

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

MEKATRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

**ÇOK GÖVDELİ VE YÜKSEK SERBESTLİK DERECELİ
ROBOTİK SİSTEMLERİN KİNEMATİK VE DİNAMİK
MODELLENMESİ İÇİN ARAÇ KUTUSU GELİŞTİRİLMESİ**

HALUK ÖZAKYOL

KOCAELİ 2020

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MEKATRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

ÇOK GÖVDELİ VE YÜKSEK SERBESTLİK DERECELİ
ROBOTİK SİSTEMLERİN KİNEMATİK VE DİNAMİK
MODELLENMESİ İÇİN ARAÇ KUTUSU GELİŞTİRİLMESİ

HALUK ÖZAKYOL

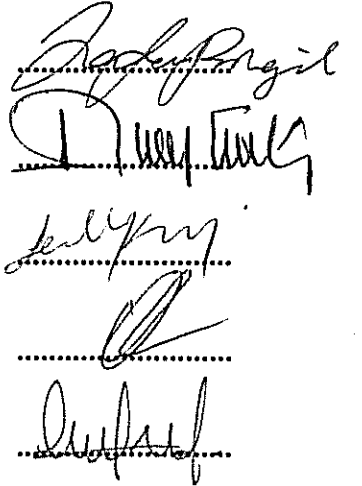
Prof. Dr. Zafer BİNGÜL
Danışman, Kocaeli Üniversitesi

Prof. Dr. Serdar KÜÇÜK
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Selçuk KİZİR
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniversitesi

Prof. Dr. Osman PARLAKTUNA
Jüri Üyesi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi

Prof. Dr. Duygun Erol BARKANA
Jüri Üyesi, Yeditepe Üniversitesi



Tezin Savunulduğu Tarih: 07.02.2020

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Tez çalışması süresince gösterdiği emek, destek ve ilgiyle çalışmanın gerçekleşmesi ve ilerlemesini sağlayan danışmanım Sn. Prof. Dr. Zafer BİNGÜL'e, her zaman değerli fikirleri ve tavsiyeleri ile katkıda bulunan Sn. Prof. Dr. Serdar KÜÇÜK ve Sn. Dr. Öğr. Üyesi Selçuk KİZİR'e, değerli çalışma arkadaşım Cenk KARAMAN'a,

Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu – Bilim İnsanı Destekleme Birimine (TÜBİTAK-BİDEB) sağladığı lisansüstü bursu ile çalışmalarına yaptığı katkıdan dolayı,

Bu süreçte her zaman yanımda olan, desteğini esirgemeyen sevgili eşim Şeyma Sevdener ÖZAKYOL'a, yoğun olduğum zamanlarda eve geç geldiğim ve oyunlarına yeteri kadar katılamadığım için anlayışlı olan oğullarım Faruk Selim ÖZAKYOL ve Ahmet Furkan ÖZAKYOL'a

Ayrıca hayatım boyunca maddi, manevi desteklerini esirgemeyen ve her zaman yanımda olan aileme,

içtenlikle teşekkürlerimi sunarım.

Şubat – 2020

Haluk ÖZAKYOL

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ	iv
TABLolar DİZİNİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	ix
ÖZET	xiv
ABSTRACT	xv
GİRİŞ	1
1. GENEL BİLGİLER	4
1.1. Robotik Araç Kutuları	14
1.2. Uzaysal Vektör Cebri (SOA)	16
2. UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ İLE KİNEMATİK MODELLEME	20
2.1. Uzaysal Vektör Cebrine Giriş	20
2.2. Hareketli Platform Üzerinde Seri Manipülatör Kinematik Analizi	23
2.3. Hareketli Platform Üzerinde Çoklu Manipülatör Kinematik Analizi	28
2.4. Birlikte Çalışan Çoklu Manipülatör Kinematik Analizi	30
3. UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ İLE DİNAMİK MODELLEME	33
3.1. İvme Denklemlerinin Elde Edilmesi	33
3.2. Tork ve Kuvvet Denklemlerinin Elde Edilmesi	44
3.3. Hareketli Platform Üzerinde Çoklu Robot Sistemlerinin Dinamik Analizi	51
3.4. Hareketli Platform Üzerinde Birlikte Çalışan Robotların Dinamik Analizi	55
4. ARAT ARAÇ KUTUSU	61
4.1. ARAT Giriş ve Özellikler	61
4.2. Tasarım Paneli	64
4.3. Analiz Paneli	70
4.3.1. Kartezyen uzayda ters kinematik analiz	70
4.3.2. Eklem uzayında ileri kinematik analiz	72
4.3.2.1. Polinom yörüngeleri	74
4.3.2.2. Harmonik (harmonic) yörünge	75
4.3.2.3. Sikloidal (cycloidal) yörünge	75
4.3.2.4. Eliptik (elliptic) yörünge	76
4.3.2.5. Fourier tabanlı yörüngeler, gutman 1-3	76
4.3.2.6. Fourier tabanlı yörüngeler, freudenstein 1-3	77
4.3.2.7. Fourier tabanlı yörüngeler, freudenstein 1-3-5	77
4.3.3. Ters dinamik analiz	79
4.3.4. Çalışma uzayı	80
4.3.5. Jakobiyen matris analizi	81
4.4. Grafikler	82
4.5. Simülasyon Paneli	86
5. UYGULAMALAR	87
5.1. Yüksek Serbestlik Dereceli Seri Robotlar	93

5.2. Yüksek Artıklık İçeren Birlikte Çalışan Robotlar	93
5.3. Hibrit Robotlar	96
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	116
KAYNAKLAR	118
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER	123
ÖZGEÇMİŞ	124

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1.	El-Cezeri'nin yaptığı bazı çalışmalara ait çizimler: a) el-yüz yıkamak veya abdest almak için tavus kuşu formunda otomatik lavabo, b) aynı anda iki havuza farklı tarzlarda su yönlendirme makinası, c) fil su saati, d) krank sistemi [2]	5
Şekil 1.2.	Karel Capek'in Rossumovi Univerzální Roboti (Rossum's Universal Robots) tiyatro oyunu ile ortaya çıkmış ilk robot konsepti [3].....	6
Şekil 1.3.	Tahrik yapısına göre a) tam tahrikli (fully-actuated), b) eksik tahrikli (under-actuated), c) aşırı tahrikli (over-actuated) robotik sistemler [12].....	8
Şekil 1.4.	Farklı topolojide sistemler: Seri topoloji a) seri robotlar - manipülatörler, Kapalı çevrim topoloji: b) Stewart platformu, c) delta robot, d) birlikte çalışan robotlar, Kompleks topoloji-hibrit robotlar: e) insansı robotlar, f) yürüyen robotlar	9
Şekil 1.5.	Endüstriyel seri robotlar: a) SCARA (selective compliance articulated robot arm - seçici uyumlu eklemlerli robot kol, b) 6-eksen küresel robot, c) Kartezyen, d) Silindirik	11
Şekil 1.6.	Endüstriyel paralel robotlar: a) Stewart platformu, b) Delta robot	12
Şekil 1.7.	Çeşitli çok gövdeli robotik sistemler: a) insansı robot, b) yürüyen robot üzerinde seri robot, c) hareketli platform üzerinde seri robot, d) birlikte çalışan seri robotlar	13
Şekil 2.1.	Dönel eklem durumunda i. manipülatörde k-1 uzvundan k uzvuna hız aktarımı	20
Şekil 2.2.	Prizmatik eklem durumunda i. manipülatörde k-1 uzvundan k uzvuna hız aktarımı	22
Şekil 2.3.	Hareketli platform üzerinde n-eklemlerli seri manipülatör ve hareketli platformdan dışa doğru hız aktarımı	23
Şekil 2.4.	Hareketli platformdan uç işlevciye hız aktarımı	25
Şekil 2.5.	Son eklemden uç işlevciye hız aktarımı	26
Şekil 2.6.	İleri ve ters kinematik analiz akışı	27
Şekil 2.7.	Hareketli Platform Üzerinde Çoklu Manipülatör Kinematik Analizi	28
Şekil 2.8.	Ortak yükten kaynaklanan kinematik kısıt	30
Şekil 3.1.	Vektörün türevi	33
Şekil 3.2.	Dönel eklem durumunda i. manipülatörde k-1 uzvundan k uzvuna ivme aktarımı	38
Şekil 3.3.	Prizmatik eklem durumunda i. manipülatörde k-1 uzvundan k uzvuna ivme aktarımı	40

Şekil 3.4. İvme denklemlerinin hareketli platformdan dışa doğru aktarımı	42
Şekil 3.5. UzuV hızlarının ve ivmelerinin hesaplanması.....	43
Şekil 3.6. UzuVlar üzerine düşen kuvvet ve torklar	44
Şekil 3.7. Tork ve kuvvet denklemlerinin içe doğru, yani son uzuVdan hareketli platforma doğru aktarılması	45
Şekil 3.8. Uç işlevciye uygulanan tork ve kuvvet girişlerinin robota aktarılması	48
Şekil 3.9. İleri ve ters dinamik analiz hesaplanma akışı	50
Şekil 3.10. Ortak yükten kaynaklanan dinamik kısıt	56
Şekil 4.1. ARAT – İleri Robotik Analiz Araç Kutusu Teknik Özellikleri.....	62
Şekil 4.2. ARAT Kullanıcı Arayüzüne (GUI) genel bakış	63
Şekil 4.3. Tasarım penceresinin alt panelleri	65
Şekil 4.4. a) DH yöntemi ile b) SOA yöntemi arasındaki koordinat eksenini yerleştirilmesi farkı	66
Şekil 4.5. a) uzuVlar ve b) eklemler için vektör tabanlı parametrelerin tanımı.....	66
Şekil 4.6. Çok serbestlik dereceli eklem tanımları: a) küresel ve b) üniversal eklemler.....	67
Şekil 4.7. Küp üzerindeki yüzeylerden ve kenarlardan geçen vektörlerin ifadesi ve sağ kısımda bu vektörlerin toplamı.....	67
Şekil 4.8. Staubli RX160'ın ara noktalar tanımlanarak 3D çizimi	68
Şekil 4.9. Hareketli platform ve uç işlevci tasarım parametrelerinin tanımı	68
Şekil 4.10. Manipülatörün uç işlevcisi için Flanş Merkez Noktası (FCP), Takım Merkez Noktası (TCP), Yük Merkezi Noktası (PCP)	69
Şekil 4.11. (a) Konum farkı olan sanal uç işlevcinin yönü son bağlantı ile aynı yönde gösterilmektedir. (b) Konumdaki değişim ve x eksenini etrafındaki yön değiştirme.....	69
Şekil 4.12. Analiz bölümünün kartezyen uzay kinematiği sekmesi.....	70
Şekil 4.13. Uç işlevci ve hareketli platforma uygulanacak yörüngeler için otomatik oluşturulan değiştirilebilir komut dosyası.....	71
Şekil 4.14. Uç işlevcinin konum ve yön kontrolü için basit PI kontrol şeması	72
Şekil 4.15. İleri Kinematik analizi bölümünde (a) hareketli platform ve (b) eklem değişkenlerinin değiştirilebildiği sekmeler.....	72
Şekil 4.16. Eklem uzayında yörünge planlama	73
Şekil 4.17. 6 eksenli seri manipülatör için farklı yöntemlerle konum yörüngesinin oluşturulması	78
Şekil 4.18. Ters dinamik analiz paneli	79
Şekil 4.19. 6 eksenli seri manipülatör Staubli RX160'ın çalışma uzayı ve 2D düzlemlere iz düşümleri	80
Şekil 4.20. 6R seri manipülatör için Jakobiyen matris penceresi	81
Şekil 4.21. Jakobiyen matris analizi grafikleri.....	82
Şekil 4.22. Grafikler penceresinin genel görünümü ve incelenen parametreler	83
Şekil 4.23. Grafik penceresinde sonuçların büyütülmüş durumu	84

Şekil 4.24. Ağaç yapısı ikinci ve üçüncü mod parametre sınıflandırmaları	85
Şekil 4.25. Her uzvun uç noktalarının çalışma uzayı (Staubli T-80 SCARA Robotu).....	85
Şekil 4.26. Simülasyon ayarları paneli.....	86
Şekil 5.1. Matlab Simscape üzerinde 6R robotun kinematik ve dinamik parametreleri ile oluşturulması.....	88
Şekil 5.2. Simscape üzerinde 6R robot katı modeli	89
Şekil 5.3. RoboAnalyzer üzerinde 6R robot katı modeli	90
Şekil 5.4. ARAT üzerinde 6R robot katı modeli.....	91
Şekil 5.5. ARAT 6R robot kinematik ve dinamik parametrelerinin excel ortamında girilmesi	91
Şekil 5.6. Simscape, RoboAnalyzer ve ARAT üzerinde 6R robot eklem torkları karşılaştırması.....	92
Şekil 5.7. 60 eklemli seri robot kol	93
Şekil 5.8. 120 eklemli birlikte çalışan iki seri robot kol, toplam 240 eklem	94
Şekil 5.9. 120 eklemli birlikte çalışan iki seri robot kol, işlemci üzerindeki yükü	94
Şekil 5.10. 120 eklemli 4 seri robot kol hareketli platform üzerinde, toplam 480 eklem	95
Şekil 5.11. 120 eklemli 4 seri robot kol hareketli platform üzerinde, işlemci üzerindeki iş yükü	95
Şekil 5.12. Dört bacaklı yürüyen robot üzerinde iki tane 6 eklemli seri robot olan hibrit robot sembolik uzuv-eklem gösterimi – toplam 24 eklem ve 6 Dof Hareketli Platform	97
Şekil 5.13. Hibrit robot hareketli platform ve çoklu robot kinematik ve dinamik parametreleri	98
Şekil 5.14. Hibrit robot katı modeli – 24 Eklem ve 6 Dof Hareketli Platform	98
Şekil 5.15. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sağ bacak kinematik ve dinamik parametreleri	99
Şekil 5.16. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sol bacak kinematik ve dinamik parametreleri	99
Şekil 5.17. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sağ bacak kinematik ve dinamik parametreleri.....	100
Şekil 5.18. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sol bacak kinematik ve dinamik parametreleri.....	100
Şekil 5.19. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sağdaki seri robot kol kinematik ve dinamik parametreleri.....	101
Şekil 5.20. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde soldaki seri robot kol kinematik ve dinamik parametreleri.....	101
Şekil 5.21. Hibrit robotta yürüme için kullanılan bacaklara verilen trot yürüme profili.....	102
Şekil 5.22. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sağ bacak eklem torkları.....	103
Şekil 5.23. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sol bacak eklem torkları.....	103

Şekil 5.24. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sağ bacak eklem torkları	104
Şekil 5.25. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sol bacak eklem torkları	104
Şekil 5.26. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sağ seri robot kol eklem torkları	105
Şekil 5.27. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sol seri robot kol eklem torkları	105
Şekil 5.28. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sağ bacak eklem açıları.....	106
Şekil 5.29. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sol bacak eklem açıları	106
Şekil 5.30. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sağ bacak eklem açıları	107
Şekil 5.31. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sol bacak eklem açıları	107
Şekil 5.32. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sağ seri robot kol eklem açıları	108
Şekil 5.33. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sol seri robot kol eklem açıları	108
Şekil 5.34. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sağ bacak eklem hızları	109
Şekil 5.35. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sol bacak eklem hızları	109
Şekil 5.36. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sağ bacak eklem hızları.....	110
Şekil 5.37. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sol bacak eklem hızları.....	110
Şekil 5.38. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sağ seri robot kol eklem hızları.....	111
Şekil 5.39. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sol seri robot kol eklem hızları	111
Şekil 5.40. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sağ bacak eklem ivmeleri.....	112
Şekil 5.41. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sol bacak eklem ivmeleri.....	112
Şekil 5.42. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sağ bacak eklem ivmeleri.....	113
Şekil 5.43. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sol bacak eklem ivmeleri.....	113
Şekil 5.44. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sağ seri robot kol eklem ivmeleri.....	114
Şekil 5.45. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sol seri robot kol eklem ivmeleri.....	114

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1.1. Bazı seri robotların yoğunluk ve karmaşıklık değerleri.....	11
Tablo 1.2. Paralel robotların yoğunluk ve karmaşıklık değerleri.....	12
Tablo 1.3. Literatürde yapılmış olan robotik araç kutuları (DH: Denavit-Hartenberg, FK: İleri Kinematik, IK: Ters Kinematik, ID: Ters Dinamik, SOA: Uzaysal Vektör Cebri).....	17
Tablo 4.1. Oluşturulabilen yörüngeler ve alt yöntemleri	73

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

${}_3\mathbf{I}$: 3 x 3 birim matris
${}_3\mathbf{0}$: 3 x 3 sıfır matrisi
${}_n\mathbf{0}$: n x n sıfır matrisi
n_i	: i. manipülatördeki eklem sayısı
\mathcal{P}	: Sistemdeki manipülatör sayısı
${}^i\vec{\ell}_{k-1,k}$: i manipülatöründe, k-1 uzvu orijininden k uzvu orijinine doğru uzaklık vektörü
${}^i\hat{\ell}_{k-1,k}$: ${}^i\vec{\ell}_{k-1,k}$ vektörünün eksi bakışlı (skew-symmetric) matris formu
${}^i\vec{\ell}_{k,c}$: i manipülatöründe, k uzvu orijininden kütle merkezine doğru uzaklık vektörü
$\vec{\ell}_{b,c}$: Hareketli platformun, üzerinde rastgele belirlenmiş b noktasından kütle merkezine doğru uzaklık vektörü
${}^i\vec{\ell}_{c,t}$: Ortak yükün üzerinde rastgele belirlenmiş c noktasından i manipülatörünün uç işlevcisine doğru uzaklık vektörü
$\vec{\ell}_{c,com}$: Ortak yükün, üzerinde rastgele belirlenmiş c noktasından kütle merkezine doğru uzaklık vektörü
${}^i\vec{h}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun 3 boyutlu dönme-ötelenme eksen vektörü
${}^i\vec{H}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun 6 boyutlu dönme-ötelenme eksen uzaysal vektörü
iH	: i manipülatörünün bütün eklemlerinin dönme-ötelenme eksen matrisi
H	: Bütün sistemin dönme-ötelenme eksen matrisi
${}^i\Phi_{k,k-1}$: i manipülatöründe, k-1 uzvundan k uzvuna hız aktarım matrisi
${}^i\Phi$: i manipülatörünün hız aktarım matrisi
Φ	: Bütün sistemin hız aktarım matrisi
${}^i\Phi_t$: i manipülatöründe, son eklemden uç işlevciye hız aktarım matrisi
Φ_t	: Bütün sistemdeki manipülatörlerin son eklemlerinden uç işlevcilerine hız aktarım matrisi
${}^i\Phi_b$: i manipülatöründe, hareketli platformdan manipülatörün ilk eklemine hız aktarım matrisi
Φ_b	: Bütün sistemde, hareketli platformdan manipülatörlerin ilk eklemlerine hız aktarım matrisi

${}^i\Phi_{t,b}$: i manipülatöründe, hareketli platformdan uç işlevciye hız aktarım matrisi
$\Phi_{t,b}$: Bütün sistemde, hareketli platformdan manipülatörlerin uç işlevcilerine hız aktarım matrisi
${}^i\Phi_{t,c}$: i manipülatöründe, ortak yükten uç işlevciye hız aktarım matrisi
$\Phi_{t,c}$: Bütün sistemde, ortak yükten manipülatörlerin uç işlevcilerine hız aktarım matrisi
${}^i\dot{\theta}_k$: i manipülatöründe, k-1 uzvu ile k uzvu arasındaki eklem hızları
${}^i\dot{\underline{\theta}}$: i manipülatöründe bulunan bütün eklemlerin eklem hızları
$\dot{\underline{\theta}}$: Bütün sistemde, bulunan bütün manipülatörlerdeki eklemlerin eklem hızları birlikte
${}^i\ddot{\theta}_k$: i manipülatöründe, k-1 uzvu ile k uzvu arasındaki eklem ivmeleri
${}^i\ddot{\underline{\theta}}$: i manipülatöründe bulunan bütün eklemlerin eklem ivmeleri
$\ddot{\underline{\theta}}$: Bütün sistemde, bulunan bütün manipülatörlerdeki eklemlerin eklem ivmeleri
${}^i\vec{\omega}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun orijinindeki 3 boyutlu açısal hız vektörü
${}^i\vec{v}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun orijinindeki 3 boyutlu lineer hız vektörü
${}^i\vec{\bar{v}}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun orijinindeki 6 boyutlu uzaysal hız vektörü
${}^i\underline{V}$: i manipülatörünün bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu uzaysal hız vektörleri birlikte
\underline{V}	: Bütün sistemde, bütün manipülatörlerin, bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu uzaysal hız vektörleri birlikte
$\vec{\omega}_b$: Hareketli platformun 3 boyutlu açısal hız vektörü
\vec{v}_b	: Hareketli platformun 3 boyutlu lineer hız vektörü
$\vec{\bar{v}}_b$: Hareketli platformun 6 boyutlu uzaysal hız vektörü
${}^i\vec{\omega}_l$: i manipülatöründe, uç işlevcinin 3 boyutlu açısal hız vektörü
${}^i\vec{v}_l$: i manipülatöründe, uç işlevcinin 3 boyutlu lineer hız vektörü
${}^i\vec{\bar{v}}_l$: i manipülatöründe, uç işlevcinin 6 boyutlu uzaysal hız vektörü
\underline{V}_l	: Bütün sistemde, bütün manipülatörlerin uç işlevcilerinin 6 boyutlu uzaysal hız vektörleri birlikte
iJ	: i manipülatörünün Jakobiye matrisi
${}^iJ^\#$: i manipülatörünün Jakobiye matrisinin sözde (pseudo) tersi
J	: Bütün sistemin Jakobiye matrisi
$J^\#$: Bütün sistemin Jakobiye matrisinin sözde (pseudo) tersi
$\vec{\omega}_c$: Ortak yükün 3 boyutlu açısal hız vektörü
\vec{v}_c	: Ortak yükün 3 boyutlu lineer hız vektörü
$\vec{\bar{v}}_c$: Ortak yükün 6 boyutlu uzaysal hız vektörü

$\dot{\vec{w}}_c$: Ortak yükün 3 boyutlu açısai ivme vektörü
$\dot{\vec{v}}_c$: Ortak yükün 3 boyutlu lineer ivme vektörü
$\dot{\vec{V}}_c$: Ortak yükün 6 boyutlu uzaysal ivme vektörü
${}^i\dot{\vec{w}}_k$: i manipülatöründe, k uzvu orijinindeki 3 boyutlu açısai ivme vektörü
${}^i\dot{\vec{v}}_k$: i manipülatöründe, k uzvu orijinindeki 3 boyutlu lineer ivme vektörü
${}^i\dot{\vec{V}}_k$: i manipülatöründe, k uzvu orijinindeki 6 boyutlu uzaysal ivme vektörü
$\dot{\vec{w}}_b$: Hareketli platformun 3 boyutlu açısai ivme vektörü
$\dot{\vec{v}}_b$: Hareketli platformun 3 boyutlu lineer ivme vektörü
$\dot{\vec{V}}_b$: Hareketli platformun 6 boyutlu uzaysal ivme vektörü
${}^i\dot{\vec{w}}_t$: i manipülatöründe, uç işlevcinin 3 boyutlu açısai ivme vektörü
${}^i\dot{\vec{v}}_t$: i manipülatöründe, uç işlevcinin 3 boyutlu lineer ivme vektörü
${}^i\dot{\vec{V}}_t$: i manipülatöründe, uç işlevcinin 6 boyutlu uzaysal ivme vektörü
$\dot{\vec{V}}_t$: Bütün sistemde, bütün manipülatörlerin uç işlevcilerinin 6 boyutlu uzaysal ivme vektörleri birlikte
$\dot{\vec{V}}$: i manipülatörünün bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu uzaysal ivme vektörleri birlikte
$\dot{\vec{V}}$: Bütün sistemde, bütün manipülatörlerin, bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu uzaysal ivme vektörleri birlikte
${}^i\vec{a}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun orijinindeki 6 boyutlu hıza bağı coriolis ve merkezkaç uzaysal ivmeleri vektörü
\vec{a}	: i manipülatörünün bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu hıza bağı coriolis ve merkezkaç uzaysal ivme vektörleri birlikte
\vec{a}	: Bütün sistemde, bütün manipülatörlerin, bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu hıza bağı coriolis ve merkezkaç uzaysal ivme vektörleri birlikte
\vec{a}_b	: Hareketli platformun 6 boyutlu hıza bağı coriolis ve merkezkaç uzaysal ivme vektörü
${}^i\vec{a}_c$: i manipülatöründe, ortak yükten uç işlevciye etki eden 6 boyutlu hıza bağı coriolis ve merkezkaç uzaysal ivme vektörü
\vec{a}_c	: Bütün sistemde, ortak yükten bütün manipülatörlerin uç işlevcilerine etki eden 6 boyutlu hıza bağı coriolis ve merkezkaç uzaysal ivme vektörleri birlikte
\vec{g}	: Yerçekimi ivmesi vektörü
${}^i\vec{\tau}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun orijinindeki 3 boyutlu tork vektörü
${}^i\vec{f}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun orijinindeki 3 boyutlu kuvvet vektörü

${}^i\vec{F}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun orijinindeki 6 boyutlu uzaysal kuvvetler vektörü
${}^i\vec{\tau}$: i manipülatörünün bütün uzuvlarının orijinlerindeki 3 boyutlu tork vektörleri birlikte
$\vec{\tau}$: Bütün sistemde, bütün manipülatörlerin, bütün uzuvlarının orijinlerindeki 3 boyutlu tork vektörleri birlikte
${}^i\vec{f}$: i manipülatörünün bütün uzuvlarının orijinlerindeki 3 boyutlu kuvvet vektörleri birlikte
\vec{f}	: Bütün sistemde, bütün manipülatörlerin, bütün uzuvlarının orijinlerindeki 3 boyutlu kuvvet vektörleri birlikte
${}^i\vec{F}$: i manipülatörünün bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu uzaysal kuvvet vektörleri birlikte
\vec{F}	: Bütün sistemde, bütün manipülatörlerin, bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu uzaysal kuvvet vektörleri birlikte
${}^i\vec{\tau}_t$: i manipülatöründe, uç işlevicideki 3 boyutlu tork vektörü
${}^i\vec{f}_t$: i manipülatöründe, uç işlevicideki 3 boyutlu kuvvet vektörü
${}^i\vec{F}_t$: i manipülatöründe, uç işlevicideki 6 boyutlu uzaysal kuvvet vektörü
\vec{F}_t	: Bütün sistemde, bütün manipülatörlerin uç işlevicilerindeki 6 boyutlu uzaysal kuvvet vektörleri birlikte
$\vec{\tau}_b$: Hareketli platformdaki 3 boyutlu tork vektörü
\vec{f}_b	: Hareketli platformdaki 3 boyutlu kuvvet vektörü
\vec{F}_b	: Hareketli platformdaki 6 boyutlu uzaysal kuvvet vektörü
$\vec{\tau}_c$: Ortak yükdeki 3 boyutlu tork vektörü
\vec{f}_c	: Ortak yükdeki 3 boyutlu kuvvet vektörü
\vec{F}_c	: Ortak yükdeki 6 boyutlu uzaysal kuvvet vektörü
${}^i\mathbf{I}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun orijinindeki atalet tensörü
\mathbf{I}_b	: Hareketli platformun atalet tensörü
\mathbf{I}_c	: Ortak yükün atalet tensörü
${}^i m_k$: i manipülatöründe, k uzvunun kütlesi
m_b	: Hareketli platformun kütlesi
m_c	: Ortak yükün kütlesi
${}^i\vec{v}_{c_k}$: i manipülatöründe, k uzvunun kütle merkezindeki 3 boyutlu lineer hız vektörü
${}^i\vec{b}_k$: i manipülatöründe, k uzvunun orijinindeki 6 boyutlu uzaysal hıza bağlı jiroskopik kuvvetler vektörü
\vec{b}_b	: Hareketli platformun 6 boyutlu uzaysal hıza bağlı jiroskopik kuvvetler vektörü
\vec{b}_c	: Ortak yükün 6 boyutlu uzaysal hıza bağlı jiroskopik kuvvetler vektörü

\underline{b}^i	: i manipülatörünün bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu uzaysal hızı bağı jiroskopik kuvvetler vektörleri birlikte
\underline{b}	: Bütün sistemde, bütün manipülatörlerin, bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu uzaysal hızı bağı jiroskopik kuvvetler vektörleri birlikte
${}^i M_k$: i manipülatöründe, k uzvunun kütle matrisi
${}^i M$: i manipülatörünün kütle matrisi
M	: Bütün sistemin kütle matrisi
M_b	: Hareketli platformun kütle matrisi
M_c	: Ortak yükün kütle matrisi
${}^i \bar{M}$: i manipülatörünün genelleştirilmiş kütle matrisi
\bar{M}	: Bütün sistemin genelleştirilmiş kütle matrisi
${}^i M_b$: Hareketli platform ile i. manipülatör arasındaki dinamik etkileşime ilişkin kütle matrisi
\underline{C}^i	: i manipülatörünün hızı bağı coriolis, merkezkaç ve jiroskopik eklem kuvvetlerini içeren uzun vektör
\underline{C}	: Bütün sistemin hızı bağı coriolis, merkezkaç ve jiroskopik eklem kuvvetlerini içeren uzun vektör
Ω	: Kapalı kinematik döngüdeki manipülatörlerin işbirliği matrisi

Kısaltmalar

3D	: Three Dimension (Üç Boyutlu)
ARAT	: Advanced Robotics Analysis Toolbox (İleri Robotik Analiz Araç Kutusu)
CAD	: Computer Aided Design (Bilgisayar Destekli Tasarım)
CoM	: Center of Mass (Kütle Merkezi)
DH	: Denavit-Hartenberg
DoF	: Degree of Freedom (Serbestlik Derecesi)
FCP	: Flange Center Point (Flanş Merkez Noktası)
GUI	: Graphical User Interface (Grafiksel Kullanıcı Arayüzü)
HTML	: Hyper Text Markup Language (Hiper Metin İşaret Dili)
PCP	: Payload Center Point (Yük Merkezi Noktası)
SCARA	: Selective Compliance Articulated Robot Arm (Seçici Uyumlu Eklemlili Robot Kol)
SI	: Système International D'unités (Uluslararası Birimler Sistemi)
SOA	: Spatial Operator Algebra (Uzaysal Vektör Cebri)
TCP	: Tool Center Point (Takım Merkez Noktası)
TP	: Teach Pendant (Uzaktan Kumandalı Programlama Cihazı)
VRML	: Virtual Reality Modeling Language (Sanal Gerçeklik Modelleme Dili)

ÇOK GÖVDELİ VE YÜKSEK SERBESTLİK DERECELİ ROBOTİK SİSTEMLERİN KİNEMATİK VE DİNAMİK MODELLENMESİ İÇİN ARAÇ KUTUSU GELİŞTİRİLMESİ

ÖZET

Bu tez, birlikte çalışan robotlarda ve yüksek artıklık (redundancy) barındıran uzay uygulamalarında yaygın olarak kullanılan yüksek serbestlik dereceli (DoF), çok gövdeli robotların kinematik ve dinamik modellemesi ve analizi için bir araç kutusu geliştirmeyi amaçlamıştır. İleri Robotik Analiz Araç Kutusu (ARAT) ile yüksek serbestlik dereceli, üniversal, küresel, prizmatik ve dönel eklem bulundurabilen, hareketli ve sabit platform üzerinde çalışabilen bütün çoklu robotların kinematik ve dinamik analizi yapılabilmektedir.

ARAT, yeni robotlar tasarlayıp yapan robotik dersi öğrencileri ve robotik alanındaki araştırmacıların tasarım ve analiz yapmaları için geliştirildi. Robotun uzuv uzunlukları, yönelimleri, kütleleri ve ataletleri gibi kinematik ve dinamik parametreleri ARAT'a kullanıcı dostu bir grafiksel arayüz (GUI) yardımıyla girilebilir. Robotların katı modelleri, sanal gerçeklik simülasyonları için üç boyutlu (3D) bir ortamda oluşturulabilir.

ARAT'ta ileri ve ters kinematik modeller, Jakobiyen matrisi, yörünge planlama, ters dinamik analizler yüksek performanslı Uzaysal Vektör Cebri (SOA) ile kolay ve hızlı bir şekilde elde edilebilir. Uzuv orijinleri, uzuvların kütle merkezi (CoM) ve eklemlerdeki açısal ve lineer hızlar, ivmeler, kuvvetler ve torklar, gibi tüm fiziksel robot parametreleri 3D olarak hesaplanabilir.

ARAT yörünge algoritmaları olarak polinom, trigonometrik (harmonik, sikloidal, eliptik), üstel, Gauss ve Fourier tabanlı (Gutman, Freudenstein) gibi en yaygın yörüngelerin kullanmaya olanak verir. Bu yörüngeler, robotların her bir eklemine kolayca uygulanabilir. ARAT ve MATLAB - Simscape Multibody benzetim programlarında robotik sistemlerin farklı yapıları koşturulmuştur ve aralarında hatanın olmadığı görülmüştür. ARAT, hesaplama verimliliği, görsellik ve kolay kullanım açısından literatürde bulunan çok gövdeli robot benzetim araç kutularından birçok üstünlüğe sahiptir.

Anahtar Kelimeler: Birlikte Çalışan Robotlar, Çok Gövdeli Robotik Sistemler, Robot Kinematiği ve Dinamiği, Uzaysal Vektör Cebri, Yüksek Artıklı Seri Manipülatörler.

TOOLBOX DEVELOPMENT FOR KINEMATIC AND DYNAMIC MODELING OF MULTIBODY AND HIGH DEGREE OF FREEDOM ROBOTIC SYSTEMS

ABSTRACT

This thesis aimed to develop a toolbox for kinematic and dynamic modeling and analysis of the high degree-of-freedom (DOF), multibody robots used widely in cooperative and space applications. With the Advanced Robotics Analysis Toolbox (ARAT), kinematic and dynamic modeling and analysis of the complex, multibody and high degree of freedom robots which may have universal, spherical, prismatic or rotational joints with more than one DOF and a mobile or stationary base can be easily accomplished.

The ARAT was used to design and analyze for robotic education students and robotics researchers who design and build exceptional new robots. The robot's kinematic and dynamic parameters including link lengths, directions, masses and inertias can be entered into the ARAT using a user-friendly interface. Solid models of the robots can be created in a three dimensional (3D) environment for virtual reality simulations.

In the ARAT, forward and inverse kinematic models, Jacobian matrix, trajectory planning, inverse dynamic models can be produced in a computationally efficient way. All of the physical robot parameters such as angular and linear velocities, accelerations, forces and torques at the joints, link origins and the center of mass (CoM) of the links can be computed in 3D.

The ARAT includes support for the most commonly used trajectory algorithms, including polynomial, trigonometric (harmonic, cycloidal, elliptic), exponential, Gaussian and Fourier-based (Gutman, Freudenstein). These trajectories can be applied easily to each joint of the robots. In order to compare the kinematic and dynamic results obtained from ARAT and MATLAB-Simscape Multibody simulation program, different structures of the robotic systems were simulated in both programs. The results that produced from ARAT and MATLAB-Simscape were similar. The ARAT is much better from the multibody robot simulation toolboxes existing in literature in terms of computation capability, visual ability and easy usage.

Keywords: Cooperative Robots, Multibody Robotic Systems, Robot Kinematics and Dynamics, Spatial Operator Algebra, Hyper Redundant Serial Manipulators.

GİRİŞ

Robotik alanında yapılan çalışmaların artmasıyla birlikte farklı eklem yapılarında ve farklı tipte seri robotların, kapalı zincir topolojide çalışan birlikte çalışan robotların, hem kapalı, hem de açık zincir topoloji barındıran karmaşık-hibrit sistemlerin üzerine çok farklı çalışmalar robotik öğrencileri ve araştırmacılar tarafından yapılmaktadır.

Öğrenciler robotik derslerindeki projelerinde ve bitirme tezlerinde, 3D tasarım programlarında kendi tasarladıkları, çoğunlukla 3D yazıcılar ile kendi ürettikleri, literatürde olmayan seri robotları kinematik ve dinamik olarak analiz etmeye çalışıyorlar. Daha önce yapılan robotik analiz araç kutularının büyük bir kısmında ön tanımlı olarak kullanıcılara belli robotlar sunulmakta ve yeni robot tasarlamak veya var olan robotun kinematik ve dinamik parametreleri üzerinde değişiklikler yapmak mümkün olmamaktadır. Bazı çalışmalarda ise yeni robot ve sistem tasarlanması çok fazla programlama ve robotik ön bilgisi ve çok fazla işlem basamakları ile mümkün olabilmektedir. Ayrıca robotlar bazen sabit bir platform üzerinde çalışırken bazen de hareketli bir platformda, tekerlekli veya yürüyen bir robotun üzerinde olabiliyor. Farklı eklem tiplerini (üniversal, silindirik, küresel, prizmatik ve dönel eklem) üzerinde barındırabiliyor. Bütün bu özellikler iyi bir robotik analiz araç kutusunda olması gereken özelliklerdendir.

Araştırmacılar cephesinde de benzer problemler üzerinde çalışıldığı gibi aynı zamanda daha ileri robotik konularda, çok gövdeli yüksek serbestlik dereceli karmaşık topoloji, hibrit sistemlerin modellenmesi ve analizi üzerine çalışmalarda artış olmuştur. Çalışmalardaki artış bu alanda kapsamlı bir araç kutusuna olan ihtiyaç ile paralellik göstermektedir.

Bu çalışmada, yüksek serbestlik dereceli çoklu robotik tasarımların kinematik ve dinamik analizini hesaplamak için İleri Robotik Analiz Araç Kutusu (ARAT) geliştirilmesi amaçlanmıştır. ARAT ile çoklu robotların kinematik ve dinamik analizi yüksek performanslı bir şekilde yapılabilir. ARAT, üniversal, küresel, prizmatik veya dönel eklemleri kullanabilir ve hareketli veya sabit platformlar üzerindeki robotik

sistemleri modelleyebilir. Bu araç kutusu, hem araştırmacılar hem de öğrenciler için yeni tanımlanabilecek robotların kolaylıkla analizine imkân vermek için oluşturuldu. Robotun kinematik ve dinamik parametreleri kolayca kullanıcı arayüzü vasıtasıyla girilebilir ve robot 3 boyutlu bir ortamda oluşturulabilir. İleri ve ters kinematik analiz, Jakobiyen matris veri çıkarma, yörünge planlama ve ileri ve ters dinamik analiz kolayca yapılabilir. Eklemlerdeki açısız ve lineer hızlar, ivmeler, kuvvetler ve torklar, uzuv orijinleri ve uzuvların kütle merkezi (CoM) üç boyutta elde edilebilir. Polinom, trigonometrik (harmonik, sikloidal, eliptik), üstel, Gauss, Fourier tabanlı (Gutman, Freudenstein) gibi en yaygın kullanılan yörüngeler ARAT kullanılarak kolayca uygulanabilir.

Birinci bölümde tezin konusu, odaklandığı problem, konu ile ilgili literatür taraması ve bu çalışmanın literatüre katkısı anlatılmıştır.

İkinci bölümde tez kapsamında kullanılan SOA (Spatial Operator Algebra – Uzaysal Operatör Cebri) yöntemine giriş yapılmış, öncelikle dönel ve prizmatik eklem durumlarında iki uzuv arası hız aktarımlarından bahsedilmiştir. Daha sonra hareketli platform üzerinde seri manipülatörlerin kinematik analizi detaylı olarak açıklanmıştır. Hareketli platform üzerinde çoklu manipülatör ve birlikte çalışan çoklu manipülatör kinematik analizi anlatılarak bölüm bitirilmiştir.

Üçüncü bölümde de bir önceki bölümde olduğu gibi öncelikle iki uzuv arasındaki hız aktarımından ivme ve tork ifadesine geçiş dönel ve prizmatik eklem için detaylı olarak anlatılmıştır. Hareketli platform üzerinde çoklu manipülatör ve birlikte çalışan çoklu manipülatör durumlarında denklemlerdeki değişimler işlenmiştir.

Dördüncü bölümde çok gövdeli ve yüksek serbestlik dereceli robotik sistemlerin kinematik ve dinamik modellenmesi ve analizine olanak sağlayan SOA temelli ARAT (Advanced Robotics Analysis Toolbox) İleri Robotik Analiz Araç Kutusu bütün detayları ile tanıtılmıştır.

Beşinci bölümde ARAT ile yapılabilen bazı karmaşık uygulamalar ve bu uygulamalara ait sonuçlar sunulmuş ve değerlendirilmiştir.

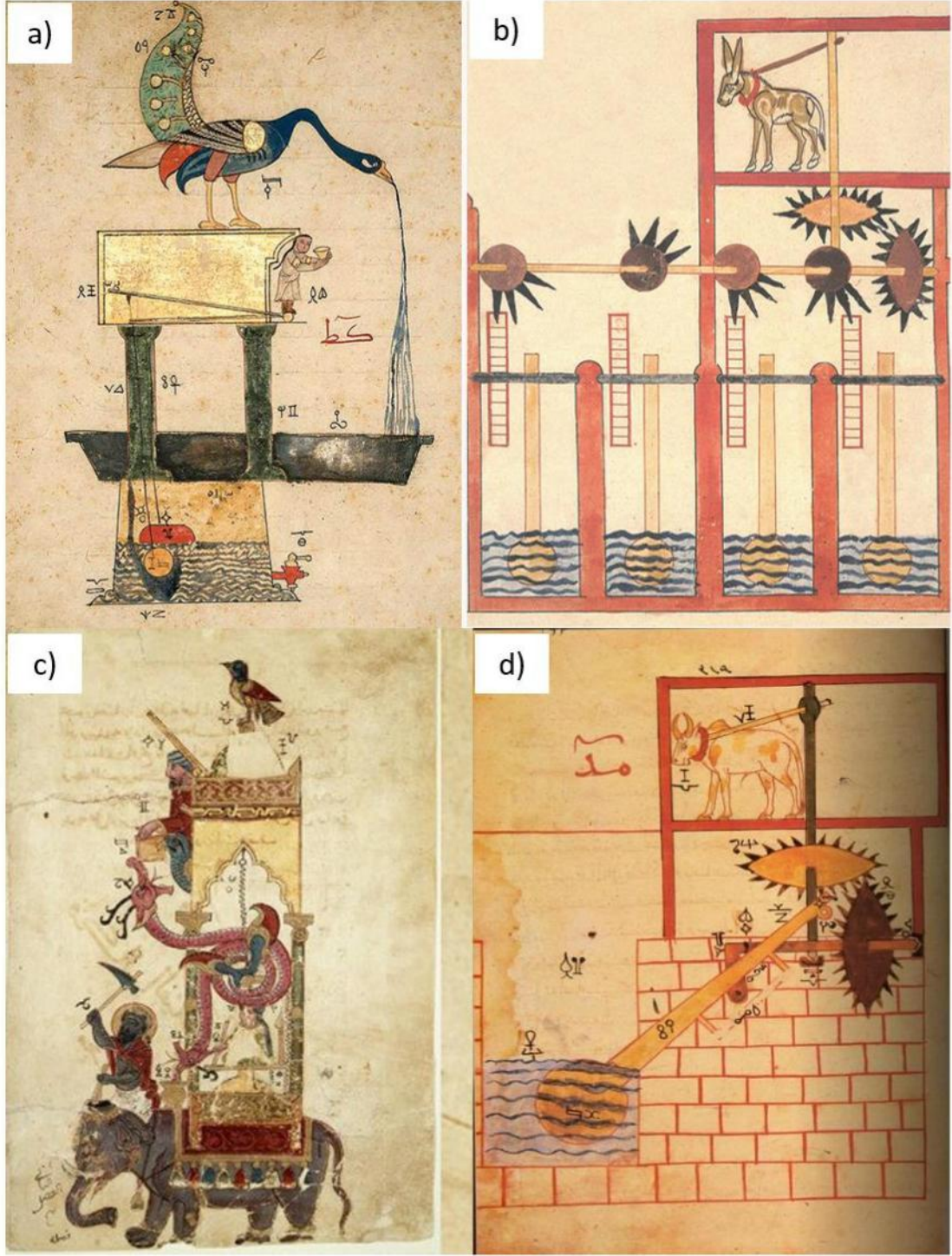
Altıncı bölümde de sonuçlar yorumlanmış ve bu tezin devamında yapılabilecek çalışmalar ele alınmıştır.

1. GENEL BİLGİLER

Bedi'üz-Zaman Ebû'l İzz Bin Rezzaz El Cezerî; Miladi 1153-1233 (Hicri 548-630) yılları arasında yukarı Mezopotamya'nın Cezire (Cizre) bölgesinde Diyarbakır Sultanı emrinde yaşamıştır [1]. Sibernetik alanın kurucusu kabul edilen, fizikçi, robot ve matris ustası bilim insanı, lakabını yaşadığı şehirden alan El Cezeri, öğrenimini Camia Medresesi'nde tamamlayarak, fizik ve mekanik alanlarında yoğunlaştı ve pek çok ilke ve buluşa (Şekil 1.1) imza attı [2]. Batı literatüründe M.Ö. 300 yıllarında Yunan matematikçi Archytas tarafından buharla çalışan bir güvercin yapılmış olduğu belirtilse de, robotikle ilgili bilinen en eski yazılı kayıt, Cezeri'ye aittir. Dünya bilim tarihi açısından bugünkü sibernetik ve robot biliminde çalışmalar yapan ilk bilim insanı olan Cezeri'nin yaptığı otomatik makineler günümüz mekanik ve sibernetik bilimlerinin temel taşlarını oluşturmaktadır.

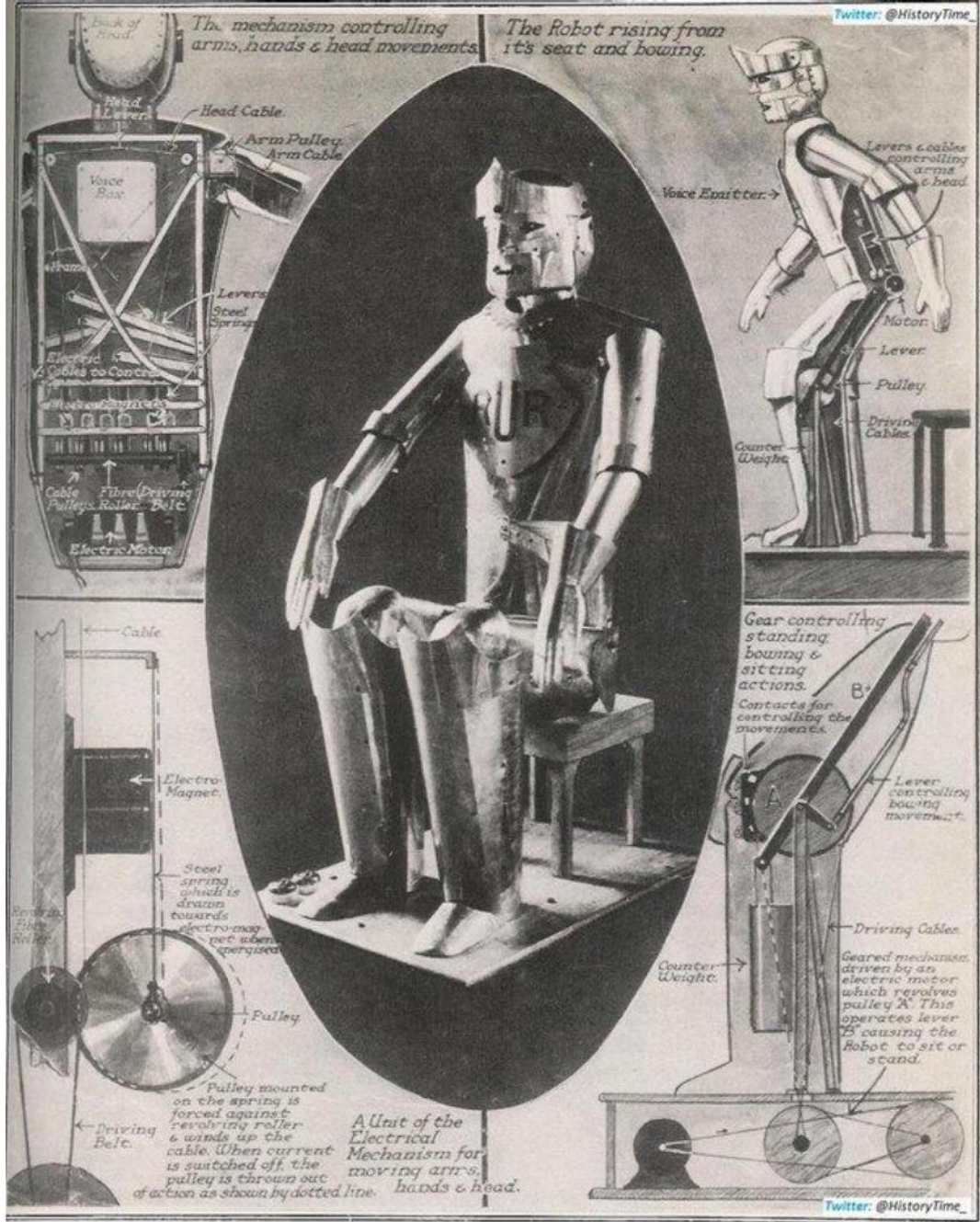
Robot sözcüğünü ilk olarak Çekoslovak yazar Karel Capek'in 25 Ocak 1921'de gösterime giren Rossumovi Univerzální Roboti (Rossum's Universal Robots) R.U.R. [3] adlı tiyatro oyununda kullanılmıştır. Oyun, roboti (robot) adı verilen yapay insanları sentetik organik maddeden yapan bir fabrikada başlar. Terimin şu andaki tanımıyla tam olarak robot değildirler, makinelerden ziyade modern androidlere benzer şekilde (Şekil 1.2) yapay kan ve eti olan yaşayan canlılarıdır. İlk başta insanlar için çalışmaktan mutlu görünüyorlar, ancak bir robot isyanı insan ırkının yok olmasına neden oluyor. Bu oyun önce İngilizceye, sonra bilim kurguya "robot" kelimesini tanıttı ve 1923 yılına gelindiğinde 30 dile çevrilmişti. Amerikan Robot Enstitüsü ise robot tanımını, "programlanabilir, çok fonksiyonlu, malzemeleri, parçaları, aletleri ve özel aygıtları taşıyabilir ve çeşitli programlanmış fonksiyonları yaparak çeşitli görevleri yerine getirir" şeklinde yapmaktadır.

Robotlar serbestlik derecelerine, tahrik yapısına, üzerinde buldukları platforma, kinematik yapılarına, kullanılan eklem tiplerine göre farklı kriterlere göre sınıflandırılabilirler.



Şekil 1.1. El-Cezeri'nin yaptığı bazı çalışmalara ait çizimler: a) el-yüz yıkamak veya abdest almak için tavus kuşu formunda otomatik lavabo, b) aynı anda iki havuza farklı tarzlarda su yönlendirme makinası, c) fil su saati, d) krank sistemi [2]

Sınıflandırmaya başlanmadan önce serbestlik derecesi (degree of freedom - DoF), eklem uzayı (joint space) ve görev uzayı (task space) gibi kavramların tanıtılmasında fayda vardır.



Şekil 1.2. Karel Capek'in Rossumovi Univerzální Roboti (Rossum's Universal Robots) tiyatro oyunu ile ortaya çıkmış ilk robot konsepti [3]

Uluslararası Makine ve Mekanizmalar Teorisi Federasyonu (International Federation for the Theory of Machines and Mechanisms) terminolojisine göre [4], bir mekanizmanın serbestlik derecesi (DoF), herhangi bir zamanda, bir sistemin konfigürasyonunu veya yapılandırmasını tamamen tanımlayan bağımsız genelleştirilmiş koordinatların sayısıdır. Chebyshev-Grübler-Kutzbach kriteri [5] ile şu şekilde hesaplanabilir:

$$F = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i - f_p \quad (1.1)$$

Burada F mekanizmanın serbestlik derecesi, λ mekanizmanın çalıştığı uzayın serbestlik derecesi, n mekanizmada bulunan uzuv sayısı (platform dâhil), j mekanizmadaki eklem sayısı, f_i i. eklemün izin verdiği serbestlik derecesi, f_p i. eklemdaki toplam pasif serbestlik derecesi sayısı olarak ifade edilebilir.

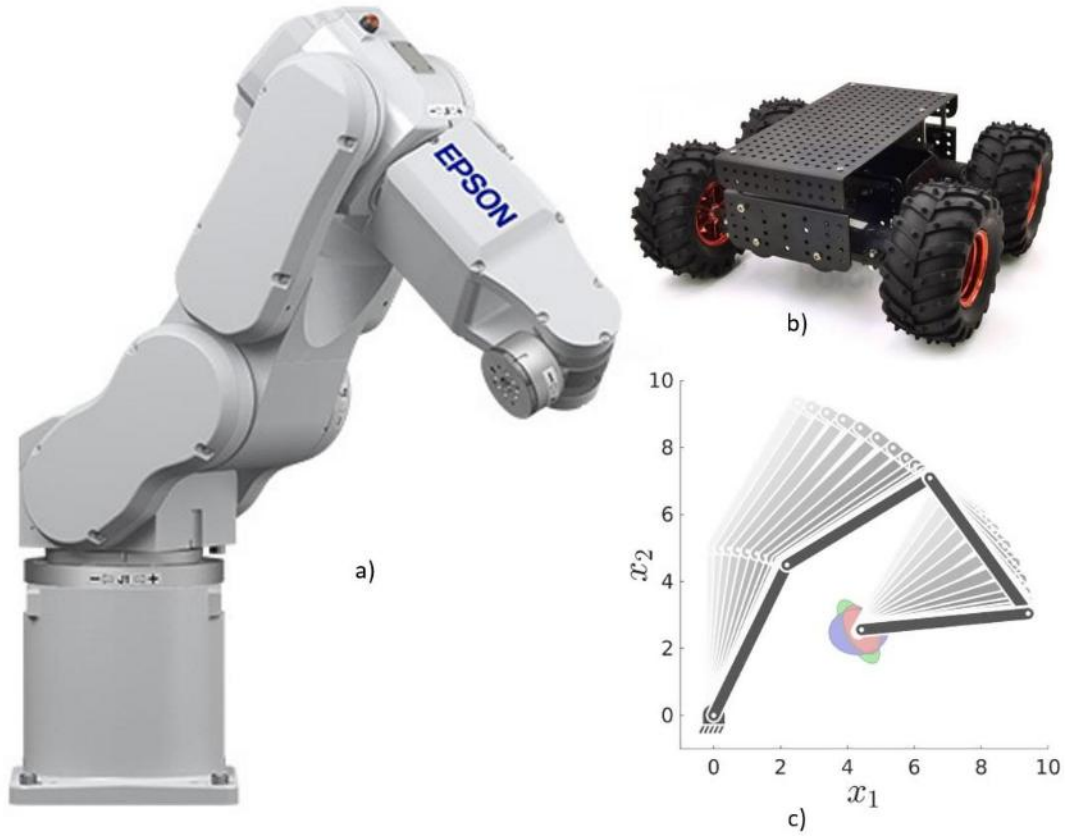
Eklem uzayı robotta tahrik verilen, aktif olarak hareket ettirilen eklem sayısını ifade ederken görev uzayı ise robotun uç işlevcisinin görevini yerine getirebilmek için ihtiyaç duyduğu kartezyen uzayı ifade eder. Görev uzayına örnek olarak şunlar verilebilir: Düzlem üzerinde belli bir noktaya pozisyon olarak gitmesi istenen bir düzlemsel robotun görev alanı 2, eğer robot bir çizgi üzerinde hareket edecek ise görev uzayı 1 olacaktır. Aynı şekilde, 3D uzayda hareket yani x, y, z eksenlerinde ötelenme ve bu eksenlerdeki dönme (sapma-yunuslama-yuvarlanma, yaw-pitch-roll) yapacak ise görev uzayı 6 olacaktır.

