)] \left\{ \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_d^{a'b}(-x) \gamma_5 S_u^{b'a}(-x)] \right. \\ & - \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_d^{b'b}(-x) \gamma_5 S_u^{a'a}(-x)] + \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_d^{b'a}(-x) \gamma_5 S_u^{a'b}(-x)] \\ & \left. - \text{Tr}[\gamma_5 \tilde{S}_d^{a'a}(-x) \gamma_5 S_u^{b'b}(-x)] \right\} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Burada $S_Q^{ab}(x)$ ve $S_q^{ab}(x)$ sırasıyla ağır $Q = b(c)$ ve hafif $q = d(u)$ kuark ileticileridir (propagatörleridir) ve açık ifadeleri (Ek-A)’ da verilmiştir. $\tilde{S}_{Q(q)}(x)$ ileticisi Denklem (2.8)’ de tanımlanmıştır.

Hesaplara devam edebilmek için, hem $\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(\mathbf{p})$ hem de $\Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(\mathbf{p})$ ' den aynı Lorentz yapılarına karşılık gelen değişmez genlikler seçilmelidir. Bu korelasyon fonksiyonlarında $g_{\mu\nu}$ ve $p_\mu p_\nu$ ile orantılı iki Lorentz yapısı vardır. $\sim g_{\mu\nu}$ terimlerine karşılık gelen $\Pi_{\mu\nu}^{\text{Fiz}}(\mathbf{p})$ ve $\Pi_{\mu\nu}^{\text{KRD}}(\mathbf{p})$ değişmez genlikler skaler parçacıkların katkılarını içermediğinden, bu fonksiyonlarla çalışıyoruz. \tilde{m} ve \tilde{f} için toplam kuralları, bu değişmeyen genlikleri eşitleyerek ve toplam kuralı yönteminin standart kurallarını uygulayarak elde edilebilir. İlk adım olarak, daha yüksek rezonanslardan ve süreklilikten gelen katkıları bastırmak için elde edilen eşitliğin her iki tarafına da Borel dönüşümü uygulanır. Daha sonra kuark-hadron ikiliği yaklaşımı kullanılarak bu katıklar bu eşitliğin fiziksel kısmından çıkarılmalıdır. Bu işlemlerden sonra, son ifade Borel parametresi M^2 ve süreklilik eşiği s_0 parametrelerinin bir fonksiyonu haline gelir. \tilde{m} ve \tilde{f} için toplam kurallarını elde etmek için gereken ikinci ifade, ilk eşitliğe $d/d(-1/M^2)$ operatörünün uygulanmasıyla elde edilebilir. Sonuç olarak \tilde{m} ve \tilde{f} sırasıyla aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\tilde{m}^2 = \frac{\Pi'(M^2, s_0)}{\Pi(M^2, s_0)} \quad (3.37)$$

$$\tilde{f}^2 = \frac{e^{\tilde{m}^2/M^2}}{m^2} \Pi(M^2, s_0) \quad (3.38)$$

Yukarıdaki ifadelerde $\Pi(M^2, s_0)$, çıkarılan sabit genlik $\Pi^{\text{KRD}}(\mathbf{p}^2)$ 'ye Borel dönüşümü uygulanmış halidir ve $\Pi'(M^2, s_0) = d/d(-1/M^2)\Pi(M^2, s_0)$ 'dir.

$\Pi(M^2, s_0)$ aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\Pi(M^2, s_0) = \int_{\mathcal{M}^2}^{s_0} ds \rho^{\text{KRD}}(s) e^{-s/M^2} + \Pi(M^2) \quad (3.39)$$

Burada $\mathcal{M} = m_b + m_c$ dir. $\rho^{\text{KRD}}(s)$, korelasyon fonksiyonunun sanal (imajinary) kısmı olarak hesaplanan iki nokta spektral yoğunluktur. $\Pi(M^2, s_0)$ 'nin ikinci bileşeni ise, $\Pi^{\text{KRD}}(\mathbf{p})$ ' den doğrudan hesaplanan pertürbatif olmayan katkıları içerir. Bu çalışmada on operatör boyutuna kadar pertürbatif olmayan terimler hesaba katılarak $\Pi(M^2, s_0)$ elde edilmiştir.

Elde edilen toplam kuralları, hesaplamaları yapmak için belirtilmesi gereken çok sayıda girdi parametresi içerir. Vakum yoğunlaşmaları ve b ve c kuarklarının kütleleri genel parametrelerdir ve analiz edilen probleme bağlı değildir: değerleri Tablo 2.1' de verilmiştir.

\tilde{T}_{bc}^0 dörtkuarkının kütlesi ve kuplaj sabiti Borel parametresi M^2 ve süreklilik eşiği s_0 yardımcı parametrelerine bağlıdır ve bunların doğru seçilmesi, çalışmalarımızın önemli sorunlarından biridir. Yapılan sayısal analizler,

$$M^2 \in [5,5;7] \text{ GeV}^2, \quad s_0 \in [58,60] \text{ GeV}^2 \quad (3.40)$$

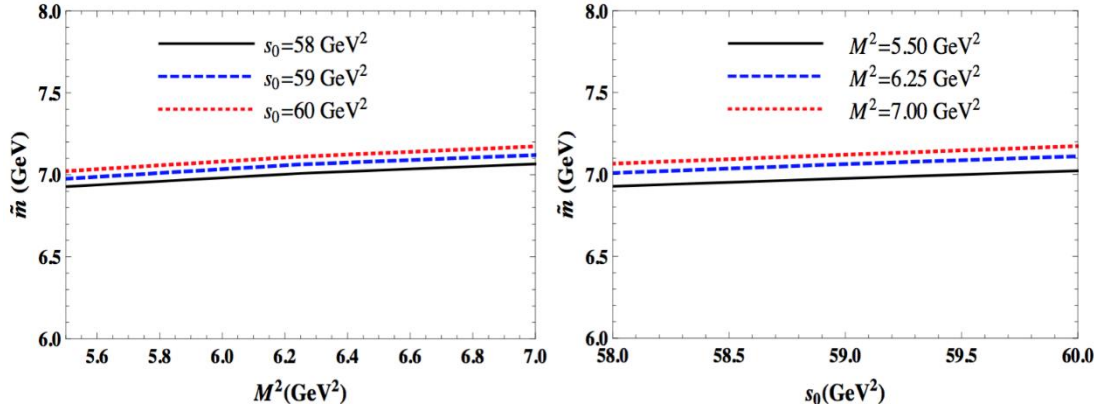
çalışma bölgelerinin M^2 ve s_0 üzerinde Bölüm 2.1.1' de bahsedilen tüm kısıtlamaları karşıladığını göstermektedir. Nitekim $M^2 = 7 \text{ GeV}^2$ kutup katkısı % 79 iken $M^2 = 5,5 \text{ GeV}^2$ tüm sonucun % 37' sidir. M^2 ' nin bu değerleri Borel parametresinin değiştirilebildiği bölgenin sınırlarıdır. Minimum $M^2 = 5,5 \text{ GeV}^2$ değeri, $\Pi(M^2, s_0)$ ' deki son üç terimin katkılarının % 1' ini geçmez.

\tilde{m} ve \tilde{f} için elde edilen sonuçlar;

$$\tilde{m} = (7050 \pm 125) \text{ MeV},$$

$$\tilde{f} = (8,3 \pm 1,3) \times 10^{-3} \text{ GeV}^4. \quad (3.41)$$

Şekil (3.9)' da \tilde{m} için toplam kuralının tahmini M^2 ve s_0 parametrelerinin bir fonksiyonu olarak çizilmiştir. \tilde{m} miktarının % $\pm 1,8$ olması durumunda teorik hatalar, gerçekleştirilen hesaplamaların doğruluğunu onaylamaktadır. \tilde{f} kuplaj sabitindeki belirsizlikler, merkezi değer % ± 16 ' sına eşittir: bunlar \tilde{m} için olandan daha büyüktür, ancak yine de toplam kuralı hesaplamalarında kabul edilen sınırlar içindedir. Bu etkilerin arkasındaki nedenler oldukça açıktır. Aslında, \tilde{m} kütlesi için toplam kuralı, \tilde{m} ' nin M^2 parametresine bağımlılığını yumuşatan oran Denklem (3.37) ile verilirken, \tilde{f} için toplam kuralı Denklem (3.38)' de sadece $\Pi(M^2, s_0)$ bağıntısını içerir.



Şekil 3.9. \tilde{T}_{bc}^0 dörtkuarkının kütlesinin Borel parametresi M^2 'ye (sol taraf) ve süreklilik eşiği s_0 'a (sağ taraf) bağlılığı

Aksiyel-vektör \tilde{T}_{bc}^0 dörtkuarkının kütlesi için elde edilen sonucu T_{bc}^0 kütlesi ile karşılaştırmak ilginçtir. İkincisinin aynı kuark içeriğine ve kuantum sayılarına sahip olduğunu, ancak ağır skaler dikuark $b^T C \gamma_5 c$ ve hafif aksiyel-vektör antidikuark $\bar{u} C \gamma_\mu \bar{d}^T$ oluştuğunu hatırlatalım. Bu parçacık (7105 ± 155) MeV'lik kütleyle sahiptir ve \tilde{T}_{bc}^0 'den ise $\Delta m \approx 50$ MeV daha ağırdır. \tilde{T}_{bc}^0 ve T_{bc}^0 arasındaki kütle bölünmesi için tahminimiz, kütlelerinin merkezi değerleri kullanılarak elde edilmiştir. Bu dörtkuarkların spektroskopik parametreleri, tahminleri teorik hatalar içeren KRD toplam kuralları yöntemi çevresinde hesaplanmıştır. Açık ki, kütle farkı Δm , bu analizin belirsizliklerinden daha küçüktür ve bu parçacıkları güvenilir bir şekilde birbirinden ayırmaya izin vermez. Gerçek egzotik mezonlar, bu dörtkuarkların üst üste binmeleri (superpositions) olabilir.

3.3.2. $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik bozunumu

T_{bb}^- 'nin zayıf bozunmaları $b \rightarrow W^- c$ ve $b \rightarrow W^- u$ alt süreçleri tarafından tetiklenebilir. $b \rightarrow W^- c$ geçişi tarafından üretilen süreçler, T_{bb}^- 'nin baskın bozunma modlarıdır. Bunun nedeni, $b \rightarrow W^- u$ alt sürecinin baskın olanlara göre $|V_{bu}|^2 / |V_{bc}|^2 \approx 0,01$ faktörü tarafından bastırılan bozunmalara yol açmasıdır. Burada $V_{q_1 q_2}$, CKM matris elemanıdır. Bu çalışmada, $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik bozunmaları ve $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 M$ incelenecektir.

İlk ve son durum dörtkuarklar arasında Denklem (2.20)' de tanımlanan H^{eff} yerleştirilerek, bu geçişin matris elemanı leptonik ve hadronik faktörleri içerir.

$$\langle \tilde{T}_{bc}^0(p') | H^{\text{eff}} | T_{bb}^-(p) \rangle = L^\alpha H_\alpha \quad (3.42)$$

H_α 'nın hesaplanmasıyla ilgilenilecektir; çünkü L^α matris elemanının leptonik kısmı tüm yarı-leptonik bozunumlar için evrenseldir ve dörtkuarklar hakkında bilgi içermez. H_α , aşağıdaki akımın matris elemanından başka bir şey değildir.

$$J_\alpha^{\text{tr}} = \bar{c} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) b \quad (3.43)$$

Ve ilk ve son parçacıklar arasında sıkıştırılmıştır. Matris elemanı, zayıf geçişin uzun mesafe dinamiklerini parametrize eden $G_i(q^2)$ yapı faktörleri cinsinden modellenebilir.

$$\begin{aligned} \langle \tilde{T}_{bc}^0(p', \epsilon') | J_\alpha^{\text{tr}} | T_{bb}^-(p, \epsilon) \rangle = & \epsilon^\mu \epsilon'^\nu \left[G_1(q^2) g_{\mu\nu} P_\alpha \right. \\ & + G_2(q^2) (q_\mu g_{\alpha\nu} - q_\nu g_{\alpha\mu}) - \frac{G_3(q^2)}{2m^2} q_\mu q_\nu P_\alpha \left. \right] \\ & + G_4(q^2) \epsilon_{\alpha\mu\rho\nu} \epsilon'^\mu \epsilon'^\rho P^\nu \end{aligned} \quad (3.44)$$

Burada (p, ϵ) ve (p', ϵ') sırasıyla, ilk ve son durum dörtkuarkların momentumları ve polarizasyon vektörleridir. Burada, ayrıca $P = p + p'$ ve $q = p - p'$ değişkenleri de kullanılır. q^2 tranfer momentumu $m_1^2 \leq q^2 \leq (m - \tilde{m})^2$ sınırları içinde değişir; m_1 ise, leptonun kütlesidir.

$G_i(q^2)$ zayıf geçiş yapı faktörleri araştırmalarımızın temel bileşenleridir ve geçiş yapı faktörlerini hesaplamak için KRD toplam kuralları kullanılarak üç-nokta korelasyon fonksiyonu yazılır.

$$\Pi_{\mu\alpha\nu}(p, p') = i^2 \int d^4x d^4y e^{i(p'y - px)} \langle 0 | T \{ \tilde{J}_\nu(y) J_\alpha^{\text{tr}}(0) J_\mu^\dagger(x) \} | 0 \rangle \quad (3.45)$$

Toplam kuralı analizinin standart yöntemleri; dörtkuarkların fiziksel parametreleri kullanılarak $\Pi_{\mu\alpha\nu}(p, p')$ korelasyon fonksiyonunun hesaplanmasını ve bu yolla toplam kurallarının $\Pi_{\mu\alpha\nu}^{\text{Fiz}}(p, p')$ fiziksel kısmını bulmayı gerektirir. Bir sonraki aşamada ise,

kuark ileticileri kullanılarak $\Pi_{\mu\alpha\nu}(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ belirlenmeli ve kuark, gluon ve karışık vakum yoğunlaşmaları cinsinden $\Pi_{\mu\alpha\nu}^{\text{KRD}}(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ olarak ifade edilmelidir. Elde edilen sonuçlar eşitlenerek ve kuark-hadron ikiliği yaklaşımı kullanılarak, toplam kurallarını türetmek ve ilgilenilen yapı faktörlerini hesaplamak mümkündür.

Toplam kurallarının fiziksel kısmı $\Pi_{\mu\alpha\nu}^{\text{Fiz}}(\mathbf{p},\mathbf{p}')$,

$$\Pi_{\mu\alpha\nu}^{\text{Fiz}}(\mathbf{p},\mathbf{p}') = \frac{\langle 0 | \tilde{J}_\nu | \tilde{T}_{bc}^0(\mathbf{p}',\epsilon') \rangle \langle \tilde{T}_{bc}^0(\mathbf{p}',\epsilon') | J_\alpha^{\text{tr}} | T_{bb}^-(\mathbf{p},\epsilon) \rangle}{(p^2 - m^2)(p'^2 - \tilde{m}^2)} \langle T_{bb}^-(\mathbf{p},\epsilon) | J_\mu^\dagger | 0 \rangle + \dots \quad (3.46)$$

şeklinde yazılır. Burada (...), uyarılmış ve süreklilik durumlarının katkılarını göstermektedir.

Hesabı devam ettirebilmek için $\langle 0 | \tilde{J}_\mu | \tilde{T}_{bc}^0(\mathbf{p}) \rangle = \tilde{m}f\tilde{\epsilon}_\mu$, $\langle \tilde{T}_{bc}^0(\mathbf{p}',\epsilon') | J_\alpha^{\text{tr}} | T_{bb}^-(\mathbf{p},\epsilon) \rangle$ matris elemanının açık ifadesi ve

$$\langle T_{bb}^-(\mathbf{p},\epsilon) | J_\mu^\dagger | 0 \rangle = fm\epsilon_\mu^* \quad (3.47)$$

matris elemanı kullanılır. Burada f , T_{bb}^- durumunun kuplaj sabitidir. İlgili matris elemanları Denklem (3.46)' da yerine yazılır ve fiziksel kısım için $\Pi_{\mu\alpha\nu}^{\text{Fiz}}(\mathbf{p},\mathbf{p}')$,

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\alpha\nu}^{\text{Fiz}}(\mathbf{p},\mathbf{p}') = & \frac{fm\tilde{m}}{(p^2 - m^2)(p'^2 - \tilde{m}^2)} \left\{ G_1(q^2) p_\alpha g_{\mu\nu} \right. \\ & + G_2(q^2) \left[1 - \frac{m^2 - \tilde{m}^2 + q^2}{2m^2} \right] p_\mu g_{\alpha\nu} \\ & \left. - \frac{G_3(q^2)}{2m^2} p_\alpha p_\nu p'_\mu + G_4(q^2) \varepsilon_{\theta\alpha\mu\nu} p_\theta \right\} + \dots \end{aligned} \quad (3.48)$$

şeklinde elde edilir. Burada (...), sadece uyarılmış ve süreklilik durumlarından gelen katkıları değil, aynı zamanda sonraki analizde kullanılmayacak yapıların katkılarını da ifade eder.

Toplam kurallarının KRD kısmı, ara kesit akımları ve ilgili kuark alanları kullanılarak Denklem (3.45)' den türetilir. Hesaplamalar sonucunda aşağıdaki eşitliğe ulaşılır.

$$\begin{aligned}
\Pi_{\mu\alpha\nu}^{\text{KRD}}(\mathbf{p},\mathbf{p}') = & \int d^4x d^4y e^{i(\mathbf{p}'y - \mathbf{p}x)} \left\{ \left[\text{Tr} \left[\gamma_5 \tilde{S}_d^{b'b}(x-y) \gamma_5 S_u^{a'a}(x-y) \right] \right. \right. \\
& - \text{Tr} \left[\gamma_5 \tilde{S}_d^{b'a}(x-y) \gamma_5 S_u^{a'b}(x-y) \right] \left. \right] \left[\text{Tr} \left[\gamma_\nu \tilde{S}_b^{ia'}(-x) (1-\gamma_5) \gamma_\alpha \tilde{S}_c^{bi}(y) \gamma_\mu S_b^{ab'}(y-x) \right] \right. \\
& \left. \left. - \text{Tr} \left[\gamma_\nu \tilde{S}_b^{aa'}(y-x) \gamma_\mu S_c^{bi}(y) \gamma_\alpha (1-\gamma_5) S_b^{ib'}(-x) \right] \right] \right\} \quad (3.49)
\end{aligned}$$

$G_i(q^2)$ yapı faktörler için KRD toplam kuralları korelasyon fonksiyonunun $\Pi_{\mu\alpha\nu}^{\text{Fiz}}(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ ve $\Pi_{\mu\alpha\nu}^{\text{KRD}}(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ olmak üzere her iki kısmındaki aynı Lorentz yapılarına karşılık gelen değişmez genlikler eşleştirilerek bulunur. Ancak bu işlemde önce, daha yüksek uyarılmış ve süreklilik durumlarından gelen katkıları bastırmak için p^2 ve p'^2 üzerinden bu değişmez genliklere çift Borel dönüşümü uygulanır. Bütün bu rutin işlemler sonucunda $G_i(q^2)$ yapı faktörler için aşağıdaki toplam kuralları elde edilir. $G_i(q^2)$, $i=1$ ve 4 için de benzer toplam kuralları kullanılır.

$$\tilde{G}_i(M^2, s_0, q^2) = \frac{1}{\tilde{f}_m \tilde{f}_m} \int_{4m_b^2}^{s_0} ds \int_{M^2}^{s'_0} ds' \rho_i(s, s', q^2) e^{(m^2-s)/M_1^2} e^{(\tilde{m}^2-s')/M_2^2} \quad (3.50)$$

Burada M_1^2 , M_2^2 ve s_0 , s'_0 sırasıyla Borel ve süreklilik eşiği parametreleridir. (M_1^2, s_0) , ilk durum T_{bb}^- 'nin bir kanalına karşılık gelirken (M_2^2, s'_0) , son durum \tilde{T}_{bc}^0 parçacığını tanımlar. Kalan iki yapı faktörü için toplam kuralı ise şöyledir.

$$G_2(M^2, s_0, q^2) = \frac{2m}{\tilde{f}_m \tilde{f}_m (m^2 + \tilde{m}^2 - q^2)} \int_{4m_b^2}^{s_0} ds \int_{M^2}^{s'_0} ds' \rho_2(s, s', q^2) e^{(m^2-s)/M_1^2} e^{(\tilde{m}^2-s')/M_2^2} \quad (3.51)$$

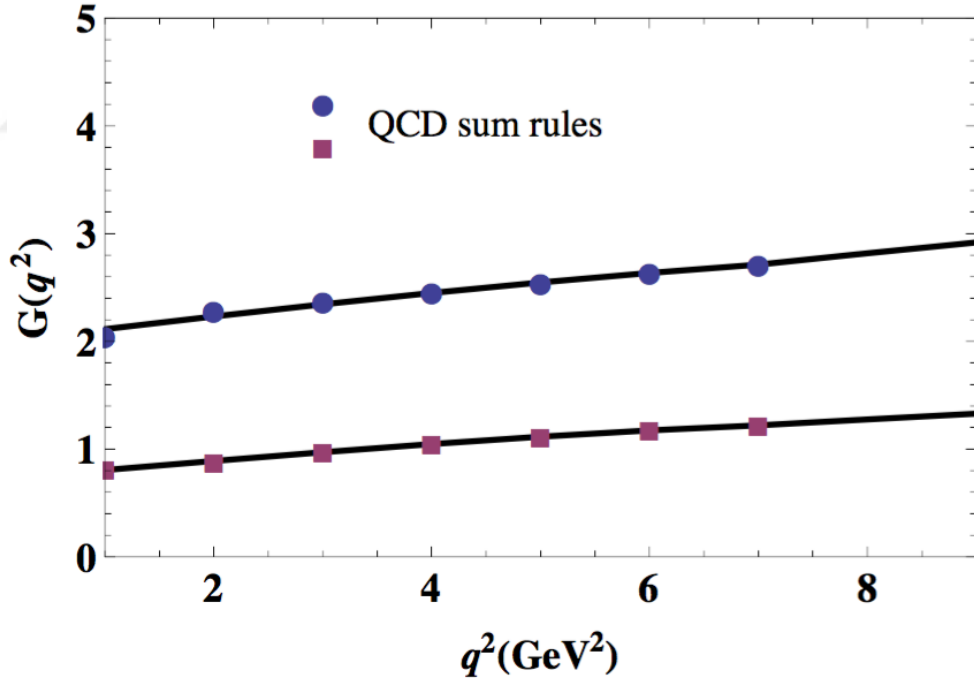
ve

$$G_3(M^2, s_0, q^2) = -\frac{2m}{\tilde{f}_m \tilde{f}_m} \int_{4m_b^2}^{s_0} ds \int_{M^2}^{s'_0} ds' \rho_3(s, s', q^2) e^{(m^2-s)/M_1^2} e^{(\tilde{m}^2-s')/M_2^2} \quad (3.52)$$

Görüldüğü gibi yapı faktörleri için elde edilen toplam kuralları, $\Pi_{\mu\alpha\nu}^{\text{KRD}}(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ korelasyon fonksiyonunun sanal kısımları ile orantılı olan $\rho_i(s, s', q^2)$ spektral yoğunluklara bağlıdır. Spektral yoğunluklar hem pertürbatif hem de pertürbatif olmayan katkıları içerir ve beş operatör boyutuna kadar hesaplanmıştır.

Nümerik analizde yardımcı parametreler M_1^2 , M_2^2 , s_0 ve s'_0 için çalışma bölgeleri, parçacıkların kütle ve kuplaj sabitleri elde edilirken kullanılan bölgeler kullanılmıştır. T_{bb}^- egzotik parçacığının kütlesi ve kuplaj sabiti için ise Denklem (3.15)'de elde edilen değerler kullanılmıştır. KRD toplam kuralları ile elde edilen yapı faktörleri $m_1^2 \leq q^2 \leq 7 \text{ GeV}^2$ bölgesinde güvenilir sonuç vermektedir. Ancak $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \bar{\nu}_1$ bozunumunun kısmi bozunma genişliğini bulmak için $m_1^2 \leq q^2 \leq (m - \tilde{m})^2 = 8,9 \text{ GeV}^2$ bölgesinde yapı faktörlerinin q^2 'ye bağlılığını gösteren fonksiyonlara ihtiyaç vardır. Bu sebeple nümerik datalarımız ile en iyi uyuşan, Denklem (2.32)'de verilen fit fonksiyonu kullanılmıştır.

Elde edilen fit parametreleri Tablo 3.3'de verilmiştir. Örnek olarak, $F_1(q^2)$ ve $|F_2(q^2)|$ fit fonksiyonları ve toplam kuralları tahminleri arasında oldukça güzel bir uyum olduğu Şekil (3.10)'da gösterilmiştir.



Şekil 3.10. $G_1(q^2)$ yapı faktörleri (üstteki mavi daireler) ve $|G_2(q^2)|$ (alttaki kırmızı kareler) yapı faktörleri için öngörüler. Çizgiler sırasıyla, $F_1(q^2)$ ve $|F_2(q^2)|$ fit fonksiyonlarıdır.

Tablo 3.3. $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \bar{l}_1$ geçişi için yapı faktörlerin fit fonksiyonunda bulunan parametre değerleri

$F_i(q^2)$	F_0^i	c_1^i	c_2^i
$F_1(q^2)$	2,13	3,28	-4,33
$F_2(q^2)$	-0,72	6,26	-17,13
$F_3(q^2)$	334,57	3,31	-5,71
$F_4(q^2)$	-1,33	3,36	0,35

$T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \bar{l}_1$ yarı-leptonik bozunumuna ait diferansiyel bozunma genişliği $G_i(q^2)$ zayıf yapı faktörleri cinsinden aşağıdaki ifade ile tanımlanır [118].

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dq^2} &= \frac{G_F^2 |V_{bc}|^2}{3 \cdot 2^9 \pi^3 m^3} \left(\frac{q^2 - m_l^2}{q^2} \right)^2 \lambda(m^2, \tilde{m}^2, q^2) \\ &\times \left[\sum_{i=1}^{i=4} G_i^2(q^2) A_i(q^2) + G_1(q^2) A_{12}(q^2) \right. \\ &\left. + G_1(q^2) G_3(q^2) A_{13}(q^2) + G_2(q^2) G_3(q^2) A_{23}(q^2) \right] \end{aligned} \quad (3.53)$$

Burada $\lambda(m^2, \tilde{m}^2, q^2)$ 'nin açık ifadesi Denklem (2.31)' de tanımlanmıştır. $d\Gamma / dq^2$ bozunma oranı, ayrıca [118]' de bulunan $A_i(q^2)$ ve $A_{ij}(q^2)$ fonksiyonlarına da bağlıdır.

Grekli matematiksel işlemler yapıldıktan sonra yarı-leptonik bozunumların kısmi genişlikleri;

$$\Gamma(T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 e^- \bar{\nu}_e) = (2,02 \pm 0,39) \times 10^{-9} \text{ MeV},$$

$$\Gamma(T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu) = (1,96 \pm 0,37) \times 10^{-9} \text{ MeV},$$

$$\Gamma(T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau) = (1,03 \pm 0,19) \times 10^{-10} \text{ MeV} \quad (3.54)$$

şeklinde elde edilmiştir. Yarı-leptonik kanalların kısmi genişlikleri için elde edilen bu sonuçlar, T_{bb}^- egzotik mezonunun toplam genişliği ve ortalama ömrü tahminlerini geliştirmek için kullanılabilir.

3.3.3. $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 M$ leptonik olmayan geçişlerin incelenmesi

T_{bb}^- 'nin baskın leptonik olmayan bozunumları, $b \rightarrow W^- c$ alt süreci tarafından tetiklenirken, $b \rightarrow W^- u$ geçişi, önceki bölümde açıklandığı gibi, temel olanlara göre bastırılan bozunmalara yol açar. Bu nedenle, bu bölümde T_{bb}^- dörtkuarkının $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 M$ leptonik olmayan bozunmaları ele alınacaktır. Bu süreçlerde M , π^- , K^- , D^- ve D_s^- psedoskaler mezonlardan birisidir. Bozunumun son durumunda, W^- 'nin $d\bar{u}$, $s\bar{u}$, $d\bar{c}$ veya $s\bar{c}$ kuark-antikuark çiftlerine bozunmasından dolayı ortaya çıkarlar. π^- , K^- , D^- ve D_s^- mezonlarının kütleleri ve bozunma sabitleri Tablo 4.2' de verilmiştir. T_{bb}^- 'nin kütlelerinin tüm bu mezonlar için $m > \tilde{m} + m_M$ şartına uyduğundan dolayı bu bozunumlara kinematik olarak izin verilir.

$T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 M$ leptonik olmayan bozunumları incelemek için, KRD çarpanlarına ayırma yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yöntem, sıradan mezonların leptonik olmayan bozunumlarını incelemek için kullanılır [123, 124]; ancak dörtkuarkların zayıf bozunumlarını araştırmak için de uygulanabilir [99, 101, 110].

Burada, $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \pi^-$ bozunumu detaylı bir biçimde ele alınacak ve diğer kanallar benzer şekilde yapılacağı için nümerik sonuçlar verilecektir. Kuark seviyesinde, bu bozunum için efektif Hamiltonyen Denklem (2.34)' de verilmiştir.

$T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \pi^-$ bozunumunun genliği aşağıdaki ifade ile belirlenir.

$$A = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{bc} V_{ud}^* a_1(\mu) \langle \pi^-(q) | (\bar{d}_i u_i)_{V-A} | 0 \rangle \times \langle \tilde{T}_{bc}^0(p') | (\bar{c}_j b_j)_{V-A} | T_{bb}^-(p) \rangle \quad (3.55)$$

$\langle \tilde{T}_{bc}^0(p') | (\bar{c}_j b_j)_{V-A} | T_{bb}^-(p) \rangle$ matris elemanı, zayıf form faktörleri cinsinden Denklem (3.44)' te verilmiştir. Pionun matris elemanı ise Denklem (2.29)' da tanımlanmıştır.