Robotlar serbestlik derecelerine göre üçe ayrılır. Eklem uzayı ile görev uzayı eşit olan robotlar genel amaçlı (general purpose) [6], eklem uzayı görev uzayından büyük olan robotlar artık (redundant) [7], eklem uzayı görev uzayından küçük olan robotlar ise yetersiz (deficient) [8] robot olarak tanımlanır. Yukarıda verilen örneklerden devam edilirse, 3 eklemlı bir robotun uç işlevcisi bir düzlem üzerinde pozisyon olarak hareket ettirilmek istendiğinde görev uzayı 2 olduğu için artık (redundant) bir robot olduğu söylenebilir. Aynı şekilde, 4 eklemlı bir robot ile 3D uzayda hareket yapılmaya çalışıldığında yetersiz (deficient) bir robot kullanılmış olur.

Tahrik yapısına göre de tam tahrikli (fully-actuated) [9], eksik tahrikli (under-actuated) [10] ve aşırı veya artıklı tahrikli (over or redundantly-actuated) [4,11] olmak üzere üçe ayrılırlar. Burada robotun serbestlik derecesi sistemde kullanılan eyleyici (actuator) sayısına, yani sistemdeki bağımsız kontrol girişlerinin sayısına eşit ise tam tahrikli, eyleyici sayısı serbestlik derecesinden az ise eksik tahrikli, serbestlik derecesinden fazla ise aşırı veya artıklı tahrikli olarak adlandırılır. Şekil 1.3'ten de görülebileceği üzere, örneğin 6 eyleyici ve 6 serbestlik dereceli bir seri manipülatör tam tahrikli olarak, tekerlekli bir mobil robot 2 eyleyici (tekerlerin sağ-sola döndürülmesi ve ileri-

geri gitmesi) ile düzlemsel olarak 3 boyutlu uzayda (x ve y eksenlerinde ötelenme, z ekseninde dönme) hareket edebildiğinden eksik tahrikli olarak ve 4 eklemlili ve düzlemsel hareket edebilen seri robot [12] aşırı tahrikli olarak ifade edilebilir.

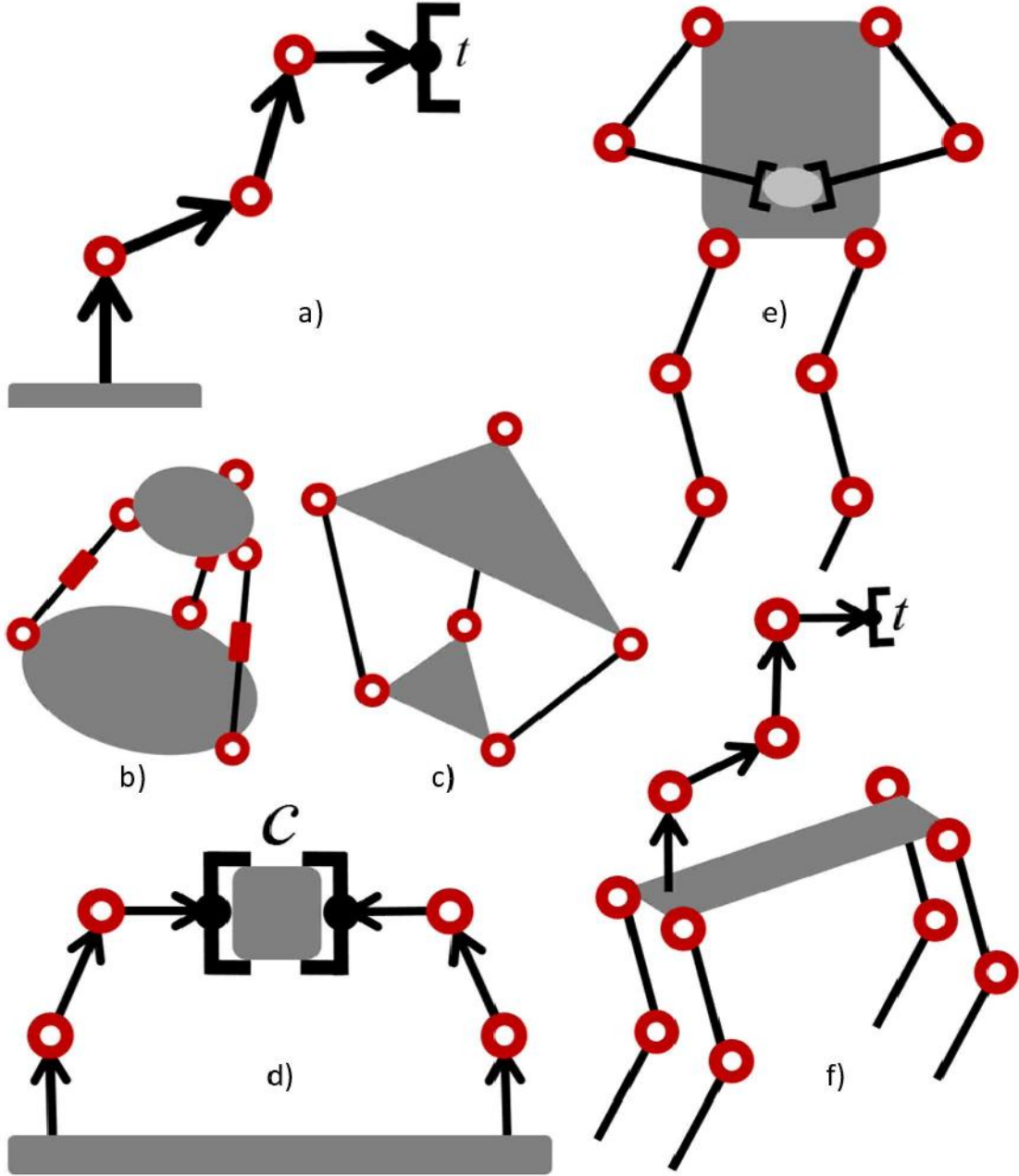
Üzerinde buldukları platforma göre sabit platform üzerindeki robotlar ve hareketli platform üzerindeki robotlar olmak üzere ikiye ayrılırlar. Sabit platform üzerindeki robotlara endüstride kullanılan birçok seri robot örnek olarak verilebilir. Son yıllarda bu robotlar belli eksenlerde hareket kabiliyeti olan platformlar üzerinde kullanılmaya başlanmıştır. Bunun ileri bir aşaması olarak tekerlekli, yürüyen, yüzen ve uçan mobil robotların üzerinde seri robotların kullanımı ile ilgili uygulamalar hareketli platform üzerindeki robotik sistemlere örnek olarak gösterilebilir.



Şekil 1.3. Tahrik yapısına göre a) tam tahrikli (fully-actuated), b) eksik tahrikli (under-actuated), c) aşırı tahrikli (over-actuated) robotik sistemler [12]

Kinematik yapılarına göre seri veya açık zincir (serial or open chain), kapalı zincir (closed chain) [13], ve ağaç topolojisi (tree topology) olmak üzere üçe ayrılırlar. Seri topoloji sistemler en basit yapıdaki sistemler olup ilk uzvu sabit veya hareketli

platform üzerinde başlayıp son ucvunda bir uç işlevcisi olan açık zincir yapıda sistemlerdir.



Şekil 1.4. Farklı topolojide sistemler: Seri topoloji a) seri robotlar - manipulatörler, Kapalı çevrim topoloji: b) Stewart platformu, c) delta robot, d) birlikte çalışan robotlar, Kompleks topoloji-hibrit robotlar: e) insansı robotlar, f) yürüyen robotlar

Kapalı zincir topoloji adından da anlaşılacağı üzere açık zincir topolojisinde olan farklı sistemlerin birlikte aynı görevi yerine getirmek üzere kurduğu kapalı zincir yapıyı ifade eder. Daha küçük bir çalışma uzayı, yüksek faydalı yük taşıma, düşük atalet avantajlarının yanı sıra hesaplama yükü olarak çok daha karmaşık bir yapı

oluştururlar. Ağaç topolojisi seri ve kapalı zincir topolojilerin birlikte bulunabildiği hibrit veya karmaşık topoloji olarak da adlandırılan sistemlerdir. Şekil 1.4'te farklı zincir yapılar sembolik bir şekilde örneklendirilmiştir.

Son yıllarda Gezgin ve Özdemir'in [14] yaptıkları bir çalışmaya göre seri ve paralel manipülatörler sahip oldukları karmaşıklık (complexity) ve yoğunluk (compactness) değerlerine göre de sınıflandırılabilir. Chebyshev–Grübler–Kutzbach kriterine benzer şekilde Somov–Malushev'in universal hareketlilik (mobility) formülü kullanılır:

$$M = \lambda(\ell - 1) + \sum_{i=1}^4 (\lambda - i)P_i \quad (1.2)$$

Burada M hareketlilik, λ mekanizmanın çalıştığı uzayın serbestlik derecesi, ℓ mekanizmada bulunan uzuv sayısı, P_i i. eklemin serbestlik derecesi olarak ifade edilebilir. Mekanizmadaki uzuv sayısı şu şekilde hesaplanabilir:

$$\ell = \frac{1}{\lambda} \left(M + \sum_{i=1}^4 (\lambda - i)P_i \right) + 1 \quad (1.3)$$

Yoğunluk değeri L şu şekilde bulunabilir:

$$L = \ell_{max} - \ell \quad (1.4)$$

Burada ℓ_{max} manipülatörde olabilecek maksimum sayıdaki uzuv sayısını ifade etmektedir. Bu da her eklemden bir serbestlik derecesi olma durumudur. Bu durumda:

$$\ell_{max} = \frac{1}{\lambda} (M + (\lambda - 1)P_1) + 1 \quad (1.5)$$

olur. Denklem 1.3, 1.4 ve 1.5 birleştirilirse:

$$L = \frac{1}{\lambda} \left((\lambda - 1) \sum f_i - \sum_{i=1}^4 (\lambda - i)P_i \right) \quad (1.6)$$

elde edilir. Yoğunluk ile karmaşıklık (C) arasında doğrudan bağlantı vardır:

$$C = \frac{1}{L + 1} \quad (1.7)$$

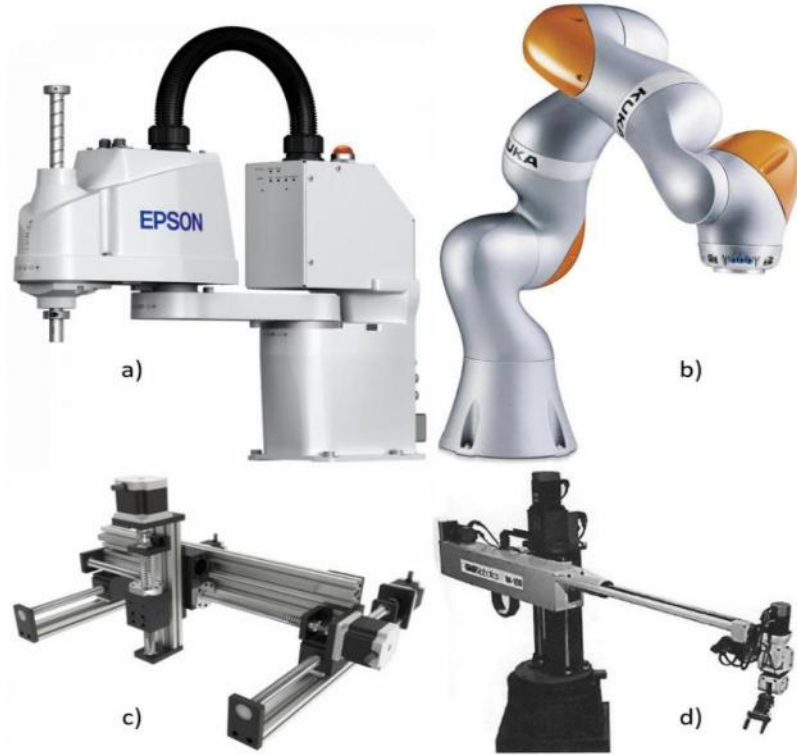
Diğer bir ifade ile karmaşıklık şu şekilde gösterilebilir:

$$C = \left[\frac{1}{\lambda} \left[(\lambda - 1) \sum f_i - \sum_{i=1}^4 (\lambda - i) P_i \right] + 1 \right]^1 \quad (1.8)$$

Bu bilgiler doğrultusunda manipülatörde aynı noktadaki eklem sayısı arttığında yoğunluk artarken karmaşıklık düşeceği ifade edilebilir. Şekil 1.5'teki robotların yoğunluk ve karmaşıklık değerleri Tablo 1.1'de gösterilmektedir.

Tablo 1.1. Bazı seri robotların yoğunluk ve karmaşıklık değerleri

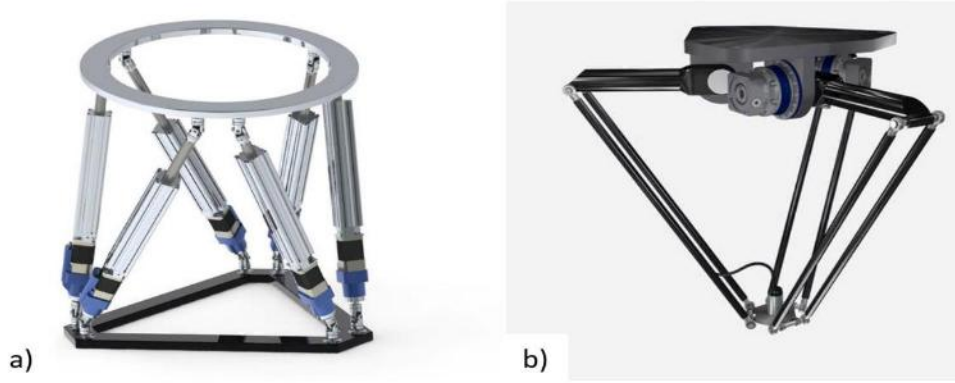
	Aktif Eklem Sayısı	Serbestlik Derecesi	Yoğunluk (L)	Karmaşıklık (C)
a)	4	4	1	0.5
b)	7	6	0	1
c)	3	3	0	1
d)	6	6	3	0.25



Şekil 1.5. Endüstriyel seri robotlar: a) SCARA (selective compliance articulated robot arm - seçici uyumlu eklemli robot kol, b) 6-eksen küresel robot, c) Kartezyen, d) Silindirik

Endüstriyel robotlar seri ve paralel yapıda olmak üzere iki grupta incelenebilir. Seri yapıdakiler Şekil 1.5'te görülmektedir. Kullanılan eklemlerin türlerine göre, sadece prizmatik eklemlere sahip (Kartezyen-Gantry robot), sadece dönel eklemlere sahip 6

eksenli, mafsallı robotik kollar (articulated) ve hem prizmatik hem de dönelemlere sahip robotlar (Silindirik, SCARA) olarak üç kısımda incelenebilir. Paralel yapıdaki endüstriyel robotlar Şekil 1.6'da görülmektedir. Paralel robot, hareketli platformu birkaç bağımsız kinematik zincirle tabana bağlanan kapalı çevrim kinematik zincir mekanizmasıdır. Paralel robot, bir dizi uzuv vasıtasıyla hareketli bir platforma bağlanan sabit bir taban platformundan oluşur. Bu uzuvlar genellikle pasif küresel ve/veya üniversal eklemler aracılığıyla platformlara bağlanan, tahriklendirilmiş prizmatik veya dönelemlerden oluşur. Şekil 1.6'daki robotların yoğunluk ve karmaşıklık değerleri Tablo 1.2'de gösterilmektedir.



Şekil 1.6. Endüstriyel paralel robotlar: a) Stewart platformu, b) Delta robot

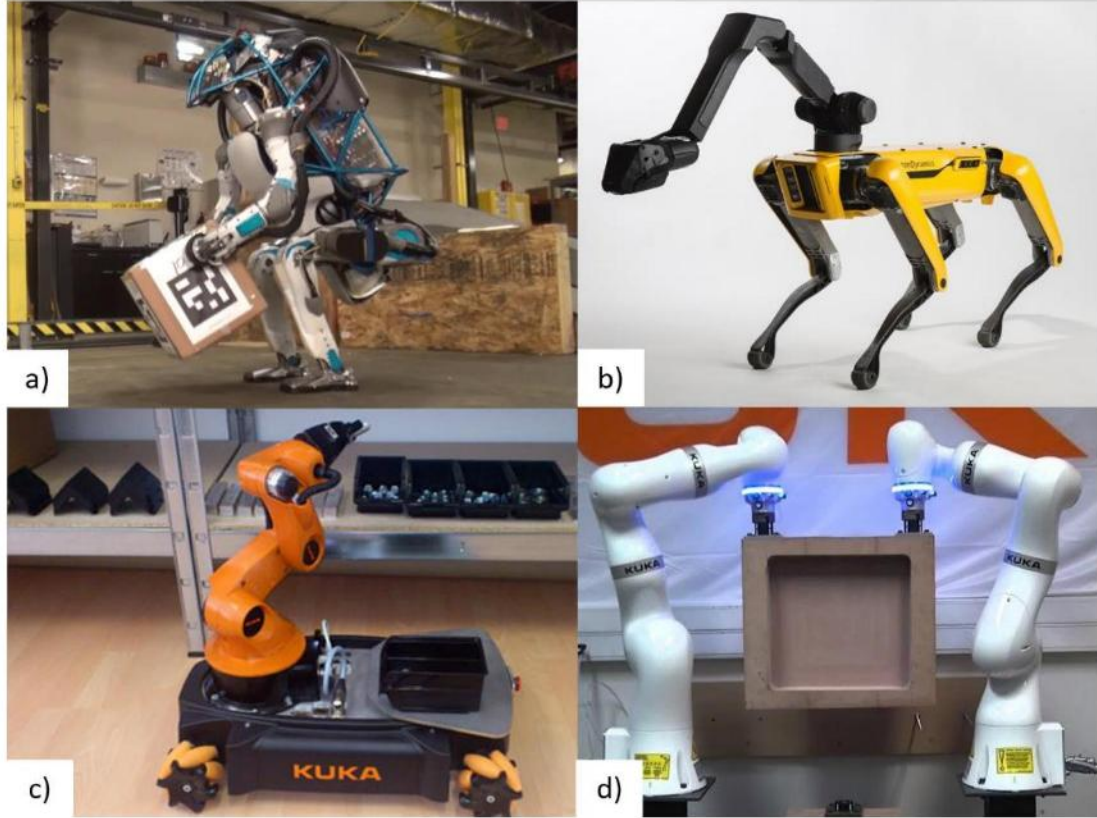
Tablo 1.2. Paralel robotların yoğunluk ve karmaşıklık değerleri

	Aktif Eklem Sayısı	Serbestlik Derecesi	Yoğunluk (I)	Karmaşıklık (C)
a)	6	6	12	0.07
b)	3	3	6	0.14

Çok Gövdeli Sistem (Multibody System) genel olarak her biri öteleme ve dönme değişimlerine tabi olan birbirine bağlantılı rijit ve esnek cisimlerin dinamik davranışlarının incelenmesidir. Uzay mühendisliği, araç simülasyonu, vinç, konveyör sistemleri, askeri uygulamalar, parçacık simülasyonu ve robotik alanlarında kendine yer bulur.

Çoklu robotik sistemler (Şekil 1.7) birden fazla seri robotun birlikte veya ayrı ayrı çalışarak oluşturdukları yapılardır. Son yıllarda çok gövdeli robotik sistemler üzerine çalışmaların artması ile birlikte farklı eklem yapılarında ve farklı tipte seri robotların öğrenciler ve araştırmacılar tarafından çalışılmasında da büyük artış olmuştur. Öğrenciler robotik derslerindeki projelerinde ve bitirme tezlerinde, 3D tasarım

programları ile kendi tasarladıkları, çoğunlukla 3D yazıcılar ile kendi ürettikleri, literatürde olmayan seri robotları kinematik ve dinamik olarak analiz etmeye çalışıyorlar. Bu robotlar bazen sabit bir platform üzerinde çalışırken bazen de mobil tekerlekli veya yürüten bir robotun üzerinde olabiliyor. Farklı eklem tipleri ile (üniversal, küresel, prizmatik ve dönele eklem) yeni robotlar tasarlamak, bu eklem tiplerine sahip robotların üzerinde analiz yapmak ihtiyacı artmıştır.



Şekil 1.7. Çeşitli çok gövdeli robotik sistemler: a) insansı robot, b) yürüyen robot üzerinde seri robot, c) hareketli platform üzerinde seri robot, d) birlikte çalışan seri robotlar

Araştırmacılar cephesinde de buna benzer konular çalışıldığı gibi aynı zamanda daha ileri robotik konularda, çok gövdeli yüksek serbestlik dereceli karmaşık topoloji – hibrit sistemlerin modellenmesi ve analizi üzerine çalışmalarda artış olmuştur. Çok gövdeli robotik sistemlerinin analizinde karşılaşılan en büyük problemlerden biri yeni bir robotik sistemin literatürdeki hâlihazır araç kutuları ile kolay tanımlanabilir olmamasıdır. Robot tanımlamak ve 3D ortamda oluşturmak zorlaştıkça farklı sistemlerin analizlerine harcanan zaman artmakta, yeni sistemlerin oluşturulması zorlaşmaktadır.

Karşılaşılan ikinci problem analiz algoritmasının gösterdiği performans üzerinde olmaktadır. Klasik robot analiz yöntemleri ile çoklu robotların analizi verimli bir şekilde yapılamamaktadır. Ve son olarak yapılan analiz sonucunda yeterli verinin araç kutularından alınamaması problemi göze çarpmaktadır. Yapılan modelleme ve analizlerden ne kadar fazla işe yarar sonuç alınırsa o kadar karşılaştırılabilir, gerçekleştirilebilir projeler oluşturulabilir. Literatürde çok gövdeli ve yüksek serbestlik dereceli robotik sistemlerin analizinde kullanılan birçok araç kutusu ve farklı analiz yöntemleri olduğu görülmektedir.

1.1. Robotik Araç Kutuları

Literatürde sadece seri robotları analiz eden, sadece paralel robotları analiz edebilen birçok robotik araç kutusu bulunmaktadır. “Robotics Toolbox for Matlab” [15], seri robotların kinematik ve dinamik analizleri için en yaygın kullanılan Matlab tabanlı araçlardan biridir. Matlab komut penceresinden (command window) çalıştırılır. Modellemeyi Denavit-Hartenberg [16] yöntemi (DH) kullanarak yapar. Şekil (Figüre) ekranında görselleştirme sağlar. Yeni tip robotlar belli kodlama işlemlerinin ardından eklenebilir. Ancak sadece seri robotlar analiz edilebilir, birlikte çalışan veya yürüyen robotların analizine imkân vermez. Bingül ve diğerleri [17] tarafından geliştirilen ROBOSIM araştırma ve robotik derslerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. COMMON LISP programlama diline dayanan bu benzetim programı, robotları düşük maliyetli bir PC platformunda modellemek ve analiz etmek için kullanılır. SYMORO+ [18] seri robotların sembolik olarak modellenmesi için Mathematica ve C dilleri ile geliştirilmiş bir paket programdır. “Robot Computer Aided Analysis and Design”, (RCAAD) [19], NASA tarafından Mars Pathfinder misyonu kapsamında geliştirilen gezegenler üzerinde görev yapabilecek mobil robotlar üzerindeki seri robotik kolları nümerik olarak analiz etmek ve tasarımlarını optimize etmek için tasarlanmış ticari bir yazılım paketidir. Kapalı topolojideki robotik sistemlere çözüm üretmez. Görselleştirme Şekil (Figüre) ekranında kısıtlı olarak sağlanabilir. ŽLAJPAH [20] geliştirdiği Planar Manipulators Toolbox ile Matlab/Simulink ortamında artıklık (redundancy) barındıran düzlemsel manipülatörler üzerine engelden sakınma çalışmaları yapılmıştır. Robinette ve Manseur [21] internet tabanlı olarak seri robotların analizinin DH parametreleri ile girildiği ve VRML ortamında görselliğinin sağlandığı bir çalışma yapmıştır. Dönel ve prizmatik eklemler kullanılabilirken birden

fazla serbestlik derecesi bulunan eklemler tanımlanamaz ve sadece sabit platform üzerinde çalışır. ROBOLAB [22] daha kapsamlıdır ve hem dönel hem de prizmatik eklemlerle 6-DOF robotları kinematik analiz edebilir ve 16 endüstriyel seri robottan oluşan bir kütüphane içerir. Çakır ve Bütün 'ün aracı [23], Quaternion cebirine sahip 6-DOF endüstriyel robotları analiz etmek için kullanışlıdır, ancak bu araç sadece dönel eklemleri barındırır ve GUI işlemleri sınırlıdır. Küçük 'ün [24] yaptığı diğer çalışmada seri robotların dinamik analizi için kapsamlı bir araç kutusu geliştirilmiştir. RobotiCad [25] seri robotların kinematik ve dinamik analizinin yapılabildiği Matlab tabanlı eğitim amaçlı bir araç kutusudur. RoboAnalyzer [26-28] DH parametreleri ile endüstriyel robotların 3D ortamda analizi yapılabilen C tabanlı bir programdır. Hareketli platform üzerindeki sistemlerin ve çoklu robotların analizini yapmaya uygun değildir. Dean-Leon [29] ve arkadaşlarının yaptığı çalışmada seri robotların kontrol tasarımında gerekli tüm denklemleri oluşturabilmek için geliştirilen Matlab tabanlı bir araçtır. STEWSIM [30] robotik tasarımcıları ve araştırmacıları için Stewart platformlarının kinematik analizi için geliştirilmiş Matlab tabanlı bir araç kutusudur. Bütün gelen Stewart platformlarının analizi yapılabilir. RPIsim [31] Matlab ortamında eğitim amaçlı açık kaynak simülasyon programıdır. Çok gövdeli seri robotik sistemlerin dinamik analizine olanak sağlar. Çarpışma algılama (collision detection) algoritmaları üzerine çalışılmıştır. Mevcut diğer araç, ARTE [32] endüstriyel manipülatörlerin ve düzlemsel robotların simülasyonu ve analizi için geliştirilmiştir. Build-A-Robot [33] sabit platform üzerindeki seri robotların ileri kinematik analizi üzerine odaklanmıştır. Bir GUI'ye sahiptir ve robot 3D katı modeli sanal gerçeklik penceresinde gösterilebilir. Ancak yeni robot eklemek uzun süren ve deneyim gerektiren bir süreç ile mümkündür. MuJoCo [34] C++ ile geliştirilmiş çok gövdeli, çoklu robotların analizini yapabilen ticari bir uygulamadır. ReDySim [35], ağaç topolojisi sistemlerinin ters ve ileri dinamiklerini çözebilen etkin bir özyinelemeli algoritmadır, ancak ReDySim yalnızca bilgisayar kodundaki işlemlere izin verir. Herhangi bir Grafik Kullanıcı Arayüzü (GUI) veya 3D katı model özellikleri sunmaz. SnAM (Serial n-Axis Manipulators) [36], Visual Studio C++ 'da üzerinde ADEFID (ADvanced Engineering software for Industrial Development) ile geliştirilmiştir. SnAM ile sadece dönel eklemlerle kinematik analiz yapılabilir. Bir diğer araç [37] Unity3D ve Python'da geliştirilmiştir. Prizmatik ve dönel eklemleri olan rasgele seri

bağlantı manipülatörlerinin kinematik analizi bu araç kutusu ile yapılabilir. Tablo 1.3’de araç kutularının özeti görülebilir.

1.2. Uzaysal Vektör Cebri (SOA)

Modelleme kinematik ve dinamik olmak üzere ikiye ayrılır. Kinematik analizde ileri ve ters kinematik olmak üzere iki ana problem vardır. İleri kinematikte eklemlerin hareket etmesi gereken hızlar verilir ve manipülatörün uç noktasının açısai ve doğrusal hızlarının hesaplanması incelenir. Ters kinematikte ise, manipülatörün uç noktasının açısai ve doğrusal hızları verilerek eklem hızlarının hesaplanması istenir.

Dinamik analizde de ileri ve ters dinamik olmak üzere iki ana problem vardır. İleri dinamik analizde, eklemlerdeki tork değerleri verilerek eklemlerin ulaşması gereken ivme değerlerinin hesaplanması istenir. Ters dinamik analizde ise, eklemlerin ulaşması gereken ivmeler verilir ve eklemlerdeki tork değerleri hesaplanır.

Robot teknolojisi ve uygulama alanları geliştikçe robotların kinematik ve dinamik analizlerinde de farklı metotlar ortaya çıkmıştır. Denavit-Hartenberg [16] yönteminde konumların türevi alınarak hızlara geçilir. Manipülatörlerdeki serbestlik derecesi arttıkça yöntemin uygulanabilirliği güçleşmektedir. Genelleştirilebilir, yüksek performanslı bir algoritmaya ihtiyaç doğurmuştur.

Uzaysal operatörler (Spatial Operators Algebra - SOA), rijit yapıların kinematik ve dinamik modellenmesini ve analizini kolaylaştıran altı boyutlu vektörler olarak tanımlanabilir. Bu operatörler, kuvvetler, hızlar ve ivmeler gibi fiziksel büyüklüklerin bir katı cisimden diğerine uzayda nasıl aktarıldığını gösterdiğinden, bunlara uzaysal operatörler denir. Özyinelemeli yapısı sayesinde çoklu manipülatör sistemlerine kolayca uygulanabilir. Diğer kinematik ve dinamik analiz metotlarına göre daha sistematik ve kolay programlanabilir bir yüksek performanslı hesaplama algoritmasıdır. Çok gövdeli sistemlerin dinamik analizi için yüksek performanslı, özyinelemeli algoritmalar çeşitli şekillerde geliştirilmiştir. Bu çabalardaki hedefler, karmaşık sistemler için hesaplama verimliliğini sağlamak ve sistem yapılandırma değişikliklerinin hızlı ve kolay bir şekilde sisteme entegre edilebileceği bir çözüm oluşturmaktır. 20. yüzyılın başında Ball [38], vida teorisi üzerinde bu nicelikleri kullanmıştır.

Tablo 1.3. Literatürde yapılmış olan robotik araç kutuları (DH: Denavit-Hartenberg, FK: İleri Kinematik, IK: Ters Kinematik, ID: Ters Dinamik, SOA: Uzaysal Vektör Cebri)

Program	DoF (Serbestlik Derecesi)	Görüntüleme	Girişler	Kullanıcı Arayüzü	İnteraktif	Robotlar	Kabiliyetler
ARTE [32]	7'ye kadar	3 Boyut	Komutlar	Var	Evet	Endüstriyel Robotlar	DH, FK, IK, ID, sabit platform
ReDySim [35]	7'ye kadar	2 Boyut	Komutlar	Yok	Hayır	6 ön tanımlı robot	DH, FK, IK, ID, sabit platform
RCAAD [19]	6'ye kadar	3 ve 2 Boyut	Bilg. Farc	Var	Evet	Kullanıcı tanımlı seri robotlar	DH, FK, IK, ID, sabit platform
Cakir ve Bütün [23]	6'ye kadar	2 Boyut	Parametreler	Var	Evet	Endüstriyel Robotlar	Quaternion, FK, IK, sabit platform, yörünge
ROBOLAB [22]	6	3 Boyut	Parametreler	Var	Evet	16 ön tanımlı robot	DH, FK, IK, sabit platform, yörünge
Robotics Toolbox for Matlab [15]	6	2 Boyut	Komutlar	Yok	Hayır	Kullanıcı tanımlı seri robotlar	DH, FK, IK, ID, sabit platform
Build a Robot [33]	7'ye kadar	3 Boyut	Parametreler	Var	Evet	Endüstriyel Robotlar	DH, FK, sabit platform
SYMORO+ [18]	6'ye kadar	Yok	Parametreler	Var	Hayır	Kullanıcı tanımlı seri robotlar	DH, FK, IK, ID, Sembolik, sabit platform,
ŽLAJPAH [20]	n derece	2 Boyut	Komutlar	Var	Hayır	Düzlemsel robot	DH, FK, IK, sabit platform
RobotiCad [25]	8'e kadar	3 ve 2 Boyut	Parametreler	Var	Evet	Kullanıcı tanımlı seri robotlar	DH, FK, IK, sabit platform
RoboAnalyzer [28]	7'ye kadar	3 Boyut	Parametreler	Var	Evet	20 ön tanımlı robot	DH, FK, IK, ID, sabit platform, yörünge
ARAT	n derece	3 Boyut	Parametreler	Var	Evet	Kullanıcı tanımlı seri ve çoklu robotlar	SOA, FK, IK, ID, hareketli platform, yörünge

1983'te Featherstone [39, 40], uzaysal cebirden faydalanarak türetilmiş olan tahrikli cisim eylemsizlikleri metodunu kullanarak $O(n)$ metodunu geliştirdi. Bu metod açık zincir sistemleri için uygulanabilir olup Armstrong'un [41] metodundan daha verimlidir. Guillermo Rodriguez yaptığı çalışmalarda [42-51] iki nokta sınır değer problemi gibi rijit cisim dinamiklerini çözmek için uzaysal niceliklerden faydalandı. Kalman filtresi ve Bryson Frazier ayrık zamanlı yumuşatma algoritmasını kullanarak robot dinamiklerini hesaplamak için yeni bir metod geliştirdi. Bu verimli hesaplama metodu uzaysal vektör cebirinin temeli oldu ve bu metodu açık ve kapalı zincir sistemlere uyguladı. Kreutz-Delgado [52] uzaysal vektör cebirini pek çok tipte çok kısımlı sistemlerin dinamiklerini incelemede kullandı. Newton-Euler tabanlı çok kısımlı dinamiklerin $O(n)$ formülasyonu üzerine ilk çalışmalardan biri de Walker ve Orin'in çalışmasıdır [53]. Onların bu çalışmasında rijit cisim denklemlerini hesaplama yöntemleri karşılaştırıldı ve özyinelemeli işlemlerin hesap yükünü azaltmada önemli bir katkı sağladığı bildirildi. Daha sonra Anderson ve Critchley [54] kendi $O(n)$ algoritması metodlarını geliştirdiler. $O(n)$ algoritması üzerine Rodriguez ile birlikte Jain [55-58] de çalışmalar yapmış ve bu konuda en kapsamlı çalışma olan "Robot and multibody dynamics: analysis and algorithms" kitabını [13] 2010 yılında yayınlamıştır. SOA teorisine bir katkı olarak, Yeşiloğlu [59] kapalı döngü topolojisinde yer alan eksik tahrikli (under-actuated) manipülatörler durumunda kuvvet dağılımı sorununu sözde eklem (pseudo joint) yöntemi ile çözmüştür. Yazar [60] özellikle ağaç yapısındaki çok gövdeli sistemlerin modellenmesine yönelik doğrusal grafik teorisi tabanlı yol tanımlı ve yönlü grafik vektörü metodu (Pgraph) geliştirmiştir.

Bu çalışmada, robotik sistemlerin kinematik ve dinamik analizini hesaplamak için çoklu robotların kullanılabilceği tüm olası durumlar göz önünde bulundurularak Advanced Robotics Analysis Toolbox - İleri Robotik Analiz Araç Kutusu (ARAT) geliştirildi. ARAT ile çoklu robotların kinematik ve dinamik analizi yapılabilir. ARAT, sabit veya hareketli platform üzerindeki yüksek DoF, üniversal, küresel, prizmatik veya dönel eklemli sistemlerin modellenmesine olanak sağlar. Bu araç kutusu, hem araştırmacılar hem de öğrenciler için farklı robotların kolay analizine izin vermek için oluşturuldu. Robotun kinematik ve dinamik parametreleri kolayca girilebilir ve robot 3D bir ortamda oluşturulabilir. İleri ve ters kinematik analiz,

Jakobiyen matris, yörünge planlama ve ters dinamik analiz kolayca yapılabilir. Eklemlerdeki açı, hız, ivme ve tork değerleri ile uzuv orijinlerindeki ve uzuvların kütle merkezindeki (CoM) açısal ve lineer hızlar, ivmeler, kuvvetler ve torklar, üç boyutta elde edilebilir. Polinom, trigonometrik (harmonik, sikloidal, eliptik), üstel, Gauss, Fourier tabanlı (Gutman, Freudenstein) gibi en yaygın kullanılan yörüngeler [61] ARAT kullanılarak kolayca uygulanabilir. Burada üretilen sonuçlar MATLAB Simscape Multibody simülasyon programında elde edilenler ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Ana katkılar şu şekilde özetlenebilir:

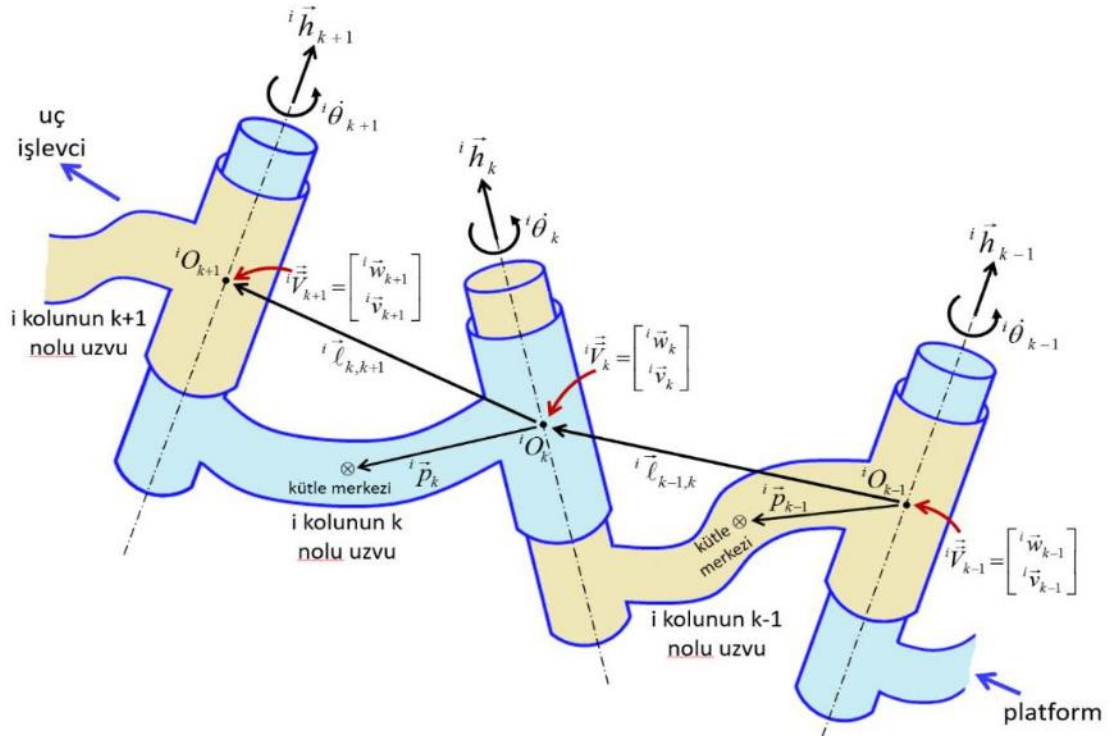
- Yüksek DoF artıklı (redundant) çoklu seri robotlar hem araştırma hem de eğitim için herhangi bir kodlama becerisine ihtiyaç duyulmadan kolay bir şekilde tanımlanabilir, 3D ortamda oluşturulabilir, kinematik ve dinamik analizi yüksek performanslı bir şekilde yapılabilir.
- Hibrit eklem yapıları ve birden fazla DoF eklem kolayca tanımlanabilir.
- Sabit ve hareketli platform üzerindeki çoklu robotlar analiz edilebilir.
- Analiz sonucunda her bir uzuv için 46 tane grafik elde edilebilir. Bu literatürde hiçbir araç kutusunda olmayan yükseklikte bir çıktı özelliğidir. Çıktıların ayrıntısına 4. Bölümde değinilmiştir.

Şimdi sırasıyla, SOA algoritmasının matematiksel arka planı, burada geliştirilen araç kutusu ve bileşenleri ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

2. UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ İLE KİNEMATİK MODELLEME

2.1. Uzaysal Vektör Cebrine Giriş

Bu bölümde SOA, iki uzuv arasındaki hız aktarımından başlanarak [62-64]'deki çalışmalara benzer bir şekilde detaylı olarak anlatılacaktır. Aşağıda bulunan Şekil 2.1'de hareketli platformdan uç işlevciye doğru sırasıyla k-1, k ve k+1 uzuvları görülebilir. Sol üst indis olan i (i = 1,2,...,p) p tane çoklu robot olduğu durumda ilgili manipülatörü belirtir. Sağ alt indis olan k ve k-1 manipülatör üzerindeki uzuvları ifade eder. ${}^i\vec{\ell}_{k-1,k}$ vektörü i. manipülatörün k-1. uzvunun orijin (${}^iO_{k-1}$) noktasından k. uzvunun orijin (iO_k) noktasına doğru olan uzaklık vektörüdür. ${}^i\vec{w}_k$ vektörü i. manipülatörde k. uzvun açısal hızını, ${}^i\vec{v}_k$ vektörü i. manipülatörde k. uzvun iO_k noktasındaki lineer hızını ifade eder. ${}^i\vec{h}_k$ vektörü i. manipülatörde k. uzvun dönme eksenini vektörüdür.



Şekil 2.1. Dönel eklem durumunda i. manipülatörde k-1 uzvundan k uzvuna hız aktarımı

İlgili uzuvlar için açısal ve doğrusal hız aktarımları şu denklemler yardımı ile yapılabilir;

$${}^i\vec{w}_k = {}^i\vec{w}_{k-1} + {}^i\dot{h}_k \cdot {}^i\dot{\theta}_k \quad (2.1)$$

$${}^i\vec{v}_k = {}^i\vec{v}_{k-1} + {}^i\vec{w}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} \quad (2.2)$$

Yukarıdaki denklemlerde 2.1 ve 2.2 denklemlerinin matris formunda yazılabilmesi için vektörel çarpım şu şekilde düzenlenir;

$${}^i\dot{v}_k = {}^i\dot{v}_{k-1} + {}^i\dot{w}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} = {}^i\dot{v}_{k-1} - {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} \times {}^i\dot{w}_{k-1} = {}^i\dot{v}_{k-1} - {}^i\hat{\ell}_{k-1,k} \cdot {}^i\dot{w}_{k-1} \quad (2.3)$$

Burada ${}^i\hat{\ell}_{k-1,k}$ ters simetrik (skew symmetric) matrisi ${}^i\vec{\ell}_{k-1,k}$ vektöründen elde edilmiştir;

$${}^i\vec{\ell}_{k-1,k} = \begin{bmatrix} {}^i\ell_{(k-1,k)_x} \\ {}^i\ell_{(k-1,k)_y} \\ {}^i\ell_{(k-1,k)_z} \end{bmatrix} \Rightarrow {}^i\hat{\ell}_{k-1,k} = \begin{bmatrix} 0 & -{}^i\ell_{(k-1,k)_z} & {}^i\ell_{(k-1,k)_y} \\ {}^i\ell_{(k-1,k)_z} & 0 & -{}^i\ell_{(k-1,k)_x} \\ -{}^i\ell_{(k-1,k)_y} & {}^i\ell_{(k-1,k)_x} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

2.1 ve 2.3 denklemlerinden yararlanarak matris formu oluşturulursa,

$${}^i\vec{V}_k = \begin{bmatrix} {}^i\vec{w}_k \\ {}^i\dot{v}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^3\mathbf{I} & {}^3\mathbf{0} \\ -{}^i\hat{\ell}_{k-1,k} & {}^3\mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^i\vec{w}_{k-1} \\ {}^i\dot{v}_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^i\vec{h}_k \\ \dot{0} \end{bmatrix} \cdot {}^i\dot{\theta}_k \quad (2.5)$$

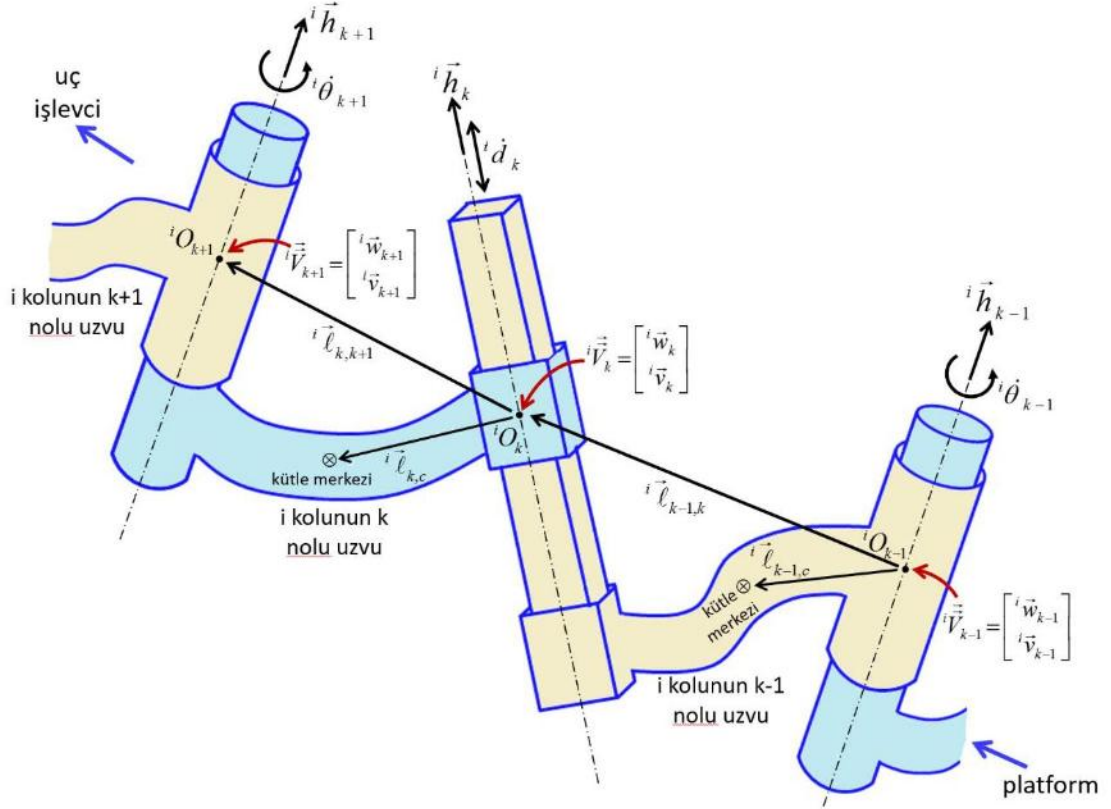
$${}^i\vec{V}_k = {}^i\Phi_{k,k-1} \cdot {}^i\vec{V}_{k-1} + {}^i\vec{H}_k \cdot {}^i\dot{\theta}_k \quad (2.6)$$

Yukarıdaki denklemde ${}^i\vec{V}_k$ i. manipülatörün k. uzvun iO_k noktasındaki altı boyutlu uzaysal hız vektörünü ifade eder. Bundan sonraki notasyonda da üzerinde iki ok olanlar altı boyutlu uzaysal vektörleri ifade edecektir. ${}^i\Phi_{k,k-1}$ k-1. uzuvdan k. uzva hız aktarımını yapan matristir.

Prizmatik eklem durumunda ise uzaysal dönme eksen vektörü ${}^i\vec{H}_k$ değişim gösterecektir. Şekil 2.2'den de görüleceği üzere açısal ve doğrusal hız denklemleri şu şekilde olur;

$${}^i \dot{\mathbf{w}}_k = {}^i \dot{\mathbf{w}}_{k-1} \quad (2.7)$$

$${}^i \dot{\mathbf{v}}_k = {}^i \dot{\mathbf{v}}_{k-1} - {}^i \hat{\ell}_{k-1,k} \cdot {}^i \dot{\mathbf{w}}_{k-1} + {}^i \bar{\mathbf{h}}_k \cdot {}^i \dot{\theta}_k \quad (2.8)$$



Şekil 2.2. Prizmatik eklem durumunda i. manipülatörde k-1 uzvundan k uzvuna hız aktarımı

Denklemler matris formunda yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} {}^i \dot{\mathbf{w}}_k \\ {}^i \dot{\mathbf{v}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_3 \mathbf{I} & {}_3 \mathbf{0} \\ -{}^i \hat{\ell}_{k-1,k} & {}_3 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^i \dot{\mathbf{w}}_{k-1} \\ {}^i \dot{\mathbf{v}}_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{0}} \\ {}^i \bar{\mathbf{h}}_k \end{bmatrix} \cdot {}^i \dot{\theta}_k \quad (2.9)$$

Denklem 2.9'dan da görüleceği üzere dönel eklem durumunda oluşan ifadeden değişen tek terim olan uzaysal dönme eksen vektörüdür;

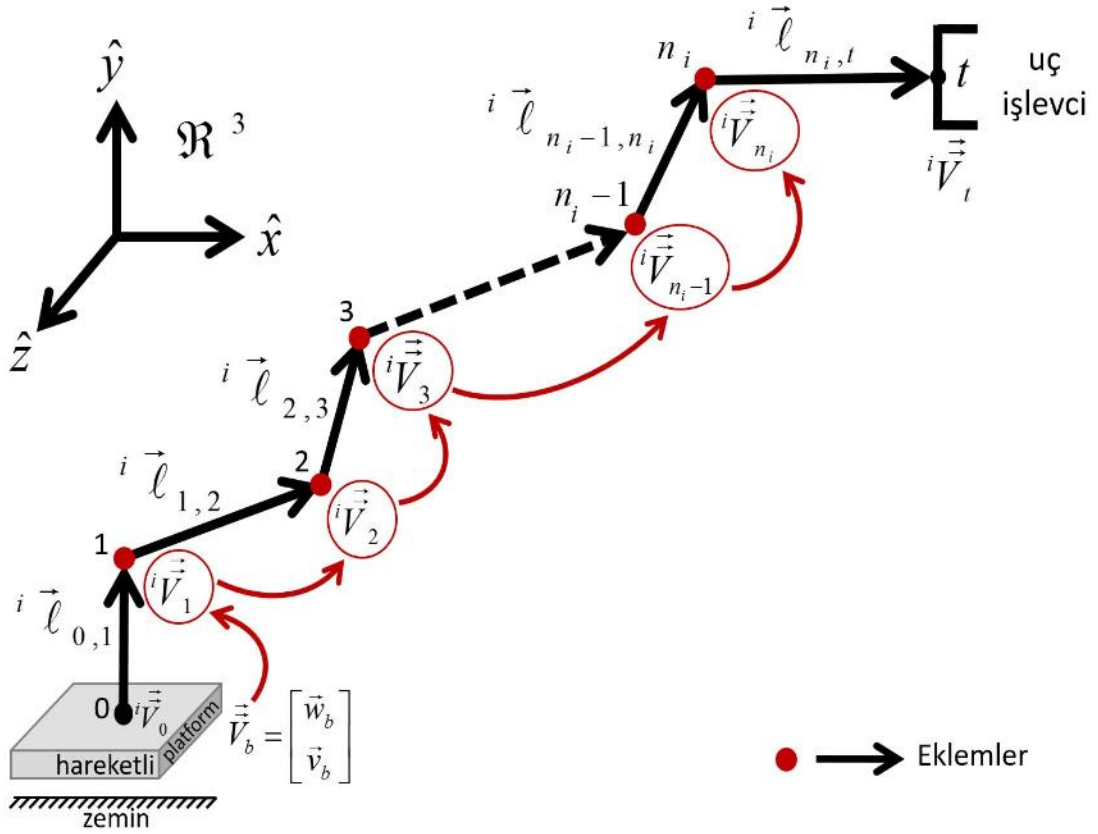
$${}^i \dot{\bar{\mathbf{H}}}_k = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{0}} \\ {}^i \bar{\mathbf{h}}_k \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

İki eklem arasındaki hız bağlantıları kullanılarak öncelikle seri topoloji sistemlerin, sonrasında ise çoklu robot – kapalı zincir topoloji sistemlerin analizi anlatılacaktır.

2.2. Hareketli Platform Üzerinde Seri Manipülâtör Kinematik Analizi

Seri manipülâtör hareketli platform ile uç işlevci arasında eklemlerin birbirine seri olarak bağlandığı bir robot topolojisidir. Yukarıda bahsedilen eklemler arası hız aktarım mantığı biraz genelleştirilerek seri robot üzerindeki bütün eklemler için uygulanabilir.

Şekil 2.3'te basit çizimi yapılan hareketli platform üzerinde bir seri manipülâtörün karakteristik bilgileri gösterilmektedir. Hareketli platformdan (base) uç işlevciye (tip point) kadar olan uzuvlar siyah renkli vektörler ile belirtilirken eklemler kırmızı noktalar ile belirtilmiştir.