Denklem (3.55)' te matris elemanları yerine yazılarak leptonik olmayan zayıf bozunumun genliği,

$$A = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi V_{bc} V_{ud}^* a_1(\mu) \left\{ Pq \left[G_1(q^2) \epsilon \cdot \epsilon' - \frac{G_3(q^2)}{2m^2} q \cdot \epsilon q \cdot \epsilon' \right] + G_4(q^2) \epsilon_{\alpha\mu\rho\nu} \epsilon^\mu \epsilon'^\rho P^\nu q^\alpha \right\} \quad (3.56)$$

bulunur. Bu sürecin bozunma genişliği aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Gamma(T_{b:\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 \pi^-) = \frac{|A|^2}{48\pi m^3} \lambda(m^2, \tilde{m}_Z^2, q^2), \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} |A|^2 = & \frac{G_F^2}{2} f_\pi^2 |V_{bc}|^2 |V_{ud}|^2 a_1^2(\mu) \left\{ G_1^2(q^2) (m^2 - \tilde{m}^2)^2 \right. \\ & \times \left[\frac{m^4 + (\tilde{m}^2 - q^2)^2 - 2m^2(5\tilde{m}^2 - q^2)}{4m^2 \tilde{m}^2} \right] \\ & + G_3^2(q^2) \frac{(m^2 - \tilde{m}^2)^2}{64m^6 \tilde{m}^2} \left[m^4 + (\tilde{m}^2 - q^2)^2 - 2m^2(\tilde{m}^2 + q^2) \right]^2 \\ & + 2G_4^2(q^2) \left[m^4 + (\tilde{m}^2 - q^2)^2 - 2m^2(\tilde{m}^2 + q^2) \right] \\ & + G_1(q^2) G_3(q^2) \frac{(\tilde{m}^2 - q^2)^2}{8m^4 \tilde{m}^2} \left[m^6 + (\tilde{m}^2 - q^2)^3 \right. \\ & \left. \left. - m^4(\tilde{m}^2 + 3q^2) - m^2(\tilde{m}^4 + 2\tilde{m}^2 q^2 - 3q^4) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.58)$$

Denklem (3.57) ve Denklem (3.58)' de $G_i(q^2)$ zayıf form faktörleri ve $\lambda(m^2, \tilde{m}_Z^2, q^2)$, $q^2 = m_\pi^2$ ' de hesaplanır. Benzer analiz $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 K^- (D^-, D_s^-)$ bozunma modları için de yapılabilir. Bu kanalların kısmi genişliği; K^-, D^- ve D_s^- mezonlarının kütleleri ve bozunma sabitleri, yukarıdaki denklemlerde (m_π, f_π) ile değiştirilerek ve sırasıyla $|V_{ud}| \rightarrow |V_{us}|, |V_{cd}|$ ve $|V_{cs}|$ uygulanarak, ve G_i yapı faktörleri ve λ , $q^2 = m_M^2$ ' de belirlenerek bulunabilir. Sayısal hesaplamalar için gerekli girdi parametreleri Tablo 2.3' de verilmiştir. Bu tablo, son durum mezonlarının kütlelerini ve bozunma sabitlerini ve ilgili CKM matris elemanlarını da içerir. KRD düzeltmelerinin sonucunda Wilson katsayıları $c_1(m_b)$ ve $c_2(m_b)$; Denklem (2.42)' de verilmiştir.

Gerekli matematiksel işlemler yapıldıktan sonra, $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \pi^-$ bozunumun bozunma genişliği,

$$\Gamma(T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \pi^-) = (5,84 \pm 1,11) \times 10^{-10} \text{ MeV} \quad (3.59)$$

şeklinde elde edilmiştir.

T_{bb}^- dörtkuarkının diğer leptonik olmayan bozunumları için bozunma genişlikleri;

$$\Gamma(T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 K^-) = (6,43 \pm 1,32) \times 10^{-11} \text{ MeV},$$

$$\Gamma(T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 D^-) = (3,01 \pm 0,64) \times 10^{-11} \text{ MeV},$$

$$\Gamma(T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 D_s^-) = (7,80 \pm 1,54) \times 10^{-10} \text{ MeV}. \quad (3.60)$$

Önceki iki bölümün sonuçları, T_{bb}^- dörtkuarkının toplam bozunma genişliği ve ortalama ömrü için tahminleri geliştirmemize olanak sağlar. Bu parçacığın $T_{bb}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \bar{l} \nu_1$ yarı-leptonik bozunumları Bölüm 3.1.2’ de hesaplanmıştır. Bu bozunumun bozunma genişliği ve $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \bar{l} \nu_1$ yarı-leptonik ve $T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 M$ leptonik olmayan bozunma genişliklerini kullanarak, T_{bb}^- ’ nin toplam bozunma genişliği,

$$\tilde{\Gamma} = (7,72 \pm 1,23) \times 10^{-8} \text{ MeV} \quad (3.61)$$

ve ortalama ömrü,

$$\tilde{\tau} = 8,53_{-1,18}^{+1,57} \text{ fs} \quad (3.62)$$

şeklinde elde edilir.

$T_{bb}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \bar{l} \nu_1$ yarı-leptonik bozunumu için elde edilen toplam bozunma bozunma genişliği ve ortalama ömrü sonuçları,

$$\Gamma = (7,17 \pm 1,23) \times 10^{-8} \text{ MeV}$$

$$\tau = 9,18_{-1,34}^{+1,90} \text{ fs}. \quad (3.63)$$

Toplam bozunma genişlikleri kıyaslandığı $\Delta = \tilde{\Gamma} - \Gamma = 0,55 \times 10^{-8} \text{ MeV}$; Γ ’ nin % 8’ ine eşittir. Başka bir deyişle, mevcut çalışmada ele alınan yedi yeni bozunma modu, Γ toplam genişliğin yaklaşık % 8’ lik bir bölümünü oluşturur. T_{bb}^- ’ nin farklı zayıf

bozunma modlarının BR dallanma oranları, ihmal edilebilir olan iki leptonik olmayan bozunma hariç, Tablo 3.4' de verilmiştir.

Tablo 3.4. T_{bb}^- dörtkuarkının baskın zayıf bozunma modları ve dallanma oranları

Kanallar	Dallanma Oranı (BR)(%)
$T_{bb}^- \rightarrow Z_{bc}^0 e \bar{\nu}_e$	34,3
$T_{bb}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \mu \bar{\nu}_\mu$	34,2
$T_{bb}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \tau \bar{\nu}_\tau$	24,4
$T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 e^- \bar{\nu}_e$	2,6
$T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu$	2,5
$T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau$	0,13
$T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 \pi^-$	0,76
$T_{bb}^- \rightarrow \tilde{T}_{bc}^0 D_s^-$	1,01

Şimdiye kadar deneysel işbirlikleri, dörtkuarkların zayıf bozunumlarını keşfedememiştir. Ancak, LHC gibi bazı aktif deneyler, T_{bb}^- dörtkuarklarının zayıf bozunma kanallarını gözlemlemek için belirli bir potansiyele sahiptir [92]: araştırmacılar, LHC Runs 1-4'te $O(10^8)$ olay sayısının beklenebileceğini ve böyle bir potansiyelin Tera-Z fabrikasında olabileceğini belirtmiştir [91]. T_{bb}^- dörtkuarkının parametreleri için elde edilen tahminler bu süreçlerin analizi için faydalı olabilir [130].

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tezde, standart hadronlar olarak adlandırdığımız mezon ve baryonlardan farklı iç kuark yapılarına sahip skaler ve aksiyel-vektör dikuark bb ve hafif antidikuarktan oluşan $T_{bb;\bar{u}s}^-$ ve $T_{bb;\bar{u}d}^-$ dörtkuarkları (tetrakuarkları) ele alınmıştır. Bu farklı yapılara sahip egzotik parçacıkların var olabileceği 1970' lerde teorik fizikçiler tarafından öne sürülmesine rağmen, bu yapılardan son 15 yılda deneylerin kaydettiği önemli gelişimlerle birlikte ancak gözlemlenmiştir. Bu yapılar, genel olarak dörtkuarklı XYZ parçacıkları, mezonlardan oluşan moleküller, beşkuarklar, hibritler gibi egzotikler olarak bilinmektedir. Deneysel açıdan, bu parçacıklarla ilgili devrim denilebilecek iki önemli gelişme yaşanmıştır. İlki 2003' te Belle deneyi tarafından bulunan $X(3872)$ yapısı dörtkuark adayı olup, diğeri ise 2015 yılında LHCb tarafından keşfedilmiş $P_c(4380)$ ve $P_c(4450)$ beşkuarklı yapılar olmuştur.

Tezde, ağır bb veya bc ve hafif dikuarklardan oluşan skaler ve aksiyel-vektör dörtkuarklı $T_{bb;\bar{u}s}^-$, $T_{bb;\bar{u}d}^-$, $Z_{bc;\bar{u}s}^0$ ve $Z_{bc;\bar{u}d}^0$ yapıları ele alınmıştır. İlk olarak bu yapıların kütle ve kuplaj sabitleri gibi spektroskopik parametreleri iki nokta KRD toplam kuralları kullanılarak hesaplanmıştır. Elde edilen kütle değerlerine göre skaler ve aksiyel-vektör $T_{bb;\bar{u}s}^-$ ve $T_{bb;\bar{u}d}^-$ parçacıklarının güçlü ve elektromanyetik bozunmaya karşı kararlı oldukları görülmüştür. Bu sebeple bu tür parçacıklar için zayıf bozunum kanalları baskın kanallardır ve bu zayıf bozunumların incelenmesi bu parçacıkların iç yapılarını ve doğalarını anlamamız açısından çok önemlidir. Bundan dolayı bu egzotik yapıların yarı-leptonik ve leptonik olmayan zayıf bozunumları üç nokta KRD toplam kuralları yöntemiyle incelenmiştir. Zayıf bozunumlara ait bozunma genişliğinin elde edilebilmesi için bu bozunumları temsil eden yapı faktörlerine ihtiyaç vardır. Bu sebeple ilk önce bu yapı faktörlerinin momentuma bağlı fonksiyonları elde edilmiştir. Yapı faktörleri için elde edilen fonksiyonlar kullanılarak diferansiyel bozunma genişliği ifadesinin momentumun karesi üzerinden integrali alınarak bozunumlar için toplam bozunma genişliği elde edilmiştir.

Elde edilen toplam bozunma genişlikleri kullanılarak bu dörtkuarklı yapıların ortalama ömrü hesaplanmıştır. Tez kapsamında yapılan tüm çalışmaların nümerik sonuçları toplu olarak Tablo 4.1 ve Tablo 4.2’ de verilmiştir. Elde edilen sonuçlar Bölüm 2 ve Bölüm 3’ de ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Tablo 4.1. Skaler ve aksiyel-vektör dörtkuarklar için elde edilen spektroskopik parametrelerin nümerik değerleri

Dörtkuark (J^P)	Kütle (MeV)	Kuplaj Sabiti (GeV^4)
$T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-(0^+)$	10250 ± 270	$(2,69 \pm 0,58) \times 10^{-2}$
$Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0(0^+)$	6830 ± 160	$(7,1 \pm 1,8) \times 10^{-3}$
$T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-(0^+)$	10135 ± 240	$(2,26 \pm 0,57) \times 10^{-2}$
$\tilde{Z}_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0(0^+)$	6730 ± 150	$(6,2 \pm 1,4) \times 10^{-3}$
$T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-(1^+)$	10035 ± 260	$(1,38 \pm 0,27) \times 10^{-2}$
$Z_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0(0^+)$	6660 ± 150	$(0,51 \pm 0,16) \times 10^{-2}$
$T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-(1^+)$	10215 ± 250	$(2,26 \pm 0,57) \times 10^{-2}$
$Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0(0^+)$	6770 ± 150	$(6,3 \pm 1,3) \times 10^{-3}$
$T_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0(1^+)$	7050 ± 125	$(8,3 \pm 1,3) \times 10^{-3}$

Tablo 4.2. Skaler ve aksiyel-vektör dörtkuarkların yarı-leptonik ve leptonik olmayan bozunumlarına ait bozunma genişliklerinin nümerik değerleri

Kanal	Bozunma Genişliği (Γ)
$T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 e^- \bar{\nu}_e$	$(6,16 \pm 1,74) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu$	$(6,15 \pm 1,74) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(2,85 \pm 0,81) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 \pi^-$	$(6,67 \pm 1,99) \times 10^{-13}$ MeV
$T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 K^-$	$(5,33 \pm 1,47) \times 10^{-14}$ MeV
$T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 D^-$	$(1,13 \pm 0,31) \times 10^{-13}$ MeV
$T_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bc}^0 D_s^-$	$(3,88 \pm 1,01) \times 10^{-12}$ MeV
$T_{b;\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 e^- \bar{\nu}_e$	$(4,45 \pm 1,28) \times 10^{-10}$ MeV

Tablo 4.2. (Devam) Skaler ve aksiyel-vektör dörtkuarkların yarı-leptonik ve leptonik olmayan bozunumlarına ait bozunma genişliklerinin nümerik değerleri

Kanal	Bozunma Genişliği (Γ)
$T_{b:\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu$	$(4,44 \pm 1,26) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(1,99 \pm 0,56) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 \pi^-$	$(5,13 \pm 1,42) \times 10^{-13}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 K^-$	$(3,93 \pm 1,12) \times 10^{-14}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 D^-$	$(8,49 \pm 2,41) \times 10^{-14}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^- \rightarrow \tilde{Z}_{bc}^0 D_s^-$	$(2,92 \pm 0,82) \times 10^{-12}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^{AV} \rightarrow Z_{bc}^0 e^- \bar{\nu}_e$	$(2,65 \pm 0,78) \times 10^{-8}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^{AV} \rightarrow Z_{bc}^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu$	$(2,64 \pm 0,78) \times 10^{-8}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^{AV} \rightarrow Z_{bc}^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(1,88 \pm 0,55) \times 10^{-8}$ MeV
$T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{bc}^0 e^- \bar{\nu}_e$	$(5,34 \pm 1,43) \times 10^{-8}$ MeV
$T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{bc}^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu$	$(5,32 \pm 1,41) \times 10^{-8}$ MeV
$T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{bc}^0 \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(2,15 \pm 0,54) \times 10^{-8}$ MeV
$T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{bc}^0 \rho^-$	$(3,47 \pm 0,92) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{bc}^0 K^*(892)$	$(1,47 \pm 0,37) \times 10^{-11}$ MeV
$T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{bc}^0 D^*(2010)^-$	$(1,54 \pm 0,39) \times 10^{-11}$ MeV
$T_{b:\bar{s}}^{AV} \rightarrow Z_{bc}^0 D_s^{*-}$	$(4,97 \pm 1,32) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^{AV} \rightarrow \tilde{T}_{bc}^{AV} e^- \bar{\nu}_e$	$(2,02 \pm 0,39) \times 10^{-9}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^{AV} \rightarrow \tilde{T}_{bc}^{AV} \mu^- \bar{\nu}_\mu$	$(1,96 \pm 0,37) \times 10^{-9}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^{AV} \rightarrow \tilde{T}_{bc}^{AV} \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$(1,03 \pm 0,19) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^{AV} \rightarrow \tilde{T}_{bc}^{AV} \pi^-$	$(5,84 \pm 1,11) \times 10^{-10}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^{AV} \rightarrow \tilde{T}_{bc}^{AV} K^-$	$(6,43 \pm 1,32) \times 10^{-11}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^{AV} \rightarrow \tilde{T}_{bc}^{AV} D^-$	$(3,01 \pm 0,64) \times 10^{-11}$ MeV
$T_{b:\bar{d}}^{AV} \rightarrow \tilde{T}_{bc}^{AV} D_s^-$	$(7,80 \pm 1,54) \times 10^{-10}$ MeV

Tez kapsamında yapılan bu çalışmalar teorik literatüre katkı sağlamanın yanı sıra ileride yapılacak deneylere ışık tutacak olması bakımından oldukça önemlidir. Ayrıca, son zamanlarda, hadronların zayıf bozunum kanalları için elde edilen deney sonuçları ile standart model öngörülleri örtüşmemekte ve bu tutarsızlık ile ilgili yeni fizik etkisi olabileceğine dair öngörüler bulunmaktadır. Bu nedenle egzotik hadronların zayıf bozunumları için elde ettiğimiz sonuçlarımız yeni fizik arayışları için de yön gösterici olacaktır.