Şekil 2.3. Hareketli platform üzerinde n-eklemlili seri manipülâtör ve hareketli platformdan dışı doğru hız aktarımı

İki uzuv orijinleri arası hız aktarımı denklem 2.6'da ifade edildi. Bu denklem hareketli platformdan son ekleme kadar şu şekilde yazılabilir;

$$\begin{aligned}
{}^i\vec{V}_0 &= \vec{V}_b \\
{}^i\dot{\vec{V}}_1 &= {}^i\Phi_{1,0} \cdot {}^i\dot{\vec{V}}_0 + {}^i\vec{H}_1 \cdot {}^i\dot{\theta}_1 \\
{}^i\dot{\vec{V}}_2 &= {}^i\Phi_{2,1} \cdot {}^i\dot{\vec{V}}_1 + {}^i\vec{H}_2 \cdot {}^i\dot{\theta}_2 \\
{}^i\dot{\vec{V}}_3 &= {}^i\Phi_{3,2} \cdot {}^i\dot{\vec{V}}_2 + {}^i\vec{H}_3 \cdot {}^i\dot{\theta}_3 \\
&\vdots \\
{}^i\dot{\vec{V}}_{n_i} &= {}^i\Phi_{n_i, n_i-1} \cdot {}^i\dot{\vec{V}}_{n_i-1} + {}^i\vec{H}_{n_i} \cdot {}^i\dot{\theta}_{n_i}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Bu denklemler düzenlenirse;

$$\begin{aligned}
{}^i\dot{\vec{V}}_0 &= \dot{\vec{V}}_b \\
{}^i\dot{\vec{V}}_1 &= {}^i\Phi_{1,0} \cdot \dot{\vec{V}}_b + {}^i\vec{H}_1 \cdot \dot{\theta}_1 \\
{}^i\vec{V}_2 &= {}^i\Phi_{2,1} \cdot ({}^i\Phi_{1,0} \cdot \vec{V}_b + {}^i\vec{H}_1 \cdot \dot{\theta}_1) + {}^i\vec{H}_2 \cdot \dot{\theta}_2 \\
{}^i\vec{V}_2 &= {}^i\Phi_{2,1} \cdot {}^i\Phi_{1,0} \cdot \vec{V}_b + {}^i\Phi_{2,1} \cdot {}^i\vec{H}_1 \cdot \dot{\theta}_1 + {}^i\vec{H}_2 \cdot \dot{\theta}_2
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Yukarıdaki denklemde bulunan ${}^i\Phi_{2,1} \cdot {}^i\Phi_{1,0}$ çarpımı hesaplanırsa;

$${}^i\Phi_{2,1} \cdot {}^i\Phi_{1,0} = \begin{bmatrix} {}^3\mathbf{I} & {}^3\mathbf{0} \\ -{}^i\hat{\ell}_{1,2} & {}^3\mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^3\mathbf{I} & {}^3\mathbf{0} \\ -{}^i\hat{\ell}_{0,1} & {}^3\mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^3\mathbf{I} & {}^3\mathbf{0} \\ -{}^i\hat{\ell}_{1,2} - {}^i\hat{\ell}_{0,1} & {}^3\mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

Ara işlemler yapılırsa;

$$-{}^i\hat{\ell}_{1,2} - {}^i\hat{\ell}_{0,1} = -({}^i\hat{\ell}_{1,2} \times) - ({}^i\hat{\ell}_{0,1} \times) = -({}^i\hat{\ell}_{1,2} + {}^i\hat{\ell}_{0,1}) \times = -({}^i\hat{\ell}_{0,2} \times) = -{}^i\hat{\ell}_{0,2} \tag{2.14}$$

$$\begin{bmatrix} {}^3\mathbf{I} & {}^3\mathbf{0} \\ -{}^i\hat{\ell}_{1,2} - {}^i\hat{\ell}_{0,1} & {}^3\mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^3\mathbf{I} & {}^3\mathbf{0} \\ -{}^i\hat{\ell}_{0,2} & {}^3\mathbf{I} \end{bmatrix} = {}^i\Phi_{2,0} \tag{2.15}$$

$${}^i\Phi_{2,1} \cdot {}^i\Phi_{1,0} = {}^i\Phi_{2,0} \tag{2.16}$$

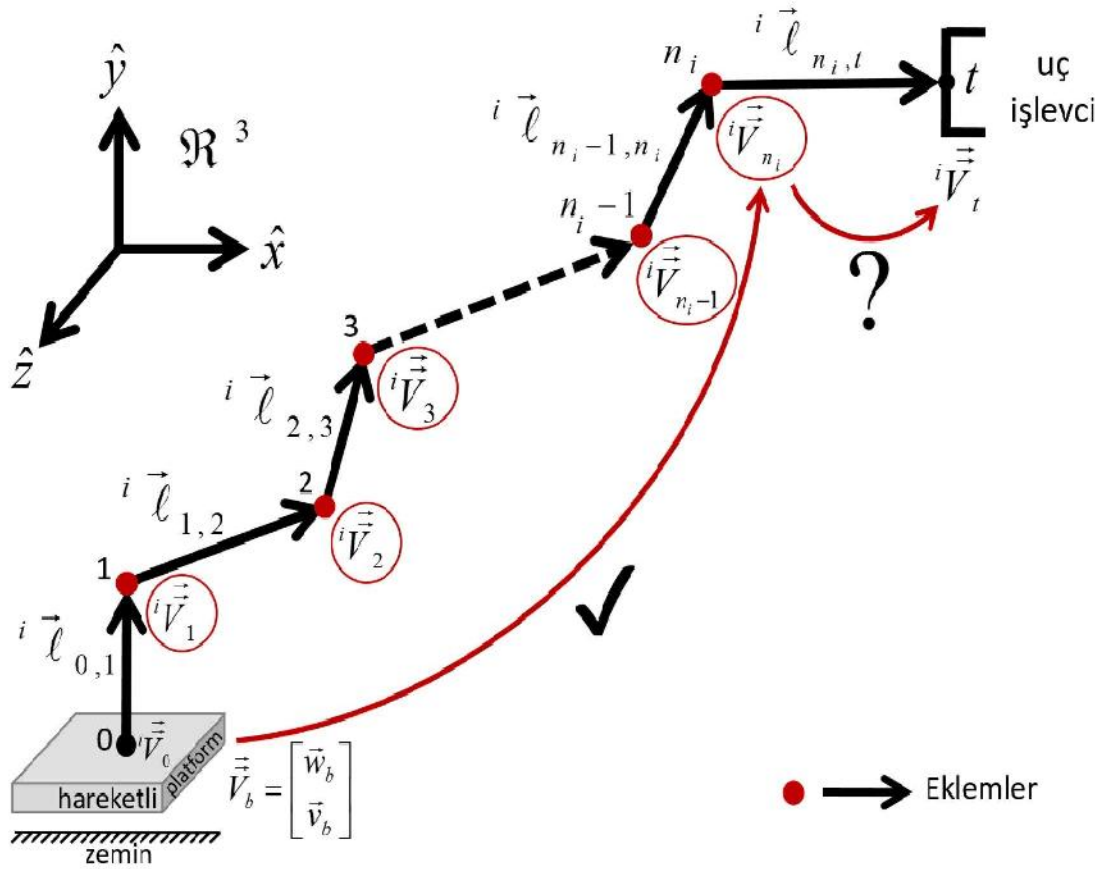
Şimdi bu ara işleme göre denklem 2.12 tekrar düzenlenirse;

$$\begin{aligned}
{}^i\vec{V}_0 &= \vec{V}_b \\
{}^i\vec{V}_1 &= {}^i\Phi_{1,0} \cdot \vec{V}_b + {}^i\vec{H}_1 \cdot \dot{\theta}_1 \\
{}^i\vec{V}_2 &= {}^i\Phi_{2,1} \cdot ({}^i\Phi_{1,0} \cdot \vec{V}_b + {}^i\vec{H}_1 \cdot \dot{\theta}_1) + {}^i\vec{H}_2 \cdot \dot{\theta}_2 \\
{}^i\vec{V}_2 &= {}^i\Phi_{2,1} \cdot {}^i\Phi_{1,0} \cdot \vec{V}_b + {}^i\Phi_{2,1} \cdot {}^i\vec{H}_1 \cdot \dot{\theta}_1 + {}^i\vec{H}_2 \cdot \dot{\theta}_2
\end{aligned} \tag{2.17}$$

elde edilir. Şimdi bu denklemler n tane uzuv için genelleştirerek matris formunda yazılırsa;

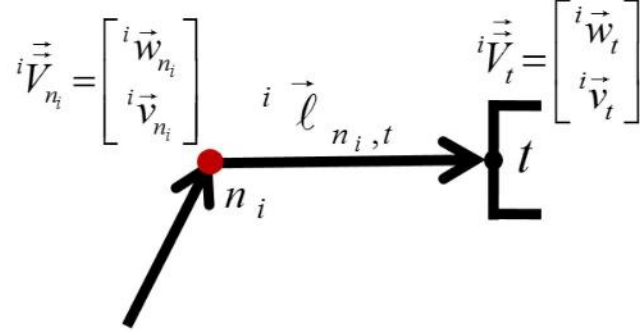
$$\begin{bmatrix} {}^i\vec{V}_1 \\ {}^i\vec{V}_2 \\ {}^i\vec{V}_3 \\ \vdots \\ {}^i\vec{V}_{n_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_6\mathbf{I} & {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ {}^i\Phi_{2,1} & {}_6\mathbf{I} & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ {}^i\Phi_{3,1} & {}^i\Phi_{3,2} & {}_6\mathbf{I} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^i\Phi_{n_i,1} & {}^i\Phi_{n_i,2} & {}^i\Phi_{n_i,3} & \dots & {}_6\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^i\vec{H}_1 & \vec{0} & \vec{0} & \dots & \vec{0} \\ \vec{0} & {}^i\vec{H}_3 & \vec{0} & \dots & \vec{0} \\ \vec{0} & \vec{0} & {}^i\vec{H}_3 & \dots & \vec{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \dots & {}^i\vec{H}_{n_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^i\dot{\theta}_1 \\ {}^i\dot{\theta}_2 \\ {}^i\dot{\theta}_3 \\ \vdots \\ {}^i\dot{\theta}_{n_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}_6\mathbf{I} & {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ {}^i\Phi_{2,1} & {}_6\mathbf{I} & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ {}^i\Phi_{3,1} & {}^i\Phi_{3,2} & {}_6\mathbf{I} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^i\Phi_{n_i,1} & {}^i\Phi_{n_i,2} & {}^i\Phi_{n_i,3} & \dots & {}_6\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^i\Phi_{1,0} \\ {}_6\mathbf{0} \\ {}_6\mathbf{0} \\ \vdots \\ {}_6\mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot {}^i\vec{V}_b \quad (2.18)$$

$${}^i\vec{V} = {}^i\Phi \cdot {}^iH \cdot {}^i\dot{\theta} + {}^i\Phi \cdot \Phi_b \cdot {}^i\dot{V}_b \quad (2.19)$$



Şekil 2.4. Hareketli platformdan uç işlevciye hız aktarımı

Bu denklem ile bütün uzuvlara ait olan altı boyutlu uzaysal hız vektörlerine ${}^i\underline{V}$ ifadesi ile ulaşılabılır (Şekil 2.4). ${}^i\underline{V} \in \mathfrak{R}^{6n_i \times 1}$ olduğuna dikkat edilmelidir. Bu şekilde boyutu altıdan daha büyük olan vektörler altı çizgili olarak gösterilecektir.



Şekil 2.5. Son eklemden uç işlevciye hız aktarımı

Uç işlevciye ait olan hız vektörünü elde etmek için uzaysal hız vektörünün açısai ve doğrusal hız bileşenleri son uzuv üzerinde Şekil 2.5'teki gibi aktarılır;

$${}^i\vec{w}_t = {}^i\vec{w}_{n_i} \quad (2.20)$$

$${}^i\vec{v}_t = {}^i\vec{v}_{n_i} + {}^i\dot{w}_{n_i} \times {}^i\vec{\ell}_{n_i,t} = {}^i\vec{v}_{n_i} - {}^i\hat{\ell}_{n_i,t} \cdot {}^i\dot{w}_{n_i}$$

Görüldüğü üzere açısai hız uzuv üzerinde aynıdır. Lineer hız ise son uzvun uzunluğu ile açısai hızın vektör çarpımı kadar değişim gösterecektir.

Denklem 2.20 matris formunda yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} {}^i\vec{w}_t \\ {}^i\vec{v}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_3\mathbf{I} & {}_3\mathbf{0} \\ -{}^i\hat{\ell}_{n_i,t} & {}_3\mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^i\vec{w}_{n_i} \\ {}^i\vec{v}_{n_i} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$${}^i\vec{V}_t = {}^i\Phi_{t,n_i} \cdot {}^i\vec{V}_{n_i} \quad (2.22)$$

Matrisler şu şekilde düzenlenirse uç işlevci hızları denklem 2.19 kullanılarak bulunabilir;

$${}^i\Phi_t = \begin{bmatrix} {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{0} & {}^i\Phi_{t,n_i} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$${}^i\vec{V}_t = {}^i\Phi_t \cdot {}^i\underline{V} \quad (2.24)$$

Denklem 2.19 ve 2.24 birleştirilirse,

$${}^i\vec{V}_t = {}^i\Phi_t \cdot {}^i\Phi \cdot {}^iH \cdot \underline{\dot{\theta}} + {}^i\Phi_t \cdot {}^i\Phi \cdot {}^i\Phi_b \cdot {}^i\vec{V}_b \quad (2.25)$$

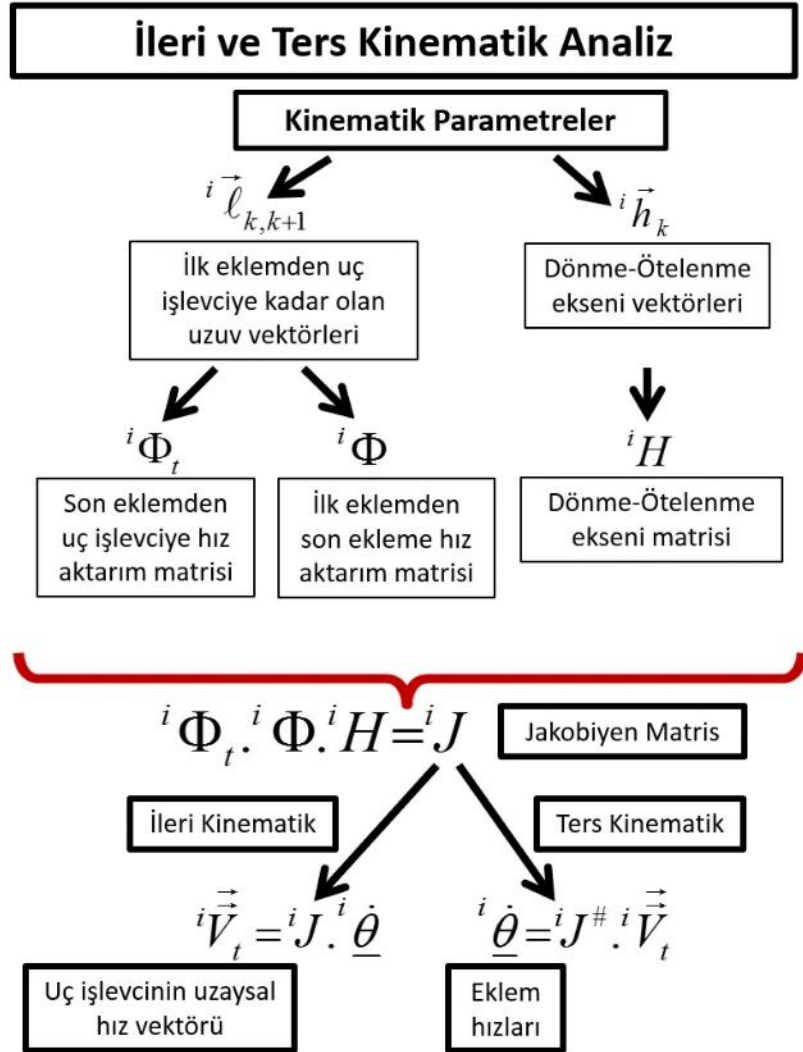
elde edilen denklemde şu eşitlikler yerine konulabilir,

$${}^iJ = {}^i\Phi_t \cdot {}^i\Phi \cdot {}^iH \quad (2.26)$$

$${}^i\Phi_{t,b} = {}^i\Phi_t \cdot {}^i\Phi \cdot {}^i\Phi_b$$

$${}^i\vec{V}_t = {}^iJ \cdot \underline{\dot{\theta}} + {}^i\Phi_{t,b} \cdot {}^i\vec{V}_b \quad (2.27)$$

Denklem 2.27 yardımı ile hareketli platform üzerinde n tane serbestlik derecesine sahip herhangi bir seri robotun kinematik analizi yapılabilir.



Şekil 2.6. İleri ve ters kinematik analiz akışı

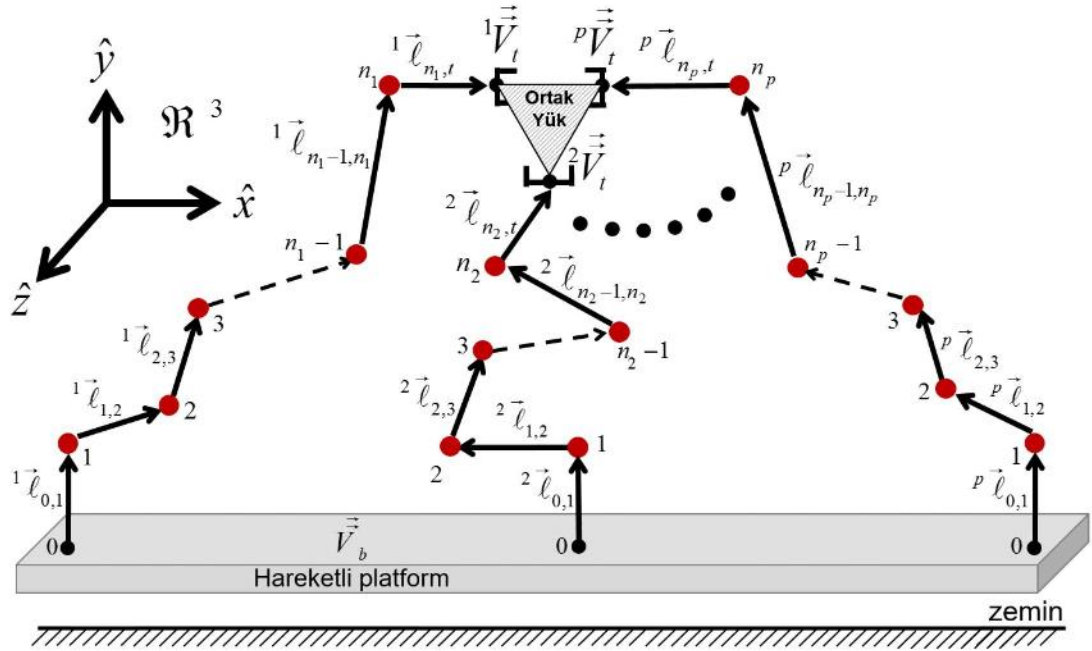
Sabit platform üzerinde olduğunda ${}^i\vec{V}_b = 0$ olduğundan denklem şu forma dönüşür;

$${}^i\vec{V}_t = {}^iJ \cdot \dot{\theta} \quad (2.28)$$

Özetlemek gerekirse ileri ve ters kinematik analiz Şekil 2.6’da gösterilen akış içinde gerçekleşmektedir.

2.3. Hareketli Platform Üzerinde Çoklu Manipülâtör Kinematik Analizi

Seri robotlar için elde edilen denklemleri burada genelleştirerek kinematik analiz yapılabilir. Şekil 2.7’de görüldüğü gibi hareketli platform üzerinde p tane manipülâtörün ortak bir yükü taşıdığı problemin incelenmesi ile bu analiz somutlaştırılabilir. Robot uzuv uzunlukları siyah oklar ile çizilirken eklemler kırmızı noktalar ile ifade edilmiştir.



Şekil 2.7. Hareketli Platform Üzerinde Çoklu Manipülâtör Kinematik Analizi

Seri robotlar için elde edilen denklem 2.27’deki eşitlik p tane manipülâtör için sırasıyla yazılabilir. Daha sonra bunlar matris formunda yazılarak genel bir eşitlik elde edilebilir. Bu genel ifadedeki matrisler üzerinde belirli düzenlemeler yapılarak kompakt bir form oluşturulmaya çalışılacaktır;

$$\begin{aligned}
{}^1\dot{\underline{V}}_t &= {}^1J \cdot \dot{\underline{\theta}} + {}^1\Phi_{t,b} \cdot \dot{\underline{V}}_b \\
{}^2\dot{\underline{V}}_t &= {}^2J \cdot \dot{\underline{\theta}} + {}^2\Phi_{t,b} \cdot \dot{\underline{V}}_b \\
&\vdots \\
{}^p\dot{\underline{V}}_t &= {}^pJ \cdot \dot{\underline{\theta}} + {}^p\Phi_{t,b} \cdot \dot{\underline{V}}_b
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Yukarıdaki denklemleri matris formunda yazarsak,

$$\begin{bmatrix} {}^1\dot{\underline{V}}_t \\ {}^2\dot{\underline{V}}_t \\ \vdots \\ {}^p\dot{\underline{V}}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ({}^{6 \times n_1}) {}^1J & ({}^{6 \times n_2}) \mathbf{0} & \cdots & ({}^{6 \times n_p}) \mathbf{0} \\ ({}^{6 \times n_1}) \mathbf{0} & ({}^{6 \times n_2}) {}^2J & \cdots & ({}^{6 \times n_p}) \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ({}^{6 \times n_1}) \mathbf{0} & ({}^{6 \times n_2}) \mathbf{0} & \cdots & ({}^{6 \times n_p}) {}^pJ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{\theta}} \\ \dot{\underline{\theta}} \\ \vdots \\ \dot{\underline{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^1\Phi_{t,b} \\ {}^2\Phi_{t,b} \\ \vdots \\ {}^p\Phi_{t,b} \end{bmatrix} \cdot \dot{\underline{V}}_b \tag{2.30}$$

$$\underline{V}_t = J \cdot \dot{\underline{\theta}} + \Phi_{t,b} \cdot \dot{\underline{V}}_b \tag{2.31}$$

Böylece denklem 2.31 ile p tane manipülatörün uç işlevcilerinin hızları bulunabilir. Bu eşitlik $\underline{V}_t = J \cdot \dot{\underline{\theta}}$ formunda da yazılabilir. Bunun için Jakobiyen matrisin formunun değişmesi gerekir. Bu yeni form ile denklem daha kompakt bir forma getirilir ve ileride yapılacak dinamik analizlerde daha rahat işlem yapılabilir;

$$\underline{V}_t = J \cdot \dot{\underline{\theta}} \tag{2.32}$$

$$\underline{V}_t = \Phi_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \tag{2.33}$$

Sırasıyla Φ_t , Φ , H matrislerini aşağıdaki formda oluşturulur;

$$\Phi_t = \begin{bmatrix} {}^6_0 & ({}^{6 \times 6n_1}) {}^1\Phi_t & ({}^{6 \times 6n_2}) \mathbf{0} & \cdots & ({}^{6 \times 6n_p}) \mathbf{0} \\ {}^6_0 & ({}^{6 \times 6n_1}) \mathbf{0} & ({}^{6 \times 6n_2}) {}^2\Phi_t & \cdots & ({}^{6 \times 6n_p}) \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^6_0 & ({}^{6 \times 6n_1}) \mathbf{0} & ({}^{6 \times 6n_2}) \mathbf{0} & \cdots & ({}^{6 \times 6n_p}) {}^p\Phi_t \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & ({}^{6 \times 6n_1}) \mathbf{0} & ({}^{6 \times 6n_2}) \mathbf{0} & \cdots & ({}^{6 \times 6n_p}) \mathbf{0} \\ ({}^{6n_1 \times 6}) ({}^1\Phi^1\Phi_b) & ({}^{6n_1 \times 6n_1}) {}^1\Phi & ({}^{6n_1 \times 6n_2}) \mathbf{0} & \cdots & ({}^{6n_1 \times 6n_p}) \mathbf{0} \\ ({}^{6n_2 \times 6}) ({}^2\Phi^2\Phi_b) & ({}^{6n_2 \times 6n_1}) \mathbf{0} & ({}^{6n_2 \times 6n_2}) {}^2\Phi & \cdots & ({}^{6n_2 \times 6n_p}) \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ({}^{6n_p \times 6}) ({}^p\Phi^p\Phi_b) & ({}^{6n_p \times 6n_1}) \mathbf{0} & ({}^{6n_p \times 6n_2}) \mathbf{0} & \cdots & ({}^{6n_p \times 6n_p}) {}^p\Phi \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

$$H = \begin{bmatrix} {}_6I & (6 \times n_1) \mathbf{0} & (6 \times n_2) \mathbf{0} & \cdots & (6 \times n_p) \mathbf{0} \\ (6n_1 \times 6) \mathbf{0} & (6n_1 \times n_1) {}^1H & (6n_1 \times n_2) \mathbf{0} & \cdots & (6n_1 \times n_p) \mathbf{0} \\ (6n_2 \times 6) \mathbf{0} & (6n_2 \times n_1) \mathbf{0} & (6n_2 \times n_2) {}^2H & \cdots & (6n_2 \times n_p) \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (6n_p \times 6) \mathbf{0} & (6n_p \times n_1) \mathbf{0} & (6n_p \times n_2) \mathbf{0} & \cdots & (6n_p \times n_p) {}^pH \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Güncellenen Φ_t , Φ , H matrisleri çarpılarak Jakobiyen matris bulunur;

$$J = \Phi_t \cdot \Phi \cdot H = \begin{bmatrix} {}^1\Phi_{t,b} & (6 \times n_1) {}^1J & (6 \times n_2) \mathbf{0} & \cdots & (6 \times n_p) \mathbf{0} \\ {}^2\Phi_{t,b} & (6 \times n_1) \mathbf{0} & (6 \times n_2) {}^2J & \cdots & (6 \times n_p) \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^p\Phi_{t,b} & (6 \times n_1) \mathbf{0} & (6 \times n_2) \mathbf{0} & \cdots & (6 \times n_p) {}^pJ \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

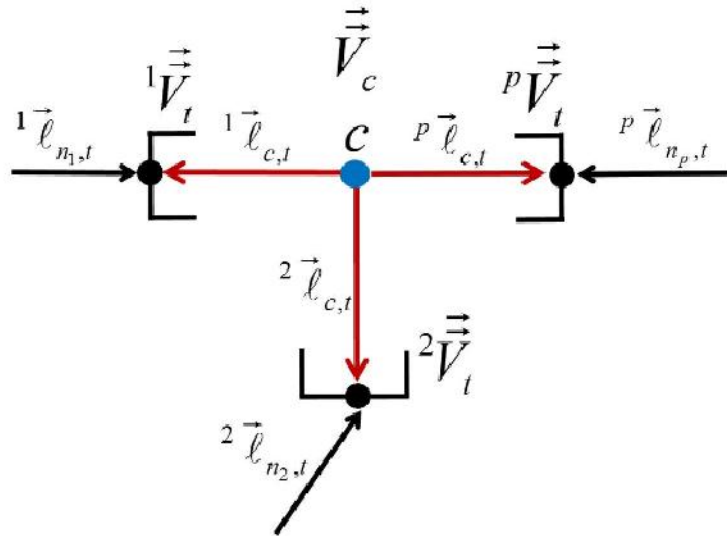
Yukarıdaki eşitlikte ${}^i\Phi_{t,b} = {}^i\Phi_t \cdot {}^i\Phi \cdot \Phi_b$ şeklinde olduğu denklem 2.13'ten görülebilir.

Böylece çoklu robot sistemin ileri kinematik denklemi daha kompakt bir forma getirilmiş olur;

$$\underline{V}_t = J \cdot \dot{\theta} \quad (2.38)$$

2.4. Birlikte Çalışan Çoklu Manipülâtör Kinematik Analizi

Ortak yükten kaynaklanan kısıt (Şekil 2.8), uç işlevci ile ortak yükün orta noktası arasında çizilen kısıt vektörleri ve bu vektörler üzerinden hız aktarımı yapılan matrisler ile tanımlanır.



Şekil 2.8. Ortak yükten kaynaklanan kinematik kısıt

Uç işlevci ile ortak yükün merkezi arasındaki uzaklıklardan elde edilen aktarım matrisleri şu şekilde tanımlanabilir;

$${}^i\Phi_{t,c} = \begin{bmatrix} {}_3\mathbf{I} & {}_3\mathbf{0} \\ -{}^i\hat{\ell}_{c,t} & {}_3\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Ortak yükün hızı bilindiğinde uç işlevcilere hız bu aktarım matrisi yardımı ile aktarılır;

$${}^i\vec{V}_t = {}^i\Phi_{t,c} \cdot \vec{V}_c \quad (2.40)$$

Sistemdeki p tane manipülatör için uygulanırsa,

$$\begin{bmatrix} {}^1\vec{V}_t \\ {}^2\vec{V}_t \\ \vdots \\ {}^p\vec{V}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^1\Phi_{t,c} \\ {}^2\Phi_{t,c} \\ \vdots \\ {}^p\Phi_{t,c} \end{bmatrix} \vec{V}_c \quad (2.41)$$

$$\underline{V}_t = \Phi_{t,c} \dot{V}_c \quad (2.42)$$

Bu noktada iki farklı durumdan söz edilebilir: Birincisi hareketli platform hızlarının sisteme giriş olarak girildiği durum. İkincisi ise hareketli platform hızlarının sistem tarafından hesaplanarak çıkış olduğu durum.

Birinci durum için denklem 2.31 ve 2.42 birleştirilerek hareketli platform hızı ve ortak yük hızı sisteme giriş olarak girilir. Eklem açıları hesaplanır;

$$J\dot{\underline{\theta}} + \Phi_{t,b} \dot{V}_b = \Phi_{t,c} \dot{V}_c \quad (2.43)$$

$$J\dot{\underline{\theta}} = \Phi_{t,c} \dot{V}_c - \Phi_{t,b} \dot{V}_b$$

$$\dot{\underline{\theta}} = J^\# \left(\Phi_{t,c} \vec{V}_c - \Phi_{t,b} \vec{V}_b \right) \quad (2.44)$$

Eklem değişkenlerine ait hızlar bu şekilde bulunmuş olur. Dikkat edilirse sistemde hareketli platformun hızı ve tanımlanan ortak yükün hızı giriş olarak sisteme girildiğinde sistemdeki p tane manipülatörün sahip olduğu bütün eklem değişkenleri bulunmuş olacaktır.

İkinci durumda ise hareketli platform hızlarının eklem açılarının içinde yer aldığı denklem 2.38 ile ortak yük kinematik kısıt denklemi 2.42 birleştirilir. Bu durumda aşağıda da görüleceği üzere hareketli platform hızları sisteme giriş olarak girilmemiş olur. Hareketli platform hızları ortak yüke girilen yörüngeye göre sistem tarafından belirlenir;

$$J\dot{\underline{\theta}} = \Phi_{t,c} \vec{V}_c$$

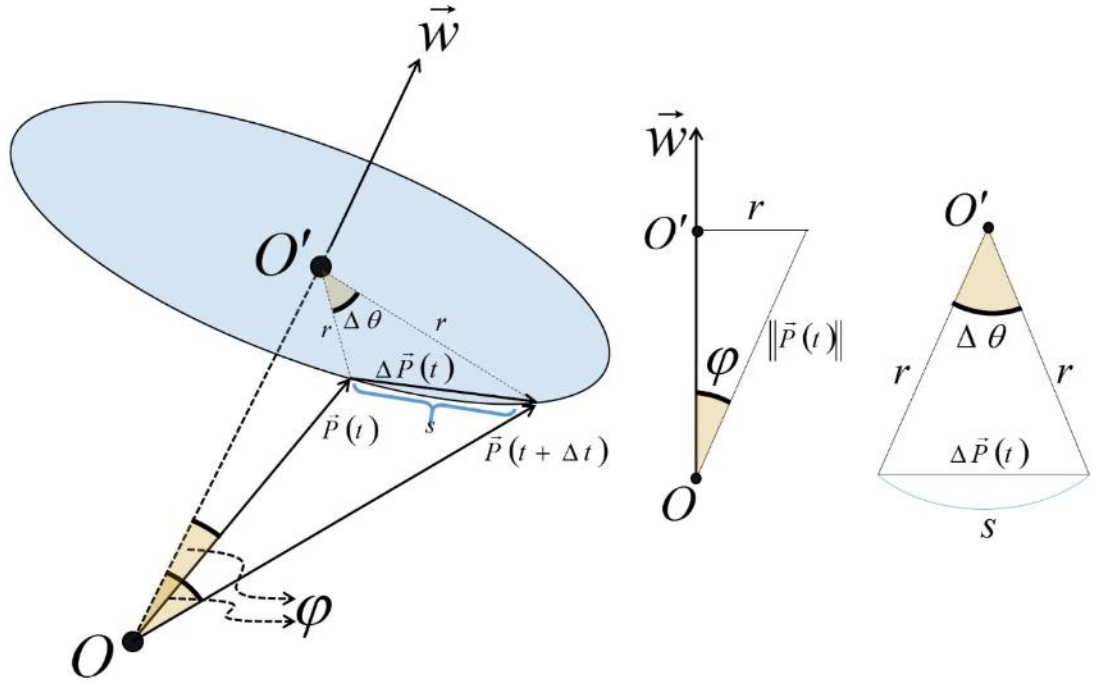
$$\dot{\underline{\theta}} = J^{\#} \Phi_{t,c} \vec{V}_c$$
(2.45)

Bu denklemler yardımı ile Matlab GUI (Grafiksel Kullanıcı Arayüzü) ortamında girilen prizmatik ve dönel eklemlere sahip, aynı eklemden birden fazla serbestlik derecesi barındırabilen herhangi bir çoklu robotik sistemin kinematik analizlerini yapabilen yüksek performanslı yazılım geliştirilmiş olur.

3. UZAYSAL VEKTÖR CEBRİ İLE DİNAMİK MODELLEME

3.1. İvme Denklemlerinin Elde Edilmesi

Bir önceki bölümde anlatılan kinematik analizin devamı olarak dinamik analize değinilecektir. Ancak öncelikle vektörün türevi ve üstel (exponential) koordinatlar ile dönme matrisinin oluşturulmasından bahsedilecektir.



Şekil 3.1. Vektörün türevi

Dönme eksenine \vec{w} olan bir $\vec{P}(t)$ vektörünün Δt zaman aralığında $\Delta\vec{P}(t)$ vektörü kadar değiştiği ve $\vec{P}(t+\Delta t)$ vektörünün elde edildiği Şekil 3.1'de görülmektedir. Bu denklem olarak şu şekilde ifade edilebilir;

$$\Delta\vec{P}(t) = \vec{P}(t+\Delta t) - \vec{P}(t) \quad (3.1)$$

$\Delta\theta$ birimi radyandır. Burada Şekil 3.1'e bakarak şu ara işlem yapılabilir;

$$s = \Delta\theta \cdot r \quad (3.2)$$

Δt sifira yaklaştışça $\Delta\theta$ da sifira yaklaşacaktır. $\Delta\theta$ sifira yaklaştışça da $\Delta\vec{P}(t)$ uzunluğu s uzunluğuna yaklaşacaktır;

$$\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta\theta \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta\vec{P}(t) \cong s \quad (3.3)$$

Denklem 3.2 ve 3.3 birleştirilirse;

$$\Delta\vec{P}(t) = \Delta\theta \cdot r \quad (3.4)$$

Yine Şekil 3.1'e bakarak sinüs teoreminden şu ara işlem de yapılabilir;

$$\sin\phi = \frac{r}{\|\vec{P}(t)\|} \quad (3.5)$$

$$r = \sin\phi \cdot \|\vec{P}(t)\|$$

Genel vektörün türevi ifadesi yazılır;

$$\left\| \frac{d\vec{P}(t)}{dt} \right\| = \left\| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\vec{P}(t + \Delta t) - \vec{P}(t)}{\Delta t} \right) \right\| = \left\| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta\vec{P}(t)}{\Delta t} \right) \right\| \quad (3.6)$$

ve denklem 3.4'teki $\Delta\vec{P}(t)$ ifadesi yerine konulabilir,

$$\begin{aligned} \Delta\vec{P}(t) = \Delta\theta \cdot r &\Rightarrow \left\| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta\vec{P}(t)}{\Delta t} \right) \right\| = \left\| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta\theta \cdot r}{\Delta t} \right) \right\| = r \cdot \left\| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \right) \right\| = \\ &= r \cdot \|\vec{w}(t)\| \end{aligned} \quad (3.7)$$

Burada r yerine denklem 3.5'te bulunan ifade yerine konulabilir,

$$\left\| \frac{d\vec{P}(t)}{dt} \right\| = r \cdot \|\vec{w}(t)\| = \sin\phi \cdot \|\vec{P}(t)\| \cdot \|\vec{w}(t)\| = \vec{w}(t) \times \vec{P}(t) \quad (3.8)$$

Böylece vektörün türevi elde edilmiş olur,

$$\frac{d\vec{P}(t)}{dt} = \vec{w}(t) \times \vec{P}(t) \Rightarrow \dot{\vec{P}}(t) = \vec{w}(t) \times \vec{P}(t) \quad (3.9)$$

Bu ifadeden de anlaşılacağı üzere bir vektörün türevi vektörün dönme eksenini ile vektörün kendisinin vektörel çarpımı ile elde edilir.

Vektörün türevi ifadesinden üstel hız aktarımına geçilebilir. Herhangi bir \vec{w} vektörü etrafında θ açısı kadar döndürülen \vec{P} vektörünün değişimi;

$$\dot{\vec{P}}(\theta) = \vec{w} \times \vec{P}(\theta) \quad (3.10)$$

Şeklinde ifade edilebilir. Buradan \vec{w} vektörünün ters simetrik formuna geçilebilir,

$$\dot{\vec{P}}(\theta) = \hat{w} \cdot \vec{P}(\theta) \quad (3.11)$$

Türev ifadesinin çözümü;

$$\vec{P}(\theta) = e^{\hat{w}\theta} \cdot \vec{P}(0) \quad (3.12)$$

Burada $e^{\hat{w}\theta}$ ifadesinin Taylor serisi yazılırsa,

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad (3.13)$$

$$e^{\hat{w}\theta} = I + \hat{w}\theta + \frac{(\hat{w}\theta)^2}{2!} + \frac{(\hat{w}\theta)^3}{3!} + \dots$$

Buradan \hat{w} ifadesinin karesi ve küpü hesaplanabilir,

$$\begin{aligned} \hat{a}^2 &= a \cdot a^T - \|a\|^2 \cdot I \\ \hat{a}^3 &= -\|a\|^2 \cdot \hat{a} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Denklem 3.13'te bu ifadeler yerine konursa,

$$e^{\hat{w}\theta} = I + \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \dots \right) \hat{w} + \left(\frac{\theta^2}{2!} - \frac{\theta^4}{4!} + \frac{\theta^6}{6!} \dots \right) \hat{w}^2 \quad (3.15)$$

Sinüs ve kosinüs açılımları şu şekilde yazılabilir;

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots, \quad \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots \quad (3.16)$$

Denklem 3.15'te bu açılımlar yerine konulursa,

$$e^{\hat{w}\theta} = I + \sin \theta \cdot \hat{w} + (1 - \cos \theta) \cdot \hat{w}^2 \quad (3.17)$$

Şeklinde Rodrigues [65] formülüne ulaşılmış olur. Burada $e^{\hat{w}\theta}$ dönmeyi (rotasyon) ifade eder. Dönme matrisinin tersi transpozuna eşittir. Bu kolaylıkla ters simetrik matris özelliğinden görülebilir;

$$\begin{aligned} \vec{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{w} \times = \hat{w} = \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix} \\ -\hat{w} = \begin{bmatrix} 0 & w_3 & -w_2 \\ -w_3 & 0 & w_1 \\ w_2 & -w_1 & 0 \end{bmatrix}, \hat{w}^T = \begin{bmatrix} 0 & w_3 & -w_2 \\ -w_3 & 0 & w_1 \\ w_2 & -w_1 & 0 \end{bmatrix} \\ -\hat{w} = \hat{w}^T \Rightarrow e^{-\hat{w}\theta} = e^{\hat{w}^T\theta} \Rightarrow (e^{\hat{w}\theta})^{-1} = (e^{\hat{w}\theta})^T \end{aligned} \quad (3.18)$$

3x3 boyutundaki dönme (rotasyon) matrisinde 9 parametre ile ifade edilebilen dönme, Rodrigues formülü kullanılarak bir 3 boyutlu \vec{w} vektörü ve bir θ dönme açısı, yani 4 parametre ile ifade edilebilir.

Dönme matrisi varsa ve buradan \vec{w} vektörü ve θ dönme açısına ulaşılması isteniyorsa aşağıdaki adımlar uygulanabilir. Denklemleri basitleştirmek için şu trigonometrik eşitliklerden yararlanılabilir;

$$\sin \theta \rightarrow s_\theta, \quad \cos \theta \rightarrow c_\theta, \quad 1 - \cos \theta \rightarrow v_\theta \quad (3.19)$$

Denklem 3.17 buna göre yazılırsa,

$$e^{\hat{w}\theta} = I + s_\theta \cdot \hat{w} + v_\theta \cdot \hat{w}^2 \quad (3.20)$$

\hat{w}^2 dönme eksen vektörü ters simetrik matrisinin karesine \hat{w} dan geçilebilir;

$$\hat{w} = \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{w}^2 = \begin{bmatrix} -(w_3^2 + w_2^2) & w_1 w_2 & w_1 w_3 \\ w_1 w_2 & -(w_3^2 + w_1^2) & w_2 w_3 \\ w_1 w_3 & w_2 w_3 & -(w_1^2 + w_2^2) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Denklem 3.20'de bu bilgiler yerine konulur;

$$\begin{aligned}
e^{\hat{w}\theta} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -w_3s_\theta & w_2s_\theta \\ w_3s_\theta & 0 & -w_1s_\theta \\ -w_2s_\theta & w_1s_\theta & 0 \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} -v_\theta(w_3^2 + w_2^2) & v_\theta w_1 w_2 & v_\theta w_1 w_3 \\ v_\theta w_2 w_1 & -v_\theta(w_3^2 + w_1^2) & v_\theta w_2 w_3 \\ v_\theta w_3 w_1 & v_\theta w_3 w_2 & -v_\theta(w_1^2 + w_2^2) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} w_1^2 v_\theta + c_\theta & w_1 w_2 v_\theta - w_3 s_\theta & w_1 w_3 v_\theta + w_2 s_\theta \\ w_2 w_1 v_\theta + w_3 s_\theta & w_2^2 v_\theta + c_\theta & w_2 w_3 v_\theta - w_1 s_\theta \\ w_3 w_1 v_\theta - w_2 s_\theta & w_3 w_2 v_\theta + w_1 s_\theta & w_3^2 v_\theta + c_\theta \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Böylece dönme matrisine ulaşılabılır;

$$R = \begin{bmatrix} w_1^2 v_\theta + c_\theta & w_1 w_2 v_\theta - w_3 s_\theta & w_1 w_3 v_\theta + w_2 s_\theta \\ w_2 w_1 v_\theta + w_3 s_\theta & w_2^2 v_\theta + c_\theta & w_2 w_3 v_\theta - w_1 s_\theta \\ w_3 w_1 v_\theta - w_2 s_\theta & w_3 w_2 v_\theta + w_1 s_\theta & w_3^2 v_\theta + c_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

Eşitliğin sol tarafının matris izi (trace) alınırsa,

$$\begin{aligned}
\text{trace}(R) &= w_1^2 v_\theta + c_\theta + w_2^2 v_\theta + c_\theta + w_3^2 v_\theta + c_\theta \\
&= 3c_\theta + v_\theta(w_1^2 + w_2^2 + w_3^2) \rightarrow \|\vec{w}\| = (w_1^2 + w_2^2 + w_3^2) = 1 \\
&= 3c_\theta + v_\theta = 3c_\theta + 1 - c_\theta = 1 + 2c_\theta
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Bu ifadeden θ kolaylıkla elde edilebilir;

$$\text{trace}(R) = 1 + 2c_\theta \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{\text{trace}(R) - 1}{2}\right) \tag{3.25}$$

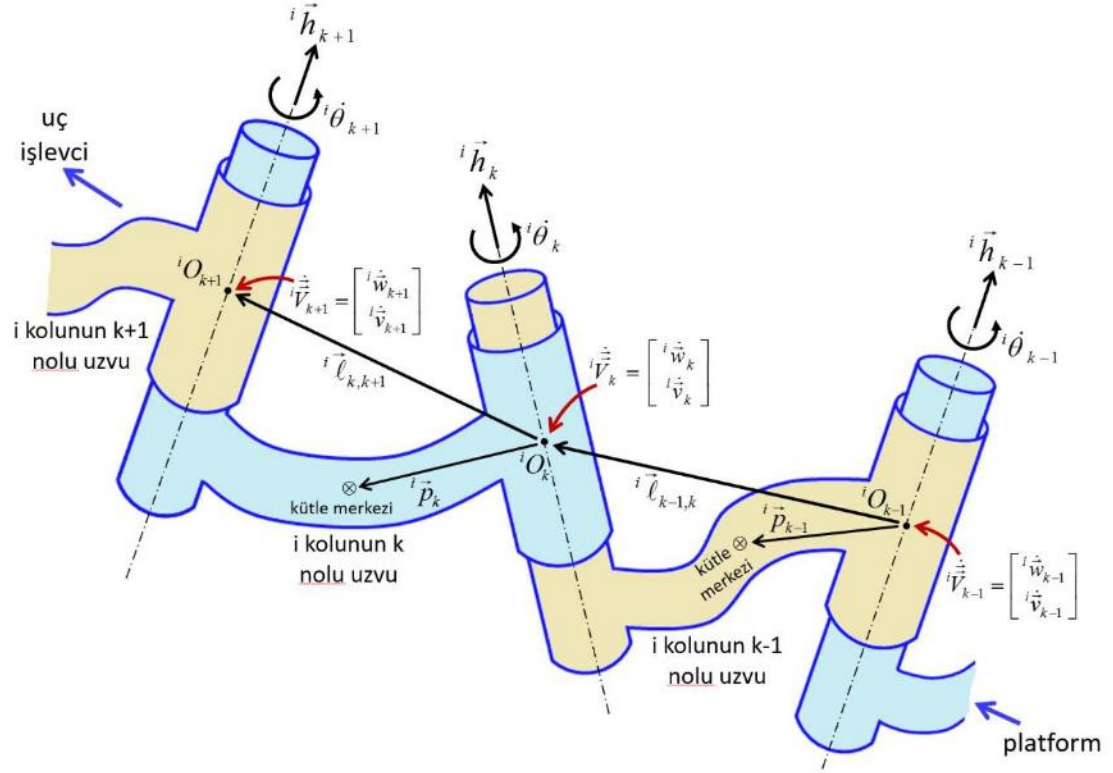
Yine denklem 3.23'ten şu ifadeler yazılabilir;

$$\begin{aligned}
r_{32} - r_{23} &= 2w_1 s_\theta \\
r_{13} - r_{31} &= 2w_2 s_\theta \\
r_{21} - r_{12} &= 2w_3 s_\theta
\end{aligned} \Rightarrow \vec{w} = \frac{1}{2 \sin \theta} \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

Özetle rotasyon matrisinden \vec{w} vektörü ve θ açısına şu şekilde geçilir;

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{\text{trace}(R) - 1}{2} \right), \vec{w} = \frac{1}{2 \sin \theta} \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Bu bilgileri de kullanarak Şekil 3.2'de uzuvlar arasında ivme analizine devam edilebilir.



Şekil 3.2. Dönel eklem durumunda i. manipülatörde k-1 uzvundan k uzvuna ivme aktarımı

Açısal hız geçen bölümde elde edilmişti. Denklem 2.1 eşitliğinin türevi alınarak açısal ivmeye geçilebilir;

$${}^i \dot{w}_k = {}^i \dot{w}_{k-1} + {}^i \vec{h}_k \cdot {}^i \dot{\theta}_k \quad (3.28)$$

$${}^i \dot{w}_k = {}^i \dot{w}_{k-1} + {}^i \dot{h}_k \cdot {}^i \dot{\theta}_k + {}^i h_k \cdot {}^i \ddot{\theta}_k$$

Denklem 3.28'deki dönme eksen vektörünün türevi (${}^i \dot{h}_k$);

$${}^i \dot{h}_k = {}^i \dot{w}_k \times {}^i h_k \quad (3.29)$$

şeklinde olacaktır. İşlemlere devam edilirse,

$${}^i\dot{\vec{w}}_k = {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} + \left({}^i\dot{\vec{w}}_k \times {}^i\vec{h}_k \right) \cdot {}^i\dot{\theta}_k + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\ddot{\theta}_k \quad (3.30)$$

$${}^i\dot{\vec{w}}_k = {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} + {}^i\dot{\vec{w}}_k \times {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\dot{\theta}_k + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\ddot{\theta}_k$$

Yukarıdaki denklemde ${}^i\dot{\vec{w}}_k = {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\dot{\theta}_k \Rightarrow {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\dot{\theta}_k = {}^i\dot{\vec{w}}_k - {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1}$ eşitliğini yerine yazılırsa;

$${}^i\dot{\vec{w}}_k = {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} + {}^i\vec{w}_k \times \left({}^i\vec{w}_k - {}^i\vec{w}_{k-1} \right) + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\ddot{\theta}_k \quad (3.31)$$

$${}^i\dot{\vec{w}}_k = {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} + {}^i\vec{w}_k \times {}^i\vec{w}_k - {}^i\vec{w}_k \times {}^i\vec{w}_{k-1} + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\ddot{\theta}_k$$

Yukarıdaki denklemde ${}^i\vec{w}_{k-1} \times {}^i\dot{\vec{w}}_k = 0$ olduğu görülebiliyor. Açısal hız eşitliği;

$${}^i\dot{\vec{w}}_k = {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} + {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\vec{w}_k + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\ddot{\theta}_k \quad (3.32)$$

Şeklinde bulunur. Aynı şekilde lineer hız eşitliğinin türevi alınarak lineer ivme ifadesine ulaşılabilir,

$${}^i\dot{\vec{v}}_k = {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} + {}^i\vec{w}_{k-1} \times {}^i\dot{\vec{\ell}}_{k-1,k} \quad (3.33)$$

$${}^i\dot{\vec{v}}_k = {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} + {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} + {}^i\vec{w}_{k-1} \times {}^i\dot{\vec{\ell}}_{k-1,k}$$

Burada da uzuv vektörünün türevi ${}^i\dot{\vec{\ell}}_{k-1,k} = {}^i\vec{w}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k}$ ile alınır,

$${}^i\dot{\vec{v}}_k = {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} + {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} + {}^i\vec{w}_{k-1} \times \left({}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} \right) \quad (3.34)$$

eşitliği elde edilir. Uzuv vektörü ters simetrik formda (${}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} = -{}^i\vec{\ell}_{k-1,k} \cdot {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1}$) yazılarak denklem düzenlenirse;

$${}^i\dot{\vec{v}}_k = {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} - {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} \cdot {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} + {}^i\vec{w}_{k-1} \times \left({}^i\vec{w}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} \right) \quad (3.35)$$

Elde edilir. Elde edilen açısal ve doğrusal ivmeler matris formunda yazılabilir;

$${}^i\dot{\vec{w}}_k = {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} + {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\vec{w}_k + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\ddot{\theta}_k \quad (3.36)$$

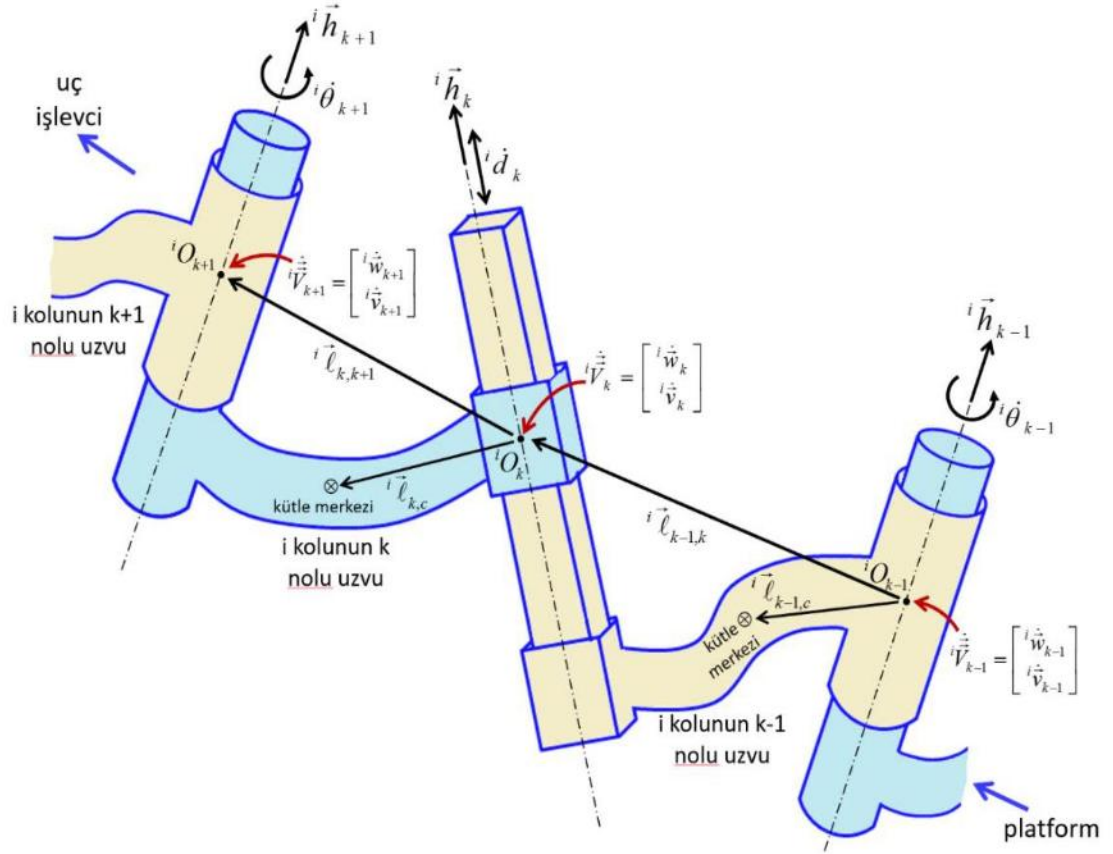
$${}^i\dot{\vec{v}}_k = {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} - {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} \cdot {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} + {}^i\vec{w}_{k-1} \times \left({}^i\vec{w}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} \right)$$

$$\begin{bmatrix} {}^i\dot{\vec{w}}_k \\ {}^i\dot{\vec{v}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_3\mathbf{I} & {}_3\mathbf{0} \\ -{}^i\vec{\ell}_{k-1,k} & {}_3\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \\ {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^i\vec{h}_k \\ \vec{0} \end{bmatrix} \cdot {}^i\dot{\theta}_k + \begin{bmatrix} {}^i\vec{w}_{k-1} \times {}^i\dot{\vec{w}}_k \\ \vec{w}_{k-1} \times (\vec{w}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k}) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$${}^i\vec{a}_k = \begin{bmatrix} {}^i\vec{w}_{k-1} \times {}^i\vec{w}_k \\ \vec{w}_{k-1} \times (\vec{w}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k}) \end{bmatrix}$$

$${}^i\dot{\vec{V}}_k = {}^i\Phi_{k,k-1} \cdot {}^i\dot{\vec{V}}_{k-1} + {}^i\dot{H}_k \cdot {}^i\dot{\theta}_k + {}^i\vec{a}_k \quad (3.38)$$

Burada ${}^i\vec{a}_k$ k. uzuv coriolis ve merkezkaç uzaysal ivmeleri vektörüdür. Kinematik analizde yapıldığı gibi bu denklem de n tane uzuv için genişletilebilir.



Şekil 3.3. Prizmatik eklem durumunda i. manipülatörde k-1 uzvundan k uzvuna ivme aktarımı

Prizmatik eklemden (Şekil 3.3) ise denklemler şu şekilde farklılık gösterir;

$$\begin{aligned} {}^i\dot{\vec{w}}_k &= {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \\ {}^i\dot{\vec{v}}_k &= {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Lineer hız aktarımından ivmeye geçişte ise,

$${}^i\vec{v}_k = {}^i\vec{v}_{k-1} + {}^i\vec{w}_{k-1} \times {}^i\dot{\ell}_{k-1,k} + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\dot{d}_k \quad (3.40)$$

$${}^i\dot{\vec{v}}_k = {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} + {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\dot{\ell}_{k-1,k} + {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times ({}^i\dot{\ell}_{k-1,k}) + {}^i\dot{\vec{h}}_k \cdot {}^i\dot{d}_k + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\ddot{d}_k$$

Vektörün türevi ile ${}^i\dot{\ell}_{k-1,k} = {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\dot{\ell}_{k-1,k}$ ve ${}^i\dot{\vec{h}}_k = {}^i\vec{w}_k \times {}^i\vec{h}_k$ olduğundan eşitlikte yerine yazılırsa,

$${}^i\dot{\vec{v}}_k = {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} + {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} + {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times ({}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k}) + {}^i\dot{\vec{w}}_k \times {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\dot{d}_k + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\ddot{d}_k \quad (3.41)$$

$${}^i\dot{\vec{v}}_k = {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} + {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} + {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} + {}^i\dot{\vec{w}}_k \times {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\dot{d}_k + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\ddot{d}_k$$

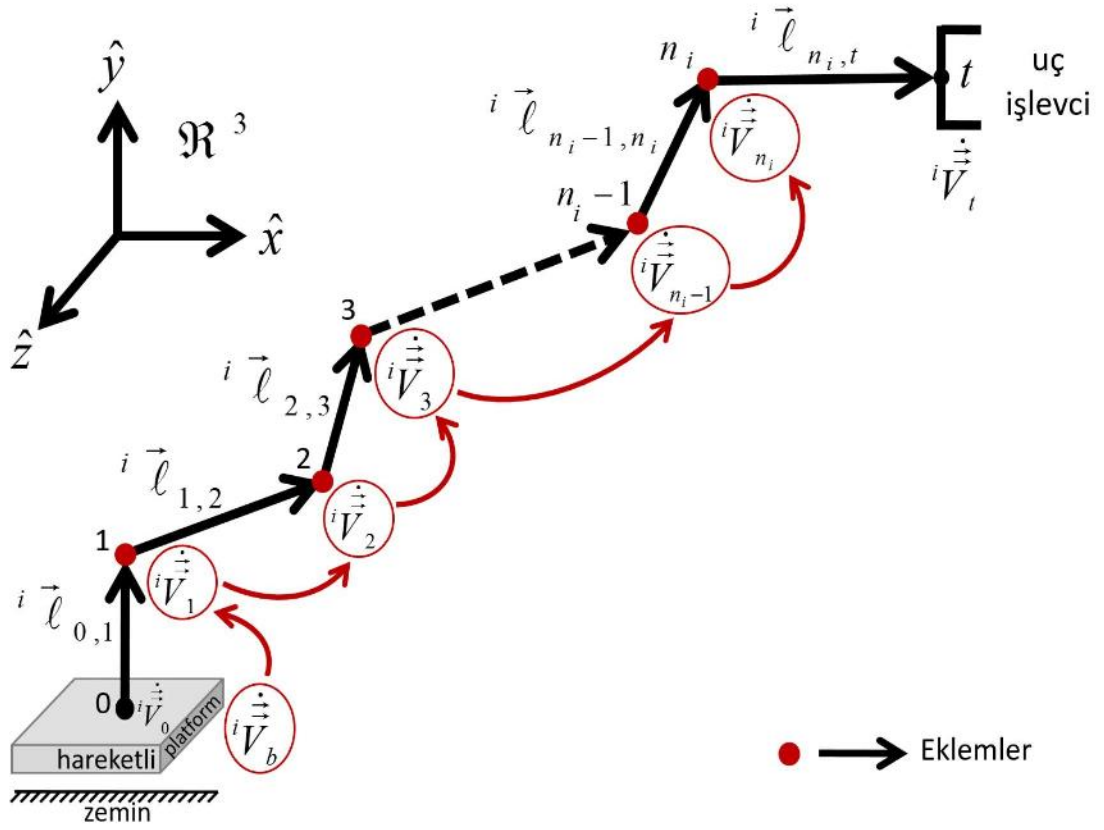
Sonuç olarak açışal ve lineer ivme aktarımları matris formunda yazılabilir;

$$\begin{bmatrix} {}^i\dot{\vec{w}}_k \\ {}^i\dot{\vec{v}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_3\mathbf{I} & {}_3\mathbf{0} \\ -{}^i\dot{\ell}_{k-1,k} & {}_3\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^i\dot{\vec{w}}_{k-1} \\ {}^i\dot{\vec{v}}_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{0} \\ {}^i\vec{h}_k \end{bmatrix} \cdot {}^i\dot{d}_k + \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{w}_k \times (\vec{w}_{k-1} \times {}^i\vec{\ell}_{k-1,k} + {}^i\vec{h}_k \cdot {}^i\dot{d}_k) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$${}^i\dot{\vec{V}}_k = {}^i\Phi_{k,k-1} \cdot {}^i\dot{\vec{V}}_{k-1} + {}^i\vec{H}_k \cdot {}^i\dot{\theta}_k + {}^i\vec{a}_k \quad (3.43)$$

Burada k. uzuv coriolis ve merkezkaç uzaysal ivmeleri gösteren ${}^i\dot{\vec{a}}_k$ vektörünün prizmatik eklemden nasıl değişim gösterdiği görülmektedir. Şekil 3.4'te seri robot üzerinde hareketli platformdan uç işlevciye doğru ivme aktarımı görülmektedir. Hareketli platformdan son uzva kadar ivme denklemleri sırayla yazılırsa,

$$\begin{aligned} {}^i\dot{\vec{V}}_0 &= \dot{\vec{V}}_b \\ {}^i\dot{\vec{V}}_1 &= {}^i\Phi_{1,0} \cdot {}^i\dot{\vec{V}}_0 + {}^i\vec{H}_1 \cdot {}^i\dot{\theta}_1 + {}^i\vec{a}_1 \\ {}^i\dot{\vec{V}}_2 &= {}^i\Phi_{2,1} \cdot {}^i\dot{\vec{V}}_1 + {}^i\vec{H}_2 \cdot {}^i\dot{\theta}_2 + {}^i\vec{a}_2 \\ {}^i\dot{\vec{V}}_3 &= {}^i\Phi_{3,2} \cdot {}^i\dot{\vec{V}}_2 + {}^i\vec{H}_3 \cdot {}^i\dot{\theta}_3 + {}^i\vec{a}_3 \\ &\vdots \\ {}^i\dot{\vec{V}}_{n_i} &= {}^i\Phi_{n_i,n_i-1} \cdot {}^i\dot{\vec{V}}_{n_i-1} + {}^i\vec{H}_{n_i} \cdot {}^i\dot{\theta}_{n_i} + {}^i\vec{a}_{n_i} \end{aligned} \quad (3.44)$$



Şekil 3.4. İvme denklemlerinin hareketli platformdan dışı doğru aktarımı

elde edilir. Denklemler düzenlenerek şu şekilde matris formunda yazılır;

$$\begin{bmatrix} \dot{i}\underline{V}_1 \\ \dot{i}\underline{V}_2 \\ \dot{i}\underline{V}_3 \\ \vdots \\ \dot{i}\underline{V}_{n_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_6\mathbf{I} & {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ {}^i\Phi_{2,1} & {}_6\mathbf{I} & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ {}^i\Phi_{3,1} & {}^i\Phi_{3,2} & {}_6\mathbf{I} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^i\Phi_{n_i,1} & {}^i\Phi_{n_i,2} & {}^i\Phi_{n_i,3} & \dots & {}_6\mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \quad (3.45)$$

$$\left(\begin{bmatrix} {}^i\bar{H}_1 & \bar{\mathbf{0}} & \bar{\mathbf{0}} & \dots & \bar{\mathbf{0}} \\ \bar{\mathbf{0}} & {}^i\bar{H}_2 & \bar{\mathbf{0}} & \dots & \bar{\mathbf{0}} \\ \bar{\mathbf{0}} & \bar{\mathbf{0}} & {}^i\bar{H}_3 & \dots & \bar{\mathbf{0}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\mathbf{0}} & \bar{\mathbf{0}} & \bar{\mathbf{0}} & \dots & {}^i\bar{H}_{n_i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^i\ddot{\theta}_1 \\ {}^i\ddot{\theta}_2 \\ {}^i\ddot{\theta}_3 \\ \vdots \\ {}^i\ddot{\theta}_{n_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^i\bar{a}_1 \\ {}^i\bar{a}_2 \\ {}^i\bar{a}_3 \\ \vdots \\ {}^i\bar{a}_{n_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^i\Phi_{1,0} \\ {}_6\mathbf{0} \\ {}_6\mathbf{0} \\ \vdots \\ {}_6\mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \dot{i}\underline{V}_b \right)$$

$$\dot{i}\underline{V} = {}^i\Phi \cdot ({}^i\bar{H} \cdot \ddot{\theta} + \bar{a} + {}^i\Phi_b \cdot \dot{V}_b) \quad (3.46)$$

Daha önce bulunan denklem 3.46'da yeni hareketli platform ivmeleri konularsa,

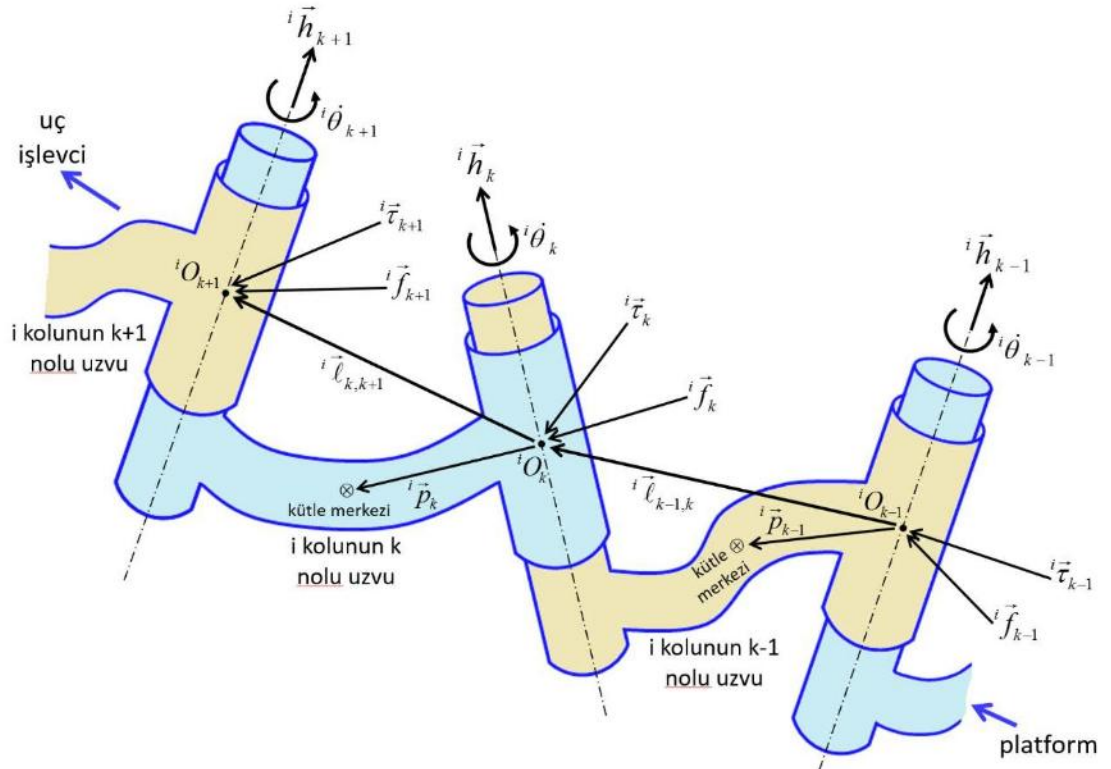
$${}^i \underline{\dot{V}} = {}^i \Phi \cdot ({}^i H \cdot \underline{\dot{\theta}} + {}^i \underline{a} + {}^i \Phi_b \cdot (\underline{\dot{V}}_b + \underline{\dot{a}}_b)) \quad (3.49)$$

$${}^i \underline{\dot{V}} = {}^i \Phi \cdot {}^i H \cdot \underline{\dot{\theta}} + {}^i \Phi \cdot \underline{a} + {}^i \Phi \cdot \Phi_b \cdot \underline{\dot{V}}_b + {}^i \Phi \cdot \Phi_b \cdot \underline{\dot{a}}_b \quad (3.50)$$

eşitliği elde edilmiş olur. Bu şekilde hareketli platform üzerindeki seri robotun ivme denklemleri bulunmuş olur. Uzun hızları ve ivmelerinin hesaplanması Şekil 3.5'te şekil üzerinde gösterilmiştir.

3.2. Tork ve Kuvvet Denklemlerinin Elde Edilmesi

Uzaysal kuvvetlerin bulunması için tekrar şekil üzerinde uzuvlar arası tork ve kuvvet aktarımlarının nasıl yapıldığı gösterilmektedir (Şekil 3.6). Tork ve kuvvetler dıştan içe doğru yani uç işlevçiden hareketli platforma doğru özyinelemeli Newton Euler denklemleri yardımıyla aktarılır.



Şekil 3.6. Uzuvar üzerine düşen kuvvet ve torklar

i manipulatöründe $k+1$ uzvundan k uzvuna tork aktarımı şu şekilde yapılabilir;

$${}^i \vec{\tau}_k = {}^i \vec{\tau}_{k+1} + {}^i \vec{\ell}_{k,k+1} \times {}^i \dot{f}_{k+1} + \frac{d}{dt} ({}^i I_k \cdot {}^i \dot{w}_k) + {}^i \vec{\ell}_{k,c} \times \frac{d}{dt} ({}^i m_k \cdot {}^i \dot{v}_k) \quad (3.51)$$

Burada ara işlemler şu şekilde yapılabilir;

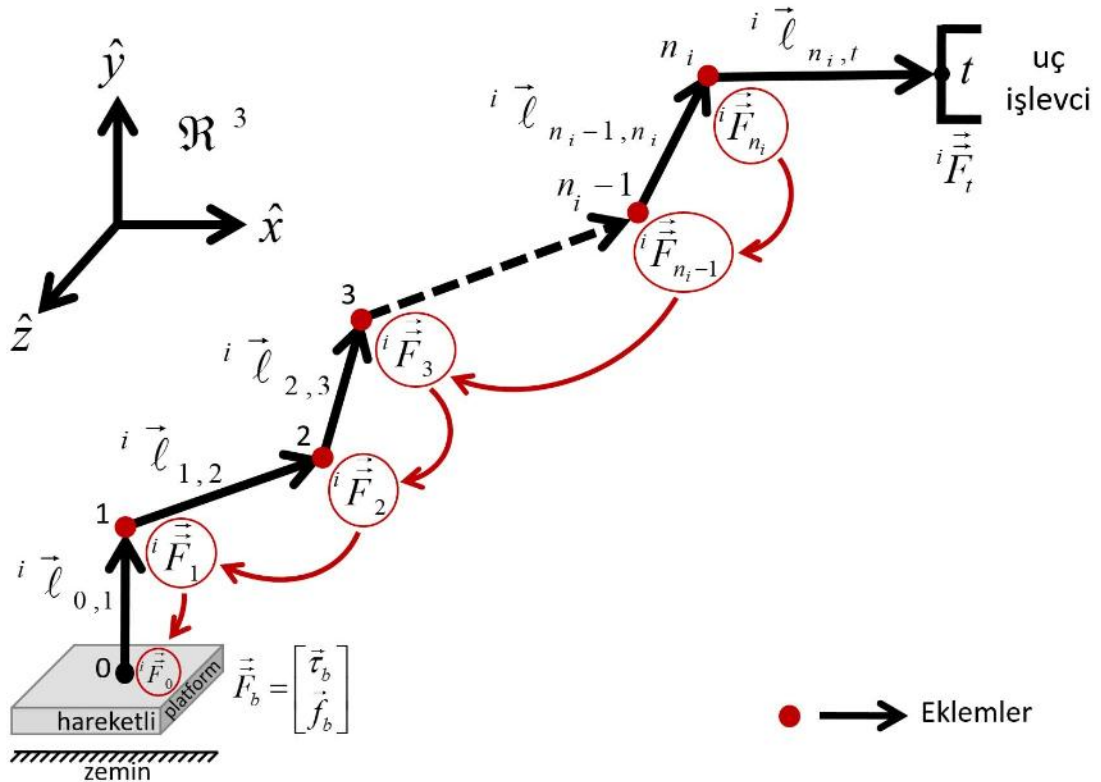
$$\begin{aligned} {}^i \hat{\ell}_{k,k+1} \times {}^i \dot{f}_{k+1} &= {}^i \hat{\ell}_{k,k+1} \cdot {}^i \dot{f}_{k+1} \\ \frac{d}{dt} ({}^i I_k \cdot {}^i \dot{w}_k) &= {}^i I_k \cdot \ddot{w}_k + {}^i \dot{w}_k \times {}^i I_k \cdot {}^i \dot{w}_k \\ {}^i \hat{\ell}_{k,c} \times \frac{d}{dt} ({}^i m_k \cdot {}^i \dot{v}_k) &= {}^i \hat{\ell}_{k,c} \cdot {}^i m_k \cdot \ddot{v}_k \end{aligned} \quad (3.52)$$

Denklem 3.51 yeniden düzenlenirse,

$${}^i \vec{\tau}_k = {}^i \vec{\tau}_{k+1} + {}^i \hat{\ell}_{k,k+1} \cdot {}^i \dot{f}_{k+1} + {}^i I_k \cdot \ddot{w}_k + {}^i m_k \cdot {}^i \hat{\ell}_{k,c} \cdot \ddot{v}_k + {}^i \dot{w}_k \times {}^i I_k \cdot {}^i \dot{w}_k \quad (3.53)$$

elde edilir. Şekil 3.6'da i. manipulatörde k+1 uzvundan k uzvuna kuvvet aktarımı,

$${}^i \vec{f}_k = {}^i \vec{f}_{k+1} + \frac{d}{dt} ({}^i m_k \cdot {}^i \dot{v}_{c_k}) \quad (3.54)$$



Şekil 3.7. Tork ve kuvvet denklemlerinin içe doğru, yani son uzuvdan hareketli platforma doğru aktarılması

şeklinde yazılabilir. Ara işlemler şu şekilde yapılabilir;

$$\begin{aligned}
{}^i\bar{v}_{c_k} &= {}^i\bar{v}_k + {}^i\bar{w}_k \times {}^i\hat{\ell}_{k,c} \\
\frac{d}{dt}({}^i m_k \cdot {}^i \dot{v}_{c_k}) &= \frac{d}{dt}({}^i m_k \cdot ({}^i \dot{v}_k + {}^i \dot{w}_k \times {}^i \bar{\ell}_{k,c})) \\
&= \frac{d}{dt}({}^i m_k \cdot {}^i \dot{v}_k + {}^i m_k \cdot {}^i \dot{w}_k \times {}^i \bar{\ell}_{k,c}) \\
&= {}^i m_k \cdot {}^i \dot{v}_k + {}^i m_k \cdot {}^i \dot{w}_k \times {}^i \bar{\ell}_{k,c} + {}^i m_k \cdot {}^i \dot{w}_k \times ({}^i \dot{w}_k \times {}^i \bar{\ell}_{k,c}) \\
&= {}^i m_k \cdot {}^i \dot{v}_k - {}^i m_k \cdot {}^i \hat{\ell}_{k,c} \cdot {}^i \dot{w}_k + {}^i m_k \cdot {}^i \dot{w}_k \times ({}^i \dot{w}_k \times {}^i \bar{\ell}_{k,c})
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Denklem 3.54 bu ifadeler ile yeniden düzenlenirse,

$${}^i \vec{f}_k = {}^i \vec{f}_{k+1} - {}^i m_k \cdot {}^i \hat{\ell}_{k,c} \cdot {}^i \dot{w}_k + {}^i m_k \cdot {}^i \dot{v}_k + {}^i m_k \cdot {}^i \bar{w}_k \times ({}^i \dot{w}_k \times {}^i \hat{\ell}_{k,c}) \tag{3.56}$$

elde edilir. Denklem 3.53'te ve denklem 3.56'da bulunan sırasıyla tork ve kuvvet denklemleri matris formunda yazılırsa,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} {}^i \vec{v}_k \\ {}^i \vec{f}_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} {}_3\mathbf{I} & {}^i \hat{\ell}_{k,k+1} \\ {}_3\mathbf{0} & {}_3\mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^i \vec{v}_{k+1} \\ {}^i \vec{f}_{k+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^i I_k & {}^i m_k \cdot {}^i \hat{\ell}_{k,c} \\ -{}^i m_k \cdot {}^i \hat{\ell}_{k,c} & {}_3\mathbf{I} \cdot {}^i m_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^i \dot{w}_k \\ {}^i \dot{v}_k \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} {}^i \bar{w}_k \times {}^i I_k \cdot {}^i \bar{w}_k \\ {}^i m_k \cdot {}^i \bar{w}_k \times ({}^i \dot{w}_k \times {}^i \bar{\ell}_{k,c}) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.57}$$

$${}^i \vec{F}_k = {}^i \Phi_{k+1,k}^T \cdot {}^i \vec{F}_{k+1} + {}^i M_k \cdot {}^i \vec{V}_k + {}^i \vec{b}_k \tag{3.58}$$

şeklinde altı boyutlu uzaysal kuvvet aktarımı k+1 uzvundan k uzvuna doğru gerçekleştirilmiş olur.

Burada ${}^i \vec{F}_k$ i manipülatöründe, k uzvunun orijinindeki 6 boyutlu uzaysal kuvvetler vektörü, ${}^i M_k$ i manipülatöründe, k uzvunun kütle matrisi, ${}^i \vec{b}_k$ k. uzuv uzaysal kuvvetler artan terimleri vektörüdür.

İvme analizinde yapıldığı gibi bu denklem de n tane uzuv için genişletilebilir. Buradaki tek fark ivmelerin hareketli platformdan uç işlevciye doğru hesaplanırken, Şekil 3.7'de görülebileceği üzere uzaysal kuvvetlerin uç işlevciden hareketli platforma doğru hesaplanmasıdır.

Denklemler en dıştaki uzuvdan ilk uzva doğru şu şekilde yazılabilir;

$$\begin{aligned}
{}^i \dot{\underline{V}}_{n_i} &= {}^i M_{n_i} \cdot {}^i \dot{\underline{V}}_{n_i} + {}^i \underline{\dot{b}}_{n_i} \\
{}^i \ddot{\underline{F}}_{n_i-1} &= {}^i \Phi_{n_i, n_i-1}^T \cdot {}^i \ddot{\underline{F}}_{n_i} + {}^i M_{n_i-1} \cdot {}^i \ddot{\underline{V}}_{n_i-1} + {}^i \ddot{\underline{b}}_{n_i-1} \\
{}^i \dot{\underline{F}}_{n_i, 2} &= {}^i \Phi_{n_i, 1, n_i, 2}^T \cdot {}^i \dot{\underline{F}}_{n_i, 1} + {}^i M_{n_i, 2} \cdot {}^i \dot{\underline{V}}_{n_i, 2} + {}^i \dot{\underline{b}}_{n_i, 2} \\
&\vdots \\
{}^i \ddot{\underline{F}}_2 &= {}^i \Phi_{3,2}^T \cdot {}^i \ddot{\underline{F}}_3 + {}^i M_2 \cdot {}^i \ddot{\underline{V}}_2 + {}^i \ddot{\underline{b}}_2 \\
{}^i \dot{\underline{F}}_1 &= {}^i \Phi_{2,1}^T \cdot {}^i \dot{\underline{F}}_2 + {}^i M_1 \cdot {}^i \dot{\underline{V}}_1 + {}^i \dot{\underline{b}}_1
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Ara işlemler yapılarak matris formunda yazılırsa;

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} {}^i \ddot{\underline{F}}_1 \\ {}^i \ddot{\underline{F}}_2 \\ {}^i \ddot{\underline{F}}_3 \\ \vdots \\ {}^i \ddot{\underline{F}}_{n_i} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} {}_6 \mathbf{I} & {}^i \Phi_{2,1}^T & {}^i \Phi_{3,1}^T & \dots & {}^i \Phi_{n_i,1}^T \\ {}_6 \mathbf{0} & {}_6 \mathbf{I} & {}^i \Phi_{3,2}^T & \dots & {}^i \Phi_{n_i,2}^T \\ {}_6 \mathbf{0} & {}_6 \mathbf{0} & {}_6 \mathbf{I} & \dots & {}^i \Phi_{n_i,3}^T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}_6 \mathbf{0} & {}_6 \mathbf{0} & {}_6 \mathbf{0} & \dots & {}_6 \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \\
&\cdot \left(\begin{bmatrix} {}^i M_1 & {}_6 \mathbf{0} & {}_6 \mathbf{0} & \dots & {}_6 \mathbf{0} \\ {}_6 \mathbf{0} & {}^i M_2 & {}_6 \mathbf{0} & \dots & {}_6 \mathbf{0} \\ {}_6 \mathbf{0} & {}_6 \mathbf{0} & {}^i M_3 & \dots & {}_6 \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}_6 \mathbf{0} & {}_6 \mathbf{0} & {}_6 \mathbf{0} & \dots & {}^i M_{n_i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^i \dot{\underline{V}}_1 \\ {}^i \dot{\underline{V}}_2 \\ {}^i \dot{\underline{V}}_3 \\ \vdots \\ {}^i \dot{\underline{V}}_{n_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^i \underline{\dot{b}}_1 \\ {}^i \underline{\dot{b}}_2 \\ {}^i \underline{\dot{b}}_3 \\ \vdots \\ {}^i \underline{\dot{b}}_{n_i} \end{bmatrix} \right)
\end{aligned} \tag{3.60}$$

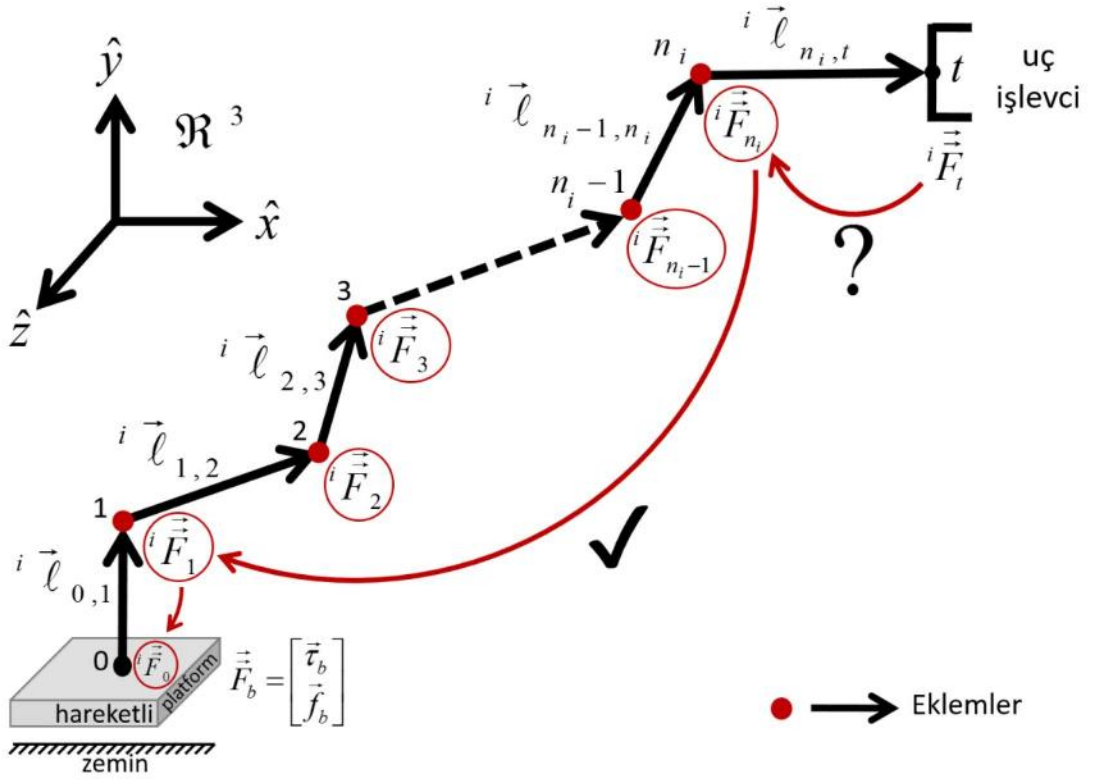
$${}^i \underline{F} = {}^i \Phi^T \cdot ({}^i M \cdot {}^i \underline{\dot{V}} + {}^i \underline{b})$$

$${}^i \underline{F} \in \mathfrak{R}^{6n_i \times 1}$$

$${}^i \Phi^T \in \mathfrak{R}^{6n_i \times 6n_i}, \quad {}^i M \in \mathfrak{R}^{6n_i \times 6n_i}$$

$${}^i \underline{\dot{V}} \in \mathfrak{R}^{6n_i \times 1}, \quad {}^i \underline{b} \in \mathfrak{R}^{6n_i \times 1}$$

Bu denklem ile son uzuvdan ilk uzva kadar uzaysal kuvvet aktarımı gerçekleştirilmiş olur (Şekil 3.8). Robotun bir yük taşıdığı durumda, yani uç işlevciye herhangi bir kuvvet uygulandığı durumda ise uç işlevciadaki yükün sisteme aktarılması şu şekilde sağlanabilir.



Şekil 3.8. Uç işlevciye uygulanan torq ve kuvvet girişlerinin robota aktarılması

$$\begin{bmatrix} {}^i\ddot{\vec{F}}_1 \\ {}^i\ddot{\vec{F}}_2 \\ {}^i\ddot{\vec{F}}_3 \\ \vdots \\ {}^i\ddot{\vec{F}}_{n_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_6\mathbf{I} & {}^i\Phi_{2,1}^T & {}^i\Phi_{3,1}^T & \dots & {}^i\Phi_{n_i,1}^T \\ {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{I} & {}^i\Phi_{3,2}^T & \dots & {}^i\Phi_{n_i,2}^T \\ {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{I} & \dots & {}^i\Phi_{n_i,3}^T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} M_1 & {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ {}_6\mathbf{0} & M_2 & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & M_3 & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & \dots & M_{n_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^i\dot{\vec{V}}_1 \\ {}^i\dot{\vec{V}}_2 \\ {}^i\dot{\vec{V}}_3 \\ \vdots \\ {}^i\dot{\vec{V}}_{n_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^i\vec{b}_1 \\ {}^i\vec{b}_2 \\ {}^i\vec{b}_3 \\ \vdots \\ {}^i\vec{b}_{n_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}_6\mathbf{0} \\ {}_6\mathbf{0} \\ {}_6\mathbf{0} \\ \vdots \\ {}^i\Phi_{l,n_i}^T \end{bmatrix} \cdot {}^i\ddot{\vec{F}}_l \right) \quad (3.62)$$

$${}^i\vec{F} = {}^i\Phi^T \cdot ({}^iM \cdot {}^i\dot{\vec{V}} + {}^i\vec{b} + {}^i\Phi_l^T \cdot {}^i\ddot{\vec{F}}_l) \quad (3.63)$$

Sistemin torq ifadelerine geçmek için denklem 3.63 içindeki uzaysal ivmelere denklem 3.46'da bulduğumuz eşitliği koyabiliriz;

$$\begin{aligned}
{}^i \underline{F} &= {}^i \Phi^T . ({}^i M . ({}^i \Phi . ({}^i H . \underline{\ddot{\theta}} + {}^i \underline{a} + {}^i \Phi_b . \underline{\dot{V}}_b)) + {}^i \underline{b} + {}^i \Phi_t^T . \underline{\ddot{F}}_t) \\
{}^i \underline{F} &= {}^i \Phi^T . ({}^i M . ({}^i \Phi . {}^i H . \underline{\ddot{\theta}} + {}^i \Phi . {}^i \underline{a} + {}^i \Phi . {}^i \Phi_b . \underline{\dot{V}}_b) + {}^i \underline{b} + {}^i \Phi_t^T . \underline{\ddot{F}}_t)
\end{aligned} \tag{3.64}$$

$${}^i \underline{F} = {}^i \Phi^T . ({}^i M . {}^i \Phi . {}^i H . \underline{\ddot{\theta}} + {}^i M . {}^i \Phi . {}^i \underline{a} + {}^i M . {}^i \Phi . {}^i \Phi_b . \underline{\dot{V}}_b + {}^i \underline{b} + {}^i \Phi_t^T . \underline{\ddot{F}}_t)$$

Böylece sistemin dönme ve/veya öteleme eksenleri matrisinin transpozu ile çarpılarak her eklemden serbestlik derecesi yönünde oluşan torklar bulunur;

$${}^i \underline{\tau} = {}^i H^T . {}^i \underline{F} \tag{3.65}$$

Denklem 3.64'te elde edilen kuvvet ifadesi burada yerine konulursa,

$$\begin{aligned}
{}^i \underline{\tau} &= {}^i H^T . {}^i \Phi^T . {}^i M . {}^i \Phi . {}^i H . \underline{\ddot{\theta}} + {}^i H^T . {}^i \Phi^T . {}^i M . {}^i \Phi . {}^i \underline{a} + \\
&+ {}^i H^T . {}^i \Phi^T . {}^i M . {}^i \Phi . {}^i \Phi_b . \underline{\dot{V}}_b + {}^i H^T . {}^i \Phi^T . {}^i \underline{b} + {}^i H^T . {}^i \Phi^T . {}^i \Phi_t^T . \underline{\ddot{F}}_t
\end{aligned} \tag{3.66}$$

elde edilir. Burada denklemi daha basit ifade edebilmek için şu şekilde ifadeler tanımlanabilir;

$$\begin{aligned}
{}^i \underline{M} &= {}^i H^T . {}^i \Phi^T . {}^i M . {}^i \Phi . {}^i H \\
{}^i \underline{M}_b &= {}^i H^T . {}^i \Phi^T . {}^i M . {}^i \Phi . {}^i \Phi_b \\
{}^i \underline{C} &= {}^i H^T . {}^i \Phi^T . {}^i M . {}^i \Phi . {}^i \underline{a} + {}^i H^T . {}^i \Phi^T . {}^i \underline{b} = {}^i H^T . {}^i \Phi^T . ({}^i M . {}^i \Phi . {}^i \underline{a} + {}^i \underline{b}) \\
{}^i \underline{J} &= {}^i H^T . {}^i \Phi^T . {}^i \Phi_t^T
\end{aligned} \tag{3.67}$$

Genel olarak ters dinamik analiz kısa hali ile şu şekli ifade edilmiş olur;

$${}^i \underline{\tau} = {}^i \underline{M} . \underline{\ddot{\theta}} + {}^i \underline{C} + {}^i \underline{M}_b . \underline{\dot{V}}_b + {}^i \underline{J}^T . \underline{\ddot{F}}_t \tag{3.68}$$

Bu denklemde ${}^i \underline{\tau}$; eklemlere verilen ivme değerleri ve uç noktasına uygulanan kuvvetlerden dolayı eklemlerde oluşan torkları, ${}^i \underline{M}$ genelleştirilmiş kütle matrisini, ${}^i \underline{C}$ coriolis ve yerçekimi etkilerini içeren matrisi, ${}^i \underline{M}_b$ hareketli platform ile i. manipülatör arasındaki dinamik etkileşime ilişkin kütle matrisini, ${}^i \underline{J}^T$ i. manipülatörün uç noktasındaki uzaysal kuvvetleri göstermektedir. İleri ve ters dinamik analiz Şekil 3.9'daki şema ile özetlenebilir.

Özetle, hareketli platform üzerinde seri robotun ters ve ileri dinamik denklemleri sırasıyla;

$${}^i \underline{\tau} = {}^i \mathbf{M}^i \ddot{\underline{\theta}} + {}^i \underline{C} + {}^i \mathbf{M}_b \dot{\underline{V}}_b + {}^i \mathbf{J}^T \cdot {}^i \ddot{\underline{F}}_t \quad (3.69)$$

$${}^i \ddot{\underline{\theta}} = {}^i \mathbf{M}^{-1} ({}^i \underline{\tau} - {}^i \underline{C} - {}^i \mathbf{M}_b \dot{\underline{V}}_b - {}^i \mathbf{J}^T \cdot {}^i \ddot{\underline{F}}_t)$$

Platform hareketli değil ise seri robotun ters ve ileri dinamik denklemleri sırasıyla;

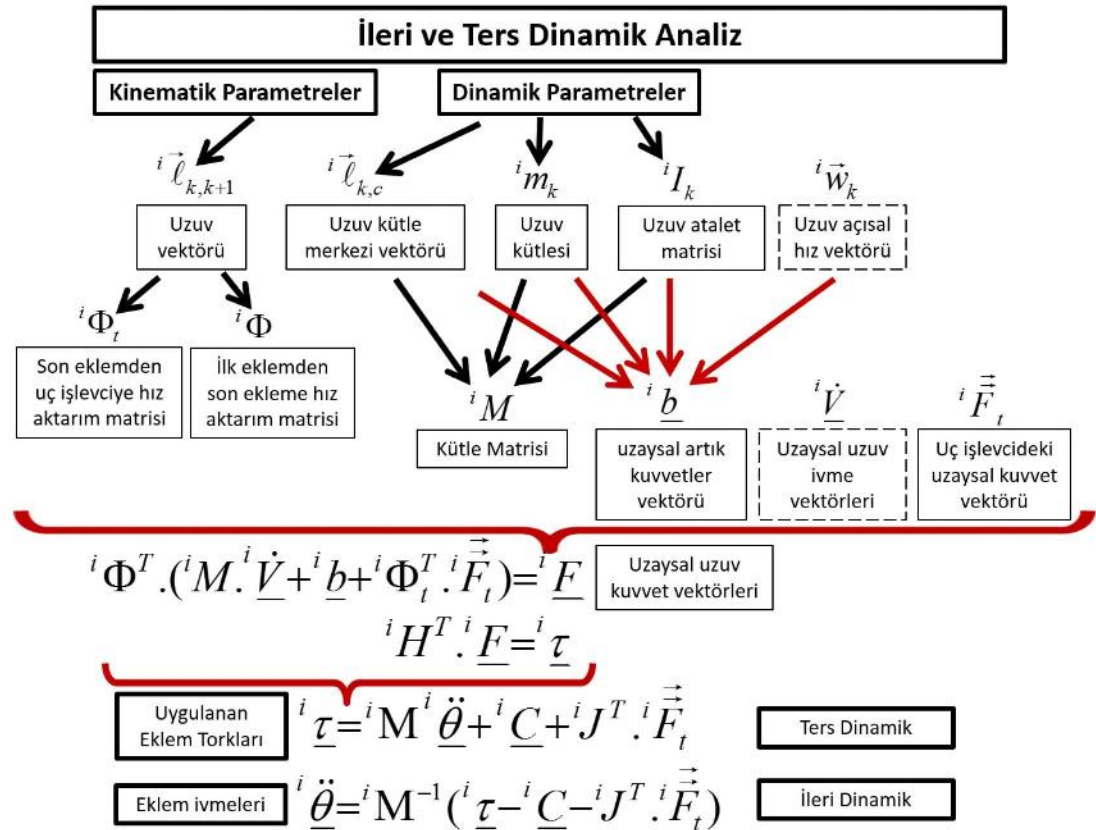
$${}^i \underline{\tau} = {}^i \mathbf{M}^i \ddot{\underline{\theta}} + {}^i \mathbf{J}^T \cdot {}^i \ddot{\underline{F}}_t \quad (3.70)$$

$${}^i \ddot{\underline{\theta}} = {}^i \mathbf{M}^{-1} ({}^i \underline{\tau} - {}^i \mathbf{J}^T \cdot {}^i \ddot{\underline{F}}_t)$$

Platform hareketli değil ve uç işlevciye herhangi bir kuvvet uygulanmıyor ise seri robotun dinamik denklemleri;

$${}^i \underline{\tau} = {}^i \mathbf{M}^i \ddot{\underline{\theta}} + {}^i \underline{C} \quad (3.71)$$

$${}^i \ddot{\underline{\theta}} = {}^i \mathbf{M}^{-1} ({}^i \underline{\tau} - {}^i \underline{C})$$



Şekil 3.9. İleri ve ters dinamik analiz hesaplanma akışı

3.3. Hareketli Platform Üzerinde Çoklu Robot Sistemlerinin Dinamik Analizi

Denklem 3.50'de yazılan ivme denklemi p tane manipülâtör için genişletilebilir;

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}_b \\ {}^1\dot{\underline{V}} \\ {}^2\dot{\underline{V}} \\ \vdots \\ {}^p\dot{\underline{V}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}_b + \ddot{\underline{a}}_b \\ {}^1\Phi \cdot H \cdot {}^1\ddot{\underline{\theta}} + {}^1\Phi \cdot \underline{a} + {}^1\Phi \cdot \dot{\Phi}_b \cdot \dot{\underline{V}}_b + {}^1\Phi \cdot \dot{\Phi}_b \cdot \ddot{\underline{a}}_b \\ {}^2\Phi \cdot H \cdot {}^2\ddot{\underline{\theta}} + {}^2\Phi \cdot \underline{a} + {}^2\Phi \cdot \dot{\Phi}_b \cdot \dot{\underline{V}}_b + {}^2\Phi \cdot \dot{\Phi}_b \cdot \ddot{\underline{a}}_b \\ \vdots \\ {}^p\Phi \cdot H \cdot {}^p\ddot{\underline{\theta}} + {}^p\Phi \cdot \underline{a} + {}^p\Phi \cdot \dot{\Phi}_b \cdot \dot{\underline{V}}_b + {}^p\Phi \cdot \dot{\Phi}_b \cdot \ddot{\underline{a}}_b \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

olarak yazılabilir. Bu ifade şu şekilde matris formuna getirilebilir;

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}_b \\ {}^1\dot{\underline{V}} \\ {}^2\dot{\underline{V}} \\ \vdots \\ {}^p\dot{\underline{V}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_6\mathbf{I} & (6 \times 6n_1)\mathbf{0} & (6 \times 6n_2)\mathbf{0} & \cdots & (6 \times 6n_p)\mathbf{0} \\ (6n_1 \times 6)({}^1\Phi^T \Phi_b) & (6n_1 \times 6n_1){}^1\Phi & (6n_1 \times 6n_2)\mathbf{0} & \cdots & (6n_1 \times 6n_p)\mathbf{0} \\ (6n_2 \times 6)({}^2\Phi^T \Phi_b) & (6n_2 \times 6n_1)\mathbf{0} & (6n_2 \times 6n_2){}^2\Phi & \cdots & (6n_2 \times 6n_p)\mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (6n_p \times 6)({}^p\Phi^T \Phi_b) & (6n_p \times 6n_1)\mathbf{0} & (6n_p \times 6n_2)\mathbf{0} & \cdots & (6n_p \times 6n_p){}^p\Phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\underline{V}}_b \\ {}^1\ddot{\underline{\theta}} \\ {}^2\ddot{\underline{\theta}} \\ \vdots \\ {}^p\ddot{\underline{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{\underline{a}}_b \\ {}^1\underline{a} \\ {}^2\underline{a} \\ \vdots \\ {}^p\underline{a} \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

$$\dot{\underline{V}} = \Phi \cdot (H \cdot \ddot{\underline{\theta}} + \underline{a}) \quad (3.74)$$

Aynı şekilde kuvvet denklemleri de p tane manipülâtör için yazılabilir. Ancak daha önce hareketli platforma etki eden kuvvetlerin nasıl bulunabileceğine bakılabilir. Bir manipülâtör olduğu durumda hareketli platformda oluşan kuvvetler şu şekilde hesaplanabilir;

$$\vec{F}_b = M_b \cdot \dot{\underline{V}}_b + \vec{b}_b + {}^i\Phi_{1,b}^T \cdot {}^i\vec{F}_1 \quad (3.75)$$

$$\vec{F}_b = M_b \cdot \dot{\underline{V}}_b + \vec{b}_b + {}^1\Phi_b^T \cdot {}^1\Phi^T \cdot ({}^1M \cdot {}^1\dot{\underline{V}} + {}^1\underline{b} + {}^1\Phi_t^T \cdot {}^1\vec{F}_t)$$

Bu denklemdeki bazı ifadeler,

$$M_b = \begin{bmatrix} I_b & m_b \cdot \hat{\ell}_{b,c} \\ -m_b \cdot \hat{\ell}_{b,c} & {}_3\mathbf{I} \cdot m_b \end{bmatrix} \quad \bar{V}_b = \begin{bmatrix} \bar{w}_b \\ \dot{v}_b \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

$$\bar{b}_b = \begin{bmatrix} \bar{w}_b \times I_b \cdot \bar{w}_b \\ m_b \cdot \bar{w}_b \times (\bar{w}_b \times \hat{\ell}_{b,c}) \end{bmatrix} \quad \dot{\bar{F}}_b = \begin{bmatrix} \dot{\tau}_b \\ \dot{f}_b \end{bmatrix}$$

şekindedir. Birden fazla manipülatör olduğu durumda,

$$\ddot{\bar{F}}_b = M_b \cdot \ddot{\bar{V}}_b + \dot{\bar{b}}_b + \sum_{i=1}^p {}^i\Phi_b^T \cdot {}^i\Phi^T \cdot ({}^iM \cdot \dot{\bar{V}} + {}^i\bar{b} + {}^i\Phi_t^T \cdot \ddot{\bar{F}}_t) \quad (3.77)$$

Bu bilgi p tane manipülatörün uzaysal kuvvetleri için yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{F}}_b \\ {}^1\bar{F} \\ {}^2\bar{F} \\ \vdots \\ {}^p\bar{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_b \cdot \dot{\bar{V}}_b + \dot{\bar{b}}_b + \sum_{i=1}^p {}^i\Phi_b^T \cdot {}^i\Phi^T \cdot ({}^iM \cdot \dot{\bar{V}} + {}^i\bar{b} + {}^i\Phi_t^T \cdot \ddot{\bar{F}}_t) \\ {}^1\Phi^T \cdot ({}^1M \cdot \dot{\bar{V}} + {}^1\bar{b} + {}^1\Phi_t^T \cdot \ddot{\bar{F}}_t) \\ {}^2\Phi^T \cdot ({}^2M \cdot \dot{\bar{V}} + {}^2\bar{b} + {}^2\Phi_t^T \cdot \ddot{\bar{F}}_t) \\ \vdots \\ {}^p\Phi^T \cdot ({}^pM \cdot \dot{\bar{V}} + {}^p\bar{b} + {}^p\Phi_t^T \cdot \ddot{\bar{F}}_t) \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Bu ifade matris formuna dönüştürülürse,

$$\begin{bmatrix} \ddot{\bar{F}}_b \\ {}^1\bar{F} \\ {}^2\bar{F} \\ \vdots \\ {}^p\bar{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_6\mathbf{I} & ({}^{6 \times 6n_1})({}^1\Phi_b^T {}^1\Phi^T) & ({}^{6 \times 6n_2})({}^2\Phi_b^T {}^2\Phi^T) & \dots & ({}^{6 \times 6n_p})({}^p\Phi_b^T {}^p\Phi^T) \\ ({}^{6n_1 \times 6})\mathbf{0} & ({}^{6n_1 \times 6n_1}){}^1\Phi^T & ({}^{6n_1 \times 6n_2})\mathbf{0} & \dots & ({}^{6n_1 \times 6n_p})\mathbf{0} \\ ({}^{6n_2 \times 6})\mathbf{0} & ({}^{6n_2 \times 6n_1})\mathbf{0} & ({}^{6n_2 \times 6n_2}){}^2\Phi^T & \dots & ({}^{6n_2 \times 6n_p})\mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ({}^{6n_p \times 6})\mathbf{0} & ({}^{6n_p \times 6n_1})\mathbf{0} & ({}^{6n_p \times 6n_2})\mathbf{0} & \dots & ({}^{6n_p \times 6n_p}){}^p\Phi^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_b & ({}^{6 \times 6n_1})\mathbf{0} & ({}^{6 \times 6n_2})\mathbf{0} & \dots & ({}^{6 \times 6n_p})\mathbf{0} \\ ({}^{6n_1 \times 6})\mathbf{0} & ({}^{6n_1 \times 6n_1}){}^1M & ({}^{6n_1 \times 6n_2})\mathbf{0} & \dots & ({}^{6n_1 \times 6n_p})\mathbf{0} \\ ({}^{6n_2 \times 6})\mathbf{0} & ({}^{6n_2 \times 6n_1})\mathbf{0} & ({}^{6n_2 \times 6n_2}){}^2M & \dots & ({}^{6n_2 \times 6n_p})\mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ({}^{6n_p \times 6})\mathbf{0} & ({}^{6n_p \times 6n_1})\mathbf{0} & ({}^{6n_p \times 6n_2})\mathbf{0} & \dots & ({}^{6n_p \times 6n_p}){}^pM \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{V}}_b \\ {}^1\dot{\bar{V}} \\ {}^2\dot{\bar{V}} \\ \vdots \\ {}^p\dot{\bar{V}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\bar{b}}_b \\ {}^1\dot{\bar{b}} \\ {}^2\dot{\bar{b}} \\ \vdots \\ {}^p\dot{\bar{b}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}_6\mathbf{0} & {}_6\mathbf{0} & \dots & {}_6\mathbf{0} \\ ({}^{6n_1 \times 6}){}^1\Phi_t^T & ({}^{6n_1 \times 6})\mathbf{0} & \dots & ({}^{6n_1 \times 6})\mathbf{0} \\ ({}^{6n_2 \times 6})\mathbf{0} & ({}^{6n_2 \times 6}){}^2\Phi_t^T & \dots & ({}^{6n_2 \times 6})\mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ({}^{6n_p \times 6})\mathbf{0} & ({}^{6n_p \times 6})\mathbf{0} & \dots & ({}^{6n_p \times 6}){}^p\Phi_t^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^1\ddot{\bar{F}}_t \\ {}^2\ddot{\bar{F}}_t \\ \vdots \\ {}^p\ddot{\bar{F}}_t \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

$$\underline{F} = \Phi^T . (M . \underline{\dot{V}} + \underline{b} + \Phi_t^T . \underline{F}_t) \quad (3.80)$$

elde edilir. Özetle sistemdeki bütün manipülatörlerin, bütün uzuvlarının orijinlerindeki 6 boyutlu uzaysal kuvvet vektörleri birlikte hesaplanmış olur. Dışarıdan kuvvet uygulanmayan durumda $\underline{F}_t = 0$,

$$\underline{F} = \Phi^T . (M . \underline{\dot{V}} + \underline{b}) \quad (3.81)$$

Denklem 3.74'teki ivme denklemi ile denklem 3.81'deki kuvvet denkleminin birbirine benzerliği görülebilir.