Ayrıca yapılan çalışmalar evrenin dört-temel etkileşimlerinden birisi olan KRD' nin pertürbatif ve pertürbatif olmayan yönleri hakkında bilgi içermektedir. Bu nedenle, elde edilen sonuçlar deney öngörülleri ile birleştiginde evren hakkında bilgimizin artmasına da yardımcı olacaktır.



KAYNAKLAR

- [1] Jaffe R. L., Multiquark hadrons. I. Phenomenology of Q^2Q^{-2} mesons, *Phys. Rev. D*, 1977, **15**, 267.
- [2] Kim H., Kim K. S., Cheoun M. K., Oka M., Tetraquark Mixing Framework for Isoscalar Resonances in Light Mesons, *Phys. Rev. D*, 2018, **97**, 094005.
- [3] Agaev S. S., Azizi K., Sundu H., The Structure, Mixing Angle, Mass and Couplings of The Light Scalar $f_0(500)$ and $f_0(980)$ Mesons, *Phys. Lett. B*, 2018, **781**, 279.
- [4] Agaev S. S., Azizi K., Sundu H., The Strong Decays of The Light Scalar Mesons $f_0(500)$ and $f_0(980)$, *Phys. Lett. B*, 2018, **784**, 266.
- [5] Agaev S. S., Azizi K., Sundu H., The Nonet of The Scalar Tetraquarks: The Mesons $a_0(980)$ and $K_0^*(800)$, *Phys. Lett. B*, 2019, **789**, 405.
- [6] Jaffe R. L., Perhaps a Stable Dihyperon, *Phys. Rev. Lett.*, 1977, **38**, 195, *Phys. Rev. Lett.*, 1977, **38**, 617 (Erratum).
- [7] Farrar G. R., Zaharijas G., Nuclear and Nucleon Transitions of The H Dibaryon, *Phys. Rev. D*, 2004, **70**, 014008.
- [8] Farrar G. R., 6-Quark Dark Matter, *PoS ICRC*, 2018, **2017**, 929.
- [9] Farrar G. R., A Precision Test of The Nature of Dark Matter And A Probe of The QCD Phase Transition, <http://arxiv.org/abs/hep-ph/1805.03723>, (Ziyaret tarihi: 15 Eylül 2020).
- [10] Azizi K., Agaev S. S., Sundu H., The Scalar Hexaquark uuddss: A Candidate to Dark Matter, *J. Phys. G*, 2020, **47**, 095001.
- [11] Ader J.P., Richard J. M., Taxil P., Do Narrow Heavy Multiquark States Exist?, *Phys. Rev. D*, 1982, **25**, 2370.
- [12] Lipkin H. J., A Model-Independent Approach to Multiquark Bound States, *Phys. Lett. B*, 1986, **172**, 242.
- [13] Zouzou S., Silvestre-Brac B., Gignoux C., Richard J. M., Four Quark Bound States, *Z. Phys. C*, 1986, **30**, 457.
- [14] Carlson J., Heller L., Tjon J. A., Stability of Dimesons, *Phys. Rev. D*, 1988, **37**, 744.

- [15] Manohar A. V., Wise M. B., Exotic $QQ\bar{Q}\bar{Q}$ State In QCD, *Nucl. Phys. B*, 1993, **399**, 17.
- [16] Balitsky I. I., Diakonov D., Yung A. V., Exotic Mesons With $J^{PC} = 1^{-+}$ From QCD Sum Rules, *Phys. Lett. B*, 1982, **112**, 71.
- [17] Govaerts J., Reinders L. J., Rubinstein H. R., Weyers J., Hybrid Quarkonia From QCD Sum Rules, *Nucl. Phys. B*, 1985, **258**, 215.
- [18] Govaerts J., Reinders L. J., Weyers J., Radial Excitations And Exotic Mesons Via QCD Sum-Rules, *Nucl. Phys. B*, 1985, **262**, 575.
- [19] Balitsky I.I., Diakonov D., Yung A. V., Exotic Mesons With $J^{PC} = 1^{-+}$, Strange And Non-Strange , *Phys. C*, 1986, **33**, 265.
- [20] Braun V. M., Kolesnichenko A. V., Exotic Scalar $J^{PC} = 0^{+-}$ Meson From QCD Sum Rules , *Phys. Lett. B*, 1986, **175**, 485.
- [21] Braun V. M., Shabelski Y. M., Exotic 4-Quark ubarubarsd Mesons And QCD Sum-Rules , *Sov. J. Nucl. Phys.*, 1989, **50**, 306.
- [22] Choi S. K. et al. (Belle Collaboration), Observation of a Narrow Charmoniumlike State In Exclusive $B^{\pm} \rightarrow K^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp}J/\psi$ Decays, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**, 262001.
- [23] Abazov V. M. et al. (D0 Collaboration), Observation And Properties of The X(3872) Decaying to $J/\psi\pi^+\pi^-$ in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1,96$ TeV , *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**, 162002.
- [24] Acosta D. et al. (CDF Collaboration), Observation of The Narrow State X(3872) $\rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1,96$ TeV , *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**, 072001.
- [25] Aubert B. et al. (BaBar Collaboration), Study of The $B^- \rightarrow J/\psi K^- \pi^+ \pi^-$ Decay and Measurement of The $B^- \rightarrow X(3872)K^-$ Branching Fraction , *Phys. Rev. D*, 2005, **71**, 071103.
- [26] Choi S. K. et al. (Belle Collaboration), Observation of A Resonance-Like Structure in the $\pi^{\pm}\psi'$ Mass Distribution in Exclusive $B \rightarrow K\pi^{\pm}\psi'$ Decays, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **100**, 142001.
- [27] Mizuk R. et al. (Belle Collaboration), Dalitz Analysis of $B \rightarrow K\pi^+\psi'$ Decays the $Z(4430)^+$, *Phys. Rev. D*, 2009, **80**, 031104.
- [28] Chilikin K. et al. (Belle Collaboration), Experimental Constraints on the Spin and Parity of the $Z(4430)^+$, *Phys. Rev. D*, 2013, **88**, 074026.

- [29] Chilikin K. et al. (Belle Collaboration), Observation of a New Charged Charmoniumlike State In $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^- \pi^+$ Decays, *Phys. Rev. D*, 2014, **90**, 112009.
- [30] Aaij R. et al. (LHCb Collaboration), Observation of the Resonant Character of the $Z(4430)^-$ State, *Phys. Rev. Lett.*, 2014, **112**, 222002.
- [31] Aaij R. et al. (LHCb Collaboration), Model-Independent Confirmation of the $Z(4430)^-$ State, *Phys. Rev. D*, 2015, **92**, 112009.
- [32] Agaev S. S., Azizi K., Sundu H., The Structure, Mixing Angle, Mass and Couplings of The Light Scalar $f_0(500)$ and $f_0(980)$ Mesons, *Phys. Lett. B*, 2018, **781**, 279.
- [32] Ablikim M. et al. (BESIII Collaboration), Observation of a Charged Charmoniumlike Structure In $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4.26$ GeV, *Phys. Rev. Lett.*, 2013, **110**, 252001.
- [33] Liu Z. Q. et al. (Belle Collaboration), Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ and Observation of a Charged Charmoniumlike State at Belle, *Phys. Rev. Lett.*, 2013, **110**, 252002.
- [34] Xiao T., Dobbs S., Tomaradze A., Seth K. K., Observation of the Charged Hadron $Z_c^\pm(3900)$ and Evidence for the Neutral $Z_c^0(3900)$ in $e^+e^- \rightarrow \pi\pi J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4170$ MeV, *Phys. Lett. B*, 2013, **727**, 366.
- [35] Ablikim M. et al. (BESIII Collaboration), Observation of $Z_c(3900)^0$ in $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0J/\psi$, *Phys. Rev. Lett.*, 2015, **115**, 112003.
- [36] Abazov V. M. et al. (D0 Collaboration), Evidence for a $B_s^0\pi^\pm$ State, *Phys. Rev. Lett.*, 2016, **117**, 022003.
- [37] Aaij R. et al. (LHCb Collaboration), Search for Structure in the $B_s^0\pi^\pm$ Invariant Mass Spectrum, *Phys. Rev. Lett.*, 2016, **117**, 152003.
- [38] Aaij R. et al. (LHCb Collaboration), Observation of $J/\psi\phi$ Structures Consistent with Exotic States from Amplitude Analysis of $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$ Decays, *Phys. Rev. Lett.*, 2017, **118**, 022003.
- [39] Aaij R. et al. (LHCb Collaboration), Amplitude Analysis $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$ Decays, *Phys. Rev. D*, 2017, **95**, 012002.
- [40] Aaltonen T. et al. (CDF Collaboration), Evidence for a Narrow Near-Threshold Structure in the $J/\psi\phi$ Mass Spectrum in $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$ Decays, *Phys. Rev. Lett.*, 2009, **102**, 242002.

- [41] Chatrchyan S. et al. (CMS Collaboration), Observation of a Peaking Structure in the $J/\psi\phi$ Mass Spectrum from $B^\pm \rightarrow J/\psi\phi K^\pm$ Decays, *Phys. Lett. B*, 2014, **734**, 261.
- [42] Abazov V. M. et al. (D0 Collaboration), Search for the X(4140) State in $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$ Decays D0 Detector, *Phys. Rev. D*, 2014, **89**, 012004.
- [43] Wang X. L. et al. (Belle Collaboration), Observation of Two Resonant Structures in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\psi(2S)$ via Initial-State Radiation at Belle, *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **99**, 142002.
- [44] Wang X. L. et al. (Belle Collaboration), Measurement of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\psi(2S)$ via Initial State Radiation at Belle, *Phys. Rev. D*, 2015, **91**, 112007.
- [45] Pakhlova G. et al. (Belle Collaboration), Observation of a Near-Threshold Enhancement in the $e^+e^- \rightarrow \Lambda_c^+\Lambda_c^-$ Cross Section Using Initial-State Radiation, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **101**, 172001.
- [46] Lees J. P. et al. (BaBar Collaboration), Study of the Reaction $e^+e^- \rightarrow \psi(2S)\pi^+\pi^-$ via Initial-State Radiation at BaBar, *Phys. Rev. D*, 2014, **89**, 111103.
- [47] Aaij R. et al. (LHCb Collaboration), Evidence for an $\eta_c(1S)\pi^-$ Resonance in $B^0 \rightarrow \eta_c(1S)K^+\pi^-$ Decays, *Eur. Phys. J. C*, 2018, **78**, 1019.
- [48] Agaev S. S., Azizi K., Sundu H., Four-quark exotic mesons, *Turk. J. Phys.*, 2020, **44**, 95-173.
- [49] Veliev E. V., Günaydin S., Sundu H., Thermal properties of the exotic X(3872) state via QCD sum rule, *Eur. Phys. J. Plus*, 2018, **133**, 139.
- [50] Süngü J. Y., Türkan A., Dağ H., Veliev E. V., Hidden-Beauty Broad Resonance $Y_b(10890)$ in Thermal QCD, *Adv. High Energy Phys.*, 2019, **2019**, 8091865.
- [51] Süngü J. Y., Türkan A., Dağ H., Veliev E. V., Mass and pole residue of $Y_b(10890)$ state with $J^{PC} = 1^{--}$ at finite temperature, *AIP Conf. Proc.*, 2019, **2075**, 080012.
- [52] Süngü J. Y., Türkan A., Veliev E. V., In the Pursuit of X(5568) and its Charmed Partner, *Acta Phys. Polon. B*, 2019, **50**, 1501.
- [53] Türkan A., Süngü J. Y., Veliev E. V., Modification on the Properties of $D_{s0}^*(2317)$ as Four-quark State in Thermal Medium, <http://arxiv.org/abs/hep-ph/2011.02416>, (Ziyaret tarihi: 17 Kasım 2020).

- [54] Azizi K., Er N., X(3872): propagating in a dense medium, *Nucl. Phys. B*, 2018, **936**, 151-168.
- [55] Azizi K., Er N., Properties of $Z_c(3900)$ tetraquark in a cold nuclear matter, *Phys. Rev. D*, 2020, **101**, 074037.
- [56] Azizi K., Er N., Modifications on parameters of Z(4430) in a dense medium, <http://arxiv.org/abs/hep-ph/2006.14399>, (Ziyaret tarihi: 17 Kasım 2020).
- [57] Özdem U., Azizi K., , Magnetic and quadrupole moments of the $Z_c(3900)$, *Phys. Rev. D*, 2017, **96**, 074030.
- [58] Özdem U., Azizi K., Magnetic dipole moment of $Z_b(10610)$ in light-cone QCD, *Phys. Rev. D*, 2018, **97**, 014010.
- [59] Azizi K., Özdem U., The electromagnetic multipole moments of the possible charm-strange pentaquarks in light-cone QCD, *Eur. Phys. J. C*, 2018, **78**, 698.
- [60] Azizi K., Özdem U., The electromagnetic multipole moments of the charged open-flavor Z_{cq} states, *J. Phys. G*, 2018, **45**, 055003.
- [61] Özdem U., Azizi K., Electromagnetic multipole moments of the $P_c^+(4380)$ pentaquark in light-cone QCD, *Eur. Phys. J. C*, 2018, **78**, 379.
- [62] Shifman M. A., Vainstein A. I., Zakharov V. I., QCD and resonance physics theoretical foundations, *Nucl. Phys. B*, 1979, **147**, 385-447.
- [63] Matsui T., Satz H., J-Psi-Suppression by Quark Gluon Plasma Formation, *Phys. Lett. B*, 1986, **178**, 416.
- [64] Reinders L. J., Rubinstein H., Yazaki S., Hadron Properties from QCD Sum-Rules, *Phys. Rep.*, 1985, **127**, 1.
- [65] Colangelo P., Khodjamirian A., At the Frontier of Particle Physics/Handbook of QCD, *World Scientific*, Singapore, Singapore, 30 April 2001.
- [66] T. M. Aliev, Shifman M. A. , Old Tensor Mesons in {QCD} Sum Rules, *Phys.Lett. B*, 1982, **112**, 401-405.
- [67] T. M. Aliev, Shifman M. A. , QCD Sum Rules And Tensor Mesons, *Sov.J.Nucl.Phys.* 1982, **36**, 891, *Yad.Fiz.*, 1982, **36**, 1532-1542.
- [68] Chen H. X., Chen W., Liu X., Zhu S. L., The Hidden-Charm Pentaquark and Tetraquark States, *Phys. Rep.*, 2016, **639**, 1.
- [69] Chen H. X., Chen W., Liu X., Liu Y. R., Zhu S. L., A Review of The Open Charm and Open Bottom Systems, *Rep. Prog. Phys.*, 2017, **80**, 076201.
- [70] Esposito A., Pilloni A., Polosa A. D., Multiquark Resonances, *Phys. Rep.*, 2017, **668**, 1.

- [71] Olsen S. L., Skwarnicki T., Zieminska D., Nonstandard Heavy Mesons and Baryons: Experimental Evidence, *Rev. Mod. Phys.*, 2018, **90**, 015003.
- [72] Brambilla N., Eidelman S., Hanhart C., Nefediev A., Shen C. P., Thomas C. E., Vairo A., Yuan C. Z., The XYZ States: Experimental and Theoretical Status and Perspectives, *Phys. Rep.*, 2020, **873**, 1.
- [73] Pepin S., Stancu F., Genovese M., Richard J. M., Tetraquarks with Colour-Blind Forces in Chiral Quark Models, *Phys. Lett. B*, 1997, **393**, 119.
- [74] Janc D., Rosina M., The $T_{cc}=DD^*$ Molecular State, *Few Body Syst.*, 2004, **35**, 175.
- [75] Cui Y., Chen X. L., Deng W. Z., Zhu S. L., Possible Heavy Tetraquarks $qQ\bar{q}\bar{Q}$, $qq\bar{Q}\bar{Q}$ and $qQQ\bar{Q}$, *HEPNP*, 2007, **31**, 7.
- [76] Vijande J., Valcarce A., Tsushima K., Dynamical Study of $QQ\bar{u}\bar{d}$ Mesons, *Phys. Rev. D*, 2006, **74**, 054018.
- [77] Ebert D., Faustov R. N., Galkin V. O., Lucha W., Masses of Tetraquarks with two Heavy Quarks in the Relativistic Quark Model, *Phys. Rev. D*, 2007, **76**, 114015.
- [78] Navarra F. S., Nielsen M., Lee S. H., QCD Sum Rules Study of $QQ\bar{u}\bar{d}$ Mesons, *Phys. Lett. B*, 2007, **649**, 166.
- [79] Dias J. M., Narison S., Navarra F. S., Nielsen M., Richard J. M., Relation Between $T_{cc,bb}$ and $X_{c,b}$ from QCD, *Phys. Lett. B*, 2011, **703**, 274.
- [80] Du M. L., Chen W., Chen X. L., Zhu S. L., Exotic $QQ\bar{q}\bar{q}$, $QQ\bar{q}\bar{s}$ and $QQ\bar{s}\bar{s}$ States, *Phys. Rev. D*, 2013, **87**, 014003.
- [81] Schaffner-Bielich J., Vischer A. P., Charmlets, *Phys. Rev. D*, 1998, **57**, 4142.
- [82] Del Fabbro A., Janc D., Rosina M., Treleani D., Production and Detection of Doubly Charmed Tetraquarks, *Phys. Rev. D*, 2005, **71**, 014008.
- [83] Lee S. H., Yasui S., Liu W., Ko C. M., Charmed Exotics in Heavy ion Collisions, *Eur. Phys. J. C*, 2008, **54**, 259.
- [84] Hyodo T., Liu Y. R., Oka M., Sudoh K., Yasui S., Production of Doubly Charmed Tetraquarks with Exotic Color Configurations in Electron-Positron Collisions, *Phys. Lett. B*, 2013, **721**, 56.
- [85] Esposito A., Papinutto M., Pilloni A., Polosa A. D., Tantalò N., Doubly Charmed Tetraquarks in B_c and Ξ_{cc} Decays, *Phys. Rev. D*, 2013, **88**, 054029.
- [86] Aaij R. et al. (LHCb Collaboration), Observation of the Doubly Charmed Baryon Ξ_{cc}^{++} , *Phys. Rev. Lett.*, 2017, **119**, 112001.

- [87] Karliner M., Rosner J. L., Discovery of the Doubly Charmed Ξ_{cc} Baryon Implies a Stable $bb\bar{u}\bar{d}$ Tetraquark, *Phys. Rev. Lett.*, 2017, **119**, 202001.
- [88] Luo S. Q., Chen K., Liu X., Liu Y. R., Zhu S. L., Exotic Tetraquark States with the $qq\bar{Q}\bar{Q}$ Configuration, *Eur. Phys. J. C*, 2017, **77**, 709.
- [89] Eichten E. J., Quigg C., Heavy-Quark Symmetry Implies Stable Heavy Tetraquark Mesons $Q_i Q_j \bar{q}_k \bar{q}_l$, *Phys. Rev. Lett.*, 2017, **119**, 202002.
- [90] Wang Z. G., Yan Z. H., Analysis of the Scalar, Axialvector, Vector, Tensor Doubly Charmed Tetraquark States with QCD Sum Rules, *Eur. Phys. J. C*, 2018, **78**, 19.
- [91] Ali A., Parkhomenko A. Y., Qin Q., Wang W., Prospects of Discovering Stable Double-Heavy Tetraquarks at a Tera-Z Factory, *Phys. Lett. B*, 2018, **782**, 412.
- [92] Ali A., Qin Q., Wang W., Discovery Potential of Stable and Near-Threshold Doubly Heavy Tetraquarks at the LHC, *Phys. Lett. B*, 2018, **785**, 605.
- [93] Junnarkar P., Mathur N., Padmanath M., Study of Doubly Heavy Tetraquarks in Lattice QCD, *Phys. Rev. D*, 2019, **99**, 034507.
- [94] Tang L., Wan B. D., Maltman K., Qiao C. F., Doubly Heavy Tetraquarks in QCD Sum Rules, *Phys. Rev. D*, 2020, **101**, 094032.
- [95] Agaev S. S., Azizi K., Barsbay B., Sundu H., The Doubly Charmed Pseudoscalar Tetraquarks $T_{cc;\bar{s}\bar{s}}^{++}$ and $T_{cc;\bar{d}\bar{s}}^{++}$, *Nucl. Phys. B*, 2019, **939**, 130.
- [96] Agaev S. S., Azizi K., Barsbay B., Sundu H., Weak Decays of the Axial-Vector Tetraquark $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$, *Phys. Rev. D*, 2019, **99**, 033002.
- [97] Hernandez E., Vijande J., Valcarce A., Richard J. M., Spectroscopy, Lifetime and Decay Modes of the T_{bb}^- Tetraquark, *Phys. Lett. B*, 2020, **800**, 135073.
- [98] Francis A., Hudspith R. J., Lewis R., Maltman K., Evidence for Charm-Bottom Tetraquarks and the Mass Dependence of Heavy-Light Tetraquark States from Lattice QCD, *Phys. Rev. D*, 2019, **99**, 054505.
- [99] Sundu H., Agaev S. S., Azizi K., Semileptonic Decays of the Scalar Tetraquark $Z_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$, *Eur. Phys. J. C*, 2019, **79**, 753.
- [100] Agaev S. S., Azizi K., Sundu H., Double-Heavy Axial-Vector Tetraquark $T_{bc;\bar{u}\bar{d}}^0$, *Nucl. Phys. B*, 2020, **951**, 114890.
- [101] Agaev S. S., Azizi K., Sundu H., Decay Modes of the Scalar Exotic Meson $T_{bs;\bar{u}\bar{d}}^-$, *Phys. Rev. D*, 2019, **100**, 094020.

- [102] Jaffe R. L., Exotica, *Phys. Rep.*, 2005, **409**, 1.
- [103] Chen W., Steele T. G., Zhu S. L., Exotic Open-Flavor $bc\bar{q}\bar{q}$, $bc\bar{s}\bar{s}$ and $qc\bar{q}\bar{b}$, $sc\bar{s}\bar{b}$ Tetraquark States, *Phys. Rev. D*, 2014, **89**, 054037.
- [104] Tanabashi M. et al. (Particle Data Group), Review of Particle Physics, *Phys. Rev. D*, 2018, **98**, 030001.
- [105] Beneke M., Buchalla G., Neubert M., Sachrajda C. T., QCD Factorization for $B \rightarrow \pi\pi$ Decays: Strong Phases and CP Violation in the Heavy Quark Limit, *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **83**, 1914.
- [106] Beneke M., Buchalla G., Neubert M., Sachrajda C. T., QCD Factorization for Exclusive, Nonleptonic B Meson Decays: General Arguments and the Case of Heavy Light Final States, *Nucl. Phys. B*, 2000, **591**, 313.
- [107] Buras A. J., Jamin M., Lautenbacher M. E., Two-Loop Anomalous Dimension Matrix for $\Delta S = 1$ Weak Non-Leptonic Decays II: $O(\alpha_e\alpha_s)$, *Nucl. Phys. B*, 1993, **400**, 75.
- [108] Ciuchini M., Franco E., Martinelli G., Reina L., The $\Delta S = 1$ Effective Hamiltonian Including Next-to-Leading Order QCD and QED Corrections, *Nucl. Phys. B*, 1994, **415**, 403.
- [109] Buchalla G., Buras A. J., Lautenbacher M. E., Weak Decays Beyond Leading Logarithms, *Rev. Mod. Phys.*, 1996, **68**, 1125.
- [110] Agaev S. S., Azizi K., Barsbay B., Sundu H., Heavy Exotic Scalar Meson $T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$, *Phys. Rev. D*, 2020, **101**, 094026.
- [111] Agaev S. S., Azizi K., Barsbay B., Sundu H., Stable Scalar Tetraquark $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$, *Eur. Phys. J. A*, 2020, **56**, 177.
- [112] Jaffe R. L., Multi-Quark Hadrons 2. Methods, *Phys. Rev. D*, 1977, **15**, 281.
- [113] Weinstein J. D., Isgur N., Do Multi-Quark Hadrons Exist?, *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **48**, 659.
- [114] Ali A., Lange J. S., Stone S., Exotics: Heavy Pentaquarks and Tetraquarks, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 2017, **97**, 123.
- [115] Eichten E., Liu Z., Would a Deeply Bound $\bar{b}b\bar{b}\bar{b}$ Tetraquark Meson be Observed at the LHC?, <http://arxiv.org/abs/hep-ph/1709.09605>, (Ziyaret tarihi: 1 Ekim 2020).
- [116] Hughes C., Eichten E., Davies C. T. H., Searching for Beauty-Fully Bound Tetraquarks using Lattice Nonrelativistic QCD, *Phys. Rev. D*, 2018, **97**, 054505.

- [117] Esposito A., Polosa A. D., A \overline{bbbb} Di-Bottomonium at the LHC?, *Eur. Phys. J. C*, 2018, **78**, 782.
- [118] Sundu H., Barsbay B., Agaev S. S., Azizi K., Probing an Axial-Vector Tetraquark Z_s via its Semileptonic Decay $Z_s \rightarrow X(4274)\bar{l} \nu_l$, *Eur. Phys. J. A*, 2018, **54**, 124.
- [119] Xing Y., Zhu R., Weak Decay of Stable Doubly Heavy Tetraquark States, *Phys. Rev. D*, 2018, **98**, 053005.
- [120] Silvestre-Brac B., Semay C., Spectrum and Decay Properties of Diquonia, *Z. Phys. C*, 1993, **59**, 457.
- [121] Sun Z. F., Liu X., Nielsen M., Zhu S. L., Hadronic Molecules with Both Open Charm and Bottom, *Phys. Rev. D*, 2012, **85**, 094008.
- [122] Albuquerque R. M., Liu X., Nielsen M., Exotic B_c -like Molecules in QCD Sum Rules, *Phys. Lett. B*, 2012, **718**, 492.
- [123] Zhang J. R., Huang M. Q., $\{Q\bar{q}\}\{\bar{Q}^{(\prime)}q\}$ Molecular States, *Phys. Rev. D*, 2009, **80**, 056004.
- [124] Zhang J. R., Huang M. Q., $\{Q\bar{s}\}\{\bar{Q}^{(\prime)}s\}$ Molecular States in QCD Sum Rules, *Commun. Theor. Phys.*, 2010, **54**, 1075.
- [125] Agaev S. S., Azizi K., Sundu H., Open Charm-Bottom Scalar Tetraquarks and Their Strong Decays, *Phys. Rev. D*, 2017, **95**, 034008.
- [126] Agaev S. S., Azizi K., Sundu H., Open Charm-Bottom Axial-Vector Tetraquarks and Their Properties, *Eur. Phys. J. C*, 2017, **77**, 321.
- [127] Abazov V. M. et al. (D0 Collaboration), Evidence for a $B_s^0 \pi^\pm$ State, *Phys. Rev. Lett.*, 2016, **117**, 022003.
- [128] Ball P., Braun V. M., Dosch H. G., Form-factors of semileptonic D decays from QCD sum rules, *Phys. Rev. D*, 1991, **44**, 3567.
- [129] Agaev S. S., Azizi K., Barsbay B., Sundu H., A Family of Doubly-Beauty Tetraquarks: Axial-vector State $T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$, *Chinese Phys. C*, 2021, **45**, 013105.
- [130] Agaev S. S., Azizi K., Barsbay B., Sundu H., Semileptonic and Nonleptonic Decays of the Axial-Vector Tetraquark $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$, *Eur. Phys. J. A*, 2021, **57**, 106.



EKLER

EK-A

$T_{bb;\bar{u}s}^-$ Dörtkuarkının Kütle ve Kuplaj Sabitinin Hesaplanması

Korelasyon fonksiyonunun KR D kısmının hesaplanması için Denklem (2.7)' de aşağıda verilen hafif ve ağır kuark ileticileri yerine yazılır.

$$\begin{aligned}
 S_q^{ab}(x) = & i\delta_{ab} \frac{\not{x}}{2\pi^2 x^4} - \delta_{ab} \frac{m_q}{4\pi^2 x^2} - \delta_{ab} \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{12} + i\delta_{ab} \frac{\not{x}m_q \langle \bar{q}q \rangle}{48} \\
 & - \delta_{ab} \frac{x^2}{192} \langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle + i\delta_{ab} \frac{x^2 \not{x}m_q}{1152} \langle \bar{q}g_s \sigma Gq \rangle - i \frac{g_s G_{ab}^{\alpha\beta}}{32\pi^2 x^2} [\not{x}\sigma_{\alpha\beta} + \sigma_{\alpha\beta}\not{x}] \\
 & - i\delta_{ab} \frac{x^2 \not{x}g_s^2 \langle \bar{q}q \rangle^2}{7776} - \delta_{ab} \frac{x^4 \langle \bar{q}q \rangle \langle g_s^2 G^2 \rangle}{27648} + \dots
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

$$\begin{aligned}
 S_Q^{ab}(x) = & i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ikx} \left\{ \frac{\delta_{ab}(k+m_Q)}{k^2 - m_Q^2} - \frac{g_s G_{ab}^{\alpha\beta}}{4} \frac{\sigma_{\alpha\beta}(k+m_Q) + (k+m_Q)\sigma_{\alpha\beta}}{(k+m_Q^2)^2} \right. \\
 & + \frac{g_s^2 G^2}{12} \delta_{ab} m_Q \frac{k^2 + m_Q k}{(k^2 - m_Q^2)^4} + \frac{g_s^3 G^3}{48} \delta_{ab} \frac{(k+m_Q)}{(k^2 - m_Q^2)^6} [k(k^2 - 3m_Q^2) \\
 & \left. + 2m_Q(2k^2 - m_Q^2)](k+m_Q) + \dots \right\}
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Denklem (A.1) ve Denklem (A.2)' deki gluon alan şiddet tensörleri,

$$G_{ab}^{\alpha\beta} \equiv G_A^{\alpha\beta} t_{ab}^A, \quad G^2 = G_{\alpha\beta}^A G_A^{\alpha\beta}, \quad G^3 = f^{ABC} G_{\alpha\beta}^A G^{B\beta\delta} G_{\delta}^{C\alpha} \tag{A.3}$$

şeklinde yazılır. Burada $a, b = 1, 2, 3$ ve $A, B, C = 1, 2, \dots, 8$ renk indisleri, $t^A = \lambda^A / 2$ ve λ^A , Gell-Mann matrisleridir. f^{ABC} ise $SU_c(3)$ renk grubuna ait yapı sabitidir.