Kuvvetler elde edildikten sonra çoklu robot sistemlerindeki tork ifadelerine geçilebilir. Uzaysal kuvvetler (denklem 3.80) ve uzaysal ivmeler 3.74 yerine konulursa,

$$\underline{\tau} = H^T . \underline{F} \quad (3.82)$$

$$\underline{\tau} = H^T . \Phi^T . M . \Phi . H . \underline{\ddot{\theta}} + H^T . \Phi^T . M . \Phi . \underline{a} + H^T . \Phi^T . \underline{b} + H^T . \Phi^T . \Phi_t^T . \underline{F}_t$$

elde edilir ve denklemi basitleştirmek için aşağıdaki ifadeler tanımlanabilir;

$$\begin{aligned} M &= H^T . \Phi^T . M . \Phi . H \\ \underline{C} &= H^T . \Phi^T . M . \Phi . \underline{a} + H^T . \Phi^T . \underline{b} \\ J^T &= H^T . \Phi^T . \Phi_t^T \end{aligned} \quad (3.83)$$

Tork denklemleri kompakt hali ile p tane manipülatör için şu şekilde yazılabilir;

$$\underline{\tau} = M . \underline{\ddot{\theta}} + \underline{C} + J^T . \underline{F}_t \quad (3.84)$$

Bütün sistemin genelleştirilmiş kütle matrisi,

$$M = H^T . \Phi^T . M . \Phi . H$$

$$M = \begin{bmatrix} {}^b M_b & {}^1 M_b^T & {}^2 M_b^T & \dots & {}^p M_b^T \\ {}^1 M_b & {}^1 M & 0 & \dots & 0 \\ {}^2 M_b & 0 & {}^2 M & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^p M_b & 0 & 0 & \dots & {}^p M \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

$$\begin{aligned}
{}^b M_b &= M_b + \sum_{i=1}^p {}^i \Phi_b^T \cdot {}^i \Phi^T \cdot M \cdot {}^i \Phi \cdot \Phi_b \\
{}^i M_b &= {}^i H^T \cdot {}^i \Phi^T \cdot M \cdot {}^i \Phi \cdot \Phi_b \\
{}^i M_b^T &= {}^i \Phi_b^T \cdot {}^i \Phi^T \cdot M \cdot {}^i \Phi \cdot H \\
{}^i M &= {}^i H^T \cdot {}^i \Phi^T \cdot M \cdot {}^i \Phi \cdot H
\end{aligned} \tag{3.86}$$

Bütün sistemin hızla bağlı coriolis, merkezkaç ve jiroskopik eklem kuvvetlerini içeren uzun vektör,

$$\begin{aligned}
\underline{C} &= H^T \cdot \Phi^T \cdot M \cdot \Phi \cdot \underline{a} + H^T \cdot \Phi^T \cdot \underline{b} \\
\underline{C} &= \begin{bmatrix} C_b \\ {}^1 \underline{C} \\ {}^2 \underline{C} \\ \vdots \\ {}^p \underline{C} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.87}$$

$$\begin{aligned}
C_b &= M_b \cdot \dot{\underline{a}}_b + \ddot{\underline{b}}_b + \sum_{i=1}^p {}^i \Phi_b^T \cdot {}^i \Phi^T \left({}^i M \cdot {}^i \Phi \left({}^i \Phi_b \cdot \dot{\underline{a}}_b + {}^i \underline{a} \right) + {}^i \underline{b} \right) \\
{}^i \underline{C} &= {}^i H^T \cdot {}^i \Phi^T \left({}^i M \cdot {}^i \Phi \left({}^i \Phi_b \cdot \dot{\underline{a}}_b + {}^i \underline{a} \right) + {}^i \underline{b} \right)
\end{aligned} \tag{3.88}$$

Jakobiyen matrisin transpozunu,

$$J^T = H^T \cdot \Phi^T \cdot \Phi_t^T \tag{3.89}$$

Özetle, hareketli platform üzerinde çoklu robotun ters ve ileri dinamik denklemleri sırasıyla şu şekilde yazılabilir;

$$\begin{aligned}
\underline{\tau} &= M \cdot \ddot{\underline{\theta}} + \underline{C} + J^T \cdot \underline{F}_t \\
\ddot{\underline{\theta}} &= M^{-1} (\underline{\tau} - \underline{C} - J^T \cdot \underline{F}_t)
\end{aligned} \tag{3.90}$$

Uç işlevciye herhangi bir kuvvet uygulanmıyor ise çoklu robotların ters ve ileri dinamik denklemleri sırasıyla şu şekilde yazılabilir;

$$\begin{aligned}
\underline{\tau} &= M \cdot \ddot{\underline{\theta}} + \underline{C} \\
\ddot{\underline{\theta}} &= M^{-1} (\underline{\tau} - \underline{C})
\end{aligned} \tag{3.91}$$

3.4. Hareketli Platform Üzerinde Birlikte Çalışan Robotların Dinamik Analizi

Bu bölümde hareketli platform üzerinde birlikte çalışan robotların dinamik analizi incelenecektir. 3.3 numaralı başlıkta anlatılanlardan farklı olarak burada ortak yükten kaynaklanan dinamik kısıt ve temas noktalarındaki kuvvetlerin hesaplanması anlatılacaktır. Öncelikle SOA yöntemi yardımıyla Jakobiyen matrisin türevinin kolay bir şekilde alınması incelenecektir. Kinematik analizde kullanılan denklem 2.24, p tane manipülatör için şu şekilde yazılabilir;

$$\underline{V}_t = \Phi_t \cdot \underline{V} \quad (3.92)$$

Türevi alınırsa,

$$\dot{\underline{V}}_t = \Phi_t \cdot \dot{\underline{V}} + \dot{\Phi}_t \cdot \underline{V} \quad (3.93)$$

Yukarıdaki denklemde $\underline{V} = \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}}$ yerine konulursa,

$$\dot{\underline{V}}_t = \Phi_t \cdot \dot{\underline{V}} + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \quad (3.94)$$

elde edilir. Denklem 3.74 burada yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \dot{\underline{V}}_t &= \Phi_t \cdot \Phi \cdot (H \cdot \ddot{\underline{\theta}} + \underline{a}) + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \\ \dot{\underline{V}}_t &= \Phi_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \ddot{\underline{\theta}} + \Phi_t \cdot \Phi \cdot \underline{a} + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \\ \dot{\underline{V}}_t &= J \cdot \ddot{\underline{\theta}} + \Phi_t \cdot \Phi \cdot \underline{a} + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \end{aligned} \quad (3.95)$$

Denklem 2.38'deki ifadenin türevi alınırsa,

$$\dot{\underline{V}}_t = J \cdot \ddot{\underline{\theta}} + \dot{J} \cdot \dot{\underline{\theta}} \quad (3.96)$$

Denklem 3.95 ve 3.96'daki ifadeler birbirine eşitlenirse,

$$J \cdot \ddot{\underline{\theta}} + \Phi_t \cdot \Phi \cdot \underline{a} + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} = J \cdot \ddot{\underline{\theta}} + \dot{J} \cdot \dot{\underline{\theta}} \quad (3.97)$$

Böylece $\dot{J} \cdot \dot{\underline{\theta}}$ terimi bu ifade ile bulunabilir;

$$\dot{J} \cdot \dot{\underline{\theta}} = \Phi_t \cdot \Phi \cdot \underline{a} + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \quad (3.98)$$

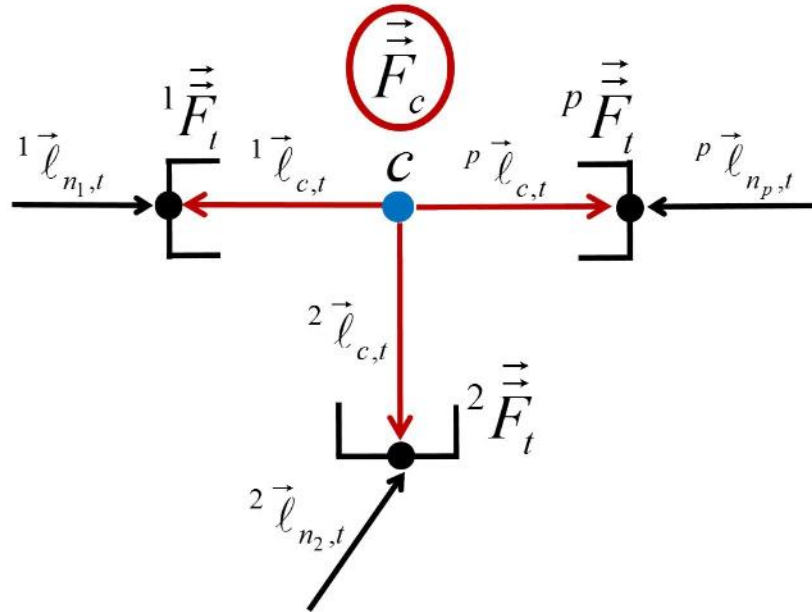
Jakobiyen matrisin türevi SOA yönteminin avantajıyla bu şekilde matrislerin çarpımı ile kolaylıkla bulunabilir. Denklem 3.98'deki $\dot{\Phi}_t$ matrisi üç adımda bulunabilir. Birinci adım,

$${}^i\Phi_{t,n_i} = \begin{bmatrix} {}^3\mathbf{I} & {}^3\mathbf{0} \\ -{}^i\hat{\ell}_{n_i,t} & {}^3\mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^3\mathbf{I} & {}^3\mathbf{0} \\ -({}^i\vec{\ell}_{n_i,t} \times) & {}^3\mathbf{I} \end{bmatrix} \Rightarrow {}^i\dot{\Phi}_{t,n_i} = \begin{bmatrix} {}^3\mathbf{I} & {}^3\mathbf{0} \\ -({}^i\dot{\vec{\ell}}_{n_i,t} \times) & {}^3\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

Vektörün türevinden ${}^i\dot{\vec{\ell}}_{n_i,t} = \dot{w}_{n_i} \times {}^i\vec{\ell}_{n_i,t}$ olacaktır;

$$\begin{aligned} \vec{w}_{n_i} \times {}^i\vec{\ell}_{n_i,t} &= \begin{bmatrix} (w_{n_i})_x \\ (w_{n_i})_y \\ (w_{n_i})_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} {}^i\ell_{(n_i,t)x} \\ {}^i\ell_{(n_i,t)y} \\ {}^i\ell_{(n_i,t)z} \end{bmatrix} \\ \hat{w}_{n_i} \cdot {}^i\vec{\ell}_{n_i,t} &= \begin{bmatrix} 0 & -(w_{n_i})_z & (w_{n_i})_y \\ (w_{n_i})_z & 0 & -(w_{n_i})_x \\ -(w_{n_i})_y & (w_{n_i})_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^i\ell_{(n_i,t)x} \\ {}^i\ell_{(n_i,t)y} \\ {}^i\ell_{(n_i,t)z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.100)$$

Yukarıdaki eşitlikten yararlanarak sırasıyla aşağıdaki matrisler bulunur ve genel $\dot{\Phi}_t$ matrisine ulaşılabilir;



Şekil 3.10. Ortak yükten kaynaklanan dinamik kısıt

$$\begin{aligned}
{}^i\dot{\Phi}_{t,n_i} &= \begin{bmatrix} {}^3\mathbf{0} & {}^3\mathbf{0} \\ -{}^i\hat{\ell}_{n_i,t} & {}^3\mathbf{0} \end{bmatrix} \\
{}^i\dot{\Phi}_t &= \begin{bmatrix} {}^6\mathbf{0} & {}^6\mathbf{0} & \cdots & {}^6\mathbf{0} & {}^i\dot{\Phi}_{t,n_i} \end{bmatrix} \\
\dot{\Phi}_t &= \begin{bmatrix} {}^6\mathbf{0} & ({}^{6 \times 6n_1})^1\dot{\Phi}_t & ({}^{6 \times 6n_2})\mathbf{0} & \cdots & ({}^{6 \times 6n_p})\mathbf{0} \\ {}^6\mathbf{0} & ({}^{6 \times 6n_1})\mathbf{0} & ({}^{6 \times 6n_2})^2\dot{\Phi}_t & \cdots & ({}^{6 \times 6n_p})\mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^6\mathbf{0} & ({}^{6 \times 6n_1})\mathbf{0} & ({}^{6 \times 6n_2})\mathbf{0} & \cdots & ({}^{6 \times 6n_p})^p\dot{\Phi}_t \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.101}$$

Denklem 2.42’de ortak yükten kaynaklanan kinematik kısıt gösterilmiştir. Bu kısıtın hız – kuvvet çifti (duality) özelliğinden dolayı kuvvet tarafındaki (Şekil 3.10) ifadesi;

$$\vec{F}_c = \begin{bmatrix} {}^1\Phi_{t,c}^T & {}^2\Phi_{t,c}^T & \cdots & {}^p\Phi_{t,c}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^1\vec{F}_t \\ {}^2\vec{F}_t \\ \vdots \\ {}^p\vec{F}_t \end{bmatrix} \tag{3.102}$$

$$\vec{F}_c = \Phi_{t,c}^T \cdot \underline{F}_t \tag{3.103}$$

şeklinde olur. Ortak yükün kendi dinamiklerini ifade eden denklem,

$$\vec{F}_c = M_c \cdot \dot{\vec{V}}_c + \vec{b}_c \tag{3.104}$$

elde edilir. Denklem 3.104’teki denklemde ortak yükün ivmesini yalnız bırakırsak;

$$\dot{\vec{V}}_c = M_c^{-1}(\vec{F}_c - \vec{b}_c) \tag{3.105}$$

olur. Burada denklem 3.103 yerine konulursa,

$$\dot{\vec{V}}_c = M_c^{-1}(\Phi_{t,c}^T \cdot \underline{F}_t - \vec{b}_c) \tag{3.106}$$

$$\dot{\vec{V}}_c = M_c^{-1} \cdot \Phi_{t,c}^T \cdot \underline{F}_t - M_c^{-1} \cdot \vec{b}_c$$

elde edilir. Denklem 2.42’nin türevi alınırsa,

$$\underline{\dot{V}}_t = \Phi_{t,c} \cdot \dot{\vec{V}}_c + \underline{a}_c \tag{3.107}$$

Bu ifadede denklem 3.106'da elde edilen ortak yükün ivmesi yerine konulursa,

$$\underline{\dot{V}}_t = \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \Phi_{t,c}^T \cdot \underline{F}_t - \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \ddot{\vec{b}}_c + \underline{a}_c \quad (3.108)$$

elde edilir. Denklem 3.96'da denklem 3.108 yerine konulursa,

$$\begin{aligned} J \cdot \ddot{\underline{\theta}} &= \underline{\dot{V}}_t - \dot{J} \cdot \dot{\underline{\theta}} \\ J \cdot \ddot{\underline{\theta}} &= \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \Phi_{t,c}^T \cdot \underline{F}_t - \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \ddot{\vec{b}}_c + \underline{a}_c - \dot{\Phi}_t \cdot \Phi_t \cdot \underline{a} - \dot{\Phi}_t \cdot \Phi_t \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \end{aligned} \quad (3.109)$$

Denklem 3.90'dan tork ifadesi çekilir ve ara işlemler yapılırsa,

$$\bar{\tau} = \underline{\tau} - \underline{C}$$

$$\ddot{\underline{\theta}} = M^{-1} (\bar{\tau} - J^T \cdot \underline{F}_t) \quad (3.110)$$

$$\ddot{\underline{\theta}} = M^{-1} \bar{\tau} - M^{-1} J^T \cdot \underline{F}_t$$

$$J \cdot \ddot{\underline{\theta}} = J \cdot M^{-1} \bar{\tau} - J \cdot M^{-1} J^T \cdot \underline{F}_t \quad (3.111)$$

bulunur. Denklem 3.109 ile 3.111 birbirine eşitlenirse,

$$\begin{aligned} \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \Phi_{t,c}^T \cdot \underline{F}_t - \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \ddot{\vec{b}}_c + \underline{a}_c - \dot{\Phi}_t \cdot \Phi_t \cdot \underline{a} - \dot{\Phi}_t \cdot \Phi_t \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \\ = J \cdot M^{-1} \bar{\tau} - J \cdot M^{-1} J^T \cdot \underline{F}_t \\ J \cdot M^{-1} J^T \cdot \underline{F}_t + \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \Phi_{t,c}^T \cdot \underline{F}_t \\ = J \cdot M^{-1} \bar{\tau} + \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \ddot{\vec{b}}_c - \underline{a}_c + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi_t \cdot \underline{a} + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi_t \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \end{aligned} \quad (3.112)$$

$$\begin{aligned} (J \cdot M^{-1} J^T + \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \Phi_{t,c}^T) \cdot \underline{F}_t \\ = J \cdot M^{-1} \bar{\tau} + \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \ddot{\vec{b}}_c - \underline{a}_c + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi_t \cdot \underline{a} + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi_t \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \end{aligned}$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemi basitleştirmek ve işlemleri kolaylaştırmak için Ω tanımlanır ve denklem şu forma gelir;

$$\Omega \cdot \underline{F}_t = J \cdot M^{-1} \bar{\tau} + \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \ddot{\vec{b}}_c - \underline{a}_c + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi_t \cdot \underline{a} + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi_t \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \quad (3.113)$$

$$\Omega = J \cdot M^{-1} J^T + \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \Phi_{t,c}^T \quad (3.114)$$

Buradan uç işlevideki kuvvetlere şu şekilde ulaşılabilir;

$$\begin{aligned} \underline{F}_t = & \Omega^{-1} \cdot J \cdot M^{-1} \bar{\tau} + \Omega^{-1} \cdot \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \bar{\bar{b}}_c - \Omega^{-1} \cdot \underline{a}_c + \Omega^{-1} \cdot \Phi_t \cdot \Phi \cdot \underline{a} + \\ & + \Omega^{-1} \cdot \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \end{aligned} \quad (3.115)$$

Denklem 3.111'deki şu ifadede uç işlevci kuvvetleri yerine konulursa,

$$\begin{aligned} \underline{\ddot{\theta}} = & M^{-1} \bar{\tau} - M^{-1} J^T \cdot (\Omega^{-1} \cdot J \cdot M^{-1} \bar{\tau} + \Omega^{-1} \cdot \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \bar{\bar{b}}_c - \Omega^{-1} \cdot \underline{a}_c + \\ & + \Omega^{-1} \cdot \Phi_t \cdot \Phi \cdot \underline{a} + \Omega^{-1} \cdot \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}}) \end{aligned} \quad (3.116)$$

Gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\begin{aligned} \underline{\ddot{\theta}} = & M^{-1} \bar{\tau} - M^{-1} J^T \cdot (\Omega^{-1} \cdot J \cdot M^{-1} \bar{\tau} + \Omega^{-1} \cdot \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \bar{\bar{b}}_c - \Omega^{-1} \cdot \underline{a}_c + \\ & + \Omega^{-1} \cdot \Phi_t \cdot \Phi \cdot \underline{a} + \Omega^{-1} \cdot \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}}) \\ \underline{\ddot{\theta}} = & M^{-1} \bar{\tau} - M^{-1} J^T \cdot \Omega^{-1} \cdot J \cdot M^{-1} \bar{\tau} - M^{-1} J^T \cdot \Omega^{-1} \cdot \Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \bar{\bar{b}}_c + \\ & + M^{-1} J^T \cdot \Omega^{-1} \cdot \underline{a}_c - M^{-1} J^T \cdot \Omega^{-1} \cdot \Phi_t \cdot \Phi \cdot \underline{a} - M^{-1} J^T \cdot \Omega^{-1} \cdot \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}} \\ \underline{\ddot{\theta}} = & (M^{-1} - M^{-1} J^T \cdot \Omega^{-1} \cdot J \cdot M^{-1}) \bar{\tau} - \\ & - M^{-1} J^T \cdot \Omega^{-1} \cdot (\Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \bar{\bar{b}}_c - \underline{a}_c + \Phi_t \cdot \Phi \cdot \underline{a} + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}}) \end{aligned} \quad (3.117)$$

Hareketli platform üzerinde birlikte çalışan robotların ileri dinamik analizi bu şekilde en genel hali ile ifade edilmiş olur;

$$\begin{aligned} \underline{\ddot{\theta}} = & D \bar{\tau} + E \\ D = & M^{-1} - M^{-1} J^T \cdot \Omega^{-1} \cdot J \cdot M^{-1} \\ E = & -M^{-1} J^T \cdot \Omega^{-1} \cdot (\Phi_{t,c} \cdot M_c^{-1} \cdot \bar{\bar{b}}_c - \underline{a}_c + \Phi_t \cdot \Phi \cdot \underline{a} + \dot{\Phi}_t \cdot \Phi \cdot H \cdot \dot{\underline{\theta}}) \end{aligned} \quad (3.118)$$

Sistemin geliştirilmiş kütle matrisinin tersi alınırken her bir ekleme ait bilgileri kullanarak şu ifadeleri elde ederiz;

$$\begin{aligned} {}^i P_1 = & {}^i M_1 \\ {}^i D_1 = & {}^i H_1^T \cdot {}^i P_1 \cdot {}^i H_1 \\ {}^i L_1 = & {}^i \Phi_{2,1}^T \cdot {}^i P_1 \cdot {}^i H_1 \cdot {}^i D_1 \\ {}^i P_k = & {}^i \Phi_{k,k-1}^T \cdot ({}^i P_{k-1} - {}^i P_{k-1} \cdot {}^i H_{k-1} \cdot {}^i D_{k-1}^{-1} \cdot {}^i H_{k-1}^T \cdot {}^i P_{k-1}) \cdot {}^i \Phi_{k,k-1} + {}^i M_k \\ {}^i D_k = & {}^i H_k^T \cdot {}^i P_k \cdot {}^i H_k \\ {}^i L_k = & {}^i \Phi_{k+1,k}^T \cdot {}^i P_k \cdot {}^i H_k^T \cdot {}^i D_k^{-1} \end{aligned} \quad (3.119)$$

$$\begin{aligned}
{}^i\psi_{k,k} &= I \\
{}^i\psi_{k,k-1} &= {}^i\Phi_{k,k-1}^T - {}^iL_{k-1} \cdot {}^iH_{k-1}^T
\end{aligned} \tag{3.120}$$

Elde edilenler matris formunda yazılırsa,

$${}^iP = \begin{bmatrix} {}^iP_1 & & & \\ & {}^iP_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & {}^iP_n \end{bmatrix}, {}^iD = \begin{bmatrix} {}^iD_1 & & & \\ & {}^iD_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & {}^iD_n \end{bmatrix}, \tag{3.121}$$

$${}^iL = \begin{bmatrix} {}^iL_1 & & & \\ & {}^iL_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & {}^iL_n \end{bmatrix}$$

$${}^i\Psi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ {}^i\psi_{2,2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ {}^i\psi_{3,2} & {}^i\psi_{3,3} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^i\psi_{n,2} & {}^i\psi_{n,3} & \dots & {}^i\psi_{n,n} & 0 \end{bmatrix} \tag{3.122}$$

Kütle matrisinin tersi şu şekilde elde edilebilir;

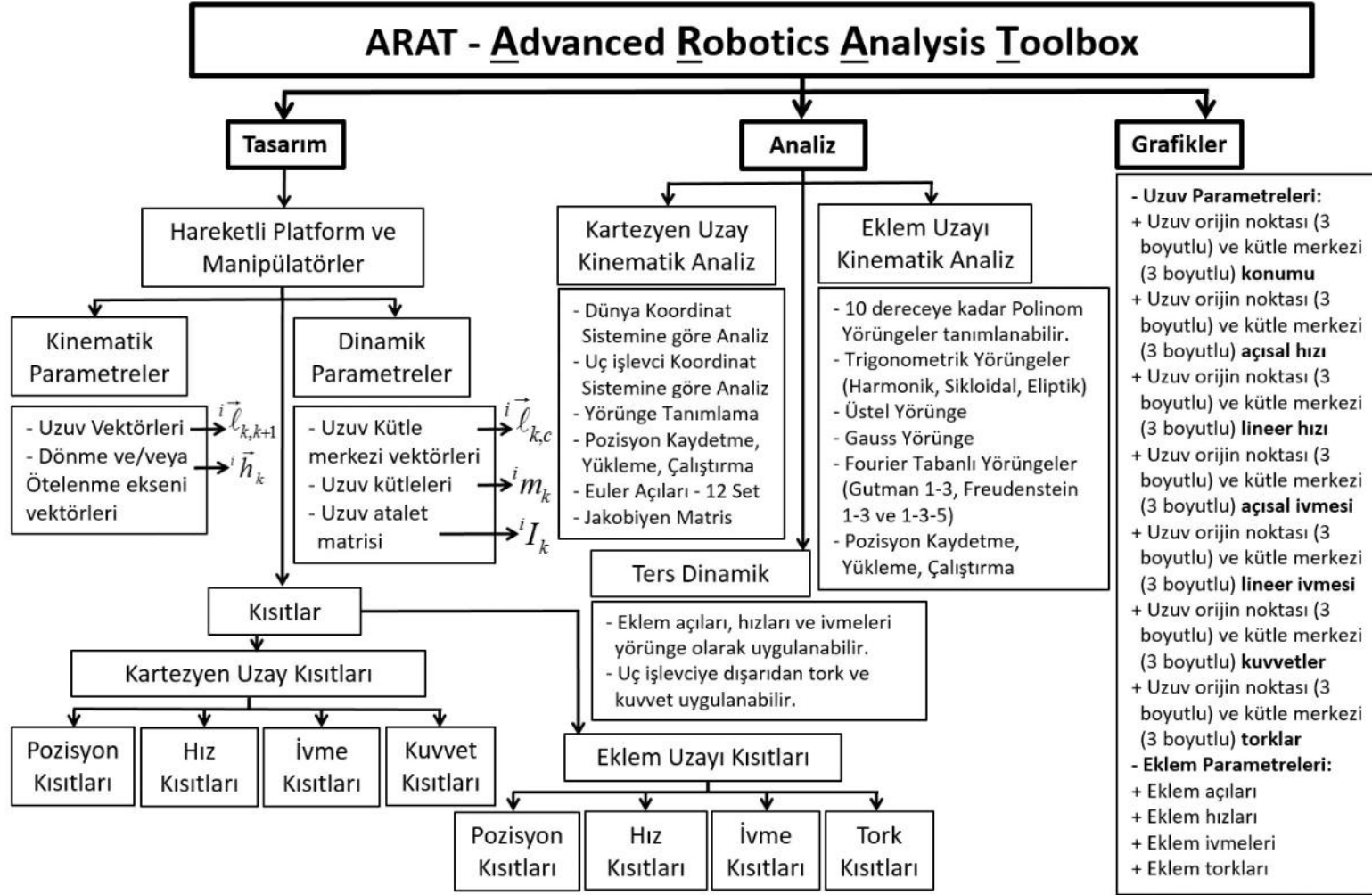
$${}^iM^{-1} = (I - {}^iH^T \cdot {}^i\Psi \cdot {}^iL) \cdot D^{-1} \cdot (I - {}^iH^T \cdot {}^i\Psi \cdot {}^iL)^T \tag{3.123}$$

4. ARAT ARAÇ KUTUSU

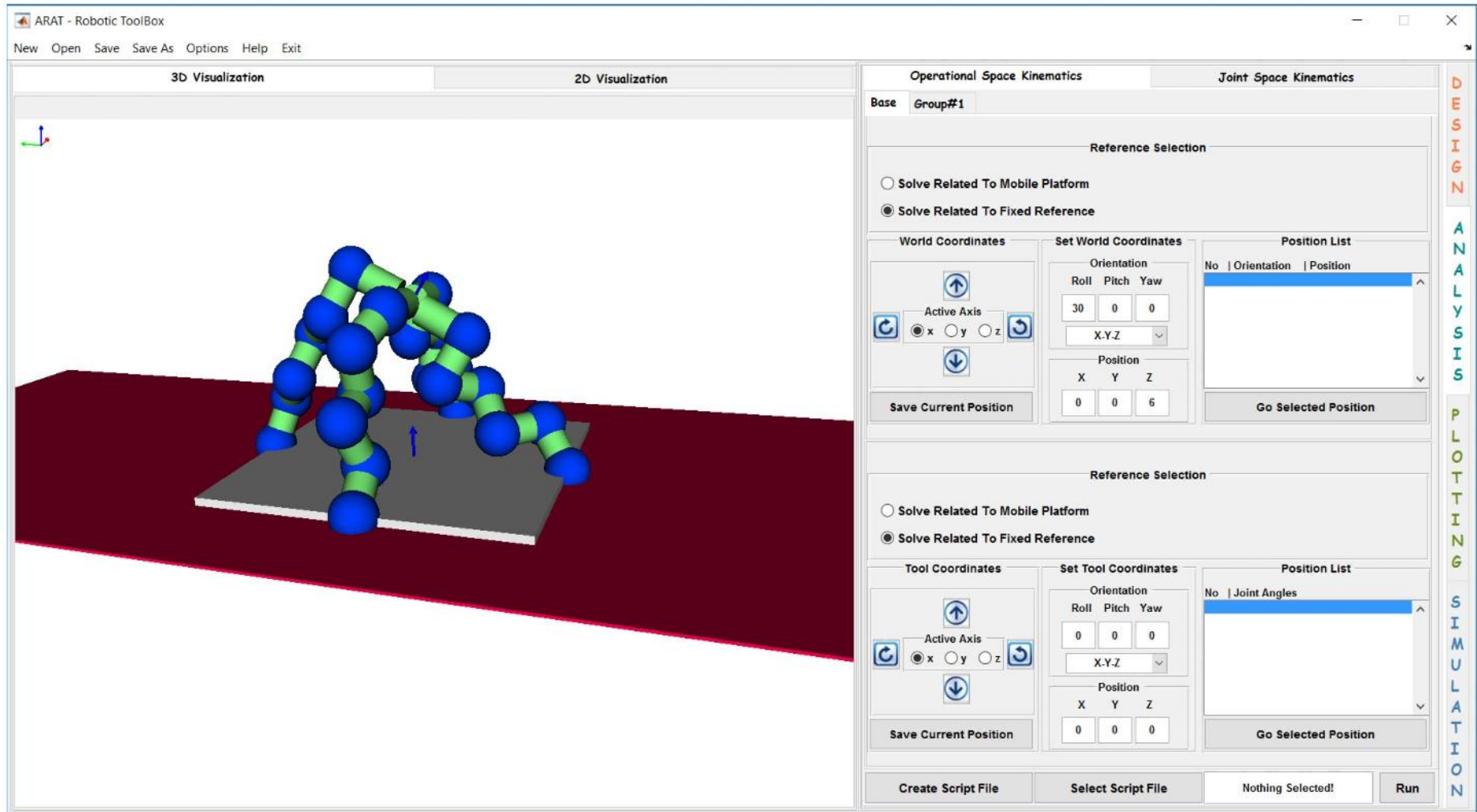
4.1. ARAT Giriş ve Özellikler

ARAT (**A**dvanced **R**obotics **A**nalysis **T**oolbox) İleri Robotik Analiz Araç Kutusu SOA temelli bir araç kutusudur. Temel üç ana amaç üzerine kurulmuştur. Bunların ilki kullanacak kişinin herhangi bir robotik kodlama bilgisi olmadan da kullanabilmesine olanak sağlaması için kolay kullanılabilir bir GUI'de (Grafiksel Kullanıcı Arayüzü) ve kolay robot tanımlanabilmesine imkân veren bir yapıya sahip olmasıdır. İkinci olarak yüksek serbestlik dereceli, artıklık (redundancy) barındıran seri robotların, hareketli platform üzerindeki seri ve birlikte çalışan robotların, yüksek artıklık barındıran çoklu robot yapılarının analizine olanak sağlayacak esneklikte ve kompaktlıkta tasarlanmasıdır. Bu araç kutusu ile literatürde olan birçok araç kutusu ile yapılamayacak birçok robotik uygulama kolaylıkla yapılabilir ve kinematik ve dinamik analizleri koşturularak bunların çıktıları alınabilir. Üçüncü önemli özelliği de bu noktada karşımıza çıkmaktadır. Yapılan her analiz sonucunda araç kutusundan 46n tane çıktı alınabilmektedir. Burada n sistemdeki toplam eklem sayısıdır. Bu çıktılar her bir uzuv için orijindeki ve kütle merkezindeki ayrı ayrı ve 3 boyutlu olmak üzere konum, açısal hız, lineer hız, açısal ivme, lineer ivme, torklar, kuvvetler diye sıralanırken, eklem değişkenleri de skaler olarak açı, hız ivme ve torklar olarak ifade edilebilir. Böylece örneğin klasik 6 eklemlili bir seri robot analizinde toplam 276 tane grafik elde edilebilmektedir. Bu çıktılar kolaylıkla excele kaydedilerek dışarı aktarılabilmektedir.

ARAT araç kutusu (Şekil 4.1), çok gövdeli ve yüksek DoF robotik sistemlerin modellenmesi ve analizinin gerçekleştirilmesi için geliştirilmiştir. Araç kutusu eğitim ve araştırma amaçlı tasarlandığından, kullanıcı tarafından izlenecek adımların açık ve anlaşılır olması amaçlanmıştır. Amaç, robot biliminin temellerini anlamak isteyen herhangi bir öğrencinin, programlama becerisine ihtiyaç duymadan araç kutusunu kolayca kullanabilmesi olduğu gibi çoklu robot analizi yapmak isteyen bir araştırmacının ihtiyaçlarına da cevap verebilecek bir araç kutusu geliştirilmesidir.



Şekil 4.1. ARAT – İleri Robotik Analiz Araç Kutusu Teknik Özellikleri



Şekil 4.2. ARAT Kullanıcı Arayüzüne (GUI) genel bakış

GUI, düzenleme kutuları, sekmeler ve onay kutuları gibi nesnelere oluşur. Bu nesnelere, robotik sistemin serbestlik derecesine bağı olarak dinamik bir şekilde güncellenir, böylece kullanıcı her türlü çok gövdeli ve yüksek serbestlik dereceli sistemi modelleyebilir ve analiz edebilir. Matlab işlevlerine ek olarak, araç kutusu kullanımının tasarım aşamasında görsel kaliteyi artırmak için araç kutusu Java ve HTML (Hyper Text Markup Language) dil komut dosyalarıyla desteklenmiştir. VRML (Virtual Reality Modeling Language - Sanal Gerçeklik Modelleme Dili) yardımıyla oluşturulan sanal robotların 3 boyutlu ortamda görüntülenebilmesi ve analiz edilmesi sağlanır.

Araç kutusu, tasarım, analiz, grafikler ve simülasyon dahil olmak üzere dört ana bölümden oluşmaktadır (Şekil 4.2). Tüm bölümler içerik olarak detaylandırılmıştır ve işlevlerine uygun alt başlıklar içerir. ARAT'a genel bir bakış Şekil 4.1'de gösterilmektedir. Gösterilen örnek sistemde, her biri toplamda 16 ekleme sahip, 6 uzuvlu ve ilk 5 uzvunda üç serbestlik dereceli küresel eklem bulunan 4 tane manipülatör birlikte çalışmaktadır. Tüm eklemler dönel olarak seçilmiştir.

4.2. Tasarım Paneli

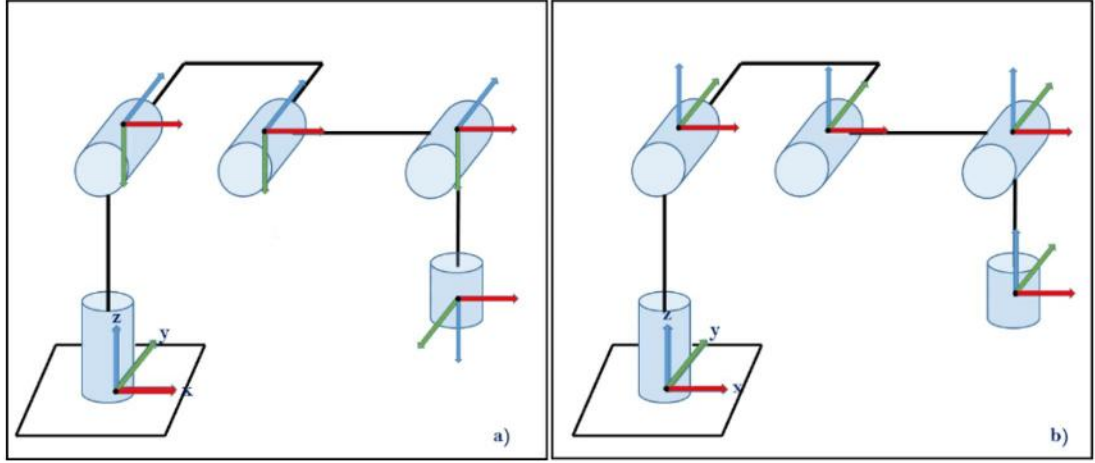
Araç kutusunun tasarım menüsü (Şekil 4.3), robotik sistemin tasarlanması ve analiz edilmesi için GUI'de girilmesi gereken tüm sabit parametreleri içerecek şekilde tasarlanmıştır. Kullanıcılar, eklem sayısı üzerinde herhangi bir üst sınır olmaksızın robotları için istenen şekilde seçebilirler. Tüm girişler araç kutusuna önceden kaydedilmiş .mat veya .xls dosya formatında yüklenerek aktarılabilir veya manuel olarak girilebilir. Parametreler GUI'de girildiğinde, robot modeli güncellenir ve aynı anda 3D sanal modelde görüntülenir. Sanal modelde, dönel eklemler mavi renkli küreler ile, prizmatik eklemler kırmızı renkli dikdörtgen prizma ile ve uzuvlar da yeşil silindir olarak gösterilir. GUI'de kullanılan parametreler SI metrik sistemine göre kg, metre veya derece olarak seçilir. Düzenlenebilir parametreler kinematik parametreler, dinamik parametreler ve kısıtlar olmak üzere üç ana gruba ayrılır.



Şekil 4.3. Tasarım penceresinin alt panelleri

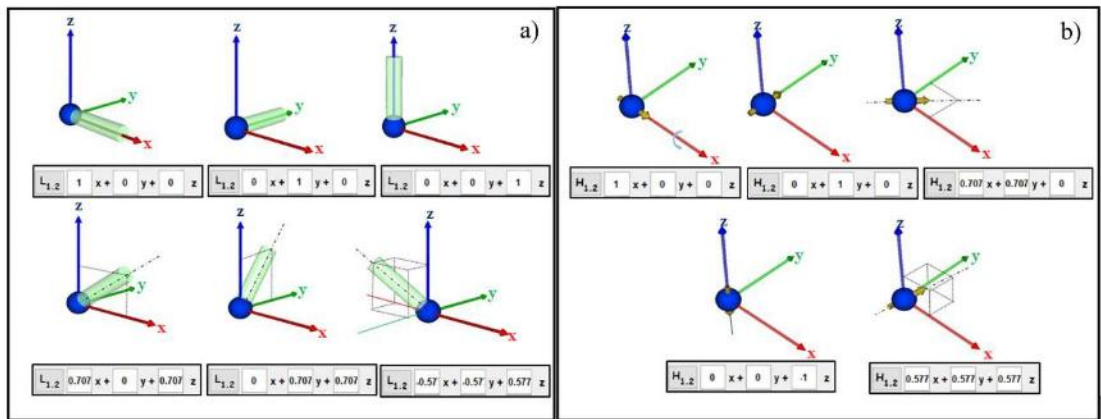
Kinematik parametreler uzuvlar arası uzunlukları, uzuv yönlerini, eklemlerin dönme eksenlerini ve prizmatik veya dönme gibi eklem tiplerini içerir. Robotun kütle merkezleri, uzuv kütleleri ve uzuv atalet matrisleri dinamik parametreleri oluşturur. Tasarım bölümünde kinematik ve dinamik analizlerde kullanılmak üzere dönel veya prizmatik eklemler için konum, hız, ivme ve tork / kuvvet kısıtlamaları girilebilir. Kısıtlamalar pasif olarak işaretlenirse, kısıtlamalar dikkate alınmadan işlem yapılabilir.

Denavit-Hartenberg (DH) yönteminde kinematik analize başlarken robotun her bir eklemine bir koordinat sistemi yerleştirilir. Bu koordinat sistemi eklemlerin serbestlik derecelerine, eklem tipine ve eklemin dönme-ötelenme yönüne göre her eklemden farklılık gösterir. Bazı durumlarda koordinat sistemlerini doğru oturtmak için ara noktalar tanımlamak gerekebilir. SOA'da ise dünya koordinat sisteminin sabit eksen takımı bütün eklem noktalarına aynı şekilde yerleştirilir. DH ile SOA arasındaki temel farklılık bu eklemlere yerleştirilen koordinat sistemleridir. Bu durum 5-DOF manipülatör üzerinde Şekil 4.4'te verilmektedir. Bunun devamında DH yönteminde uzuvlarda ve eklemlerde hesaplanan hız, ivme, kuvvet ve torklar bir önceki eksen takımına göre ifade edilirken SOA'da dünya koordinat sistemine göre ifade edilir.



Şekil 4.4. a) DH yöntemi ile b) SOA yöntemi arasındaki koordinat eksenleri yerleştirilmesi farkı

Koordinat sistemlerinin girilmesinden bir sonraki adım, uzuv ve kütle merkezleri vektörleri doğrultularını ilgili koordinat çerçevelerine göre ara yüze girmektir. Manipülatörün uzuvları ve eklemleri ilk konfigürasyonunda istenen doğrultuda ve yönde seçilebilir. Bu vektörler standart x, y, z eksenleri yönünde olabileceği gibi bunların bileşke eksenleri yönünde de seçilebilir. Ardışık uzuvlar arasında diklik gerekli değildir. Şekil 4.5, x, y, z eksenlerinde vektör bileşenlerinin girilmesinin bir sonucu olarak farklı uzuv düzenlemelerini ve eklemler dönme eksenini temsil etmektedir. Aynı konular kütle merkezi vektörü ve atalet matrislerinin merkezi için de geçerlidir.



Şekil 4.5. a) uzuvlar ve b) eklemler için vektör tabanlı parametrelerin tanımı

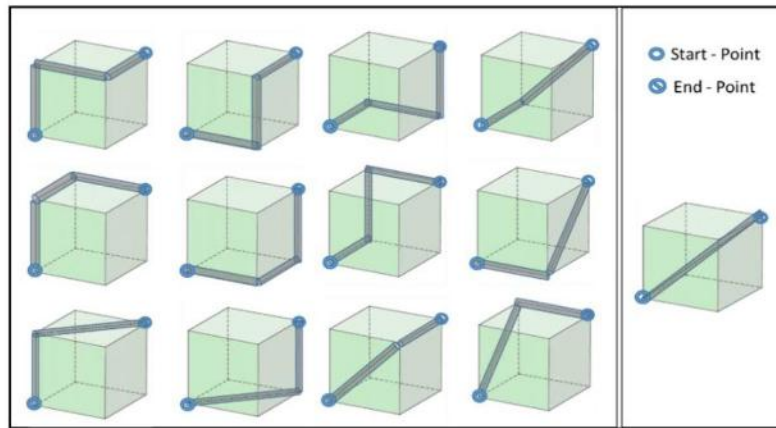
Birçok robotik araç kutusunda ve analiz ortamında, manipülatörlerdeki eklemler genellikle basitlik için bir serbestlik derecesi olarak seçilir. Bu çalışmada, düzlemsel

eklem, üniversal eklem ve küresel eklem gibi yüksek DoF eklem tipleri, ardışık eklemler arasındaki bağlantı uzunlukları sıfır olarak kabul edilerek kolayca tanımlanabilir (Şekil 4.6).

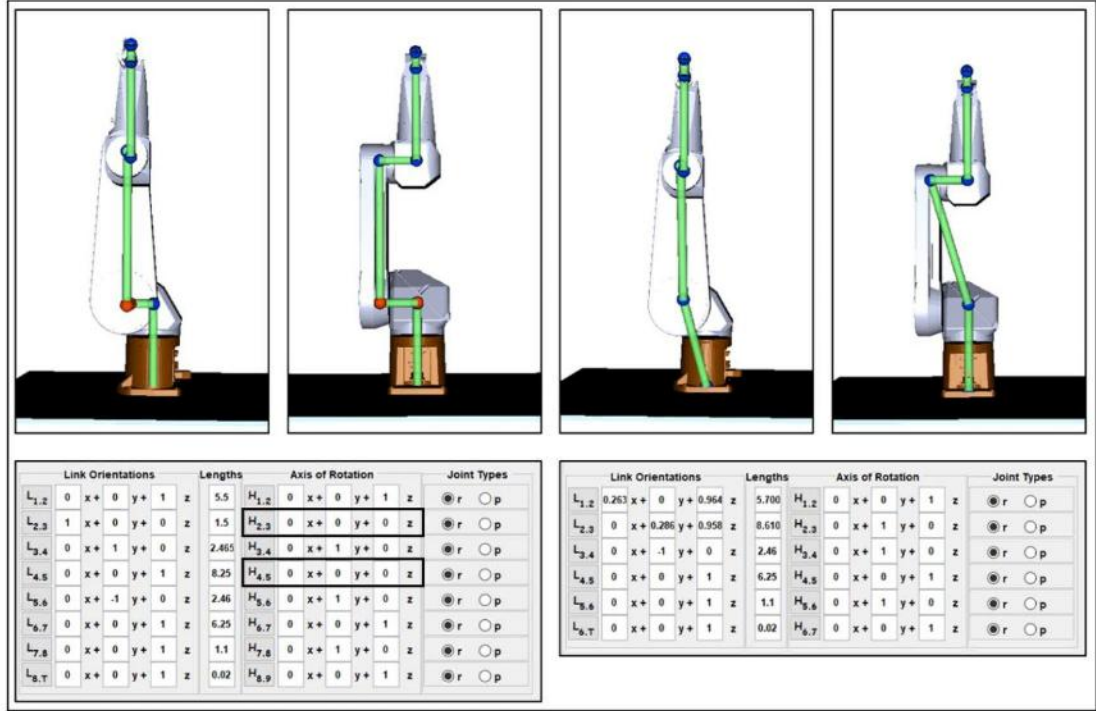


Şekil 4.6. Çok serbestlik dereceli eklem tanımları: a) küresel ve b) üniversal eklemler

Uzuvların L şekilli ve U şekilli uzuvlar gibi farklı şekillere sahip olduğu durumlarda (Şekil 4.7’de sol kısımda yer alan 12 farklı durum), uzuv gösterimleri Şekil 4.7’de sağ kısımda tek olarak yer alan küpte gösterildiği gibi uzuv vektörlerinin toplamı olarak ifade edilir. 3D ortamda manipülatör görünümünün gerçek manipülatör sisteminin aynısı olması için herhangi bir dönmenin tanımlanmadığı ara noktalar (Şekil 4.8’de Staubli RX160 üzerinde gösterilmiştir) tanımlanabilir. Ara noktalar kırmızı renkle gösterilir ve eklem bağımsız olarak hareket etmez. Yalnızca önceki bağlantıyla birlikte hareket eder. Pasif bağlantıların sayısı sistemin serbestlik derecelerini etkilemez.

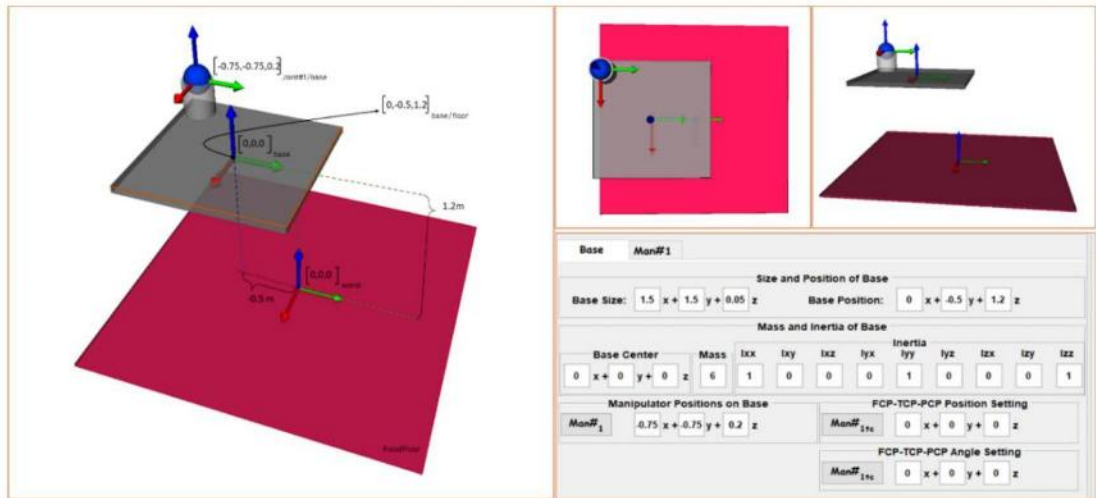


Şekil 4.7. Küp üzerindeki yüzeylerden ve kenarlardan geçen vektörlerin ifadesi ve sağ kısımda bu vektörlerin toplamı



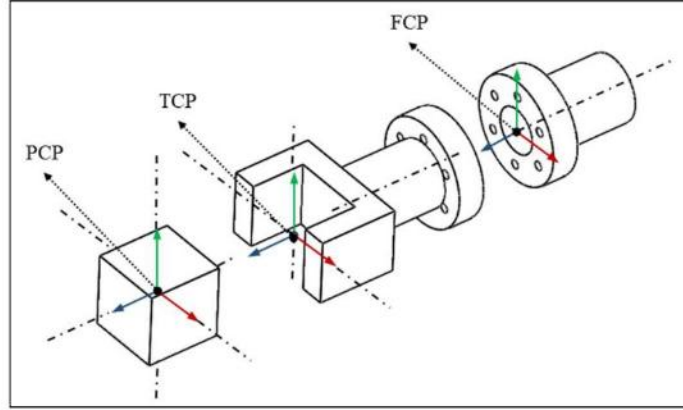
Şekil 4.8. Staubli RX160'ın ara noktalar tanımlanarak 3D çizimi

Tasarım sekmesinin bir başka bölümü, hareketli platform üzerinde seri manipülatörün analizinde gerekli olan hareketli platformun boyut, kütle ve konum bilgisini içeren kinematik ve dinamik parametrelerinin bulunduğu alt sekmedir. Sabit veya hareketli platform durumunda (Şekil 4.9), platformun başlangıç konumu ve manipülatörün konumu bu sekmede tanımlanabilir. Hareketli platformun orijini, manipülatörün konumu için bir referans olarak alınır. Bunun yanı sıra, zeminin orijini hareketli platform için bir referans olarak alınır.



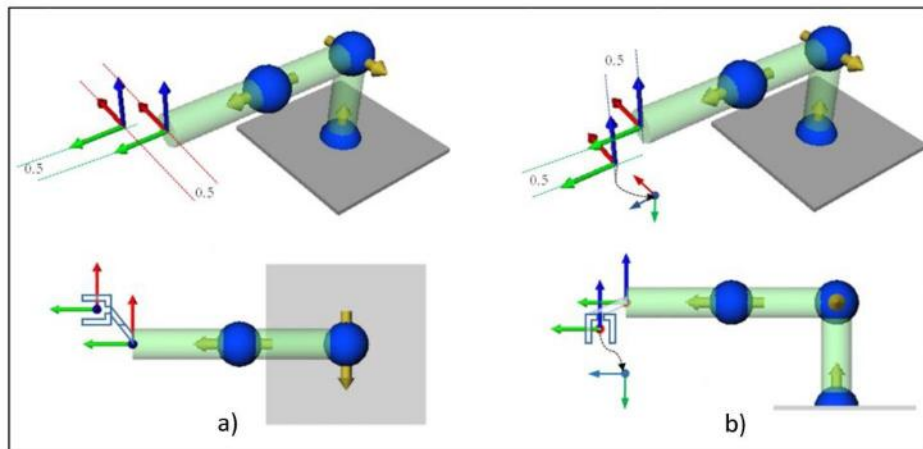
Şekil 4.9. Hareketli platform ve uç işlevci tasarım parametrelerinin tanımı

Manipülâtorlerde uç işlevciye üç tip merkez noktası tanımlanabilir. Bunlar Şekil 4.10’da gösterilmiştir. Bilek veya flanş merkez noktası (FCP) son bağlantının sonunda belirtilir, takım merkez noktası (TCP) eklenen tutucunun boyutu ve yönü ile belirtilir, üçüncü merkez noktası yükte (PCP) istenen bir noktada belirtilir ve bu nokta genellikle yükün ağırlık merkezi olarak seçilir. Bu çalışmada, tüm yüklerin noktasal olduğu ve merkez noktalarının TCP ile çakıştığı varsayılmaktadır.



Şekil 4.10. Manipülâtörün uç işlevci için Flanş Merkez Noktası (FCP), Takım Merkez Noktası (TCP), Yük Merkezi Noktası (PCP)

TCP tasarım bölümünde belirtilebilir. Şu anda endüstride kullanılan tutucuların CAD modelleri araç kutusuna eklenmediğinden, TCP yalnızca koordinat sisteminin görsel olarak kullanılmasında gösterildi. TCP'nin konumu ve yönü, Şekil 4.11’de gösterildiği gibi FCP’ne referansla oluşturulmuştur.



Şekil 4.11. (a) Konum farkı olan sanal uç işlevcinin yönü son bağlantı ile aynı yönde gösterilmektedir. (b) Konumdaki değişim ve x eksenini etrafındaki yön değiştirme

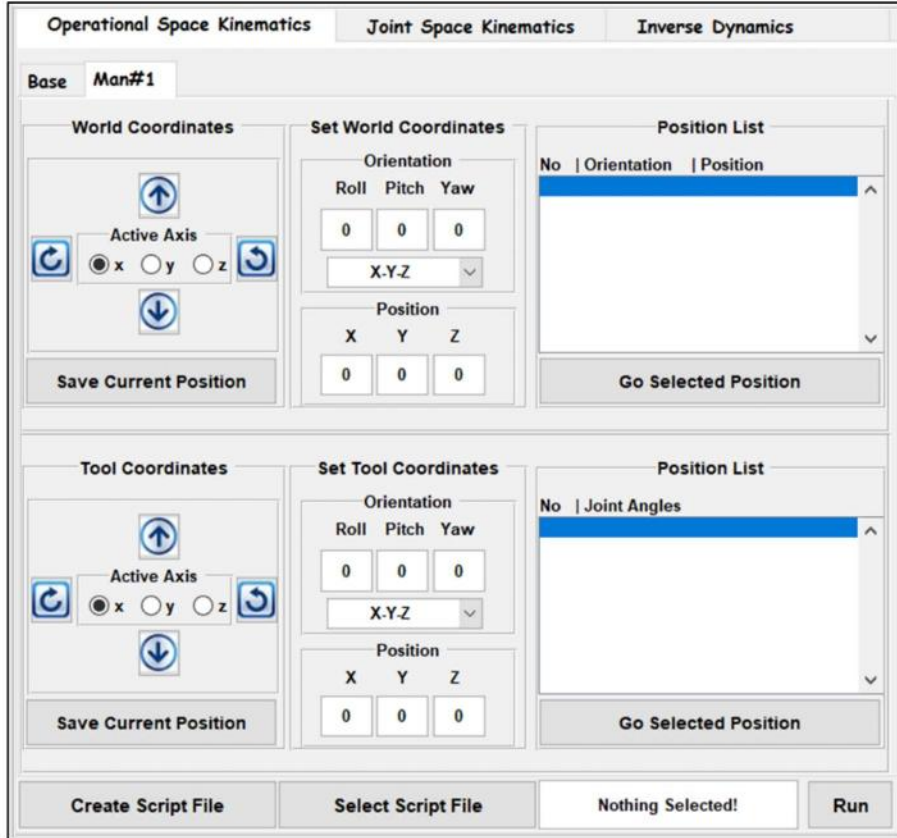
Parametrelerdeki herhangi bir değişiklik GUI üzerinden güncellenebilir ve analizler yeni duruma göre yapılabilir. Analiz sonuçları üzerinde, her bir parametre değişikliğinin etkisinin incelenmesi, ARAT'ı kullananlar için büyük bir yardımcıdır.

4.3. Analiz Paneli

Aşağıda bahsedilecek olan beş ana analiz, ARAT ile sayısal olarak gerçekleştirilebilir ve tüm analiz sonuçları, herhangi bir zamanda sayısal olarak .mat uzantılı bir dosyaya kaydedilebilir ve kullanıcıların daha sonraki inceleme veya karşılaştırma için belirli analizlerini kaydetmelerine olanak tanır.

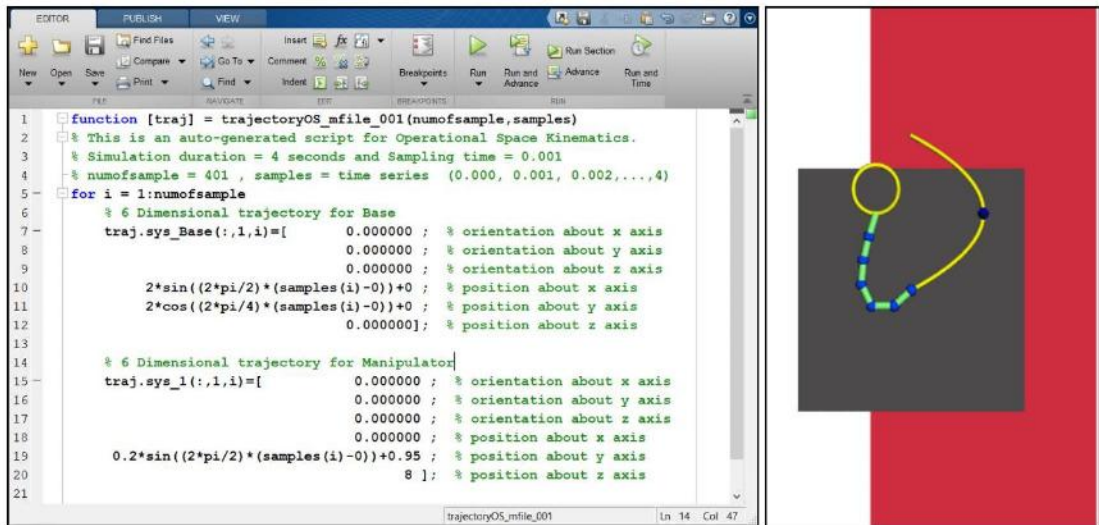
4.3.1. Kartezyen uzayda ters kinematik analiz

Ters kinematik, uç işlevcinin 3 boyutlu uzayda belirtilen konum ve yönelim bilgisine göre eklem değişkenlerinin hesaplanması olarak tanımlanabilir. Çözümler farklı Euler açı setlerinde, takım (tool) koordinat sistemi, dünya koordinat sistemine göre analiz edilebilir. Bu bölümün görsel bir temsili Şekil 4.12'de gösterilmiştir.



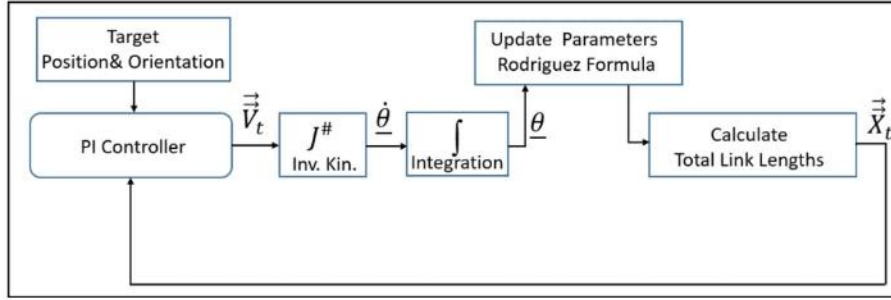
Şekil 4.12. Analiz bölümünün kartezyen uzay kinematiği sekmesi

Uç işlevcinin pozisyonu ve yönü, TP (Uzaktan Kumandalı Programlama Cihazı - Teach Pendant) olarak kullanılabilen bir panel aracılığıyla hem dünya koordinat sistemine hem de takım koordinat sistemine göre değiştirilebilir. X, Y ve Z eksenlerinden birini seçerek, bir seri manipülatörün uç işlevcinin seçilen eksenler yönünde döndürülmesi veya ilerletilmesi sağlanabilir. Ayrıca, hedef noktanın konum ve açı değerleri manuel olarak girilebilir. Bunun yapılması için, yuvarlanma, yunuslama, yalpalama (roll, pitch, yaw) olarak gösterilen Euler açıları ARAT'a girilmeli ve daha sonra, robotun uç işlevcinin istenen yöne yönlendirilmesi için 12 Euler açı setinden biri seçilmelidir. Tüm bilgilerin girilmesinden sonra hedef nokta ARAT sanal gerçeklik penceresinde görsel olarak görüntülenebilir. İstenen konum ve açı değerleri konum listesine kaydedilebilir ve robot, pozisyonları Seçili Pozisyona Git düğmesi kullanılarak kayıtlı konumlar arasında analiz edilebilir. Otomatik olarak oluşturulan komut dosyasıyla (script file), sabit tanımlı bir hedef noktası yerine zamanla değişen noktalardan oluşan bir hedef yörüngeyi analiz etmek mümkündür. Bu komut dosyası, sırasıyla hareketli platform ve manipülatörlerin yönünü ve konumunu içeren 6 boyutlu vektörlerden oluşur. Sabit platform üzerinde analiz yapılmak istendiğinde platform konum ve hızı için sıfır girişi yapılması yeterlidir. Belli bir zamanda belli bir formda, belli bir zamanda başka bir formda bir hareket istediğimizde koşullu yörüngeler, kullanıcının programlama yeteneğine göre de oluşturulabilir. Oluşturulan yörüngeyi izi sarı noktalar ile gösterilir. Örnek bir komut dosyası ve ilgili görselleştirme Şekil 4.13'de verilmiştir.



Şekil 4.13. Uç işlevci ve hareketli platforma uygulanacak yörüngeler için otomatik oluşturulan değiştirilebilir komut dosyası

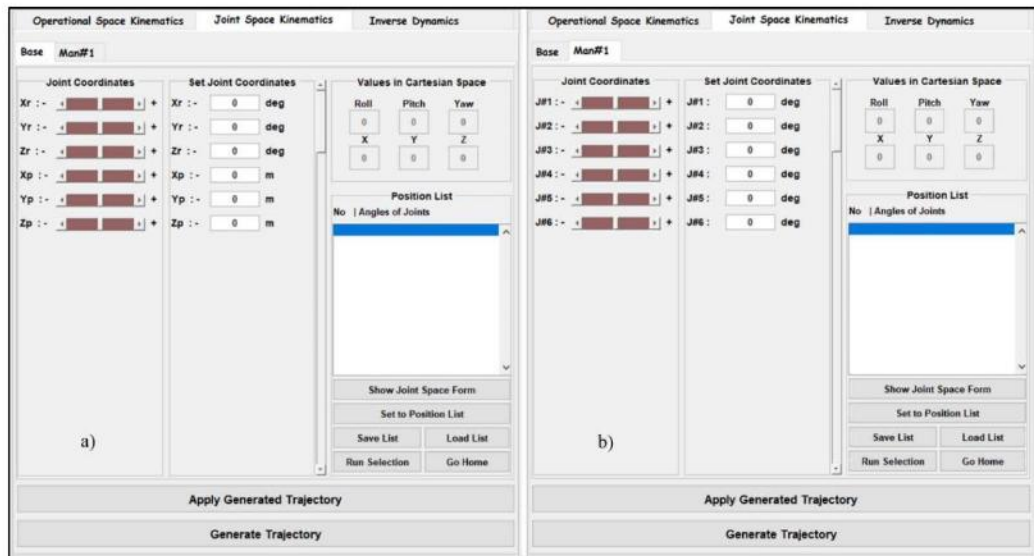
SOA yöntemi hızla dayalı bir algoritma olduğundan, ters kinematik analizde kullanılan konum kontrol algoritması Şekil 4.14'te gösterildiği gibi blok diyagramlarla temsil edilebilir. Artıklı manipülatörlerin Jakobiyen matrisi bir kare matris olmadığından tersi en küçük kareler yöntemiyle hesaplanır. İstenilen konuma ulaşamadığında, hedefe en yakın noktaya götüren bir çözüm üretir.



Şekil 4.14. Uç işlevcinin konum ve yön kontrolü için basit PI kontrol şeması

4.3.2. Eklem uzayında ileri kinematik analiz

İleri kinematik sekmesinde (Şekil 4.15), hareketli platform için kartezyen uzayda 3 boyut dönme 3 boyut ötelenme bilgilerinde değişikliği el ile yapmak mümkündür. Manipülatörler için eklem uzayında her bir eklemün dönme-ötelenme değişikliği ayrı ayrı el ile girilerek veya kaydırıcılar vasıtasıyla yapılabilir. Burada da pozisyon kaydetme, kayıtlı pozisyonları seçerek gidebilme özelliği mevcuttur.



Şekil 4.15. İleri Kinematik analizi bölümünde (a) hareketli platform ve (b) eklem değişkenlerinin değiştirilebildiği sekmeler

Bu bölümün bir başka özelliği eklem uzayında noktadan noktaya yörüngelerin tanımlanabilmesidir. Girilen eklem açısı, hız ve ivme yörüngelerine göre robotun hareket etmesi ve eklemlerde oluşan torkların elde edilmesi sağlanır. Eklem uzayındaki yörüngeyi tanımlayan panel, Şekil 4.15'te gösterilen 'Yörünge Oluştur' düğmesi ile çağrılabilir.

Joint	0	1.5	3	4
J#1	0	30	45	0
J#2	0	-20	20	68
J#3	0	120	78	0
J#4	0	90	120	25
J#5	0	-110	-50	-15
J#6	0	48	-48	10

Şekil 4.16. Eklem uzayında yörünge planlama

Şekil 4.16'da görülen panelde, yörünge tanımlanabilmesi için geçiş noktası sayısının düzenleme kutusuna girilmesi gerekir. Bu değerler, konum listesinden ve kaydedilmiş dosyalardan da alınabilir. Geçiş noktaları zamanla ilişkilendirildikten sonra, Tablo 4.1'de gösterilen 5 farklı yörünge yönteminden, alt yöntemleri de seçerek yörünge oluşturulabilir. Yörünge sekmesi ile başlangıç durumundan eklemlerdeki hedef açı setine zamanın sürekli fonksiyonları olan açı, hız, ivme ve sarsım (jerk) profilleri oluşturulur.

Tablo 4.1. Oluşturulabilen yörüngeler ve alt yöntemleri

Oluşturulan Yörünge Yöntemleri	Tanımlı / Alt Yöntemleri
Polinom Yörüngeleri	10. dereceye kadar
Trigonometrik Yörünge	Harmonik, Sikloidal, Eliptik
Üstel Yörünge	-
Gauss Yörüngesi	-
Fourier Tabanlı Yörünge	Gutman 1-3, Freudenstein 1-3, Freudenstein 1-3-5

Aşağıda yörüngelerin elde edilmesinde kullanılan matematik formüllerin özeti anlatılmıştır.

4.3.2.1. Polinom yörüngeleri

Başlangıç pozisyonu q_0 , bitiş pozisyonu q_1 , başlangıç zamanı t_0 , bitiş zamanı t_1 , zaman aralığı T , yer değiştirme miktarı h ile gösterilen bir hareketi belirlemek için en basit doğrusal yörünge şu şekilde tanımlanabilir;

$$q(t) = a_0 + a_1(t - t_0) \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} q(t_0) &= q_0 = a_0 \\ q(t_1) &= q_1 = a_0 + a_1(t_1 - t_0) \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= q_0 \\ a_1 &= \frac{q_1 - q_0}{t_1 - t_0} = \frac{h}{T} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\dot{q}(t) = \frac{h}{T} \quad (4.4)$$

Yerçekimsel (gravitational) yörünge olarak da bilinen sabit ivmeli parabolik yörünge ivmelenme / yavaşlama periyotlarında sabit bir genliğe ve karşıt işarete sahip bir ivmelenme ile karakterize edilir. İvmelenme ve yavaşlama fazlarındaki denklemler sırasıyla şu şekilde ifade edilebilir;

$$q_a(t) = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2, \quad t \in [t_0, t_f] \quad (4.5)$$

$$q_b(t) = a_3 + a_4(t - t_f) + a_5(t - t_f)^2, \quad t \in [t_f, t_1] \quad (4.6)$$

Katsayılar da şu şekilde hesaplanabilir;

$$\begin{aligned} q_a(t_0) &= a_0 = q_0, \quad \dot{q}_a(t_0) = a_1 = v_0 \\ q_b(t_1) &= a_3 + a_4 \frac{T}{2} + a_5 \left(\frac{T}{2} \right)^2 = q_1, \quad \dot{q}_b(t_1) = a_4 + 2a_5 \frac{T}{2} = v_1 \\ q_a(t_f) &= a_0 + a_1 \frac{T}{2} + a_2 \left(\frac{T}{2} \right)^2 = q_b(t_f), \quad \dot{q}_a(t_f) = a_1 + 2a_2 \frac{T}{2} = \dot{q}_b(t_f) \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned}
a_0 &= q_0 \quad , \quad a_1 = v_0 \\
a_2 &= \frac{4h - T(3v_0 + v_1)}{2T^2} \quad , \quad a_3 = \frac{4(q_0 + q_1) + T(v_0 - v_1)}{8} \\
a_4 &= \frac{4h - T(v_0 + v_1)}{2T} \quad , \quad a_5 = \frac{-4h + T(v_0 + 3v_1)}{2T^2}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

4.3.2.2. Harmonik (harmonic) yörünge

Harmonik bir hareket, konum işaretiyle orantılı, zıt işaretli bir hızlanma profili ile karakterize edilir. q_0 başlangıç pozisyonu, q_1 bitiş pozisyonu ve h yer değiştirme miktarı olarak ifade edilmiştir. t_0 başlangıç zamanını, t_1 bitiş zamanını, T ise zaman aralığını gösterir;

$$\begin{aligned}
h &= q_1 - q_0 \\
T &= t_1 - t_0
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Harmonik yörünge şu şekilde elde edilir,

$$\begin{aligned}
q(t) &= \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi(t-t_0)}{T} \right) + q_0 \quad , \quad \dot{q}(t) = \frac{\pi h}{2T} \sin \left(\frac{\pi(t-t_0)}{T} \right) \\
\ddot{q}(t) &= \frac{\pi^2 h}{2T^2} \cos \left(\frac{\pi(t-t_0)}{T} \right) \quad , \quad q^{(3)}(t) = -\frac{\pi^3 h}{2T^3} \sin \left(\frac{\pi(t-t_0)}{T} \right)
\end{aligned} \tag{4.10}$$

4.3.2.3. Sikloidal (cycloidal) yörünge

Harmonik yörünge süreksiz bir ivme sunduğu için başlangıç ve bitiş noktalarında (t_0 , t_1) anlık sonsuz jerk (sarsım) oluşturur. Sikloidal yörünge ile sürekli bir ivme profili elde edilebilir;

$$\begin{aligned}
q(t) &= h \left(\frac{t-t_0}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi(t-t_0)}{T} \right) + q_0 \quad , \quad \dot{q}(t) = \frac{h}{T} \left(1 - \cos \frac{2\pi(t-t_0)}{T} \right) \\
\ddot{q}(t) &= \frac{2\pi h}{T^2} \sin \frac{2\pi(t-t_0)}{T} \quad , \quad q^{(3)}(t) = \frac{4\pi^2 h}{T^3} \cos \frac{2\pi(t-t_0)}{T}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

4.3.2.4. Eliptik (elliptic) yörünge

Harmonik hareket, daire üzerinde hareket eden bir noktanın çap eksenine üzerine izdüşümünden grafiksel olarak elde edilebilir. Eliptik bir harekette ise elips üzerinde hareket eden bir noktanın, elipsin kısa olan çap eksenine üzerinde, istenen yer değiştirmeye eşit uzunlukta bir hareketinin yansıtılmasıyla elde edilir. Burada n elipsin kısa ve uzun çapı arasındaki orandır;

$$\alpha = \frac{n^2 - 1}{n^2} \quad (4.12)$$

Eliptik yörünge şu şekilde elde edilir,

$$q(t) = \frac{h}{2} \left(1 - \frac{\cos \frac{\pi(t-t_0)}{T}}{\sqrt{1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}}} \right) + q_0$$
$$\dot{q}(t) = \frac{\pi h}{2T} \frac{\sin \frac{\pi(t-t_0)}{T}}{n^2 \sqrt{\left(1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}\right)^3}} \quad (4.13)$$
$$\ddot{q}(t) = \frac{\pi^2 h}{2T^2} \cos \left(\frac{\pi(t-t_0)}{T} \right) \frac{1 + 2\alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}}{n^2 \sqrt{\left(1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}\right)^5}}$$

4.3.2.5. Fourier tabanlı yörüngeler, gutman 1-3

Gutman 1-3, parabolik profilin Fourier serisi açılımında sadece ilk iki element dikkate alınarak elde edilir. Maksimum ivme $5,15h/T^2$, yani parabolik yörünge maksimum ivmesinden $(4h/T^2)$ %28,75 daha büyüktür ve örneğin sikloidal yörünge maksimum ivmesinden $(2\pi h/T^2)$ %18,04 daha küçüktür. Diğer taraftan, frekans içeriği parabolik profile göre daha düşük ve sikloidal profile göre yüksektir. Sırasıyla K ve L ara değişken olarak tanımlanmıştır;

$$K = \frac{2\pi(t-t_0)}{T}, L = \frac{6\pi(t-t_0)}{T} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned}
q(t) &= q_0 + h \left(\frac{(t-t_0)}{T} - \frac{15}{32\pi} \sin K - \frac{1}{96\pi} \sin L \right) \\
\dot{q}(t) &= \frac{h}{T} \left(1 - \frac{15}{16} \cos K - \frac{1}{16} \cos L \right) \\
\ddot{q}(t) &= \frac{h\pi}{8T^2} (15 \sin K + 3 \sin L) \\
q^{(3)}(t) &= \frac{h\pi^2}{4T^3} (15 \cos K + 9 \cos L)
\end{aligned} \tag{4.15}$$

4.3.2.6. Fourier tabanlı yörüngeler, freudenstein 1-3

Freudenstein 1-3'te Gutman 1-3'te de olduğu gibi parabolik profilin Fourier serisi açılımında ilk iki element dikkate alınarak elde edilir. Bu yörüngenin maksimum ivme değeri $5,39h/T^2$, yani parabolik profilden %34,75 daha büyük ve sikloidal yörüngeden %14,22 daha küçüktür;

$$K = \frac{2\pi(t-t_0)}{T}, L = \frac{6\pi(t-t_0)}{T} \tag{4.16}$$

$$\begin{aligned}
q(t) &= q_0 + \frac{h(t-t_0)}{T} - \frac{h}{2\pi} \left(\frac{27}{28} \sin K + \frac{1}{84} \sin L \right) \\
\dot{q}(t) &= \frac{h}{T} \left(1 - \frac{27}{28} \cos K - \frac{1}{28} \cos L \right) \\
\ddot{q}(t) &= \frac{2\pi h}{T^2} \left(\frac{27}{28} \sin K + \frac{3}{28} \sin L \right) \\
q^{(3)}(t) &= \frac{4\pi^2 h}{T^3} \left(\frac{27}{28} \cos K + \frac{9}{28} \cos L \right)
\end{aligned} \tag{4.17}$$

4.3.2.7. Fourier tabanlı yörüngeler, freudenstein 1-3-5

Freudenstein 1-3-5'te parabolik profilin Fourier serisi açılımında ilk üç element dikkate alınarak elde edilir. Bu yörüngenin maksimum ivme değeri $5,06h/T^2$, yani parabolik profilden %26,5 daha büyük ve sikloidal yörüngeden %19,47 daha küçüktür;

$$\alpha = \frac{1125}{1192} = 0.9438 \quad (4.18)$$

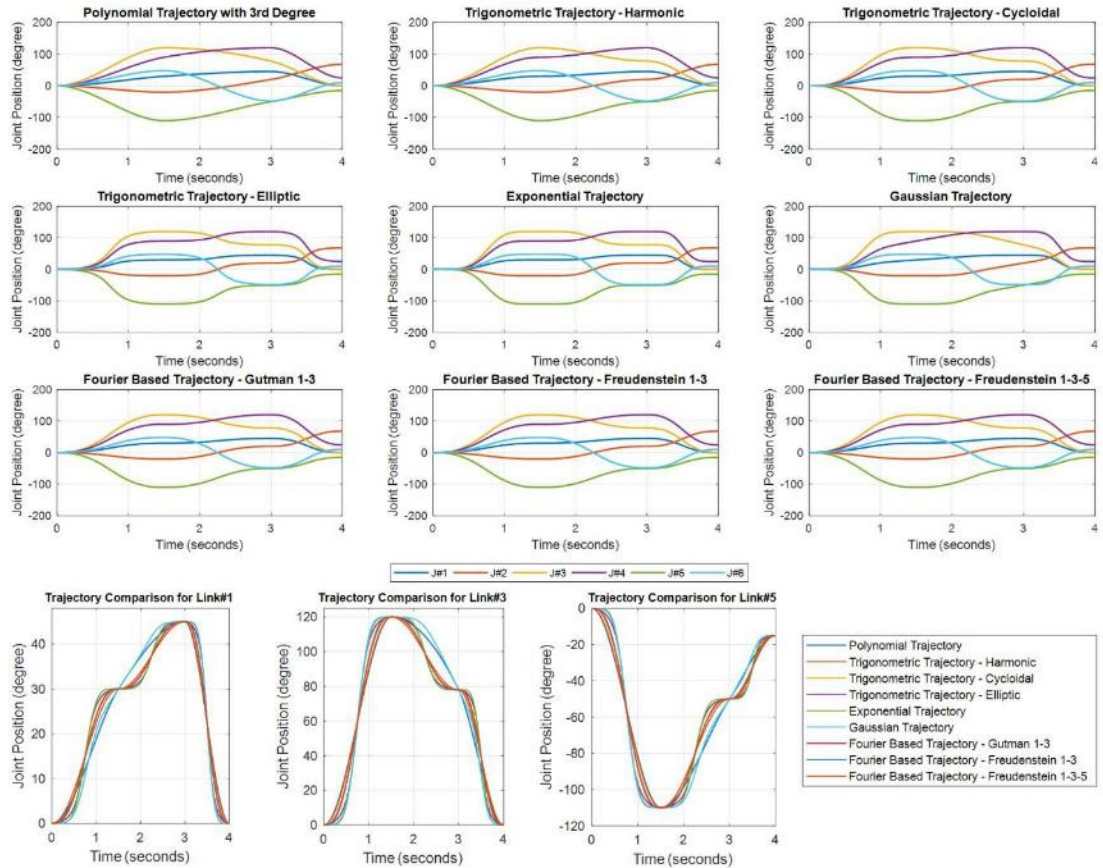
$$K = \frac{2\pi(t-t_0)}{T}, L = \frac{6\pi(t-t_0)}{T}, M = \frac{10\pi(t-t_0)}{T} \quad (4.19)$$

$$q(t) = q_0 + \frac{h(t-t_0)}{T} - \frac{h}{2\pi} \alpha \left(\sin K + \frac{1}{54} \sin L + \frac{1}{1250} \sin M \right)$$

$$\dot{q}(t) = \frac{h}{T} \left[1 - \alpha \left(\cos K + \frac{1}{18} \cos L + \frac{1}{250} \cos M \right) \right] \quad (4.20)$$

$$\ddot{q}(t) = \frac{2\pi h}{T^2} \alpha \left(\sin K + \frac{1}{6} \sin L + \frac{1}{50} \sin M \right)$$

$$q^{(3)}(t) = \frac{4\pi^2 h}{T^3} \alpha \left(\cos K + \frac{1}{2} \cos L + \frac{1}{10} \cos M \right)$$

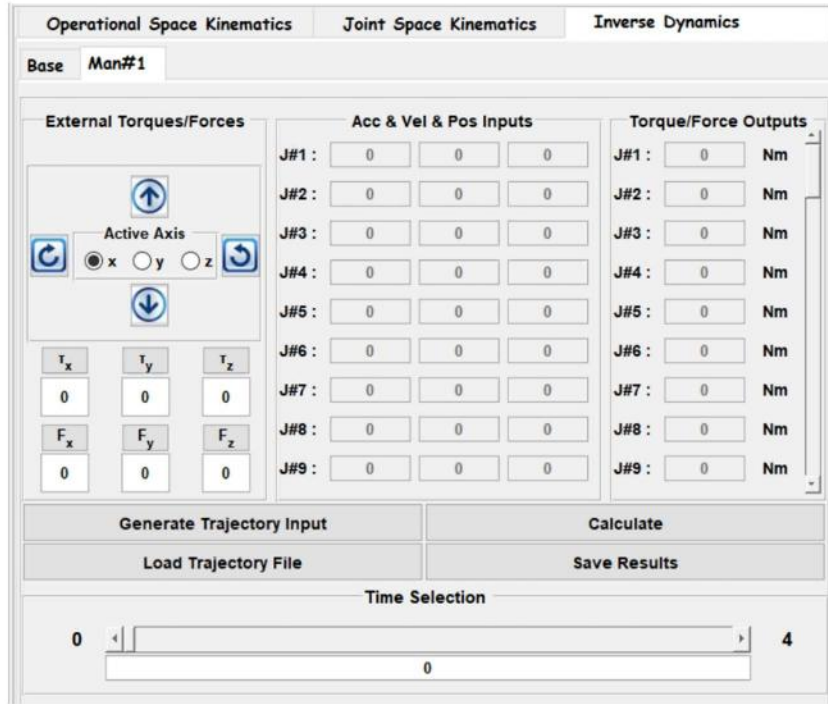


Şekil 4.17. 6 eksenli seri manipülatör için farklı yöntemlerle konum yörüngesinin oluşturulması

Şekil 4.16’da verilen eklem verilerine göre farklı yöntemlerle üretilen yörüngelerin görselleri Şekil 4.17’de gösterilmektedir. Yörünge oluşturulduktan sonra, simülasyonda Oluşturulan Yörüngeyi Uygula düğmesiyle yürütülür. Böylece, uzuv orijinlerindeki ve eklemlerdeki hızları ve konumları çizmek ve yorumlamak mümkündür.

4.3.3. Ters dinamik analiz

Ters dinamik, eklemlerdeki konum, hız ve ivme bilgilerinden eklemlerdeki torklara geçişi sağlar. Eklemlerde kullanılacak eyleyicilerin seçilmesi için ters dinamik analiz gereklidir. Hesaplanan eklem torkları / kuvvetleri, her uzvun zamana göre konum, hız ve ivme değişimine ve tasarım bölümünde tanımlanan fiziksel robot parametrelerine bağlıdır.



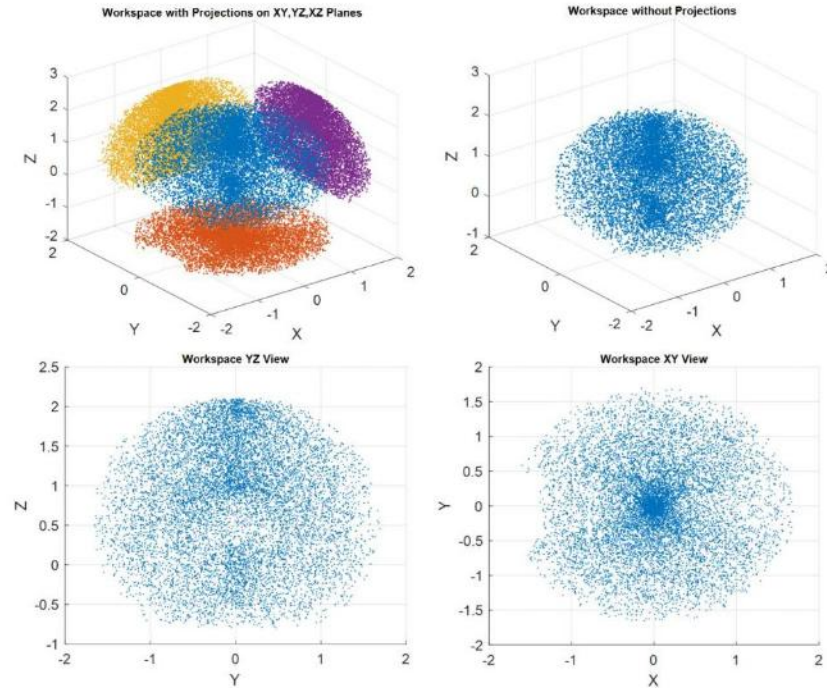
Şekil 4.18. Ters dinamik analiz paneli

Bu sekmeyi kullanırken (Şekil 4.18), kullanıcıdan istenen hareket profilini sağlayan konum, hız ve ivme yörüngelerini girmesi istenir. Bunun için, ters kinematik analiz bölümünden daha önce oluşturulmuş bir yörünge dosyası arayüze yüklenebilir veya Tablo 4.1’deki zaman tabanlı yörünge fonksiyonları, manipülatörün önceden tanımlanmış serbestlik derecesine göre otomatik olarak oluşturulan komut dosyası

içine yazılabilir. Dışarıdan uç işlevciye uygulanabilecek altı boyutlu kuvvet-tork vektör girişi etkisini gözlemlemek için kod dosyasında da belirtilebilir. Harici kuvvet / tork girişi için hazırlanan panel, ters kinematik sekmede kullanılan TP'a benzer. TP üzerinde istenen eksen seçtikten sonra, bu eksendeki dış kuvvet ve tork değişimi eşit aralıklarla uygulanır. Sabit girişler, ilgili kutucuklara el ile de girilebilir. Simülasyon çalıştırıldığında, eklemler üzerindeki torklar / kuvvetler görülür. Girilen yörünge değerleri ve bu yörünge için hesaplanan torklar / kuvvetler, zaman kaydırıcısı kullanılarak istenen herhangi bir zaman noktasında izlenebilir.

4.3.4. Çalışma uzayı

Çalışma uzayı, pozisyon kısıtlamaları göz önünde bulundurularak robotun uç işlevcisinin ulaşabileceği en uzak ve en yakın sınır noktaları arasındaki 3D hacimdir. Çalışma uzayı, tasarım bölümündeki tüm kinematik parametrelerden etkilenir ve manipülâtörün kinematik yapısına, geometrisine bağlı olarak farklı düzensiz ve karmaşık şekillerde olabilir. Manipülâtörün çalışma uzayının belirlenmesi için geometrik, deneysel ve analitik yaklaşımlar da dâhil olmak üzere birçok yöntem mevcuttur. Manipülâtörün serbestlik derecesi arttıkça, çalışma uzayının hesaplanması ve çizilmesi daha karmaşık ve zaman alıcı hale gelir.



Şekil 4.19. 6 eksenli seri manipülâtör Staubli RX160'ın çalışma uzayı ve 2D düzlemlere iz düşümleri

Bu çalışmada Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak deneysel bir yöntem tercih edilmiştir. Bu yöntem olasılık teorisine dayanır ve her eklem için minimum açı ve maksimum açı kısıtlamaları arasında rastgele açı değerleri üretir. Kısıtlama aralığındaki nokta sayısı kullanıcı tarafından belirlenmelidir. Oluşturulan rastgele açı değerlerini kullanarak, ileri kinematik ile çalışma uzayı hesaplanabilir ve kartezyen uzayda nokta bulutları ile görselleştirilebilir. Kısıtlama aralığında seçilen noktaların sayısı arttıkça, deneysel çalışma uzayı modeli gerçeği ile birleşir. Bu yöntemin dezavantajı, hesaplanan noktaların yöneliminin dikkate alınmamasıdır. Örnek olarak bir RX160 seri manipülatörünün çalışma uzayı Şekil 4.19'da 10000 nokta için gösterilmiştir.

4.3.5. Jakobiyen matris analizi

Jakobiyen matrisi, eklem uzayından kartezyen uzaya bağlantıyı sağlayan matristir. Eklem uzayındaki değişikliklerin kartezyen uzaydaki etkilerini gösterir. Jakobiyen matrisi, yukarıda analiz bölümünde belirtilen tüm analiz yöntemlerinin simülasyonlarında hesaplanır.

Jacobian Matrix						
<input type="checkbox"/> Show Jacobian Analysis Graphs						
Rank of Jacobian : 6						
- Rank - Condition Number - Eigenvalues - Singular Values						
	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
1	0.000	0.219	0.934	-0.169	-0.857	0.410
2	0.000	0.976	-0.210	-0.973	0.065	0.688
3	1.000	-0.000	0.288	-0.160	0.511	0.599
4	-1.092	2.419	-0.272	-1.920	-0.625	0.000
5	1.074	-0.543	-2.132	0.518	1.446	0.000
6	0.000	-0.809	-0.669	-1.124	-1.232	0.000

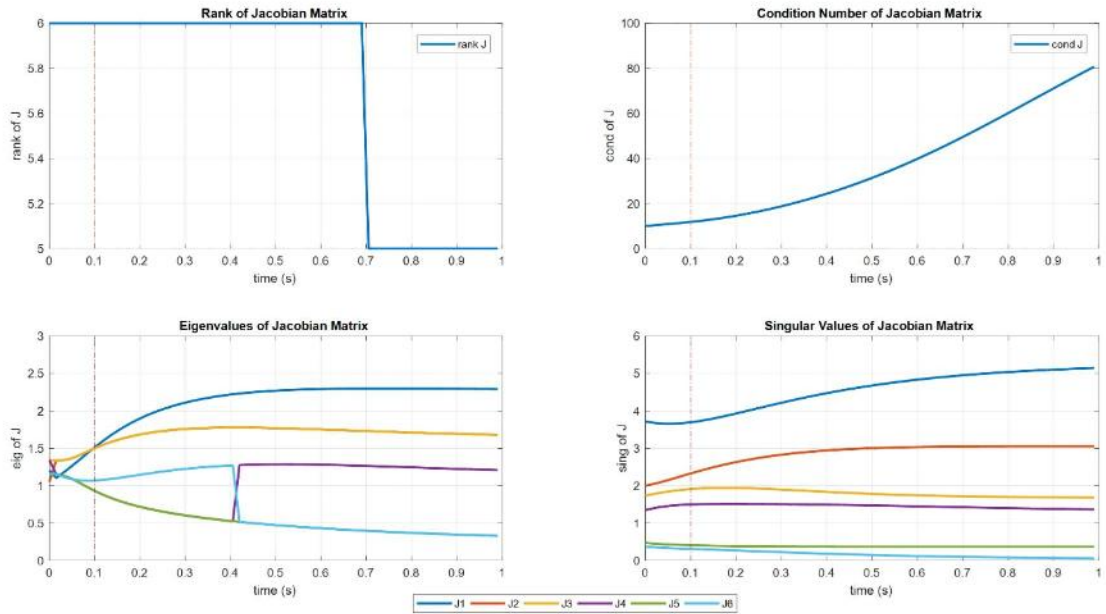
Joint Variable						
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
1	41.563	-3.613	40.952	-11.744	-7.113	85.353

Time Selection		
0	< [] >	1
0.1		

Şekil 4.20. 6R seri manipülatör için Jakobiyen matris penceresi

Jakobiyen analizine ayrılmış panel Şekil 4.20’de gösterilmektedir. Bir kaydırıcı yardımı ile mevcut Jakobiyen matrisinin istenen herhangi bir simülasyon zamanında görüntülenmesi mümkündür. Tekil nokta durumlarında, rank değişimine neden olan yapılarda, her zaman adımı için öz değerler ve koşul sayısı (condition number) hesaplamaları grafikler aracılığıyla incelenebilir. Böylece, kullanıcı zamana bağlı manipülatör yapısının değişimini robotik terimlerin grafiksel gösterimleriyle ilişkilendirebilir. ARAT'ta Jakobiyen hesaplamaları analiz sekmesi altında yapılırken, sonuçlar grafikler sekmesi altında incelenir.

Analiz bölümünde bahsedilen Jakobiyen matris analizinin sonuçları bu bölümde incelenmiştir. Panelin üstündeki “Jakobiyen Analiz Grafiklerini Göster” onay kutusuna tıkladığında, Şekil 4.21’de gösterilen sonuç penceresi açılır. Şekil 4.20’deki panelin alt kısmında görülen dikey çizgi yardımıyla istenen simülasyon zamanında gösterilen tüm grafiklere erişmek mümkündür.



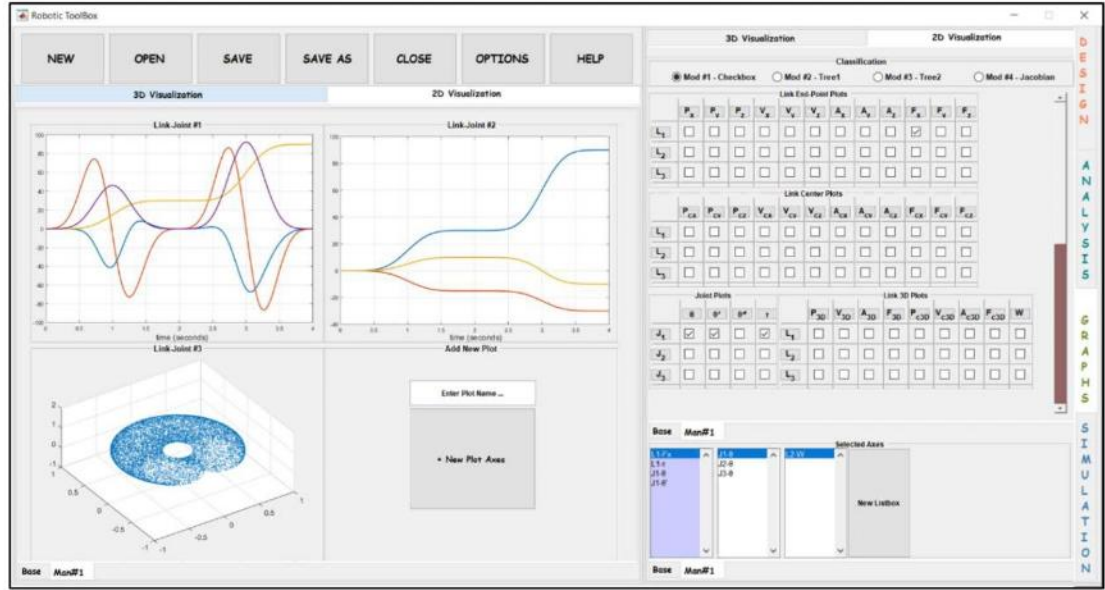
Şekil 4.21. Jakobiyen matris analizi grafikleri

4.4. Grafikler

ARAT’ın literatürdeki diğer araç kutularına karşı en büyük üstünlüklerinden biri de analiz sonucunda elde edilen grafiklerdir. Şekil 4.1’de özet olarak gösterildiği gibi her bir uzuv için 42, her eklem için ise 4 tane olmak üzere n eklemlilik bir sistemde toplamda $46n$ tane çıktı almamızı sağlar. Bu işlemin yüksek DoF barındıran çoklu robotlar için

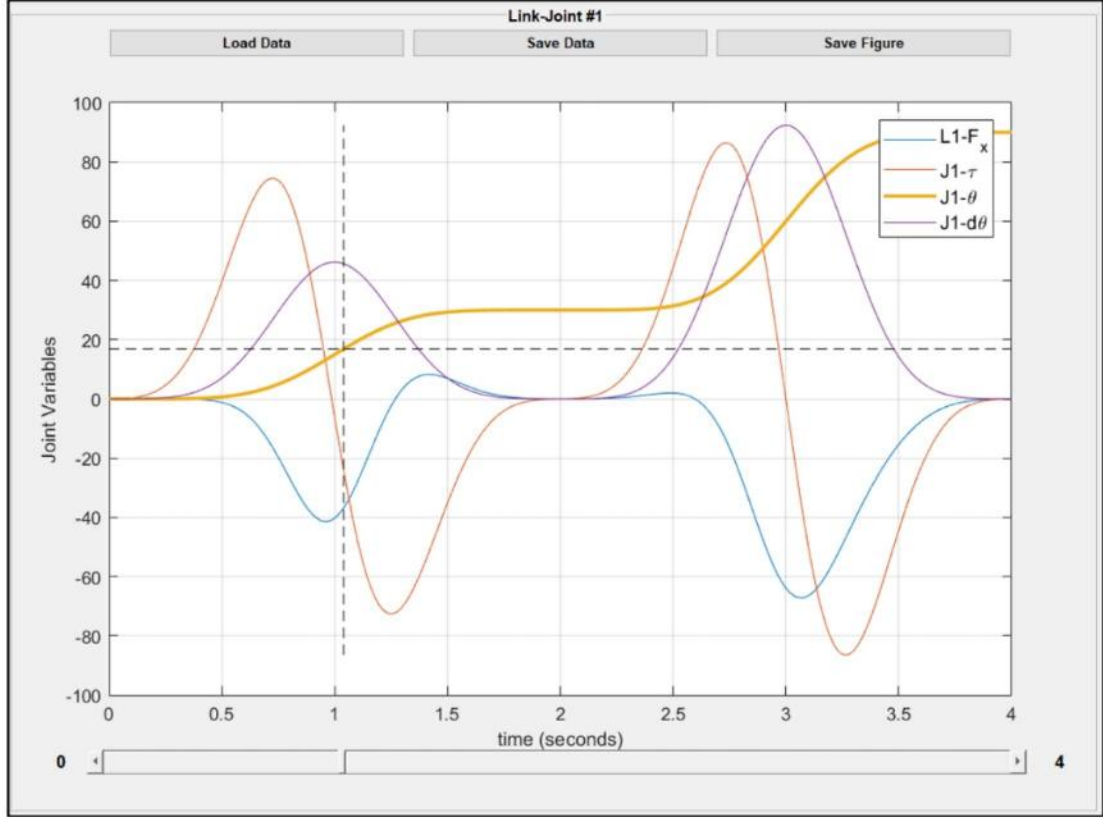
yapıldığı düşünülürken çıktısı sayısının yüksekliği görülebilir. Örneğin 16 eklemli 8 manipülatör analiz edildiğinde ARAT'ın üreteceği grafik sayısı $16 \times 8 \times 46 = 5888$ tane olacaktır. Bu kadar fazla grafiğe erişimin de bir problem olabileceği düşünülmüş ve bunun için ağaç yapısında ve farklı modlarda seçime imkân veren bir grafik seçim ekranı oluşturulmuştur.

Bu kapsamlı çıktı ekranları Şekil 4.22 ve Şekil 4.24'te gösterilmektedir. Konum, hız, ivme ve kuvvet gibi vektörle ilişkilendirilen parametreler, 3 boyutlu vektör ve / veya temel eksenlerde tanımlanan bileşenler olarak çizilir. Bu değişkenler, her bir uzvun kütle merkezinde ve sonraki eklemde merkezine karşılık gelen her uzvun orijin noktasında analiz edilebilir. Her bir uzvun orijin noktası ve her uzvun kütle merkezi için sırasıyla x, y, z alt dizinleri ve c_x, c_y, c_z alt dizinlerine sahip değişkenler kullanıldı. Eklem değişkenleri, dönel eklemler için açı, açısal hız, açısal ivme ve tork olarak, prizmatik eklemler için konum, hız, ivme ve kuvvet olarak belirlenmiştir.



Şekil 4.22. Grafikler penceresinin genel görünümü ve incelenen parametreler

Her bir grafik penceresi, ayrı pencereye tıklanarak büyütülebilir. Her panel, Şekil 4.23'te gösterildiği gibi bir çizim eksenini, göstergeler, zaman kaydırıcısı ve kaydet ve yükle düğmeleri içerir. Tüm sonuçlar resim veya şekil biçimlerinde kaydedilebilir. Ayrıca, daha önce kaydedilmiş veriler karşılaştırma için çağrılabilir.

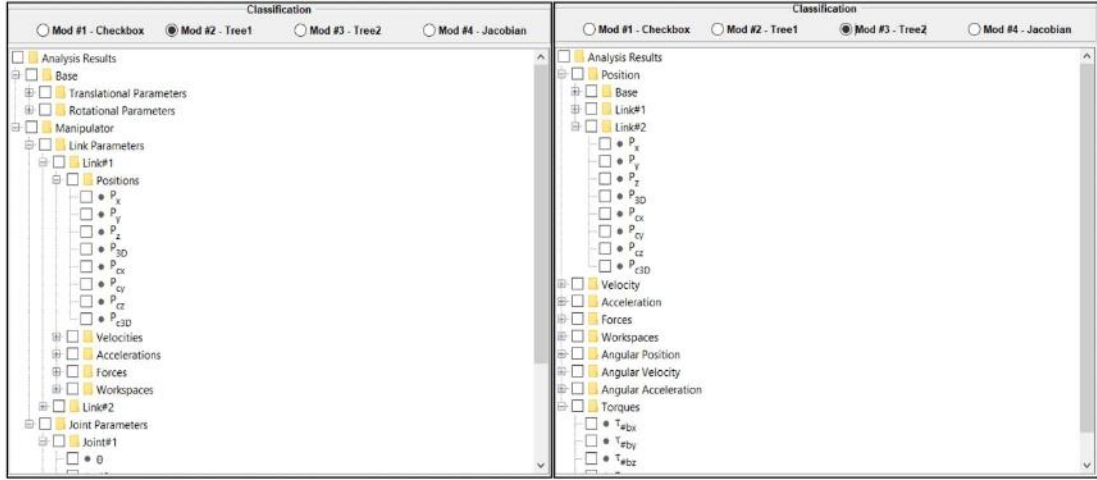


Şekil 4.23. Grafik penceresinde sonuçların büyütülmüş durumu

Sonuçların görüntülenmesini kolaylaştırmak için manipülatörün her serbestlik derecesi için ayrı bir grafik penceresi oluşturulur. İstenen sonuç değişkenlerinin seçimi, kullanıcıya alternatif kategori etiketleri ile üç farklı modda sunulur. Bu düzenlemenin seçimi radyo düğmeleri ile yapılır. İlk modda, arabirimdeki tüm değişkenler panelde genişletilmiş biçimde görüntülenir ve seçimler Şekil 4.22’de gösterildiği gibi onay kutuları ile yapılabilir. İkinci ve üçüncü modlarda, seçim kolaylığı sağlamak için değişkenler sırasıyla bir ağaç yapısında gruplanır. İkinci modda, parametreler hareketli platform ve manipülatöre göre sınıflandırılırken, üçüncü modda parametreler sınıflandırma başlığını oluşturur. İkinci ve üçüncü mod, Şekil 4.24’te gösterilmektedir.

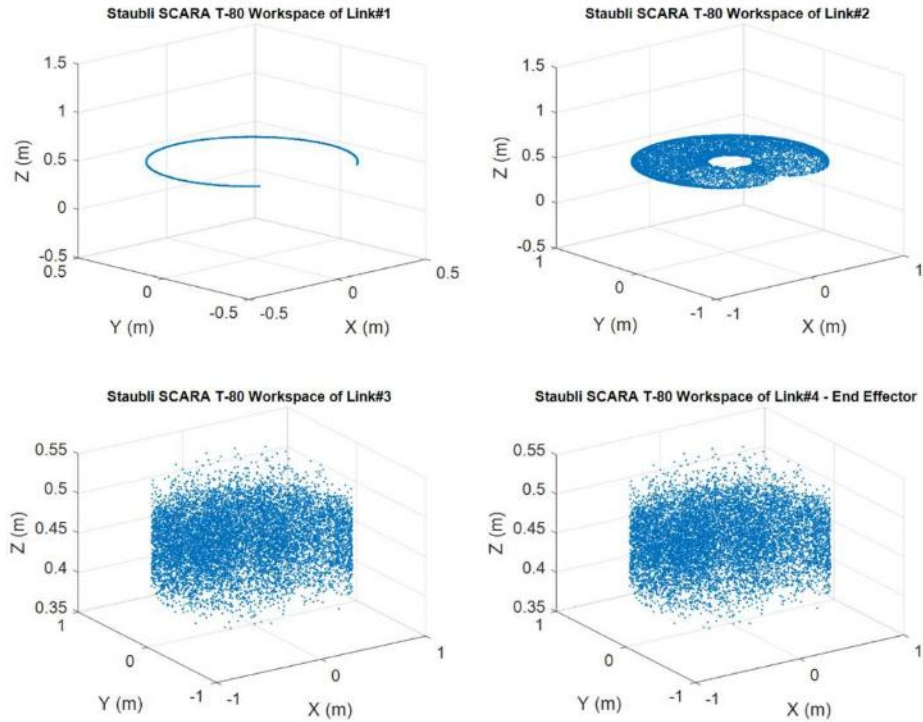
Parametre seçim sekmesi altında, her bir rakamla eşleştirilmiş liste kutuları vardır. İlgili şekil ekranını veya ilgili liste kutusunu seçerek, seçilen parametreler bu liste kutusunda listelenir. İstenen sayıda yeni grafik penceresi eklenerek, sistem değişkenleri karşılaştırılabilir ve farklı amaçlar için incelenebilir. Tüm sonuçların hem matris (.mat uzantılı) hem de şekil olarak (.fig uzantılı) depolanması mümkündür. Aynı

özelliklere sahip önceden kaydedilmiş veriler, sisteme yüklenerek mevcut analiz sonuçları ile kolayca karşılaştırılabilir.



Şekil 4.24. Ağaç yapısı ikinci ve üçüncü mod parametre sınıflandırmaları

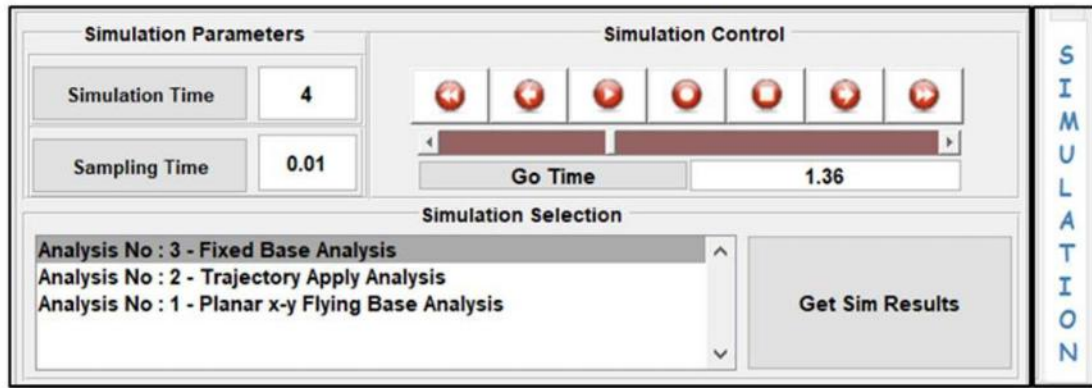
Bu bölüm ayrıca çalışma uzayını daha ayrıntılı olarak incelemeyi mümkün kılar. Her bir bağlantı tarafından taranan birim çizilebilir. Şekil 4.25, bir örnek Staubli T-80 RRPR tipi SCARA robotunun her bir bağlantı ucu noktasının çalışma alanlarını göstermektedir.



Şekil 4.25. Her uzvun uç noktalarının çalışma uzayı (Staubli T-80 SCARA Robotu)

4.5. Simülasyon Paneli

Bu bölümde, simülasyon süresi ve örnekleme süresi, Şekil 4.26’da gösterilen GUI kullanılarak belirlenir. Örnekleme süresini azaltarak, analizdeki örneklerin sayısı artarken hata oranı azaltılabilir, diğer yandan, örnekleme zamanı arttığında daha hızlı bir çözüm elde edilir, ancak hata oranı artar. İstenen zaman noktasında çözümler, kaydırıcı kullanılarak grafiklerde görüntülenebilir. İleri, hızlı ileri, geri ve hızlı geri düğmeleri kaydırıcıya alternatif olarak kullanılır. Oynatma hızını ayarlayarak, sonuç grafikleriyle aynı anda robot hareketlerini gözlemlemek mümkündür.



Şekil 4.26. Simülasyon ayarları paneli

Bu panel ayrıca farklı senaryolar için GUI’deki liste kutusunda gösterilen önceden kaydedilmiş simülasyonların oynatılmasını da gerçekleştirir. Böylece, istenilen simülasyon sonuçlarını bulmak ve herhangi bir simülasyonun tüm detaylarını yeniden incelemek mümkündür.

5. UYGULAMALAR

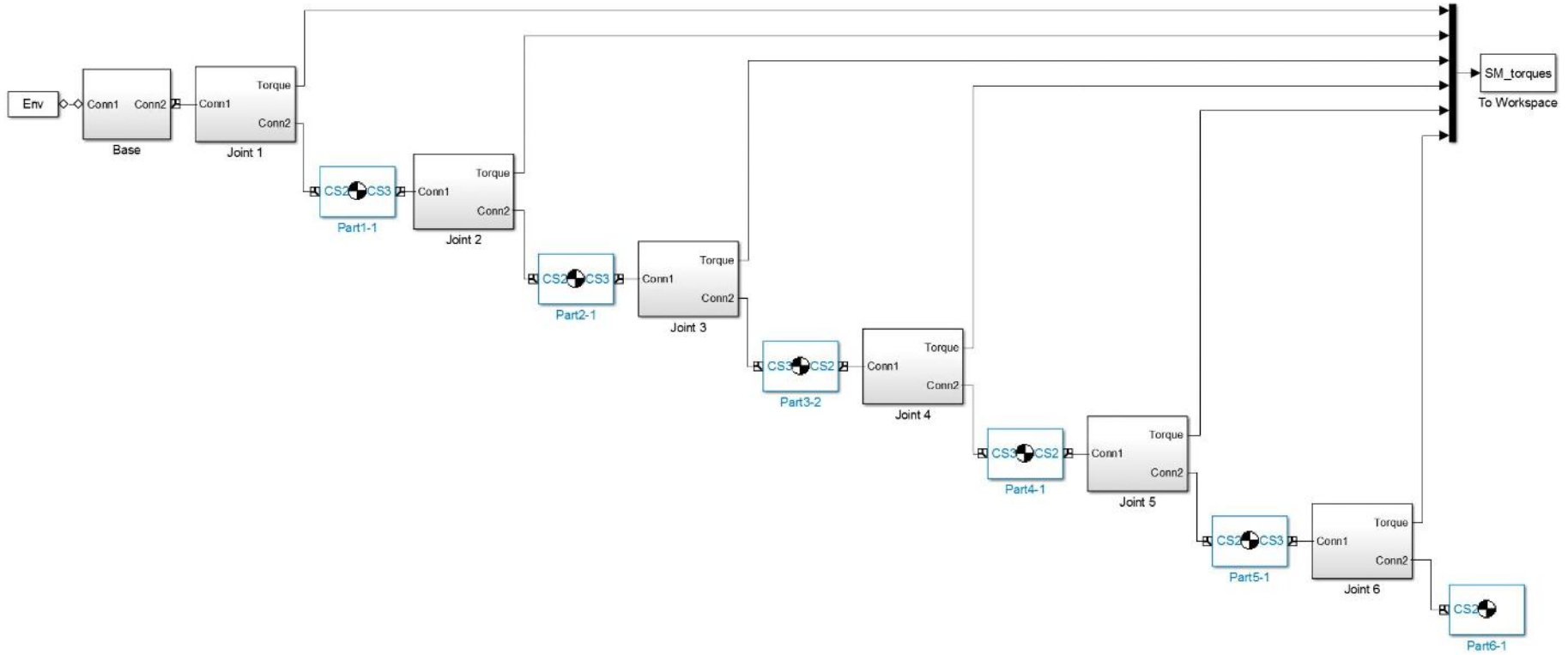
Bu bölümde öncelikle dinamik analizde hata payının görülebilmesi için orta zorlukta bir sistem üzerinde karşılaştırma yapılacaktır. Bunun için 6R seri robot dinamik analizi eş zamanlı olarak Matlab Simscape, RoboAnalyzer [14], ve ARAT üzerinde yapılarak eklemlerde oluşan torklar karşılaştırılacak ve programlar arasında oluşan farklar incelenecektir.