Hesabın devamında, Denklem (2.7)' de iz (trace) alındıktan sonra gerekli integraller alınır. Burada integrallerin nasıl alındığı bir terim örnek olarak verilecektir.

$$I = \int d^4 x e^{iq \cdot x} \int d^4 k e^{-ik \cdot x} \int d^4 k_1 e^{-ik_1 \cdot x} \frac{m_b^2}{(k^2 - m_b^2)(k_1^2 - m_b^2)(x^2)^3} \tag{A.4}$$

Aşağıdaki dönüşüm yapılarak konum uzayından momentum uzayına geçilir.

$$\frac{1}{(x^2)^n} = \int \frac{d^4 t}{(2\pi)^4} e^{-it \cdot x} i(-1)^{n+1} 2^{D-2n} \pi^{D/2} \left(-\frac{1}{t^2} \right)^{D/2-n} \frac{\Gamma(D/2 - n)}{\Gamma(n)} \tag{A.5}$$

Ayrıca $\Gamma(n) = (n-1)!$ dir. Bu dönüşüm yerine yazıldıktan sonra Denklem (A.4) aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$I = \int d^4k \int d^4k_1 \int \frac{d^4t}{(2\pi)^4} 2^{D-6} \pi^{D/2} \left(-\frac{1}{t^2}\right)^{D/2-3} \frac{\Gamma(D/2-3)}{\Gamma(3)} \times \frac{m_b^2}{(k^2 - m_b^2)(k_1^2 - m_b^2)} \int d^4x e^{-i(t+k+k_1-q).x} \quad (A.6)$$

Dirac-Delta fonksiyonunun aşağıda verilen integral formu kullanılarak dört-boyutlu x üzerinden integral alınmış olur.

$$\int d^4x e^{-i(t+k+k_1-q).x} = (2\pi)^4 \delta^4(t+k+k_1-q) \quad (A.7)$$

Daha sonra Dirac delta fonksiyonu kullanılarak dört-boyutlu k_1 üzerinden integral alınır.

$$I = \int d^4k \int d^4t 2^{D-6} \pi^{D/2} \left(-\frac{1}{t^2}\right)^{D/2-3} \frac{\Gamma(D/2-3)}{\Gamma(3)} \times \frac{m_b^2}{(k^2 - m_b^2)(-m_b^2 + (-k+q-t)^2)} \quad (A.8)$$

Görüldüğü gibi t ve k üzerinden integrallerin alınması gerekir. Bunun için de aşağıda verilen Feynman Parametrizasyon Tekniği kullanılır.

$$\frac{1}{A_1^{\alpha_1} \dots A_n^{\alpha_n}} = \frac{\Gamma(\alpha_1 + \dots + \alpha_n)}{\Gamma(\alpha_1) \dots \Gamma(\alpha_n)} \int_0^1 du_1 \dots \int_0^1 du_n \frac{\delta(\sum_{k=1}^n u_k - 1) u_1^{\alpha_1-1} \dots u_n^{\alpha_n-1}}{|u_1 A_1 + \dots + u_n A_n|^{\sum_{k=1}^n \alpha_k}} \quad (A.9)$$

$$\frac{1}{A^l B^m C^n} = \frac{\Gamma(l+m+n)}{\Gamma(l)\Gamma(m)\Gamma(n)} \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta \frac{\alpha^{l-1} \beta^{m-1} (1-\alpha-\beta)^{n-1}}{[\alpha A + \beta B + (1-\alpha-\beta)C]^{l+m+n}} \quad (A.10)$$

Burada

$$A = (-m_b^2 + (-k+q-t)^2), \quad B = (k^2 - m_b^2), \quad C = t^2, \quad l = 1, \quad m = 1 \quad \text{ve} \quad n = D/2 - 3$$

olarak tanımlanırsa Denklem (A8) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$I = \frac{\Gamma(D/2-3)}{\Gamma(3)} m_b^2 \int d^4k \int d^4t 2^{D-6} \pi^{D/2} \frac{\Gamma(D/2-3+1+1)}{\Gamma(D/2-3)\Gamma(1)\Gamma(1)} \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta \frac{\alpha^{1-1} \beta^{1-1} (1-\alpha-\beta)^{D/2-3-1}}{[\alpha(-m_b^2 + (-k+q-t)^2) + \beta(k^2 - m_b^2) + (1-\alpha-\beta)t^2]^{D/2-3+1+1}} \quad (A.11)$$

T integralini almak için paydadaki ifadeyi $(T^2 + L)$ şeklinde yazabilmek için $(1-\beta)$ ile sadeleştirme yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned}
& t^2 + \frac{2(-k+q)t\alpha}{-1+\beta} + \frac{m_b^2\beta + m_b^2\alpha + 2kq\alpha - q^2\alpha - k^2(\beta+\alpha)}{-1+w} \\
&= \left(t + \frac{(-k+q)\alpha}{-1+\beta} \right)^2 + \frac{2kq\alpha(-1+\beta+\alpha) - q^2\alpha(-1+\beta+\alpha)}{(-1+\beta)^2} \\
&+ \frac{m_b^2(-1+\beta)(\beta+\alpha) - k^2(\beta^2 + \beta(-1+\alpha)) + (-1+\alpha)\alpha}{(-1+\beta)^2} \\
&= \left(t + \frac{(-k+q)\alpha}{-1+\beta} \right)^2 + L
\end{aligned} \tag{A.12}$$

ve $\left(t + \frac{(-k+q)\alpha}{-1+\beta} \right) = T$ diyerek payda $(T^2 + L)$ formuna benzetilmeye çalışılır.

Böylece hem pay hem de payda kısmında $t = T - \frac{(-k+q)\alpha}{-1+\beta}$ dönüşümü yapılır. Burada integral $\int d^4t = \int d^4T$ olduğu görülmektedir. Bunlar integralde yerine yazılırsa ve ifade $(1-\beta)^{1-D/2}$ ile çarpılırsa:

$$\begin{aligned}
I &= \Gamma(D/2-1)m_b^2 2^{D-5} \pi^{D/2} \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta (1-\beta)^{1-D/2} (1-\alpha-\beta)^{D/2-4} \\
&\times \int d^4k \int d^4T \frac{1}{(T^2+L)^{D/2-1}}
\end{aligned} \tag{A.13}$$

T' ler tek fonksiyon olduğu için tekli çarpımların olduğu integraller sıfıra gider ve

$$\int d^4T \frac{(\Gamma^2)^\beta}{(T^2+L)^\alpha} = \frac{i\pi^2(-1)^{\beta-\alpha}}{\Gamma(2)\Gamma(\alpha)} \frac{\Gamma(\beta+2)\Gamma(\alpha-\beta-2)}{[-L]^{\alpha-\beta-2}} \tag{A.14}$$

Eşitliği Denklem (A.13)'e uygulanırsa T üzerinden integral alınmış olur ve aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
I &= \Gamma(D/2-1)m_b^2 2^{D-5} \pi^{D/2} \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta (1-\beta)^{1-D/2} (1-\alpha-\beta)^{D/2-4} \\
&\times \int d^4k \frac{i\pi^2(-1)^{-D/2+1}\Gamma(2)\Gamma(D/2-1-2)}{\Gamma(2)\Gamma(D/2-1)[-L]^{D/2-1-2}}
\end{aligned} \tag{A.15}$$

k üzerinden integralin alınması için; L nin açık ifadesini tekrar yazılır ve k^2 ' yi yalnız bırakmak için $\left(\frac{(-\beta^2 - \beta(-1+\alpha)) - (-1+\alpha)\alpha}{(-1+\beta)^2} \right)$ ile sadeleştirilirse aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
& k^2 - \frac{2kq\alpha(-1+\beta+\alpha)}{\beta^2 + \beta(-1+\alpha) + (-1+\alpha)\alpha} + \frac{q^2\alpha(-1+\beta+\alpha)}{\beta^2 + \beta(-1+\alpha) + (-1+\alpha)\alpha} \\
& + \frac{-m_b^2(-1+\beta)(\beta+\alpha)}{\beta^2 + \beta(-1+\alpha) + (-1+\alpha)\alpha} \\
& = \left(k - \frac{q\alpha(-1+\beta+\alpha)}{\beta^2 + \beta(-1+\alpha) + (-1+\alpha)\alpha} \right)^2 \\
& - \frac{(-1+\beta)(-q^2\beta\alpha(-1+\beta+\alpha))}{(\beta^2 + \beta(-1+\alpha) + (-1+\alpha)\alpha)^2} \\
& - \frac{(-1+\beta)(m_b^2(\beta^3 + 2\beta(-1+\alpha)\alpha + (-1+\alpha)\alpha^2 + \beta^2(-1+2\alpha)))}{(\beta^2 + \beta(-1+\alpha) + (-1+\alpha)\alpha)^2}
\end{aligned} \tag{A.16}$$

ve $\left(k - \frac{q\alpha(-1+\beta+\alpha)}{\beta^2 + \beta(-1+\alpha) + (-1+\alpha)\alpha} \right) = K$ diyerek payda $(K^2 + L_1)$ formuna benzetilmeye çalışılır. $k = K + \frac{q\alpha(-1+\beta+\alpha)}{\beta^2 + \beta(-1+\alpha) + (-1+\alpha)\alpha}$ ve $\int d^4k = \int d^4K$ dönüşümleri Denklem (A15)' e uygulanır ve $\left(\frac{(-\beta^2 - \beta(-1+\alpha) - (-1+\alpha)\alpha)}{(-1+\beta)^2} \right)^{3-D/2}$ ile çarpılırsa:

$$\begin{aligned}
I &= \Gamma(D/2-3)m_b^2 2^{D-5} \pi^{D/2} \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta (1-\beta)^{1-D/2} (1-\alpha-\beta)^{D/2-4} \\
& \times \int d^4K \frac{i\pi^2(-1)^{-D/2+1}(-1)^{3-D/2}}{[K^2 + L_1]^{D/2-3}} \left(\frac{-\beta^2 - \beta(-1+\alpha) - (-1+\alpha)\alpha}{(-1+\beta)^2} \right)^{3-D/2}
\end{aligned} \tag{A.17}$$

elde edilir ve Denklem (A14)'te verilen integral eşitliği kullanılarak K integrali alınır.

$$\begin{aligned}
I &= \Gamma(D/2-3)m_b^2 2^{D-5} \pi^{D/2} \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta (1-\beta)^{1-D/2} (1-\alpha-\beta)^{D/2-4} \\
& \times i\pi^2(-1)^{-D/2+1}(-1)^{3-D/2} \left(\frac{-\beta^2 - \beta(-1+\alpha) - (-1+\alpha)\alpha}{(-1+\beta)^2} \right)^{3-D/2} \\
& \times \frac{i\pi^2(-1)^{-D/2+3}\Gamma(2)\Gamma(D/2-3-2)}{\Gamma(2)\Gamma(D/2-3)[-L_1]^{D/2-3-2}}
\end{aligned} \tag{A.18}$$

ve sayısal sabitler görmezden gelinirse aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
I &= m_b^2 \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta (1-\beta)^{1-D/2} (1-\alpha-\beta)^{D/2-4} \\
& \times \left(\frac{-\beta^2 - \beta(-1+\alpha) - (-1+\alpha)\alpha}{(-1+\beta)^2} \right)^{3-D/2} \frac{\Gamma(D/2-5)}{[-L_1]^{D/2-5}}
\end{aligned} \tag{A.19}$$

Son olarak

$$\Gamma\left(\frac{D}{2}-n\right)\left(-\frac{1}{L_1}\right)^{D/2-n} = (-1)^{n-1} \frac{1}{(n-2)!} (-L_1)^{n-2} \ln(-L_1) \quad (\text{A.20})$$

dönüşümü uygulanarak aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned} I &= m_b^2 \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta (1-\beta)^{1-D/2} (1-\alpha-\beta)^{D/2-4} \\ &\times \left(\frac{-\beta^2 - \beta(-1+\alpha) - (-1+\alpha)\alpha}{(-1+\beta)^2} \right)^{3-D/2} \\ &\times (-1)^4 \frac{1}{(5-2)!} (-L_1)^3 \ln(-L_1) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Denklem (A.21)' de L_1 yerine konular ve daha sonra sanal kısmı elde etmek için aşağıdaki matematiksel eşitlik kullanılır.

$$\ln(-a) = \ln(-|a|) = \ln(e^{i\pi} |a|) = \ln e^{i\pi} + \ln |a| = -i\pi + \ln |a| \quad (\text{A.22})$$

Buradan $\text{Im}[\ln(-a)] = -\pi$ elde edilir. I (pertürbatif kısmın ilk terimi) için ρ^{pert} spektral yoğunluğu elde edilir.

$$\begin{aligned} \rho_I^{pert} &= \frac{\text{Im} I_1}{\pi} = -\pi m_b^2 \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta (1-\beta)^{1-D/2} (1-\alpha-\beta)^{D/2-4} \\ &\times \left(\frac{-\beta^2 - \beta(-1+\alpha) - (-1+\alpha)\alpha}{(-1+\beta)^2} \right)^{3-D/2} \\ &\times (-1)^4 \frac{1}{(5-2)!} (-L_1)^3 \Theta(L_1) \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Denklem (A.22)' de verilen eşitlikte $a \geq 0$ yani pozitif olduğu kabul edilir. Bu durumda bu eşitliğin kullanılabilmesi için L_1 fonksiyonunun pozitif olması kabul gereklidir. Bunun sağlanabilmesi için ifade step fonksiyonu $\Theta(L_1)$ ile çarpılmıştır.

$T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$ dörtkuarkının kütesinin ve kuplaj sabitinin hesaplanması için gerekli olan korelasyon fonksiyonunun $\Pi^{\text{KRD}}(p^2)$ kısmına Borel dönüşümü ve süreklilik çıkarımı (continuum subtraction) işlemi uygulandıktan sonra aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\Pi(M^2, s_0) = \int_{M^2}^{s_0} ds \rho^{\text{KRD}}(s) e^{-s/M^2} + \Pi(M^2) \quad (\text{A.24})$$

Burada,

$$\rho^{\text{KRD}}(s) = \rho^{\text{pert.}}(s) + \sum_{N=3}^8 \rho^{\text{DimN}}(s), \quad \Pi(M^2) = \sum_{N=6}^{10} \Pi^{\text{DimN}}(M^2) \quad (\text{A.25})$$

şeklinde ifade edilir. Spektral yoğunluklar ise aşağıdaki formüllerle verilir.

$$\rho(s) = \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta \rho(s, \alpha, \beta), \quad \rho(s) = \int_0^1 d\alpha \rho(s, \alpha) \quad (\text{A.26})$$

Burada $\rho(s, \alpha, \beta)$ spektral yoğunluklar α ve β 'nin bir fonksiyonu ya da sadece α 'ya bağlıdır. Aynıısı $\Pi(M^2)$ terimleri için de geçerlidir, yani;

$$\Pi^{\text{DimN}}(M^2) = \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta \Pi^{\text{DimN}}(M^2, \alpha, \beta), \quad \Pi(M^2) = \int_0^1 d\alpha \Pi^{\text{DimN}}(M^2, \alpha). \quad (\text{A.27})$$

Denklem (A.26) ve Denklem (A.27)'deki α ve β , Feynman paraötreleridir. Pertürbatif ve operatör boyutu 3, 4, 5 ve 7 olan pertürbatif olmayan katkılar Denklem (A.27) kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$\rho^{\text{pert.}}(s, \alpha, \beta) = \frac{\Theta(L_1)}{128\pi^6 L^2 N_1^7} [s\alpha\beta L - m_b^2 N_2]^3 \{3s\alpha\beta L^2 + m_b^2 N_1 [\alpha(\alpha-1) + \beta(\beta-1)]\}, \quad (\text{A.28})$$

$$\rho^{\text{Dim3}}(s, \alpha, \beta) = \frac{m_s [\langle \bar{s}s \rangle - 2\langle \bar{u}u \rangle]}{8\pi^4 N_1^5} \Theta(L_1) \alpha \beta \{2s^2 \alpha \beta L^3 + m_b^4 (\alpha + \beta) N_1^2$$

$$- m_b^2 s [2\beta^5 + 2\alpha^2 (\alpha-1)^3 + \beta^4 (9\alpha-6) + \alpha\beta (\alpha-1)^2 (9\alpha-4)$$

$$+ 2\beta^3 (3-11\alpha+8\alpha^2) - \beta^2 (2-17\alpha+31\alpha^2-16\alpha^3)]\}, \quad (\text{A.29})$$

$$\rho^{\text{Dim4}}(s, \alpha, \beta) = \frac{\langle \alpha_s G^2 / \pi \rangle}{768\pi^4 (1-\beta) L^2 N_1^5} \Theta(L_1) \alpha \{6s^2 \alpha \beta^2 (\beta-1) L^3 [2\beta^2$$

$$+ 2(\alpha-1)^2 + \beta(5\alpha-4)] - m_b^4 N_1^2 (\alpha + \beta) [5\beta^4 + 4\beta^3 (1-3\beta) - 8\alpha^3 (\alpha-1)$$

$$- 3\beta^2 (5-7\alpha+\alpha^2) + \beta(6-9\alpha+3\alpha^2-8\alpha^3)] - sm_b^2 \beta L N_1 [4\beta(\beta-1)^2 (3-6\beta$$

$$+ 2\beta^2) + \alpha(\beta-1)(-12+78\beta-119\beta^2+41\beta^3) + \alpha^2(\beta-1)(36-119\beta+88\beta^2)$$

$$+ \alpha^3(\beta-1)(49\beta-32) + 16\alpha^4(\beta-1) + 8\alpha^5]\}, \quad (\text{A.30})$$

$$\rho^{\text{Dim5}}(s, \alpha) = -\frac{m_s [\langle \bar{s}g_s \sigma Gs \rangle - 3\langle \bar{u}g_s \sigma Gu \rangle]}{48\pi^4} \Theta(L_2) (3m_b^2 + s - 4s\alpha + 3s\alpha^2), \quad (\text{A.31})$$

$$\rho^{\text{Dim7}}(s, \alpha, \beta) = -\frac{\langle \alpha_s G^2 / \pi \rangle m_s [\langle \bar{s}s \rangle - 2\langle \bar{u}u \rangle]}{96\pi^2 N_1^3} \alpha \beta L \Theta(L_1). \quad (\text{A.32})$$

Operatör boyutu 6 ve 8 olan terimler karışık kompozitlere sahiptir: hem $\rho^{\text{DimN}}(s)$ hem de $\Pi^{\text{DimN}}(M^2)$ bileşenlerini içerir.

$$\Pi^{\text{Dim6}}(M^2, s_0) = \int_{\mathbb{M}^2}^{s_0} dse^{-s/M^2} \int_0^1 d\alpha \rho^{\text{Dim6}}(s, \alpha) + \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta \Pi^{\text{Dim6}}(M^2, \alpha, \beta), \quad (\text{A.33})$$

Burada $\rho^{\text{Dim6}}(s, \alpha)$;

$$\rho^{\text{Dim6}}(s, \alpha) = \frac{\Theta(L_2)}{3\pi^2} \left[\langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{u}u \rangle + \frac{g_s^2}{108\pi^2} (\langle \bar{s}s \rangle^2 + \langle \bar{u}u \rangle^2) \right] (3m_b^2 + s - 4s\alpha + 3s\alpha^2), \quad (\text{A.34})$$

elde edilir.

$$\begin{aligned} \Pi^{\text{Dim6}}(M^2, \alpha, \beta) = & -\frac{\langle g_s^3 G^3 \rangle m_b^4}{3840M^2 \pi^6 \alpha^2 \beta^2 L^4 N_1^3} \exp \left[-\frac{m_b^2}{M^2} \frac{N_1(\alpha + \beta)}{\alpha\beta L} \right] \\ & \times \{ m_b^2(\alpha + \beta) N_1 [5\beta^8 + 2\beta^5 \alpha^2 (3 - 4\alpha) + 2\beta^3 \alpha^4 (5 - 4\alpha) + 3\beta \alpha^6 (\alpha - 1) \\ & + 5\alpha^6 (\alpha - 1)^2 + \beta^7 (3\alpha - 10) + \beta^4 \alpha^2 (-5 + 2(5 - 4\alpha)\alpha) - \beta^2 \alpha^4 (5 + (\alpha - 1)\alpha) \\ & - \beta^6 ((3 + \alpha)\alpha - 5)] + M^2 \alpha \beta L [14\beta^8 + 14\alpha^6 (\alpha - 1) + 2\beta^3 \alpha^4 (4\alpha - 3) \\ & + \beta^5 \alpha (\alpha - 1)(8\alpha - 17) + \beta^3 \alpha^4 (\alpha - 1)(22\alpha - 3) + \beta^7 (23\alpha - 28) \\ & + \beta \alpha^5 (\alpha - 1)(23\alpha - 17) + 3\beta^4 \alpha^2 (1 + 2\alpha(\alpha - 1)) + 2\beta^6 (7 + \alpha(11\alpha - 20))] \}. \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

$$\begin{aligned} \Pi^{\text{Dim8}}(M^2, s_0) = & \int_{\mathbb{M}^2}^{s_0} dse^{-s/M^2} \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta \rho_1^{\text{Dim8}}(s, \alpha, \beta) \\ & + \int_{\mathbb{M}^2}^{s_0} dse^{-s/M^2} \int_0^1 d\alpha \rho_2^{\text{Dim8}}(s, \alpha) + \int_0^1 d\alpha \int_0^{1-\alpha} d\beta \Pi^{\text{Dim8}}(M^2, \alpha, \beta) \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

Burada $\rho_1^{\text{Dim8}}(s, \alpha, \beta)$ ve $\rho_2^{\text{Dim8}}(s, \alpha)$;

$$\rho_1^{\text{Dim8}}(s, \alpha, \beta) = \frac{\langle \alpha_s G^2 / \pi \rangle^2}{1536\pi^2 N_1^3} \Theta(L_1) \alpha \beta (\alpha + \beta - 1) \quad (\text{A.37})$$

$$\rho_2^{\text{Dim8}}(s, \alpha) = -\frac{\langle \bar{s}g_s \sigma Gs \rangle \langle \bar{u}u \rangle}{3\pi^2} \Theta(L_2) (1 - 4\alpha + 3\alpha^2) \quad (\text{A.38})$$

elde edilir.

$$\begin{aligned}
\Pi^{\text{Dim}8}(M^2, \alpha, \beta) &= \frac{\langle \alpha_s G^2 / \pi \rangle^2 m_b^2}{9216 M^4 \pi^2 \alpha^2 \beta^2 (1-\beta) L^4 N_1^3} \exp \left[-\frac{m_b^2 N_1 (\alpha + \beta)}{M^2 \alpha \beta L} \right] \\
&\times \{ 96 m_b^4 \alpha^2 \beta^2 (\alpha + \beta) (\beta - 1) N_1^2 [2\beta^2 + 2\alpha(\alpha - 1) + \beta(3\alpha - 2)] - M^4 \alpha \beta L^2 \\
&\times [4\beta^4 - \beta^7 (\alpha + 16) + 4\alpha^4 (\alpha - 1)^3 (2\alpha - 1) + \beta^6 (24 + 4\alpha - 206\alpha^2) + \beta \alpha^3 \\
&\times (\alpha - 1)^2 (-1 - 19\alpha + 28\alpha^2) - \beta^5 (16 + 6\alpha - 432\alpha^2 + 23\alpha^3) + \beta^4 (4 + 4\alpha \\
&- 256\alpha^2 + 67\alpha^3 - 199\alpha^4) + \alpha^2 \beta^2 (-10 + 23\alpha - 173\alpha^2 + 313\alpha^3 - 153\alpha^4) \\
&- \beta^3 \alpha (1 - 40\alpha + 66\alpha^2 - 385\alpha^3 + 358\alpha^4)] + 4m_b^2 M^2 (\alpha + \beta) L N_1 [\beta^4 (\beta - 1)^4 \\
&+ 2\alpha \beta^3 (\beta - 1)^3 (2\beta - 1) - \alpha^2 \beta^2 (\beta - 1)^2 (-2 + \beta(9 + 40\beta)) - \alpha^3 \beta (\beta - 1)^2 \\
&\times (-2 + \beta(9 + 37\beta)) - \alpha^4 (\beta - 1) (1 + \beta(-8 + \beta(-31 + 85\beta))) - \alpha^5 (\beta - 1) \\
&\times (4\beta + 1)(22\beta - 3) + \alpha^6 (3 - \beta(7 + 44\beta)) + \alpha^7 (\beta - 1) \}. \tag{A.39}
\end{aligned}$$

Operatör boyutu 9 ve 10 olan terimler Denklem (A.27) kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$\Pi_1^{\text{Dim}9}(M^2, \alpha, \beta) = -\frac{m_b^2 \langle g_s^3 G^3 \rangle m_s [2 \langle \bar{u}u \rangle - \langle \bar{s}s \rangle]}{2880 M^6 \pi^4 \alpha^4 \beta^4 (\beta - 1) L^4 N_1^2} R_1(M^2, \alpha, \beta) \tag{A.40}$$

$$\Pi_2^{\text{Dim}9}(M^2, \alpha) = -\frac{\langle \alpha_s G^2 / \pi \rangle m_s [\langle \bar{s}g_s \sigma Gs \rangle - 3 \langle \bar{u}g_s \sigma Gu \rangle]}{3456 M^4 \pi^2 \alpha^4 (\alpha - 1)^2} R_2(M^2, \alpha) \tag{A.41}$$

$$\Pi_1^{\text{Dim}10}(M^2, \alpha, \beta) = \frac{\langle \alpha_s G^2 / \pi \rangle \langle g_s^3 G^3 \rangle m_b^2}{46080 M^6 \pi^4 \alpha^4 \beta^4 (\beta - 1) L^4 N_1^2} R_1(M^2, \alpha, \beta) \tag{A.42}$$

$$\Pi_2^{\text{Dim}10}(M^2, \alpha) = \frac{\langle \alpha_s G^2 / \pi \rangle}{216 M^4 \alpha^4 (\alpha - 1)^2} \left[\langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{u}u \rangle + \frac{g_s^2}{108 \pi^2} (\langle \bar{s}s \rangle^2 + \langle \bar{u}u \rangle^2) \right] R_2(M^2, \alpha) \tag{A.43}$$

Denklem (A40), Denklem (A41), Denklem (A42) ve Denklem (43)' teki $R_1(M^2, \alpha, \beta)$ ve $R_2(M^2, \alpha)$

$$\begin{aligned}
R_1(M^2, \alpha, \beta) = \exp\left[-\frac{m_b^2}{M^2} \frac{N_1(\alpha + \beta)}{\alpha\beta L}\right] & \{-6M^4\alpha^2\beta^2L^3[\alpha^7 + 2\alpha^6(\beta - 1) \\
& + \alpha^5(\beta - 1)^2 + \beta^5(\beta - 1)^2] + m_b^4(\beta - 1)N_1^2[5\beta^9 + 5\alpha^7(\alpha - 1)^2 + \alpha^5\beta^2(\alpha - 1) \\
& \times (5 + 2\alpha) + 2\beta^8(4\alpha - 5) + \beta\alpha^6(\alpha - 1)(8\alpha - 5) + \beta^3\alpha^4(-5 + (16 - 2\alpha)\alpha) \\
& + \beta^4\alpha^3(-5 + 4(5 - 4\alpha)\alpha) + \beta^5\alpha^2(-5 - 16(\alpha - 1)\alpha) + \beta^6\alpha(5 + 3\alpha - 9\alpha^2) \\
& + \beta^7(5 + \alpha(-13 + 2\alpha))] + m_b^2M^2\alpha\beta N_1^2[8\beta^8 + \alpha^5(\alpha - 1)^2(11\alpha - 8) \\
& + \beta^7(23\alpha - 24) + \beta^3\alpha^4(41\alpha - 45) + 3\beta^2\alpha^4(15 - 30\alpha + 16\alpha^2) \\
& + \beta^6(24 - 61\alpha + 30\alpha^2) + 15\beta^4\alpha(-1 + 2\alpha - \alpha^2 + \alpha^3) + 3\beta\alpha^4 \\
& \times (-5 + 19\alpha - 25\alpha^2 + 11\alpha^3) + \beta^5(-8 + 53\alpha - 60\alpha^2 + 15\alpha^3)]\} \tag{A.44}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_2(M^2, \alpha) = \exp\left[-\frac{m_b^2}{M^2\alpha(1-\alpha)}\right] & [-3M^4\alpha^3(1+\alpha)(\alpha-1)^2 \\
& + 8m_b^4(1-3\alpha+3\alpha^2) - m_b^2M^2\alpha(16-51\alpha+48\alpha^2+3\alpha^3)] \tag{A.45}
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Yukarıdaki denklemlerde aşağıdaki kısaltmalar kullanılmıştır.

$$N_1 = \beta^2 + \beta(\alpha - 1) + \alpha(\alpha - 1), \quad N_2 = (\alpha + \beta)N_1, \quad L = \alpha + \beta - 1,$$

$$L_1 = \frac{(1-\beta)}{N_1^2} [m_b^2 N_2 - \alpha\beta L], \quad L_2 = \alpha(1-\alpha) - m_b^2. \tag{A.46}$$

EK-B

$T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$ Yarı-Leptonik Bozunumu

$T_{b:\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0 l \bar{\nu}_l$ yarı-leptonik geçişi için diferansiyel bozunma genişliği

$$d\Gamma = |M|^2 \frac{1}{2m_{T_{b:\bar{s}}^-} (2s+1)} \left\{ \left[\frac{d^3 \vec{p}'}{(2\pi)^3 2E_{Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0}} \right] \left[\frac{d^3 \vec{q}_1}{(2\pi)^3 2E_l} \right] \left[\frac{d^3 \vec{q}_2}{(2\pi)^3 2E_\nu} \right] \right\} \times (2\pi)^4 \delta^4(p - p' - q_1 - q_2). \quad (\text{B.1})$$

formülü ile verilir. Burada s giren parçacığın spinidir. Giren ve çıkan parçacıkların dört-momentumları aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} p &= (E_{T_{b:\bar{s}}^-}, \vec{p}), \\ p' &= (E_{Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0}, \vec{p}'), \\ q_1 &= (E_l, \vec{q}_1), \\ q_2 &= (E_\nu, \vec{q}_2). \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Denklem (B.1)' deki M genlik ifadesi ise ilk ve son durumlar arasında efektif Hamiltonyen yerleştirilerek, geçiş matris elemanları cinsinden elde edilir:

$$M = \langle Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0(p') | H^{eff} | T_{b:\bar{s}}^-(p) \rangle. \quad (\text{B.3})$$

Denklem (2.20)' de verilen efektif Hamiltonyen Denklem (B.3)' de yerine yazılarak

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} \langle Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0(p') | \bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | T_{b:\bar{s}}^-(p) \rangle \bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_l \quad (\text{B.4})$$

bulunur ve Denklem (2.23) elde edilir.