Öncelikle 6R seri robot Matlab Simscape ortamında oluşturuldu. Şekil 5.1 ve 5.2’de görülebileceği üzere altı tane dönel eklemin seri olarak birbirine bağlandığı manipülatörde eklemlere belli bir konum, hız ve ivme yörüngeleri uygulanarak sonuçlar alındı. Daha sonra aynı sistemin kinematik ve dinamik parametreleri (uzuv uzunluk, yönelim, dönme eksen, kütle, kütle merkezi vektörü, atalet gibi) ile 6R seri robot RoboAnalyzer programı üzerinde (Şekil 5.3) oluşturuldu. Buraya da aynı formda yörüngeler uygulandı ve sonuçlar alındı.

Son olarak ARAT üzerinde aynı sistem (Şekil 5.4), parametreler (Şekil 5.5) ve yörüngeler uygulanarak sonuçlar kaydedilmiştir. Bu üç sonuç üst üste çizdirilerek ve farkları alınarak grafik üzerinde (Şekil 5.6) karşılaştırılmıştır. Burada en üstten aşağıya doğru birinci eklemden altıncı ekleme kadar olan tork grafikleri verilmiştir. Dikey eksenler torkları (Nm) gösterirken yatay eksenler zamanı göstermektedir.

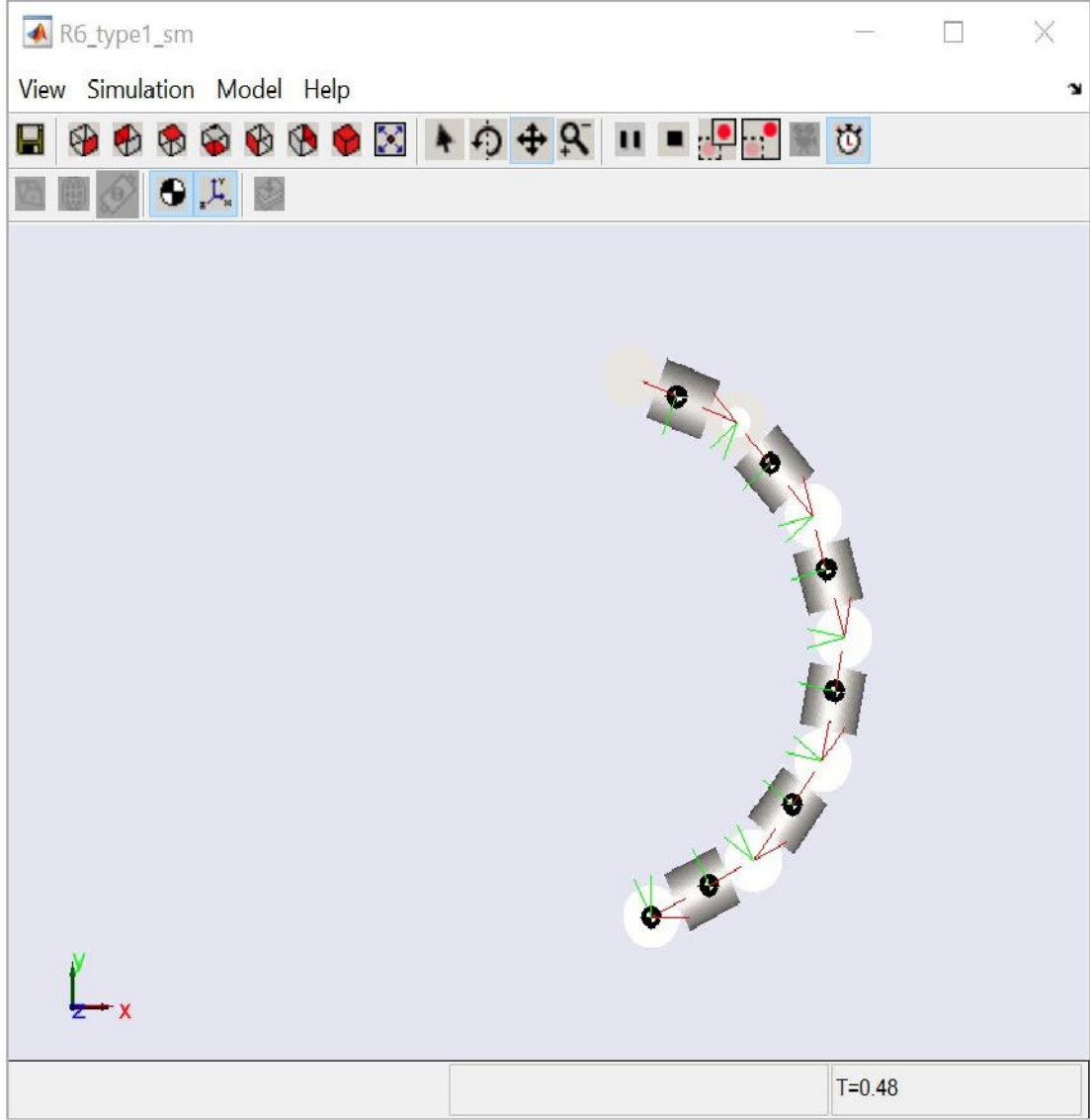
Soldaki sütunda Simscape, RoboAnalyzer ve ARAT üzerinde hesaplanan eklemler torkları yukarıdan aşağıya doğru birinci eklemden altıncı ekleme kadar üst üste çizdirilmiştir. Ortadaki sütunda Simscape ile RoboAnalyzer programlarının tork çıktıları aralarındaki farklar çizdirilmiş ve en fazla hatanın %22,425 olduğu gözlenmiştir.

Sağdaki sütunda ise Simscape ile ARAT üzerinde yapılan analiz sonucu çıkan tork değerleri arasındaki farklar çizdirilmiş ve en fazla hatanın %0,000092247 gibi bir değer olduğu görülmüştür. Bu sonuç ARAT ile yapılan dinamik analizin doğruluğunu göstermektedir.



∞

Şekil 5.1. Matlab Simscape üzerinde 6R robotun kinematik ve dinamik parametreleri ile oluşturulması



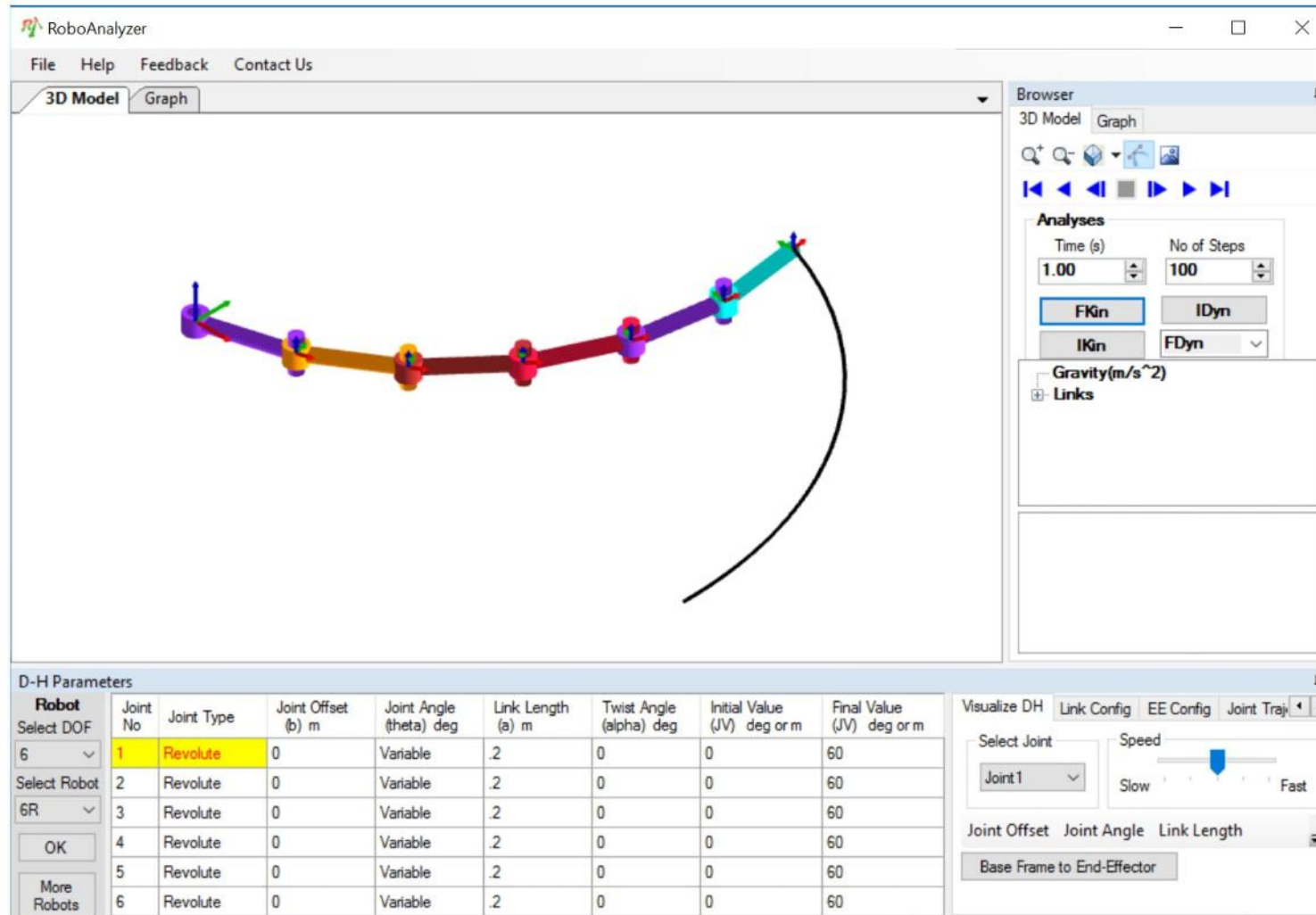
Şekil 5.2. Simscape üzerinde 6R robot katı modeli

Bundan sonraki kısımda ARAT üzerinde karmaşık sistemlerin oluşturulması ve bunların analizleri anlatılacaktır.

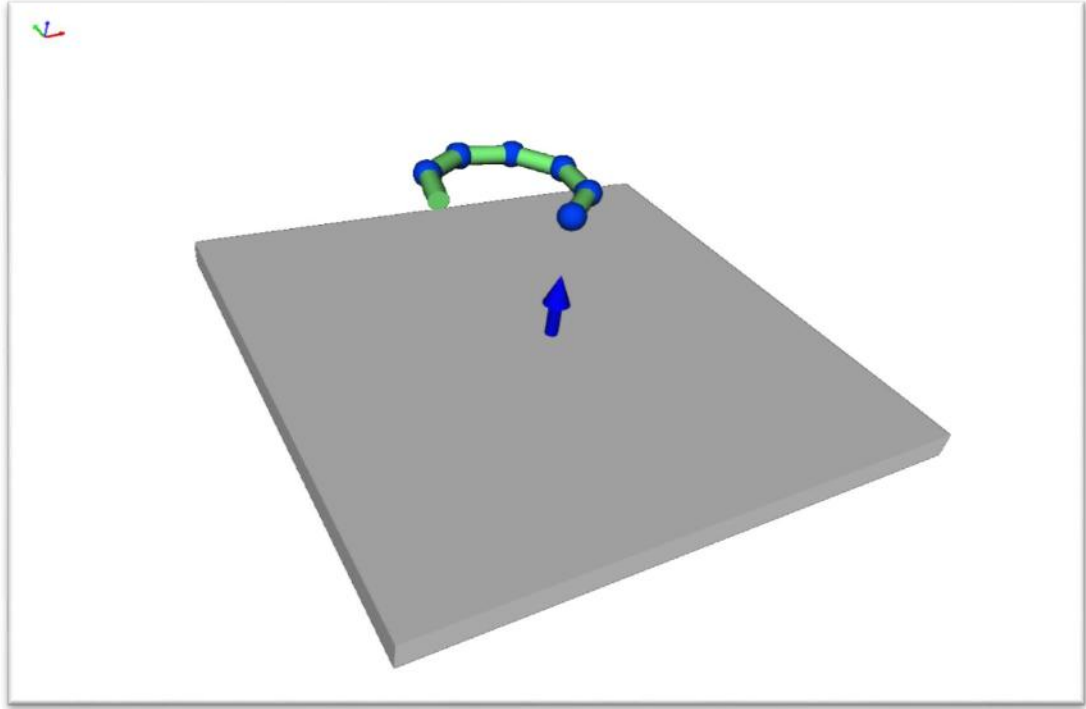
İlk olarak çok eklemlili seri robot, sonra birlikte çalışan yüksek artıklık barındıran seri robotlar, son olarak da hibrit robotlar üzerinde ARAT uygulamaları gösterilecektir.

İlk iki örnekte detaya girilmeyecek, hibrit robot ayrıntılı anlatılacaktır.

Bütün simülasyon çalışmaları intel i7-5820K 3,30GHz 15MB işlemci, Kingston 32GB DDR4 3000Mhz RAM iş istasyonu kullanılarak gerçekleştirilmiştir.



Şekil 5.3. RoboAnalyzer üzerinde 6R robot katı modeli

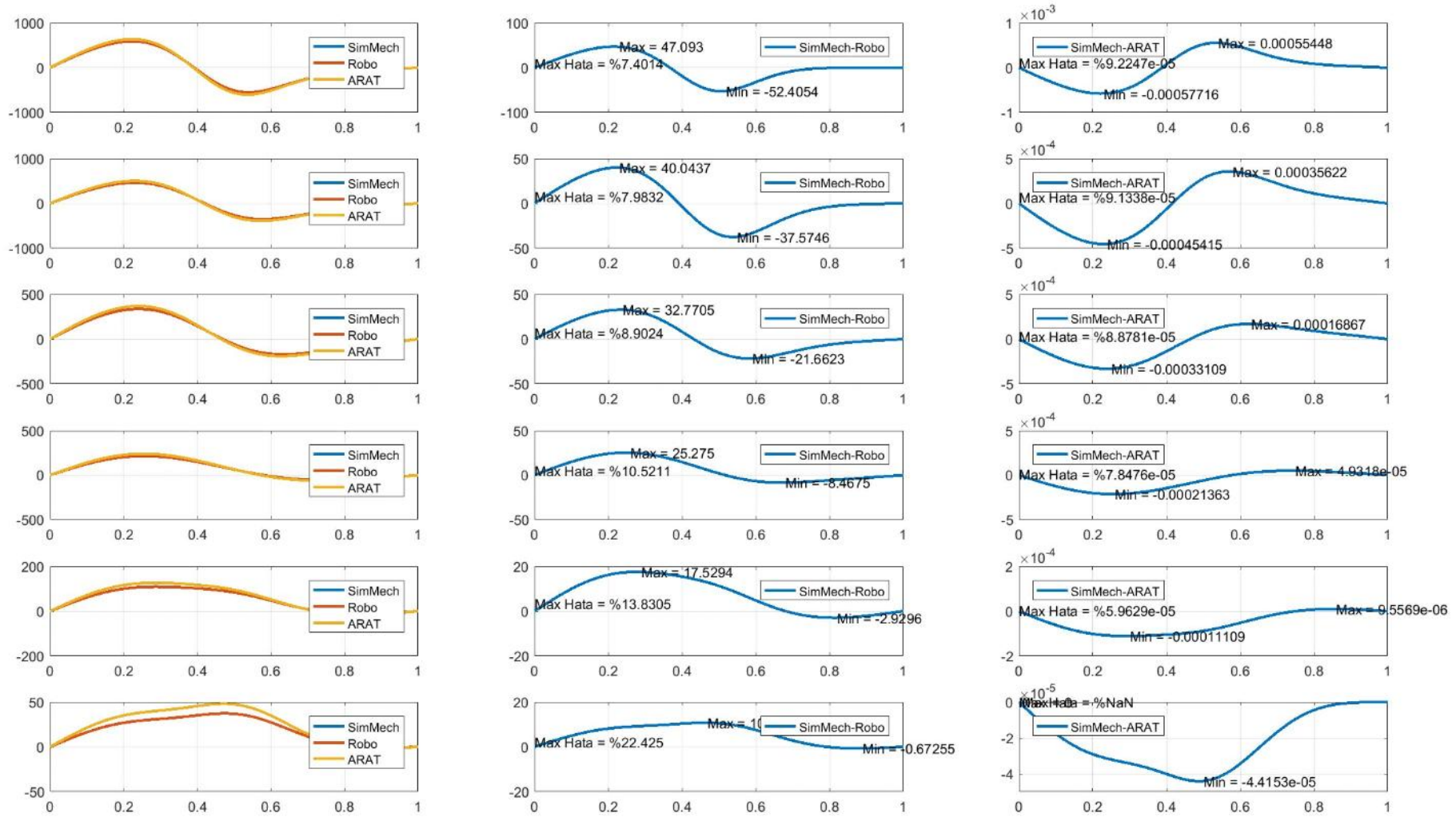


Şekil 5.4. ARAT üzerinde 6R robot katı modeli

Yukarıdaki şekilde ARAT Sanal Gerçeklik (Virtual Reality) ortamında oluşturulan 6R seri robot görülmektedir. Merkezdeki ok dünya koordinat sistemine ait olup z yönünü göstermektedir. Aşağıdaki şekilde de excel ortamında girilen kinematik ve dinamik parametreler görülmektedir. Uzunluk ile ilgili olan parametreler metre (m), kütleler kilogram (kg), ataletler de $kg.m^2$ olarak girilir.

B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M			
Eklem Sayısı	6													
Kinematik Analiz														
Link	Yönelimleri			Uzunlukları	Donme Eksenleri			Eklem Tipleri						
Link	x	y	z	L	h	x	y	z	joint	1 or 0	r or p			
link 12	1	0	0	0.2	h 1	0	0	1	joint 1	1	r			
link 23	1	0	0	0.2	h 2	0	0	1	joint 2	1	r			
link 34	1	0	0	0.2	h 2	0	0	1	joint 2	1	r			
link 45	1	0	0	0.2	h 1	0	0	1	joint 1	1	r			
link 56	1	0	0	0.2	h 2	0	0	1	joint 2	1	r			
link 6E	1	0	0	0.2	h 2	0	0	1	joint 2	1	r			
Main Manipulator 1														
Dinamik Analiz														
Link Kutle Merkezleri		Link Küteleri		Link Atalet Matrisi Elemanları										
Link	x	y	z	m	m	I _{xx}	I _{xy}	I _{xz}	I _{yx}	I _{yy}	I _{yz}	I _{zx}	I _{zy}	I _{zz}
link 1c	0.1125	0	0	m 1	12.25221135	1.1	0.01659154	0	0	0.07721446	0	0	0	0.07593818
link 2c	0.1125	0	0	m 2	12.25221135	1.2	0.01659154	0	0	0.07721446	0	0	0	0.07593818
link 2c	0.1125	0	0	m 2	12.25221135	1.2	0.01659154	0	0	0.07721446	0	0	0	0.07593818
link 1c	0.1125	0	0	m 1	12.25221135	1.1	0.01659154	0	0	0.07721446	0	0	0	0.07593818
link 2c	0.1125	0	0	m 2	12.25221135	1.2	0.01659154	0	0	0.07721446	0	0	0	0.07593818
link 2c	0.1125	0	0	m 2	12.25221135	1.2	0.01659154	0	0	0.07721446	0	0	0	0.07593818

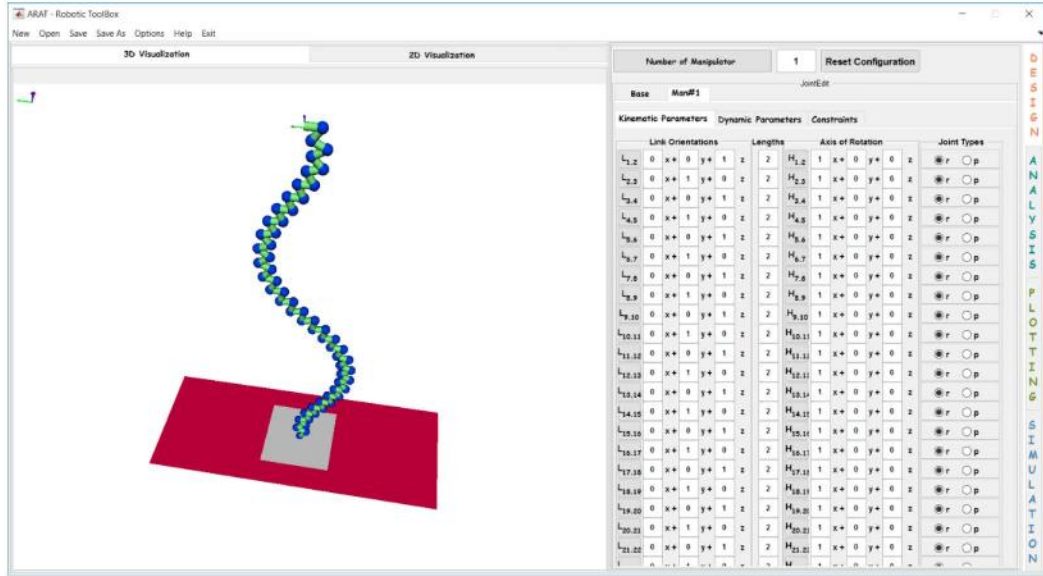
Şekil 5.5. ARAT 6R robot kinematik ve dinamik parametrelerinin excel ortamında girilmesi



Şekil 5.6. Simscape, RoboAnalyzer ve ARAT üzerinde 6R robot eklemlerinin torakları karşılaştırması

5.1. Yüksek Serbestlik Dereceli Seri Robotlar

ARAT üzerinde 6 serbestlik dereceli seri robot modelleme ile 60 serbestlik dereceli seri robot modelleme arasında çok az iş yükü fark eder. Özellikle bu işlem excel üzerinde yapıldığında çok daha hızlı olur. Bu çalışma ARAT GUI'de tanımlanabilecek maksimum karmaşıklıkta sistemlere örnek olması açısından verilmiştir.



Şekil 5.7. 60 eklemlili seri robot kol

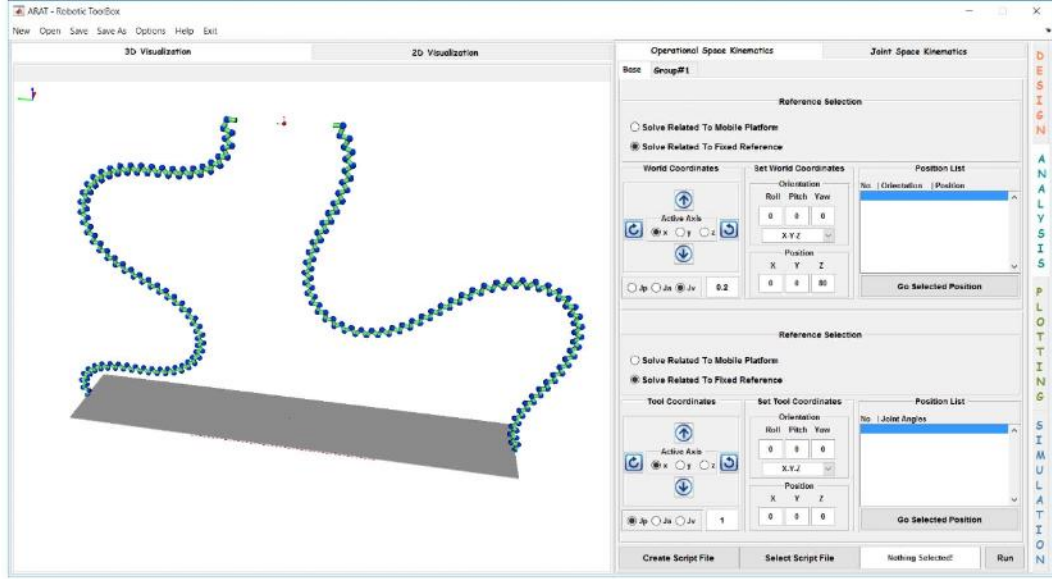
Kartezyen uzayda verilen bir noktaya ters kinematik analiz ile gitmesi istenmiştir. Bu örnek, sistem üzerinde çalışma yükü olarak bir etki göstermemiştir. Normal olarak %7-10 aralığındaki CPU işlemi %10-12 aralığında olmuştur. Biraz daha çok eklemlili bir yapı oluşturulduğunda alınan sonuçlar bir sonraki örnekte görülebilir.

5.2. Yüksek Artıklık İçeren Birlikte Çalışan Robotlar

Bir önceki örneğe göre daha karmaşık bir sistem oluşturulmuş ve Şekil 5.8'de her birinde 120 eklem bulunan iki tane seri robot birlikte hareket ettirilmiştir.

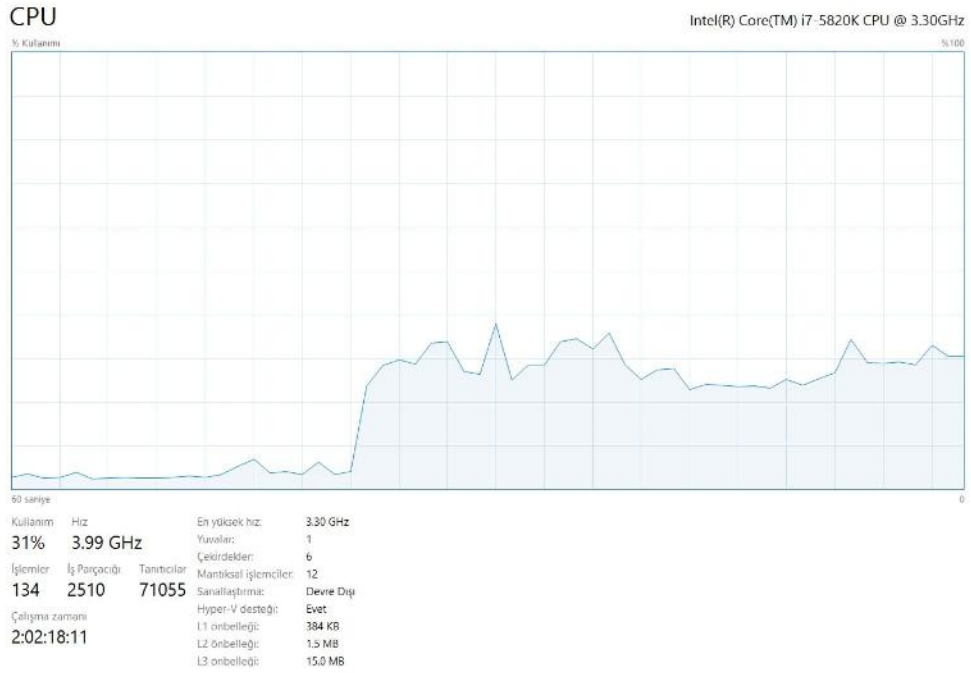
Çok eklemlili seri robotların hareketinde uzuv ve eklemlerin bir ipin hareketine benzer bir formda hareket etmelerinin sebebi ters kinematik analizde kullanılan sözde ters (pseudo-inverse) ile bütün eklemler benzer açılarda çok küçük hareketler yapmaya başlıyorlar ve hareket süresince eşit miktarlarda hareket ediyorlar. Bunun sonucunda da ip formasyonuna benzer şekilde birbirinden farklı miktarlarda dönen eklemler değil

birbirine çok yakın açılarda hareket etmiş eklemlerin oluşturduğu Şekil 5.8'deki form görülüyor.



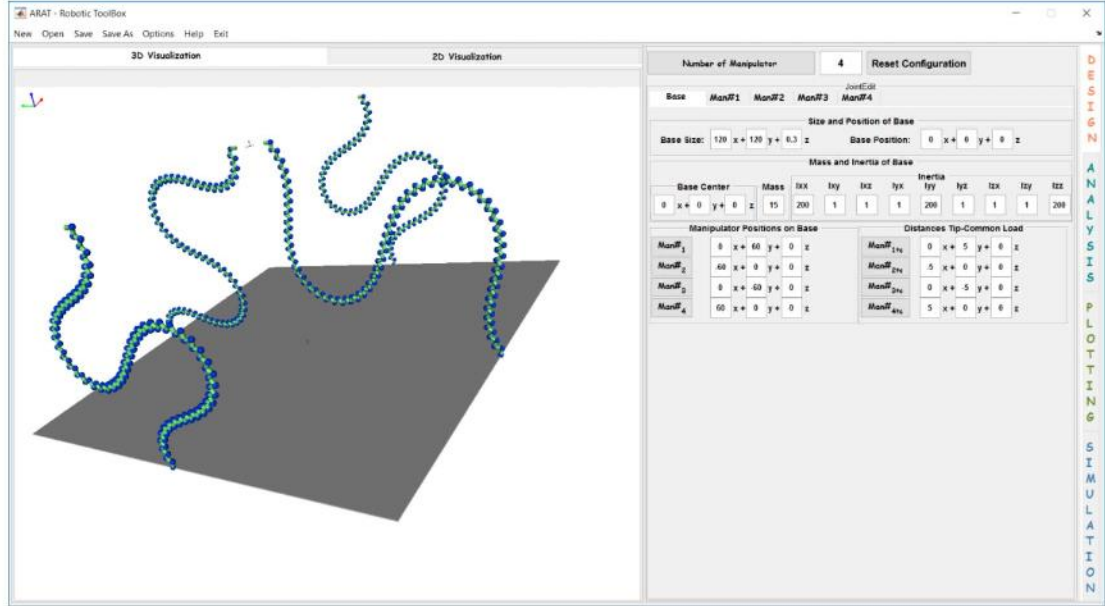
Şekil 5.8. 120 eklemlilikte çalışan iki seri robot kol, toplam 240 eklem

Bu örnek çalıştırıldığında sistem üzerinde oluşan yük Şekil 5.9'daki şekilde gösterilebilir. Bu örnekte kayda değer bir iş yükü oluşmuş oldu. İşlemci kullanımı %30-35 aralığında gerçekleşti.

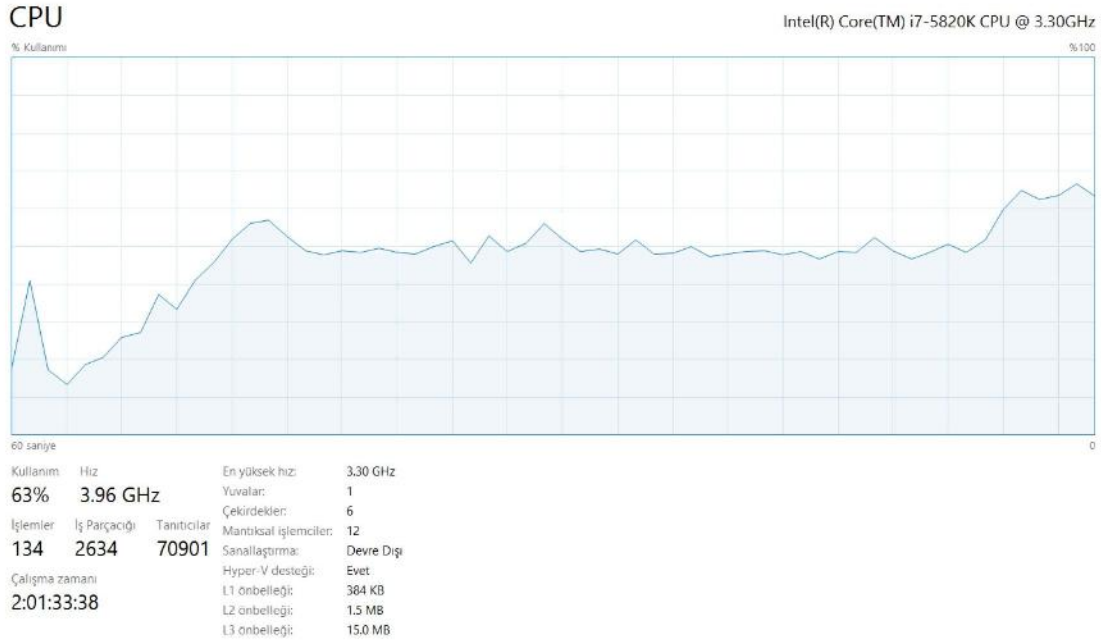


Şekil 5.9. 120 eklemlilikte çalışan iki seri robot kol, işlemci üzerindeki yükü

İş yükünü olabildiğince arttırmak ve sonuçları izlemek için Şekil 5.10'daki karmaşık sistem oluşturulmuştur. Bu örnekte 120 ekleme sahip 4 adet seri robot hareketli bir platform üzerinde hareket etmektedir. Bunlardan ortadaki ikisi birlikte hareket ederken diğer ikisi bağımsız hareket etmektedir.



Şekil 5.10. 120 eklemlı 4 seri robot kol hareketli platform üzerinde, toplam 480 eklemlı



Şekil 5.11. 120 eklemlı 4 seri robot kol hareketli platform üzerinde, işlemci üzerindeki iş yükü

Bu durumda oluşan iş yükü Şekil 5.11’de görülmektedir. %60-65 aralığında işlemci üzerinde yoğunluk olmuştur. Bu da bize sistemin 240 eklemden 480 ekleme çıkıldığında neredeyse iki kat iş yükünün arttığını gösteriyor. Bundan dolayı Şekil 5.10’daki sistemin iki katı bir sistemi bu iş istasyonunun özellikleri kaldırmayacaktır. En fazla 120 ekleme sahip iki manipülatör daha eklendiğinde sistem %90 üzeri bir iş yüküne ulaşacak ve büyük bir olasılık ile program kapanacaktır. Bu sebeplerden dolayı ARAT ile maksimum 600 eklemli bir çoklu robot sisteminin güvenli olarak çalışabileceğini öngörebiliriz.

5.3. Hibrit Robotlar

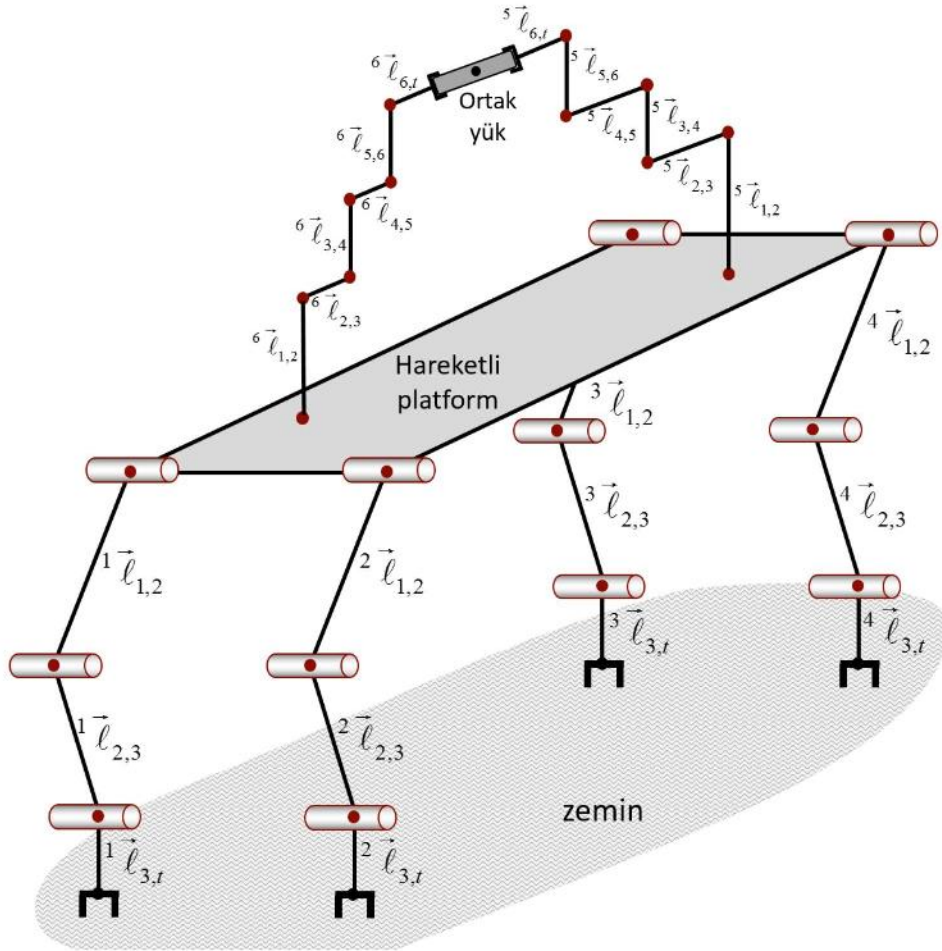
Hibrit robotlar hem seri topolojideki sistemlerin hem de kapalı çevrim topolojideki sistemlerin birlikte bulunduğu karmaşık topoloji oluşturan robotlardır. Sembolik uzuv-eklem gösterimi verilen Şekil 5.12’de de görülebileceği gibi dört bacaklı yürüten bir robot üzerinde iki tane seri robot ortak bir yükü tutmakta, birlikte hareket etmektedir. Bu uygulamada yürüyen robotun her bacağı seri topolojide hareket eden manipülatör gibi düşünülmüş ve uç işlevcilerine (bu uygulamada ayaklarına) ayrı ayrı yörünge girilmiştir. Dört bacaklı robotlarda çok kullanılan tırs (trot) yürüme modeli uygulanmıştır.

Bu uygulamayı yapabilmek için hibrit robotun kinematik ve dinamik bütün bilgilerinin excel dosyasında hazırlanması gerekmektedir. ARAT GUI ekranından da bu bilgiler girilebilir. Ancak excel üzerinden girmek daha kolay olacaktır.

Girilen bilgiler GUI üzerinden değiştirildiğinde tekrar excel olarak veya .mat olarak kaydedilebilir. Öncelikle genel olarak simülasyona ait bilgiler girilebilir. Simülasyon zamanı, örnekleme zamanı, manipülatör sayısı gibi bilgiler yapılacak uygulamaya göre değişiklik gösterecektir. Daha sonra hareketli platforma ait özellikler girilecektir. Hareketli platformun boyutları, kütlesi, atalet matrisi, dünya koordinat sistemine göre konumu aşağıdaki şekilde girilmiştir.

Platform üzerinde bulunan manipülatörlerin konumları, birbirleri ile aralarındaki ilişki de burada girilir. Şekil 5.13’te de görülebileceği gibi bu uygulamada ilk 4 manipülatör arasında ilişki tanımlanmamıştır. Hepsi ayrı grup numarasına sahiptir. Bunlar yürüyen robotun ayaklarını oluşturmakta ve hepsi birbirinden ayrı çalışan seri robot olarak

modellenmektedir. Son iki manipülatör ise aynı grup numarası ile (5 nolu grup) numaralandırılmıştır. Bu son iki manipülatörün birlikte çalışacağını göstermektedir. Bu iki manipülatörün tuttıkları ortak yüke girilebilecek herhangi bir yörüngede bu bilgi yine buraya girilen ${}^i\vec{l}_{c,i}$ vektörleri vasıtasıyla ilgili manipülatörlerin uç işlevcilerine iletilecek, ters kinematik analiz ile bütün eklem hızları verimli bir şekilde hesaplanabilecektir.

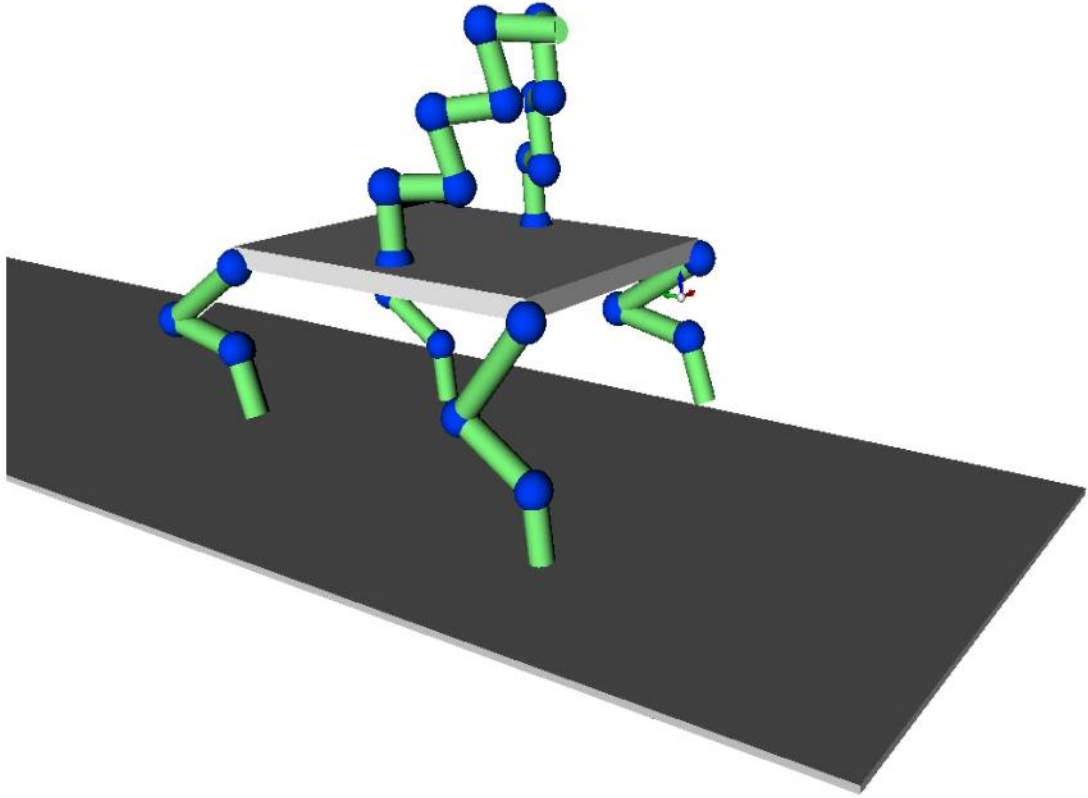


Şekil 5.12. Dört bacaklı yürüyen robot üzerinde iki tane 6 eklemli seri robot olan hibrit robot sembolik uzuv-eklem gösterimi – toplam 24 eklem ve 6 Dof Hareketli Platform

Şekil 5.15 – 5.20 arasında manipülatörlere ait girilmesi gereken bilgiler bulunmaktadır. Her manipülatöre ait kinematik parametreler: uzuv yönelimleri, uzuv uzunlukları, dönme eksenleri, eklem tipleri, dinamik parametreler: kütle merkezi vektörleri, uzuv kütleleri, uzuv atalet matrisleri ve kısıtlar bu şekilde girilebilir.

BASE Bilgileri		BASE Bilgileri												3								
noF_BASE	1	lnk_b1_i			lnk_bc			l_b			m	Position			Sizes			lnk_ct_i			Relation	
Sampling Time	Manipulator Sayisi	x	y	z	x	y	z	Ixx	Iyy	Izz	5	x	y	z	x	y	z	x	y	z		
0.01	Manipulator 1	3	2	-0.3	0	0	0	Iyx	Ixy	Iyz		0	0	-0.3	4	6	0.3	0	0	0	0	1
Duration	Manipulator 2	3	2	-0.3	0	0	0	Izx	Izy	Izz								0	0	0	0	2
3	Manipulator 3	3	-2	-0.3	0	0	0	10	1	1								0	0	0	0	3
	Manipulator 4	3	-2	-0.3	0	0	0	1	10	1								0	0	0	0	4
	Manipulator 5	6	1.5	0	0	0	0	1	1	10								0	0	0	0	5
	Manipulator 6	6	-1.5	0	0	0	0	1	1	10								0	0	0	0	5
	Manipulator 7																					
	Manipulator 8																					
	Manipulator 9																					
	Manipulator 10																					

Şekil 5.13. Hibrit robot hareketli platform ve çoklu robot kinematik ve dinamik parametreleri



Şekil 5.14. Hibrit robot katı modeli – 24 Eklem ve 6 Dof Hareketli Platform

Uzuv yönelimleri istenilen şekilde ifade edilebilir. Araç kutusu yönelim kısmına girilen bilginin normunu alarak birim yönelim vektörlerini hesaplar ve buna göre işlem yapar.

Kinematik Analiz										Dinamik Analiz										Kısıtlar																					
Link	Yönelimleri			Uzunlukları	Donme Eksenleri				Eklem Tipleri			Link Kutle Merkezleri				Link Kutleleri		Link Atalet Matrisi Elemanları						Açı		Hız		İvme													
Link	x	y	z	L	h	x	y	z	joint	l	o	r	p	Link	x	y	z	m	m	I _{xx}	I _{xy}	I _{xz}	I _{yx}	I _{yy}	I _{yz}	I _{zx}	I _{zy}	I _{zz}	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P				
link_12	0	0.316	-0.9487	2	h_1	1	0	0	joint_1	1	r			link_1c	0	0.316	-0.9	m_1	2	I_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
link_23	0	-0.32	-0.9487	1.5	h_2	1	0	0	joint_2	1	r			link_2c	0	-0.237	-0.7	m_2	1	I_2	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
link_34	0	0.316	-0.9487	1	h_3	1	0	0	joint_3	1	r			link_3c	0	0.158	-0.5	m_3	1	I_3	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Şekil 5.15. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sağ bacak kinematik ve dinamik parametreleri

Kinematik Analiz										Dinamik Analiz										Kısıtlar																					
Link	Yönelimleri			Uzunlukları	Donme Eksenleri				Eklem Tipleri			Link Kutle Merkezleri				Link Kutleleri		Link Atalet Matrisi Elemanları						Açı		Hız		İvme													
Link	x	y	z	L	h	x	y	z	joint	l	o	r	p	Link	x	y	z	m	m	I _{xx}	I _{xy}	I _{xz}	I _{yx}	I _{yy}	I _{yz}	I _{zx}	I _{zy}	I _{zz}	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P				
link_12	0	0.316	-0.9487	2	h_1	1	0	0	joint_1	1	r			link_1c	0	0.316	-0.9	m_1	2	I_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
link_23	0	-0.32	-0.9487	1.5	h_2	1	0	0	joint_2	1	r			link_2c	0	-0.237	-0.7	m_2	1	I_2	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
link_34	0	0.316	-0.9487	1	h_3	1	0	0	joint_3	1	r			link_3c	0	0.158	-0.5	m_3	1	I_3	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Şekil 5.16. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sol bacak kinematik ve dinamik parametreleri

Kinematik Analiz											Dinamik Analiz											Kısıtlar																						
Link	Yönelimleri			Uzunlukları	Donme Eksenleri				Eklemler			Link Kutle Merkezleri				Link Kutleleri				Link Atalet Matrisi Elemanları						Açık			Hız			İvme												
Link	x	y	z	L	h	x	y	z	joint	l	o	r	o	r	p	Link	x	y	z	m	m	I _{xx}	I _{xy}	I _{xz}	I _{yx}	I _{yy}	I _{yz}	I _{zx}	I _{zy}	I _{zz}	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P					
link_12	0	0.316	-0.9487	2	h_1	1	0	0	joint_1	1	r					link_1c	0	0.316	-0.9	m_1	2	I_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
link_23	0	-0.32	-0.9487	1.5	h_2	1	0	0	joint_2	1	r					link_2c	0	-0.237	-0.7	m_2	1	I_2	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
link_34	0	0.316	-0.9487	1	h_3	1	0	0	joint_3	1	r					link_3c	0	0.158	-0.5	m_3	1	I_3	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Şekil 5.17. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sağ bacak kinematik ve dinamik parametreleri

Kinematik Analiz											Dinamik Analiz											Kısıtlar																						
Link	Yönelimleri			Uzunlukları	Donme Eksenleri				Eklemler			Link Kutle Merkezleri				Link Kutleleri				Link Atalet Matrisi Elemanları						Açık			Hız			İvme												
Link	x	y	z	L	h	x	y	z	joint	l	o	r	o	r	p	Link	x	y	z	m	m	I _{xx}	I _{xy}	I _{xz}	I _{yx}	I _{yy}	I _{yz}	I _{zx}	I _{zy}	I _{zz}	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P					
link_12	0	0.316	-0.9487	2	h_1	1	0	0	joint_1	1	r					link_1c	0	0.316	-0.9	m_1	2	I_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
link_23	0	-0.32	-0.9487	1.5	h_2	1	0	0	joint_2	1	r					link_2c	0	-0.237	-0.7	m_2	1	I_2	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
link_34	0	0.316	-0.9487	1	h_3	1	0	0	joint_3	1	r					link_3c	0	0.158	-0.5	m_3	1	I_3	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Şekil 5.18. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sol bacak kinematik ve dinamik parametreleri

Link	Yönelimleri			Uzunlukları	Donme Eksenleri			Eklemler Tipleri			Link Kutle Merkezleri			Link Kutleleri			Link Atalet Matrisi Elemanları						Açı			Hız			İvme													
	x	y	z		L	h	x	y	z	joint	l or 0	r or p	m	m	m	m	I _{xx}	I _{yy}	I _{zz}	I _{xy}	I _{xz}	I _{yz}	I _{yx}	I _{zy}	I _{zx}	I _{zy}	I _{zz}	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P						
link 12	0	0	1	1	h 1	0	0	1	joint 1	1	r	link 1c	0	0	0.5	m 1	2	1.1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
link 23	0	1	0	1	h 2	1	0	0	joint 2	1	r	link 2c	0	0.5	0	m 2	1	1.2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
link 34	0	0	1	1	h 3	1	0	0	joint 3	1	r	link 3c	0	0	0.5	m 3	1	1.3	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
link 23	0	1	0	1	h 2	1	0	0	joint 2	1	r	link 2c	0	0.5	0	m 2	1	1.2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
link 34	0	0	1	1	h 3	1	0	0	joint 3	1	r	link 3c	0	0	0.5	m 3	1	1.3	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
link 23	0	1	0	1	h 2	1	0	0	joint 2	1	r	link 2c	0	0.5	0	m 2	1	1.2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Şekil 5.19. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sağdaki seri robot kol kinematik ve dinamik parametreleri

Link	Yönelimleri			Uzunlukları	Donme Eksenleri			Eklemler Tipleri			Link Kutle Merkezleri			Link Kutleleri			Link Atalet Matrisi Elemanları						Açı			Hız			İvme														
	x	y	z		L	h	x	y	z	joint	l or 0	r or p	m	m	m	m	I _{xx}	I _{yy}	I _{zz}	I _{xy}	I _{xz}	I _{yz}	I _{yx}	I _{zy}	I _{zx}	I _{zy}	I _{zz}	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P	Min	Max	A/P							
link 12	0	0	1	1	h 1	0	0	1	joint 1	1	r	link 1c	0	0	0.5	m 1	2	1.1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
link 23	0	1	0	1	h 2	1	0	0	joint 2	1	r	link 2c	0	0.5	0	m 2	1	1.2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
link 34	0	0	1	1	h 3	1	0	0	joint 3	1	r	link 3c	0	0	0.5	m 3	1	1.3	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
link 23	0	1	0	1	h 2	1	0	0	joint 2	1	r	link 2c	0	0.5	0	m 2	1	1.2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
link 34	0	0	1	1	h 3	1	0	0	joint 3	1	r	link 3c	0	0	0.5	m 3	1	1.3	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
link 23	0	1	0	1	h 2	1	0	0	joint 2	1	r	link 2c	0	0.5	0	m 2	1	1.2	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

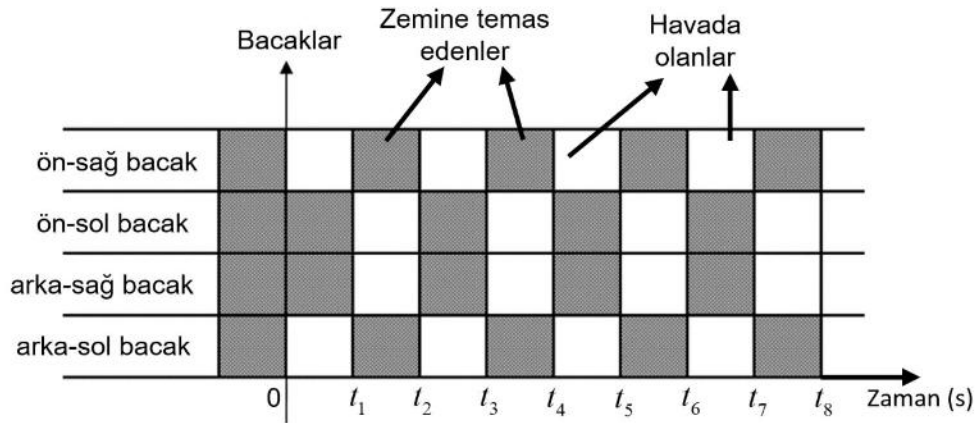
Şekil 5.20. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde soldaki seri robot kol kinematik ve dinamik parametreleri

Eğer kullanıcı bilgi girişini GUI üzerinden yapacak olursa uzuv yönelim ve uzunluk bilgisini girdiği anda ön tanımlı olarak kütle merkezi vektörlerini bu bilgiyi kullanarak uzvun ortasında alır. Kullanıcı isterse bunu dinamik parametreler sekmesi altından değiştirebilir. Eklem tipi kısmına 1 yazıldığında dönel, 0 yazıldığında ise prizmatik eklem oluşturur. Aynı noktaya birden fazla eklem konulması isteniyorsa aradaki uzuv uzunluk vektörü bilgisi kısmına 0 girilir. Eklenen satır sayısına göre eklem sayısı otomatik olarak hesaplanır. Hesaplanan eklem sayıları Şekil 5.13'teki manipülatör eklem sayısı bölümüne buradan gönderilir.