Denklem (2.23), Denklem (B.4)' de yerine konular ve genlik, yapı (form) faktörler cinsinden aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2\pi}} V_{bc} \left[G_1(q^2) P_\mu + G_2(q^2) q_\mu \right] \bar{l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l \quad (\text{B.5})$$

genlik, yapı (form) faktörler cinsinden elde edilir.

Denklem (B.1)' deki genliğin karesi $|M|^2$ ' nin elde edilmesi için genliğin ifadesinin kompleks eşleniği alınırsa

$$M^* = \frac{G_F}{\sqrt{2}\pi} V_{bc}^* \left[G_1^*(q^2) P_\mu + G_2^*(q^2) q_\mu \right] (\bar{l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l)^* \quad (\text{B.6})$$

elde edilir. Denklem (B.5) ve Denklem (B.6) çarpımlarından genliğin mutlak karesine ulaşılır;

$$|M|^2 = MM^* = \frac{G_F^2}{2} |V_{bc}|^2 \left\{ \left[G_1(q^2) P_\mu + G_2(q^2) q_\mu \right] \left[G_1^*(q^2) P_\mu + G_2^*(q^2) q_\mu \right] \right. \\ \left. \times (\bar{l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l) (\bar{l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l)^* \right\}. \quad (\text{B.7})$$

Burada

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= \gamma_0 \psi^\dagger, \\ \gamma_5^\dagger &= \gamma_5, \\ \gamma_0^\dagger &= \gamma_0 \\ \gamma_\mu^\dagger &= \gamma_0 \gamma_\mu \gamma_0, \\ \{\gamma_0, \gamma_5\} &= 0 \rightarrow \gamma_0 \gamma_5 = -\gamma_5 \gamma_0 \end{aligned}$$

özellikleri kullanılarak aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$(\bar{l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l)^* = (\nu_l^\dagger) (U^\dagger - \gamma_5^\dagger) \gamma_\mu^\dagger \gamma_0^\dagger (l^\dagger)^\dagger = \nu_l^\dagger (1 - \gamma_5) \gamma_0 \gamma_\mu \gamma_0 l = \bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l. \quad (\text{B.8})$$

$(\bar{l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l) \times (\bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l) = -Tr \left[(q_1 + m_l) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_2 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \right] = 16 q_1 \cdot q_2$ olarak bulunur. Burada nötrino kütlesi sıfır alınmıştır. Ayrıca Denklem (B.7)' de $(\bar{l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l) \times (\bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l)$ çarpımı haricindeki kısım C ile gösterilirse

$$|M|^2 = C 16 q_1 \cdot q_2 \quad (\text{B.9})$$

elde edilir. Denklem (B.9), Denklem (B.1)' yerine yazılırsa ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$d\Gamma = \frac{C q_1 \cdot q_2}{m_{b\bar{s}} (2s+1)(2\pi)^5} \left\{ \left[\frac{d^3 \vec{p}'}{E_{Z_{b\bar{s}}}} \right] \left[\frac{d^3 \vec{q}_1}{E_l} \right] \left[\frac{d^3 \vec{q}_2}{E_\nu} \right] \right\} \times \delta^4(p - p' - q_1 - q_2) \quad (\text{B.10})$$

eşitliğine ulaşılır.

Leptonların kütle merkezi durgun alınırsa $\vec{q} = \vec{q}_1 + \vec{q}_2 = 0$ olur. Buradan $\vec{q}_1 = -\vec{q}_2$ elde edilir. Toplam momentum korunumundan da $\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$ ve $\vec{p} = \vec{p}'$ elde edilir. Dört boyutlu Dirac-Delta fonksiyonu, zamansal ve uzaysal kısımlara ayrılabilir.

$$\begin{aligned}\delta^4(p-p'-q_1-q_2) &= \delta(p^0-p'^0-q_1^0-q_2^0)\delta^3(\vec{p}-\vec{p}'-\vec{q}_1-\vec{q}_2) \\ &= \delta(q_0-E_l-E_\nu)\delta^3(\vec{q}-\vec{q}_1-\vec{q}_2)\end{aligned}\quad (\text{B.11})$$

Ayrıca $D = \frac{Cq_1 \cdot q_2}{m_{T_{b\bar{s}}} (2s+1)(2\pi)^5}$ kısaltması yapılırsa

$$d\Gamma = D \left\{ \frac{d^3\vec{p}'}{E_{Z_{b\bar{s}}^0}} \frac{d^3\vec{q}_1}{E_l} \frac{d^3\vec{q}_2}{E_\nu} \right\} \times \delta(q_0-E_l-E_\nu)\delta^3(\vec{q}-\vec{q}_1-\vec{q}_2) \quad (\text{B.12})$$

olur. Burada \vec{q}_2 integrali $\vec{q}_2 = \vec{q} - \vec{q}_1$ ' de sonuç verir. $q_2 = (E_\nu, \vec{q}_2)$ olduğundan $q_2^2 = (E_\nu^2 - |\vec{q}_2|^2)$ ' dir. Çıkan parçacık kütle kabuğu üzerinde olduğundan $q_2^2 = m_\nu^2$ ' dir; fakat $m_\nu = 0$ olduğundan $E_\nu = |\vec{q}_2|$ elde edilir. Ayrıca $q_1 = (E_l, \vec{q}_1)$ olduğundan $q_1^2 = E_l^2 - |\vec{q}_1|^2$ olur ve çıkan lepton kütle kabuğunda olduğundan $m_l^2 = E_l^2 - |\vec{q}_1|^2$ yazılabilir. Buradan $|\vec{q}_1| = \sqrt{E_l^2 - m_l^2}$ elde edilir. Leptonların kütle merkezi durgun alınarak elde edilen $\vec{q}_2 = -\vec{q}_1$ eşitliğinden $E_\nu = |\vec{q}_2| = |-\vec{q}_1| = \sqrt{E_l^2 - m_l^2}$ olur ve her çıkan parçacık kütle kabuğu üzerinde olduğundan bozunum genişliği aşağıdaki denkleme indirgenir.

$$d\Gamma = D \left\{ \frac{d^3\vec{p}'}{E_{Z_{b\bar{s}}^0}} \frac{d^3\vec{q}_1}{E_l \sqrt{E_l^2 - m_l^2}} \right\} \times \delta(q_0 - E_l - E_\nu). \quad (\text{B.13})$$

Bir sonraki integral için silindirik koordinatlar kullanılır: $d^3\vec{q}_1 = |\vec{q}_1|^2 d|\vec{q}_1| d\Omega$, burada $d\Omega = d\phi d(\cos\theta) = 4\pi$ dir. $|\vec{q}_1| = \sqrt{E_l^2 - m_l^2}$ ise $|\vec{q}_1|^2 = E_l^2 - m_l^2$ olur. \vec{q}_1 momentumuna göre türevi alınırsa $2|\vec{q}_1| d|\vec{q}_1| = 2E_l dE_l$ olur. Bu bilgiler Denklem (B.13)' de yerine konular ve elde edilen $\vec{q}_1 = -\vec{q}_2$, $|\vec{q}_1| = |\vec{q}_2| = \sqrt{E_l^2 - m_l^2}$ ve $|\vec{q}_2| = E_\nu = \sqrt{E_l^2 - m_l^2}$ eşitlikleri kullanılırsa bozunum genişliği aşağıdaki gibi olur:

$$d\Gamma = D4\pi \frac{d^3\vec{p}'}{E_{Z_{b\bar{s}}^0}} dE_l \times \delta\left(q_0 - E_l - \sqrt{E_l^2 - m_l^2}\right). \quad (\text{B.14})$$

Burada Dirac-Delta fonksiyonun $\delta(g(x)) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{|g'(x_i)|} \delta(x-x_i)$ özelliği uygulanırsa yukarıdaki eşitlik

$$d\Gamma = D4\pi \frac{d^3 \vec{p}'}{E_{Z_{b\bar{s}}^0} \left| -1 - \frac{q_0^2 + m_l^2}{q_0^2 - m_l^2} \right|} \quad (\text{B.15})$$

şeklinde elde edilir. \vec{p}' integralini almak için silindirik koordinatlar kullanılır: $d^3 \vec{p}' = |\vec{p}'|^2 d|\vec{p}'| d\Omega$ ve $|\vec{p}'| = \sqrt{E_{Z_{b\bar{s}}^0}^2 - \tilde{m}^2}$ ise $|\vec{p}'|^2 = E_{Z_{b\bar{s}}^0}^2 - \tilde{m}^2$ olur ve aşağıdaki denkleme ulaşılır:

$$d\Gamma = D(4\pi)^2 \sqrt{E_{Z_{b\bar{s}}^0}^2 - \tilde{m}^2} dE_{Z_{b\bar{s}}^0} \frac{1}{\left| -1 - \frac{q_0^2 + m_l^2}{q_0^2 - m_l^2} \right|}. \quad (\text{B.16})$$

Son kalan dE_{B_c} integrali de almak için: $p = (E_{T_{b\bar{s}}}, \vec{p})$, $p^2 = E_{T_{b\bar{s}}}^2 - |\vec{p}|^2$, $|\vec{p}| = |\vec{p}'| = \sqrt{E_{T_{b\bar{s}}}^2 - m^2}$ ve $\vec{q} = \vec{q}_1 + \vec{q}_2 = \vec{p} - \vec{p}'$, $q = (q_0, \vec{q}) = (E_{T_{b\bar{s}}}, \vec{p}) - (E_{Z_{b\bar{s}}^0}, \vec{p}')$, $q_0 = \sqrt{q^2} = E_{T_{b\bar{s}}} - E_{Z_{b\bar{s}}^0}$ eşitlikleri kullanılarak

$$E_{T_{b\bar{s}}} = \frac{q^2 + m^2 - \tilde{m}^2}{2\sqrt{q^2}} \quad (\text{B.17})$$

olur. Denklem (B.17), $q_0 = \sqrt{q^2} = E_{T_{b\bar{s}}} - E_{Z_{b\bar{s}}^0}$ ifadesinde yerine yazılırsa

$$E_{Z_{b\bar{s}}^0} = \frac{m^2 - \tilde{m}^2 - q^2}{2\sqrt{q^2}} \quad (\text{B.18})$$

elde edilir ve türevi alınırsa

$$dE_{Z_{b\bar{s}}^0} = \frac{\tilde{m}^2 - m^2 - q^2}{4q^3} dq^2 \quad (\text{B.19})$$

olur. Denklem (B.18) ve Denklem (B.19), Denklem (B.16)' da yerine yazılırsa

$$d\Gamma = D(4\pi)^2 \frac{\tilde{m}^2 - m^2 - q^2}{4q^3} \sqrt{\left(\frac{m^2 - \tilde{m}^2 - q^2}{2\sqrt{q^2}} \right)^2 - \tilde{m}^2} \frac{1}{\left| -1 - \frac{m_l^2 + q^2}{q^2 - m_l^2} \right|} dq^2 \quad (\text{B.20})$$

elde edilir. Burada karekök içindeki terim $\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$ fonksiyonuna benzetilerek

$$\frac{d\Gamma}{dq^2} = D(4\pi)^2 \frac{\tilde{m}^2 - m^2 - q^2}{8q^4} \frac{|q^2 - m_l^2|}{2q^2} \lambda^{1/2}(m^2, \tilde{m}^2, q^2) \quad (\text{B.21})$$

şeklinde yazılır. Tüm çarpımlar ve sabitler (D,C) yerine konduğunda $\Gamma_{b;\bar{s}}^- \rightarrow Z_{bc;\bar{u}\bar{s}}^0 l\bar{\nu}_l$ geçişi için diferansiyel bozunma genişliği Denklem (2.31)' de verilen şekliyle elde edilir.



KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

- [1] Agaev S. S., Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., Semileptonic and Nonleptonic Decays of the Axial-Vector Tetraquark $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$, 2020, *Eur. Phys. J. A*, 2021, **57**, 106.
- [2] Agaev S. S., Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., A Family of Doubly-Beauty Tetraquarks: Axial-vector State $T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$, *Chinese Phys. C*, 2021, **45**, 013105.
- [3] Agaev S. S., Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., Stable Scalar Tetraquark $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$, *Eur. Phys. J. A*, 2020, **56**, 177.
- [4] Agaev S. S., Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., Heavy Exotic Scalar Meson $T_{bb;\bar{u}\bar{s}}^-$, *Phys. Rev. D*, 2020, **101**, 094026.
- [5] Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., Light scalar $K_0^*(700)$ meson in vacuum and a hot medium, *Phys. Rev. D*, 2019, **100**, 094041.
- [6] Agaev S. S., Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., Weak Decays of the Axial-Vector Tetraquark $T_{bb;\bar{u}\bar{d}}^-$, *Phys. Rev. D*, 2019, **99**, 033002.
- [7] Agaev S. S., Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., The Doubly Charmed Pseudoscalar Tetraquarks $T_{cc;\bar{s}\bar{s}}^{++}$ and $T_{cc;\bar{d}\bar{s}}^{++}$, *Nucl. Phys. B*, 2019, **939**, 130.
- [8] Sundu H., **Barsbay B.**, Agaev S. S., Azizi K., Probing an Axial-Vector Tetraquark Z_s via its Semileptonic Decay $Z_s \rightarrow X(4274)\bar{l}v_l$, *Eur. Phys. J. A*, 2018, **54**, 124.
- [9] Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., Mass and residue of $\Lambda(1405)$ as hybrid and excited ordinary baryon, *Eur. Phys. J. Plus*, 2018, **133**, 121.
- [10] Agaev S. S., Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., Resonance X(5568) as an exotic axial-vector state, *Eur. Phys. J. A*, 2017, **53**, 11.
- [11] **Barsbay B.**, Dörtkuarklı Yapıların Yarı-Leptonik Bozunumları, *Ankara Yüksek Enerji Fiziği Günleri Çalıştayı*, Ankara, Türkiye, 25-26 Ocak 2020.
- [12] Sundu H., **Barsbay B.**, $Z_s \rightarrow X(4274)\bar{l}v_l$ in QCD sum rules, *Turkish Physical Society 34. International Physics Congress*, Bodrum, Türkiye, 5-8 Eylül 2018.

- [13] Agaev S. S., Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., Ağır-Hafif Hibrit Mezonların Spektroskopik Özelliklerinin İncelenmesi, *5. Yüksek Enerji Fiziği Çalıştayı*, İstanbul, Türkiye, 28-29 Nisan 2018.
- [14] **Barsbay B.**, Sundu H., Hybrid Baryons, *Turkish Physical Society 33. International Physics Congress*, Bodrum, Türkiye, 6-10 Eylül 2017.
- [15] Agaev S. S., Azizi K., **Barsbay B.**, Sundu H., Egzotik X(5568) Parçacığının Spektroskopik ve Bozunum Özelliklerinin İncelenmesi, *4. Yüksek Enerji Fiziği Çalıştayı*, İstanbul, Türkiye, 6-7 Mayıs 2017.



ÖZGEÇMİŞ

Birten Barsbay, ilköğretim ve lise öğrenimini Artvin’de tamamladı. 2011 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü’nden ve 2012 yılında Matematik Bölümü’nden mezun oldu. Aynı yıl Milli Eğitim Bakanlığı’nda Matematik öğretmeni olarak çalıştı. Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’nda 2015-2017 yılları arasında tezli yüksek lisans derecesini aldı ve 2017 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’nda Doktora eğitimine başladı. 2019 yılından itibaren Doğu Üniversitesi’nde Makine Mühendisliği Bölümü’nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