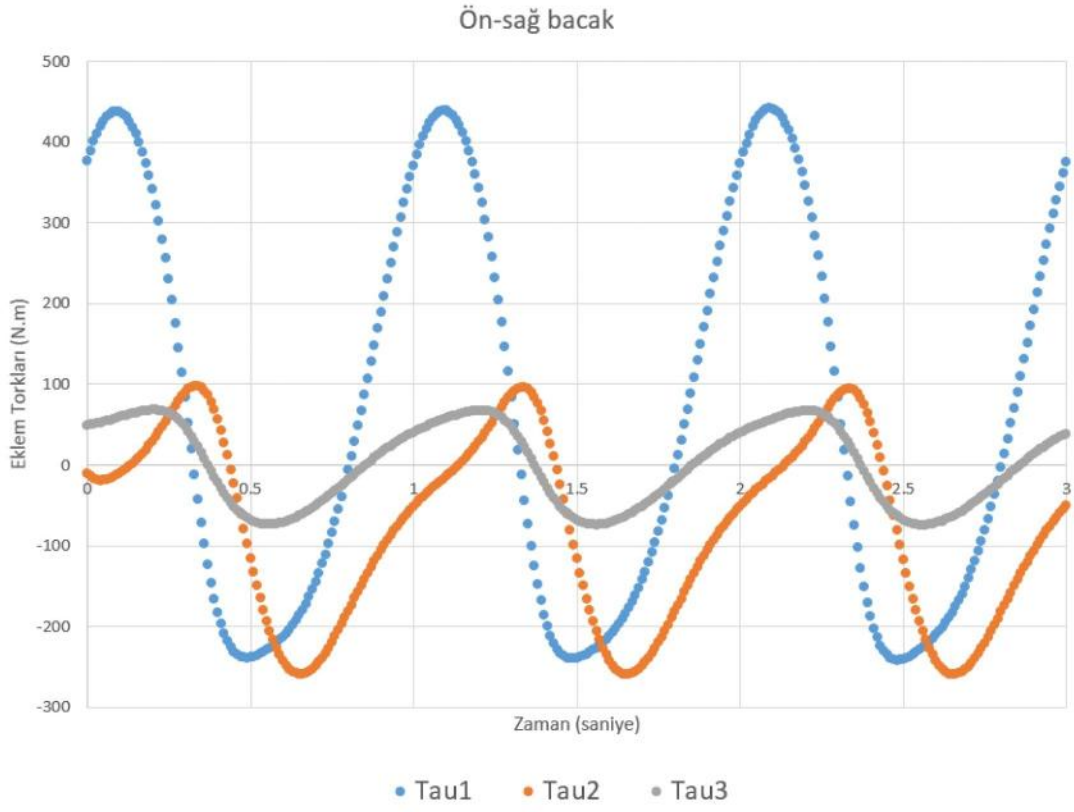
Excele bütün veriler girildikten sonra simülasyon çalıştırıldığında hibrit robotun hareketi Şekil 5.14'teki gibi 3D ortamda simülasyon zamanı boyunca izlenebilir.

Hibrit robot 3 saniye 0,01 örnekleme zamanı ile çalıştırılmıştır. Eklemlere ait torklar Şekil 5.22 – 5.27 arası görülmektedir. Yürüyen robota Şekil 5.21'deki gibi trot yürüme modeli uygulandığı için çapraz ayaklar aynı formda hareket edecektir. Bacakların kinematik ve dinamik parametreleri de bu örnekte aynı girildiği için ön-sağ bacak ile arka-sol bacak, ön-sol bacak ile arka-sağ bacak grafiklerinde alınan sonuçlarda benzerlik görülmektedir.

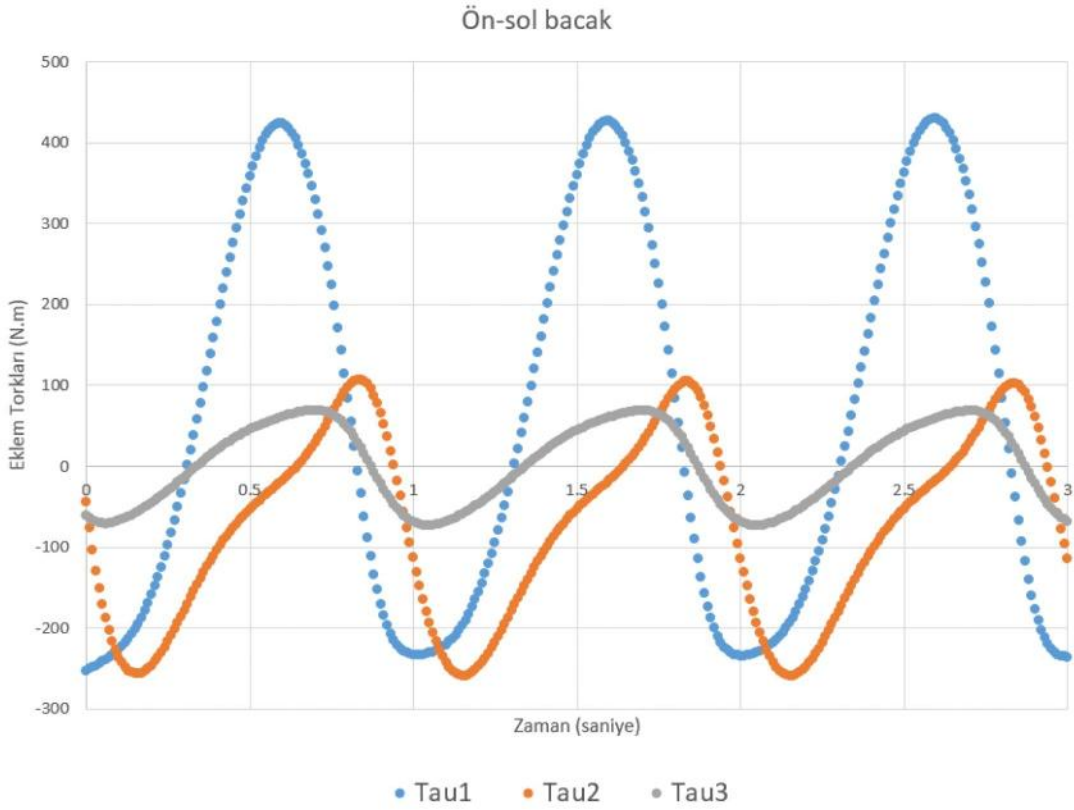
Yürüyen robotun üzerindeki seri robotlarda platforma en yakın 1. eklemdaki tork değeri 2. ekleme göre daha az çıkmıştır. Bu 1. eklemin yukarı doğru z doğrultusunda ve 2. eklemin y doğrultusunda olmasından kaynaklanır. Z doğrultusunda sisteme etki eden tork az olduğu için ikinci eklemdaki tork değeri yüksek çıkmıştır.



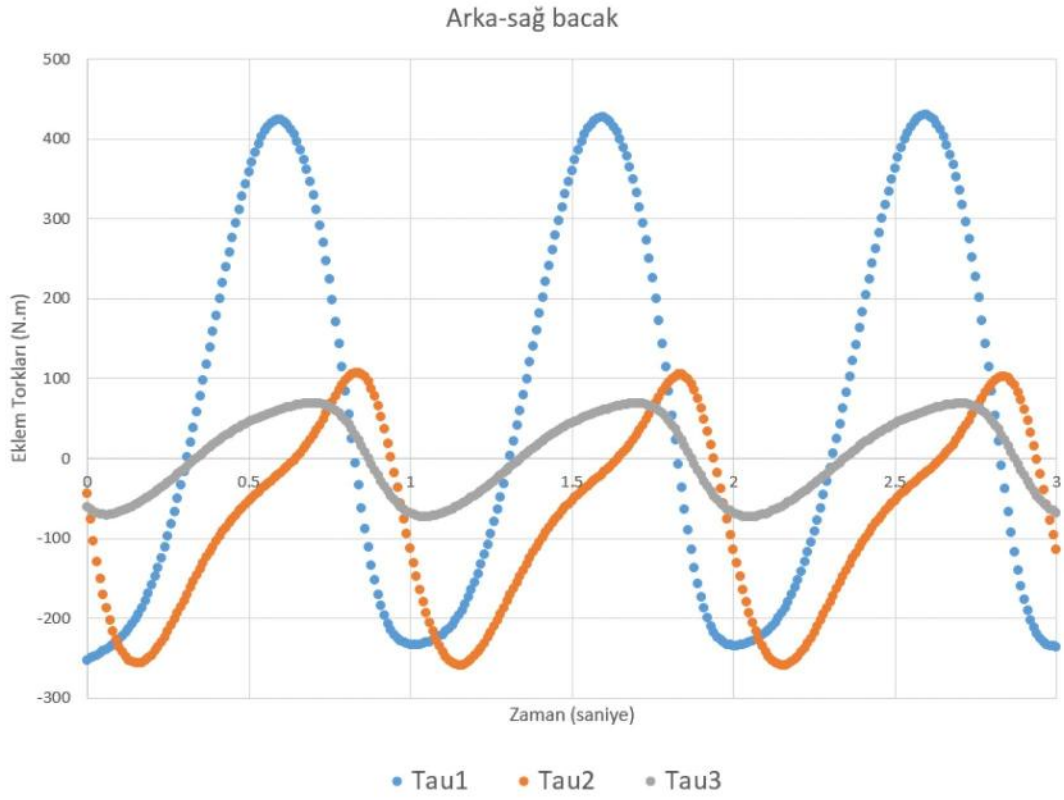
Şekil 5.21. Hibrit robotta yürüme için kullanılan bacaklara verilen tırıs yürüme profili



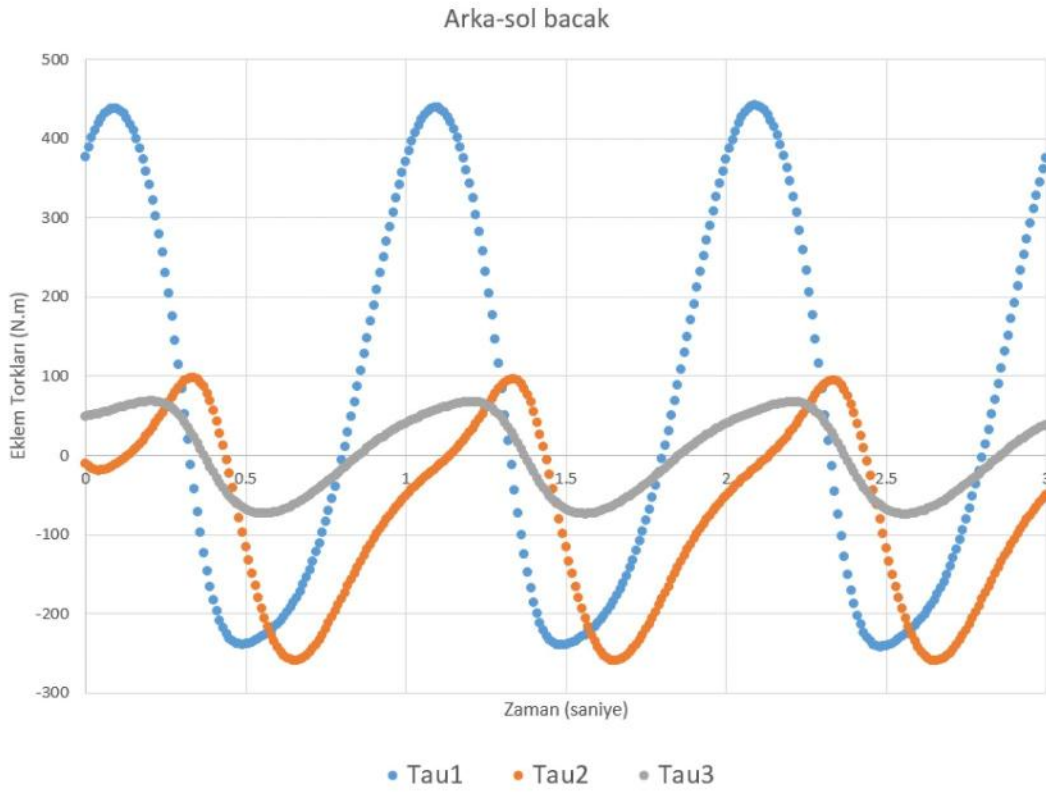
Şekil 5.22. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sağ bacak eklem torkları



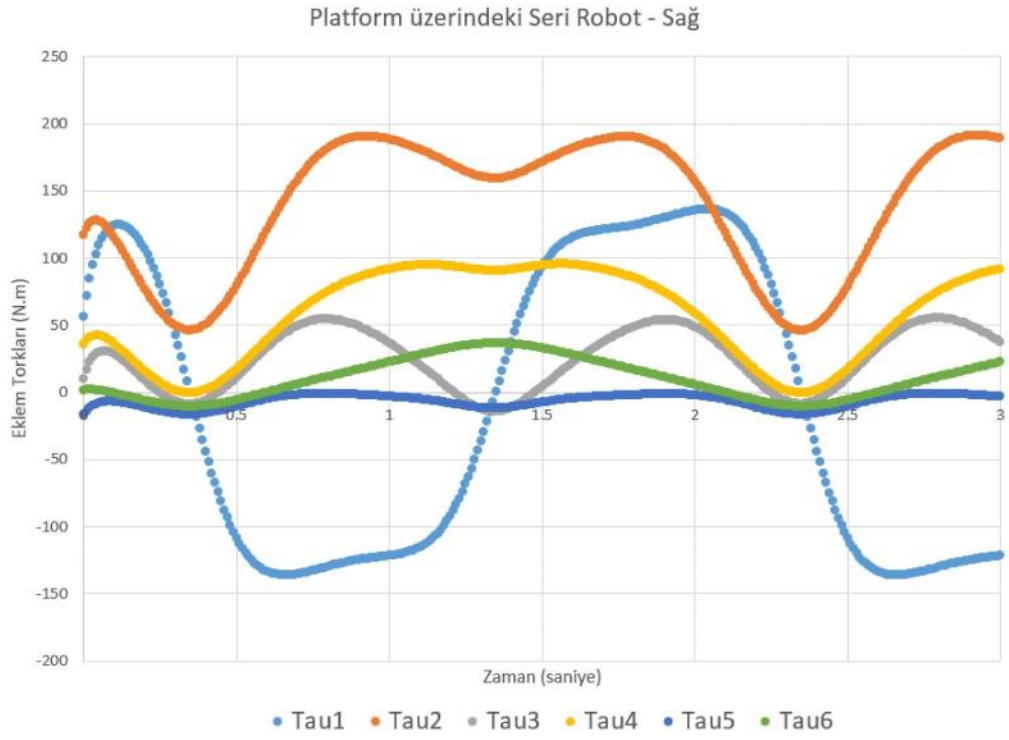
Şekil 5.23. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sol bacak eklem torkları



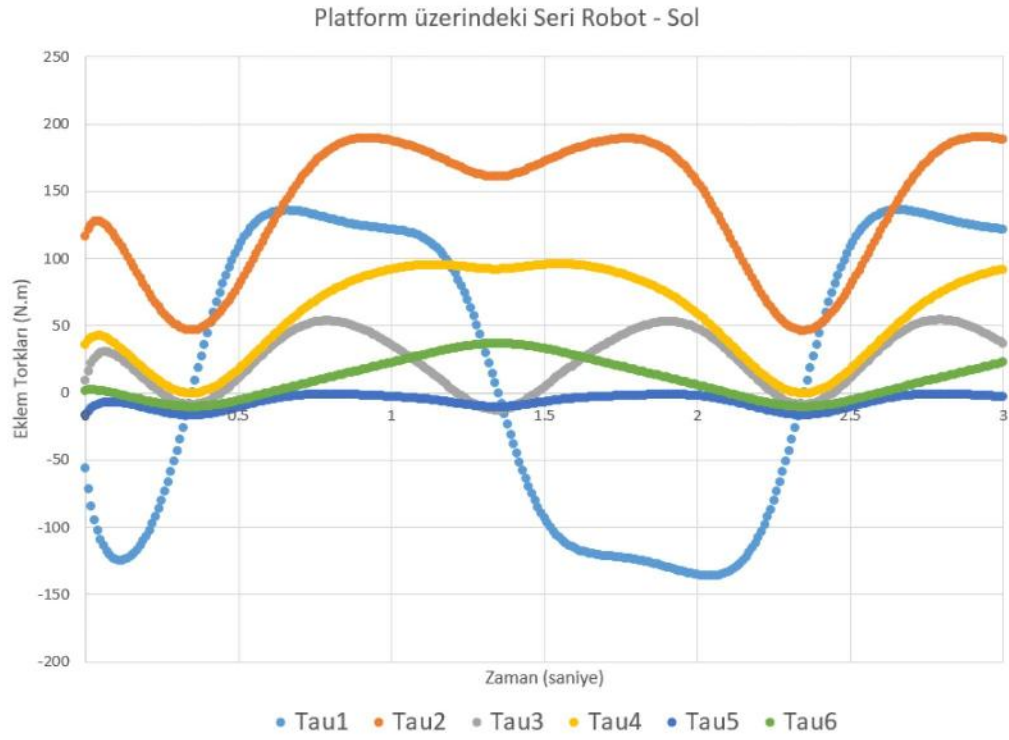
Şekil 5.24. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sağ bacak eklem torkları



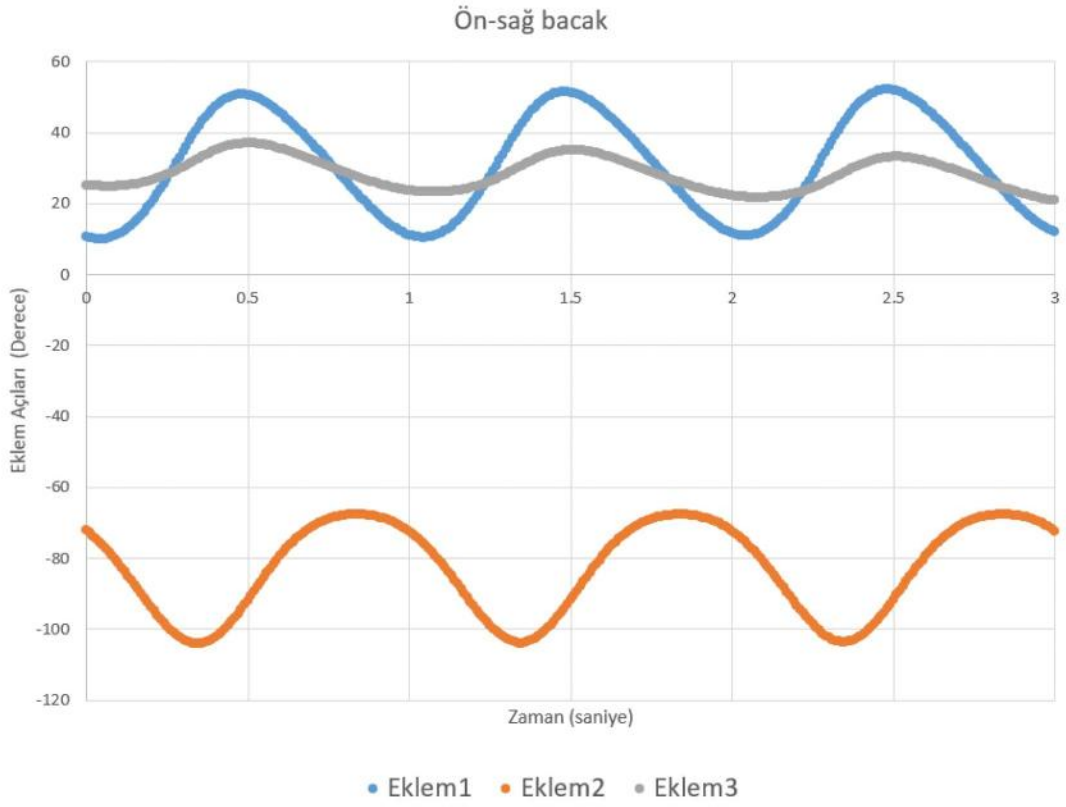
Şekil 5.25. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sol bacak eklem torkları



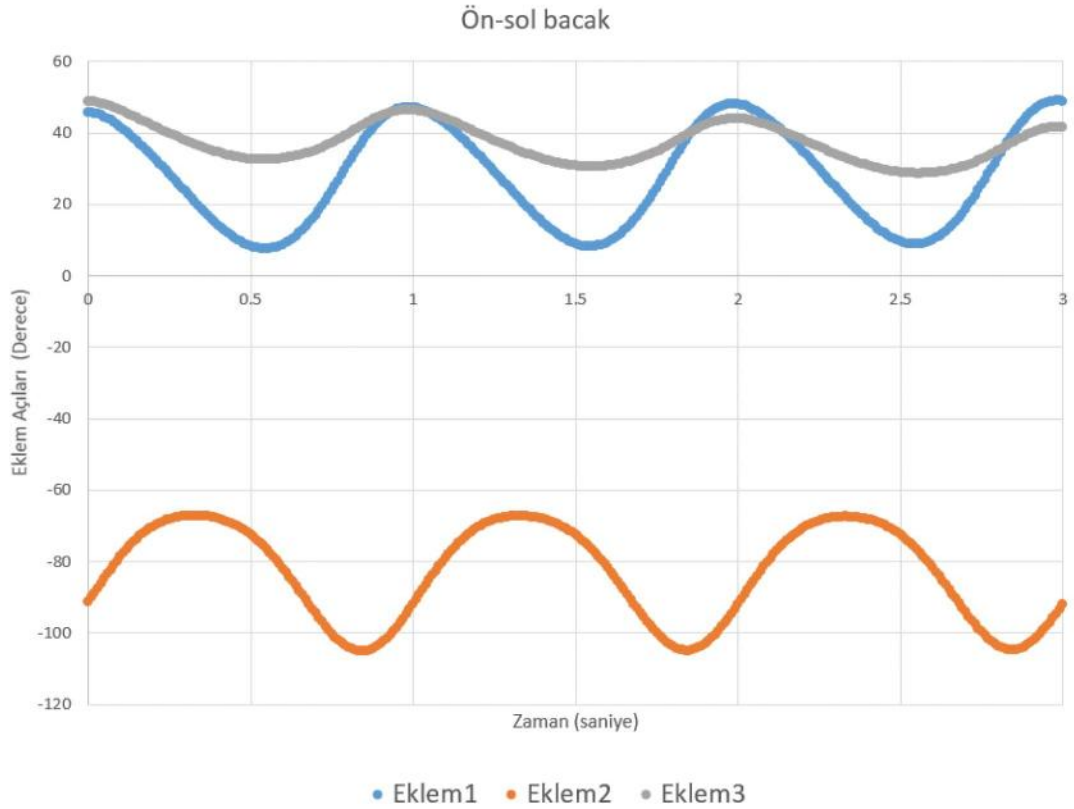
Şekil 5.26. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sağ seri robot kol eklem torkları



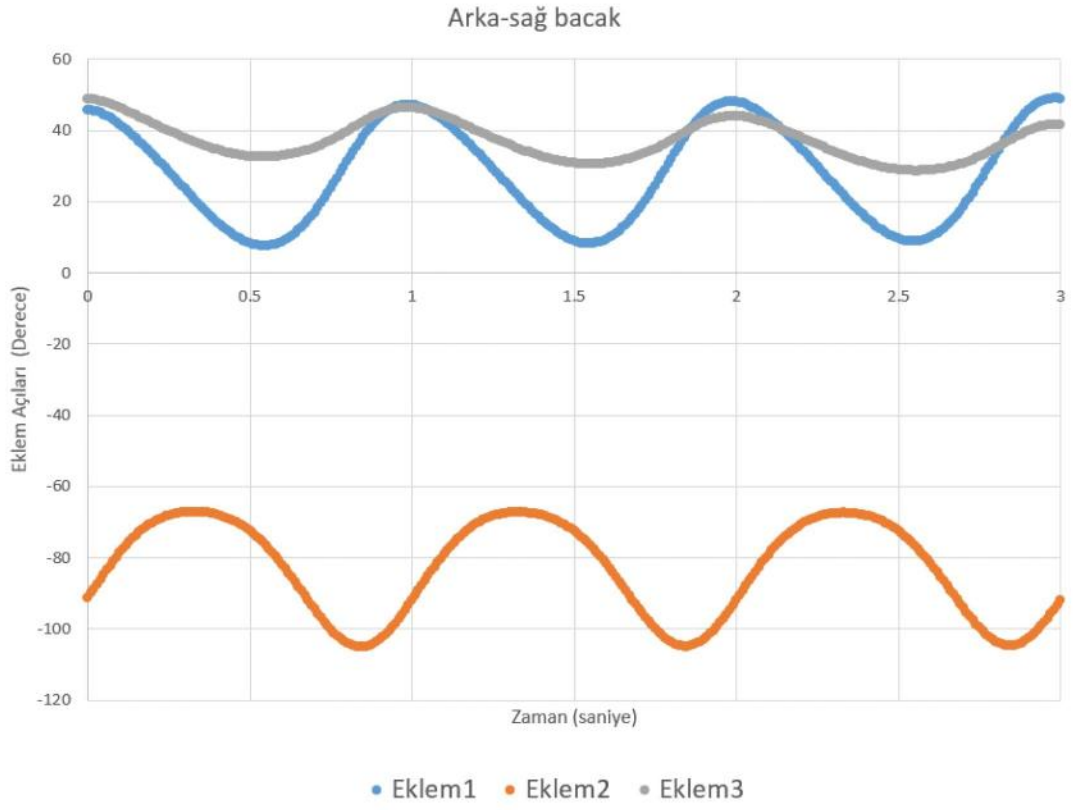
Şekil 5.27. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sol seri robot kol eklem torkları



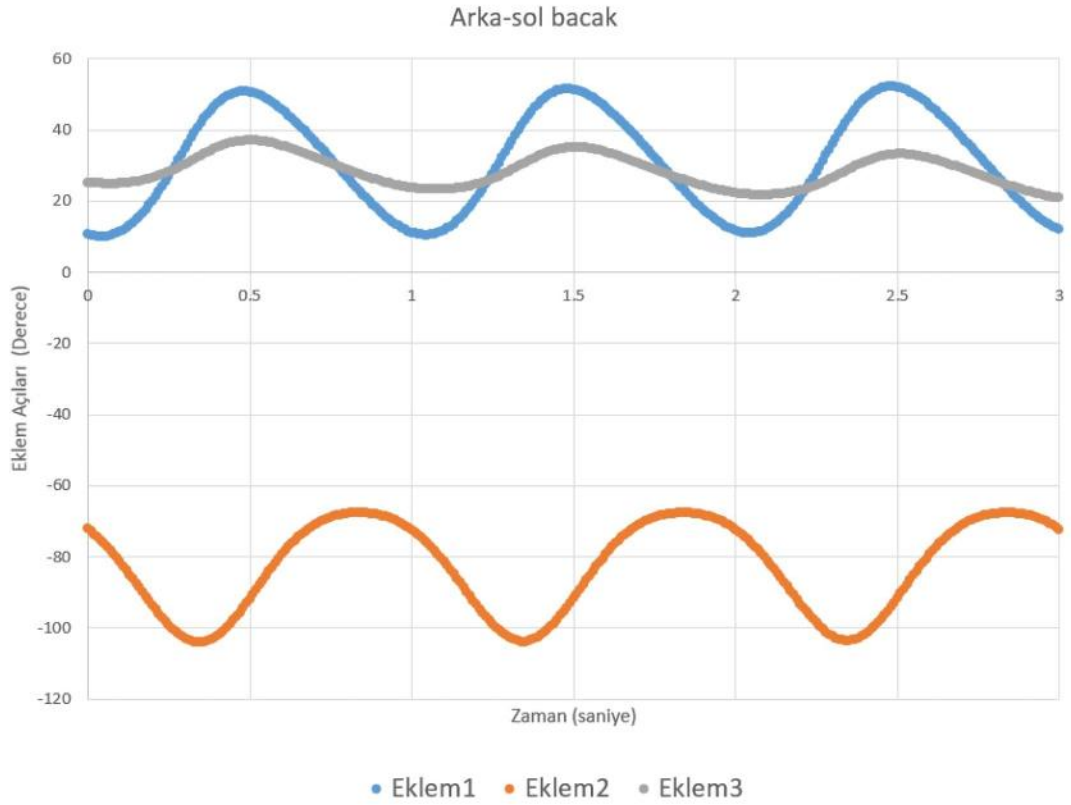
Şekil 5.28. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sağ bacak eklem açıları



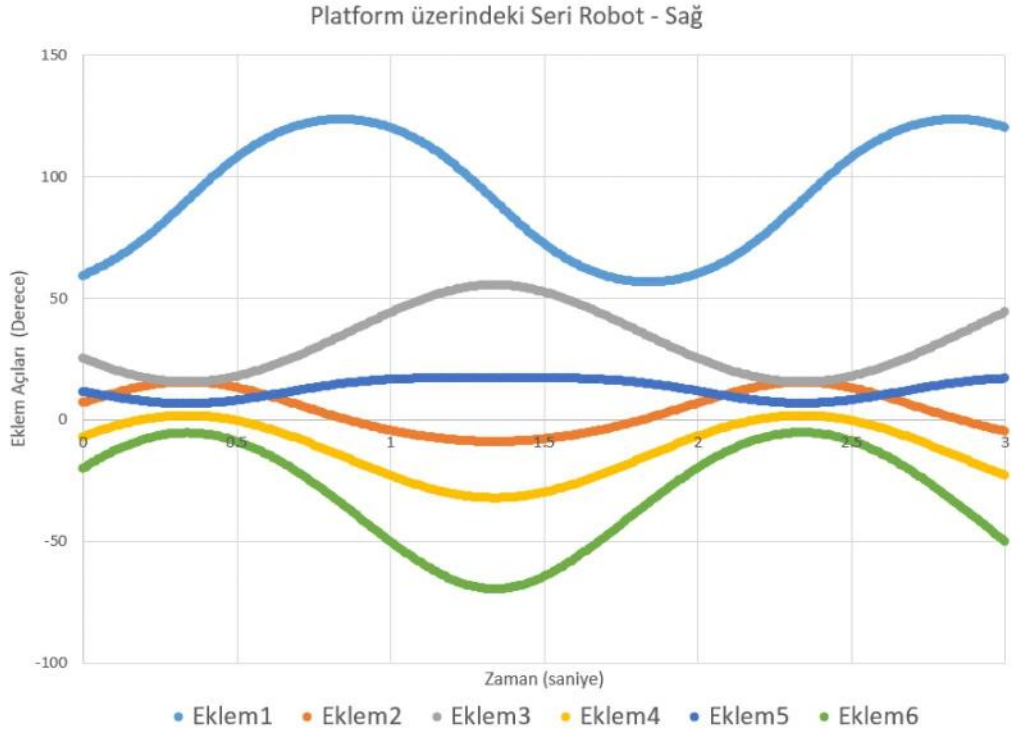
Şekil 5.29. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sol bacak eklem açıları



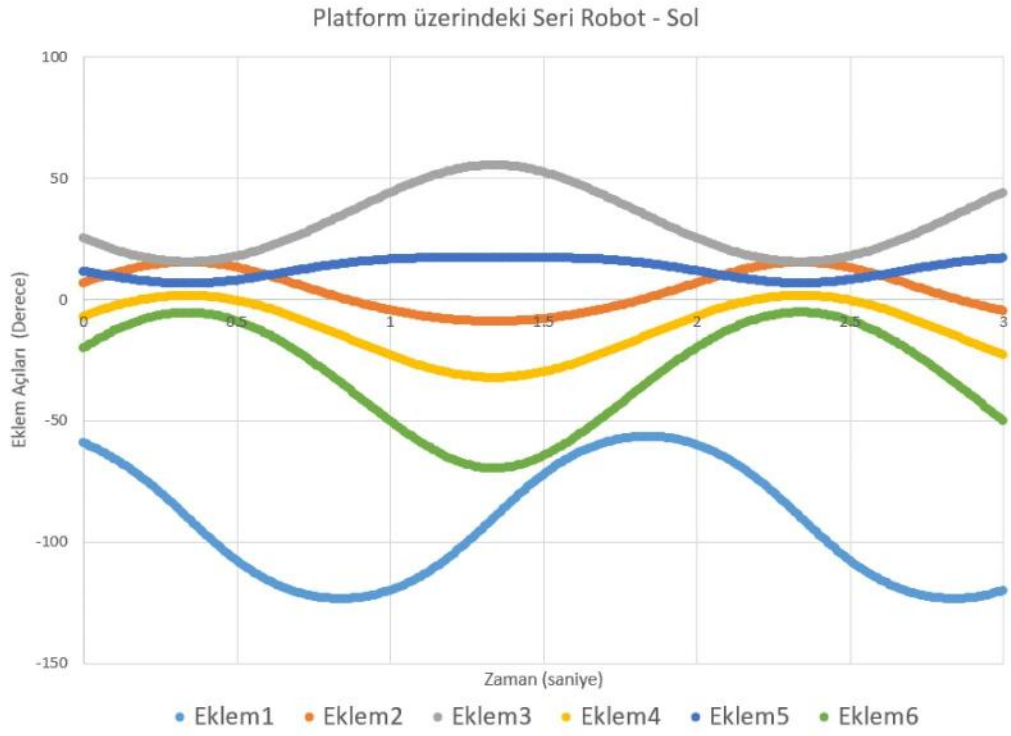
Şekil 5.30. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sağ bacak eklem açıları



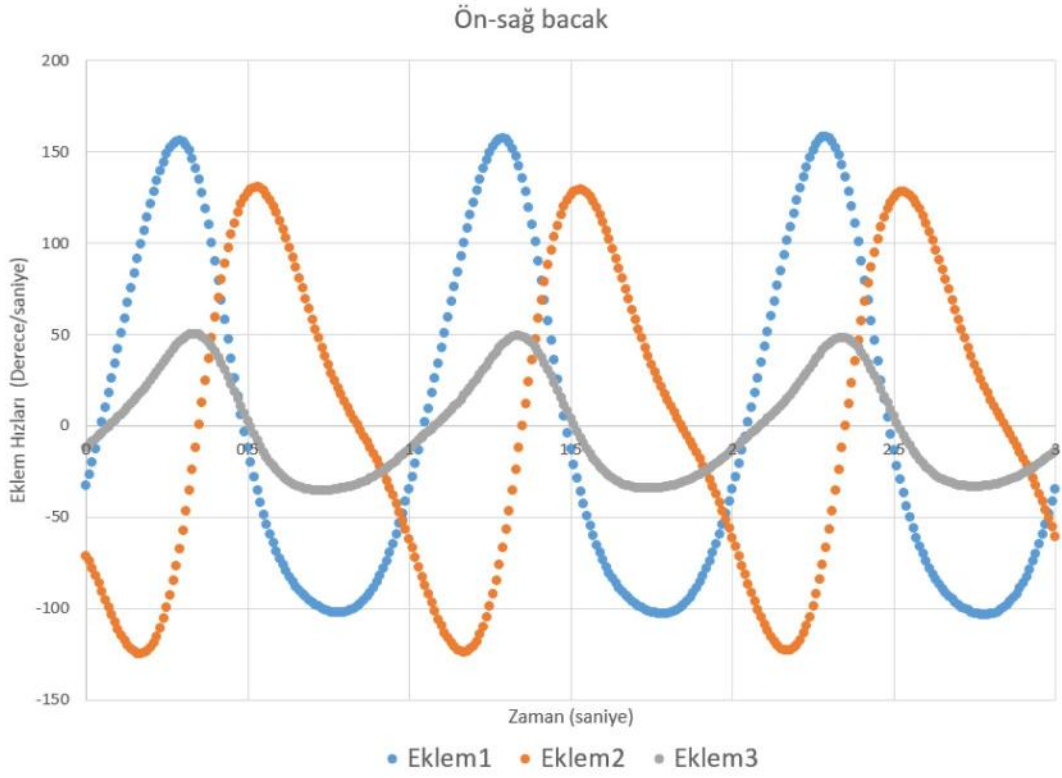
Şekil 5.31. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sol bacak eklem açıları



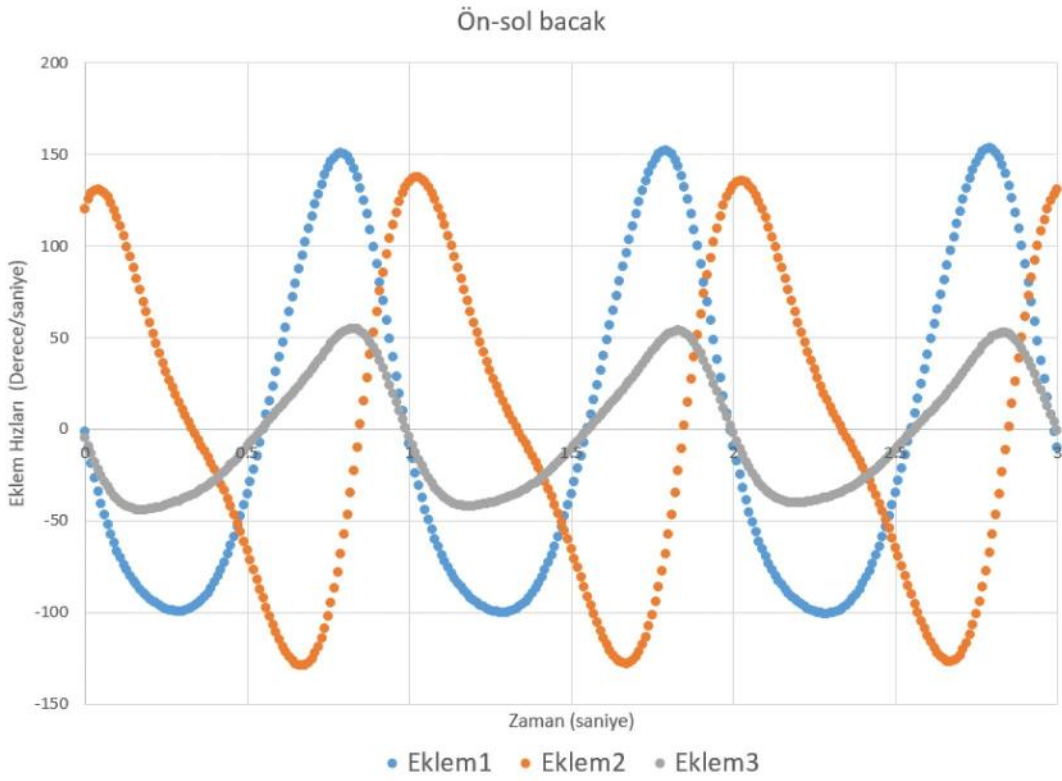
Şekil 5.32. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sağ seri robot kol eklem açıları



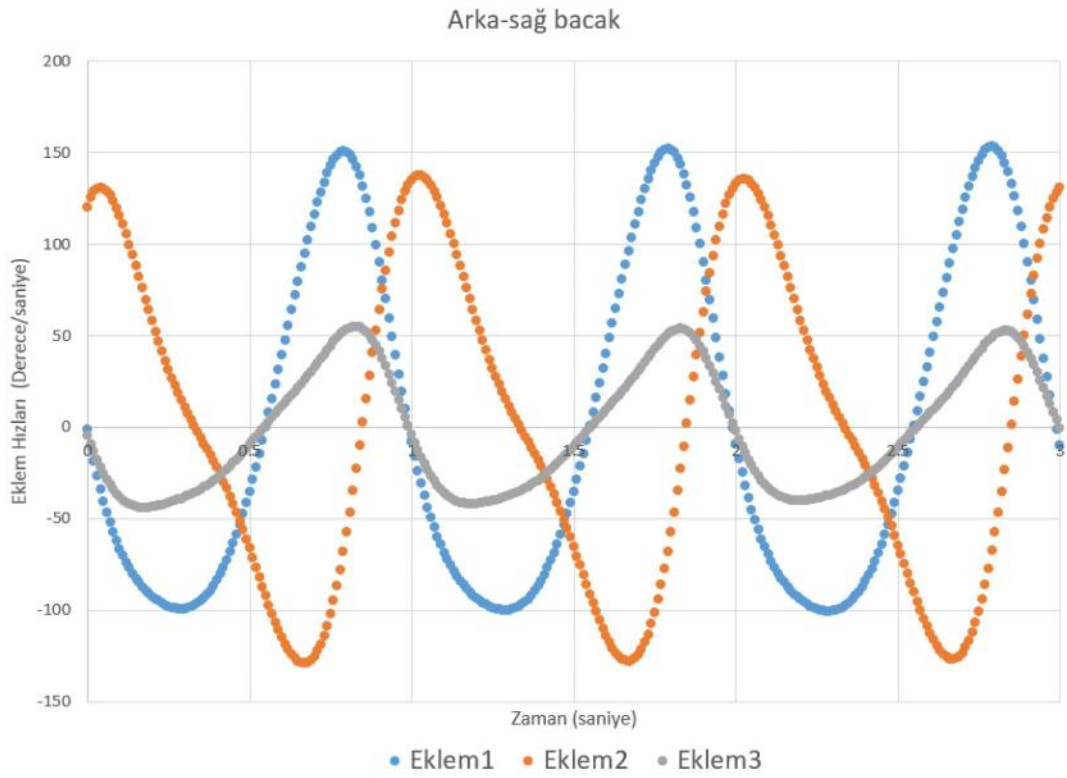
Şekil 5.33. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sol seri robot kol eklem açıları



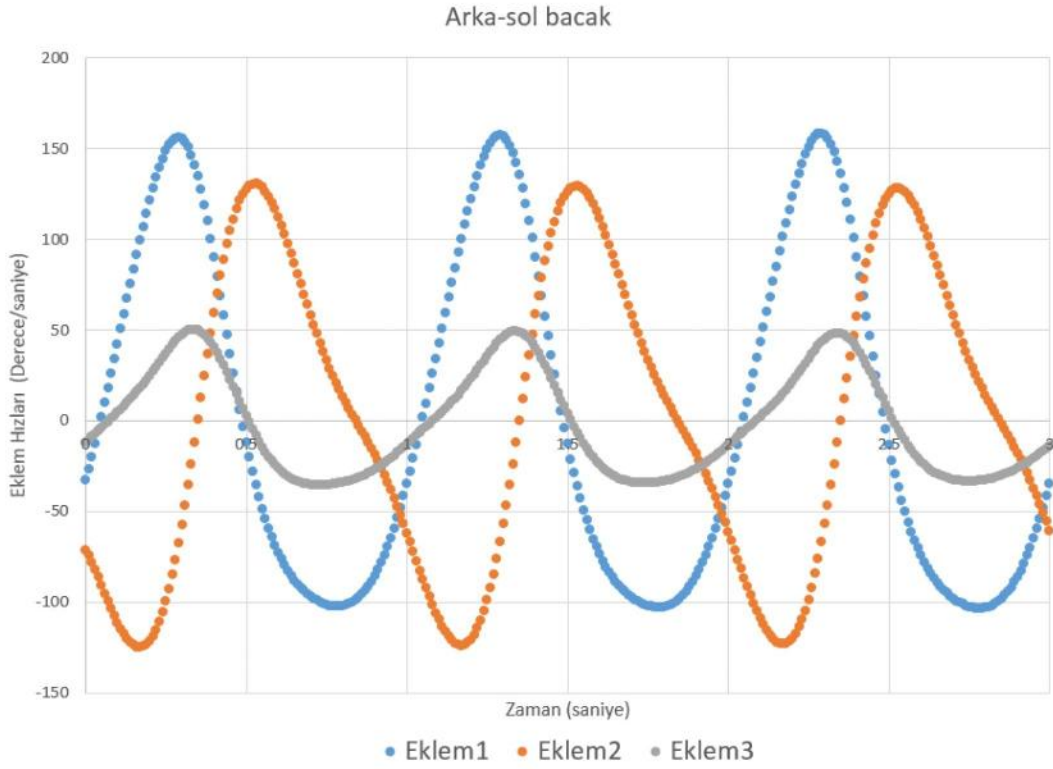
Şekil 5.34. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sağ bacak eklem hızları



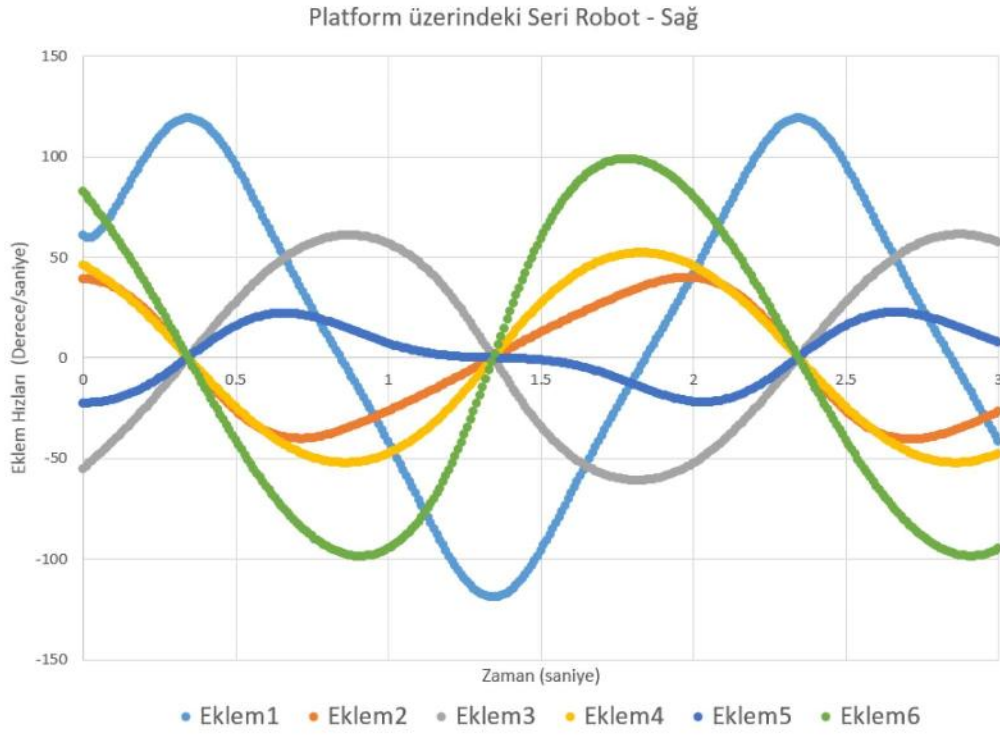
Şekil 5.35. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sol bacak eklem hızları



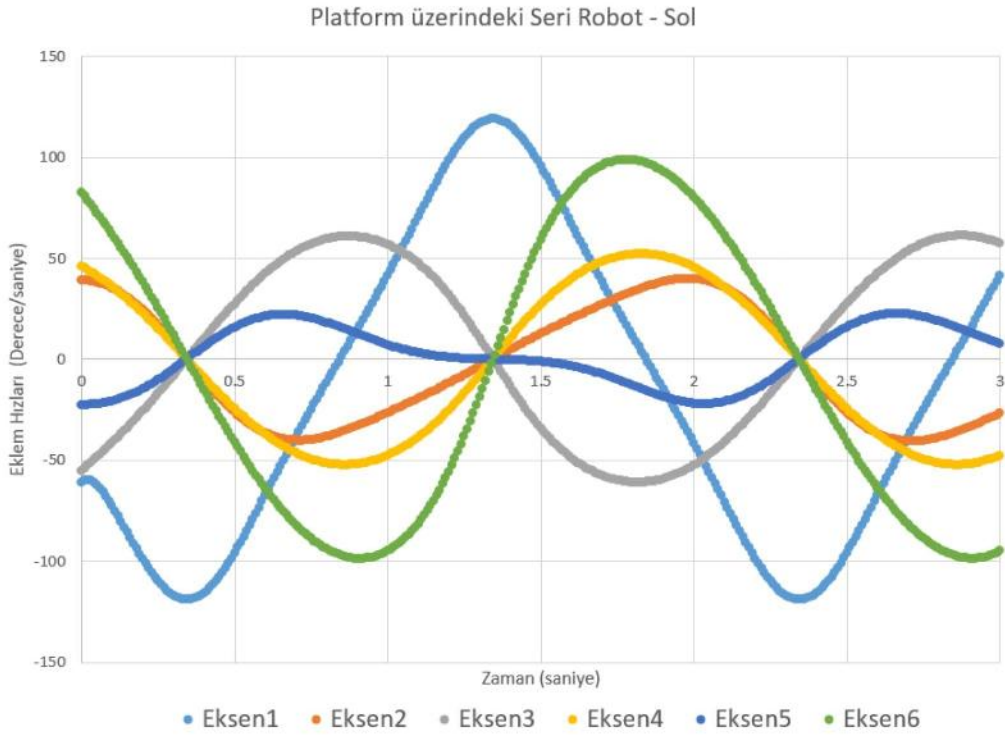
Şekil 5.36. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sağ bacak eklem hızları



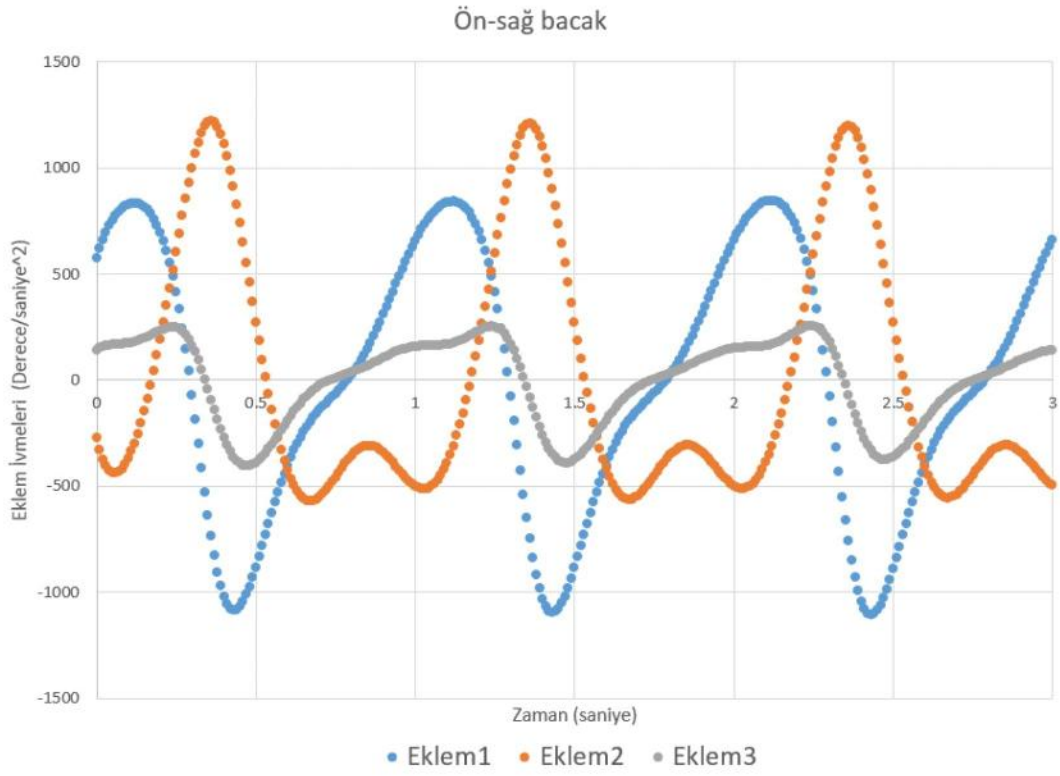
Şekil 5.37. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sol bacak eklem hızları



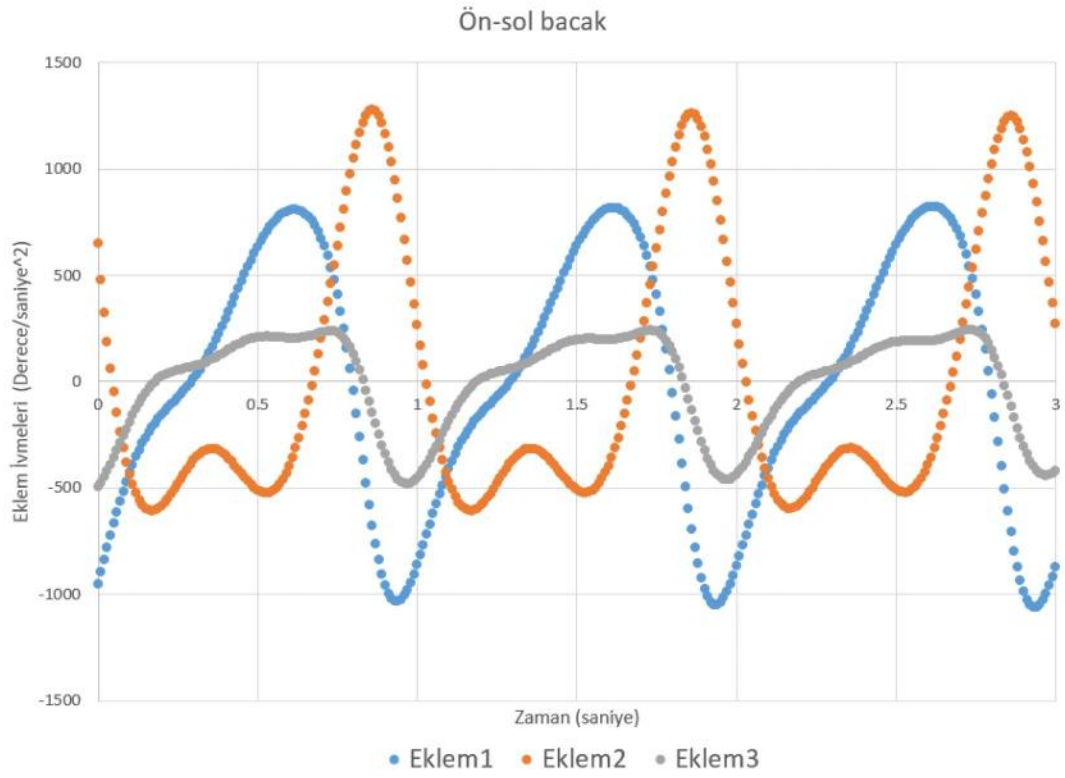
Şekil 5.38. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sağ seri robot kol eklem hızları



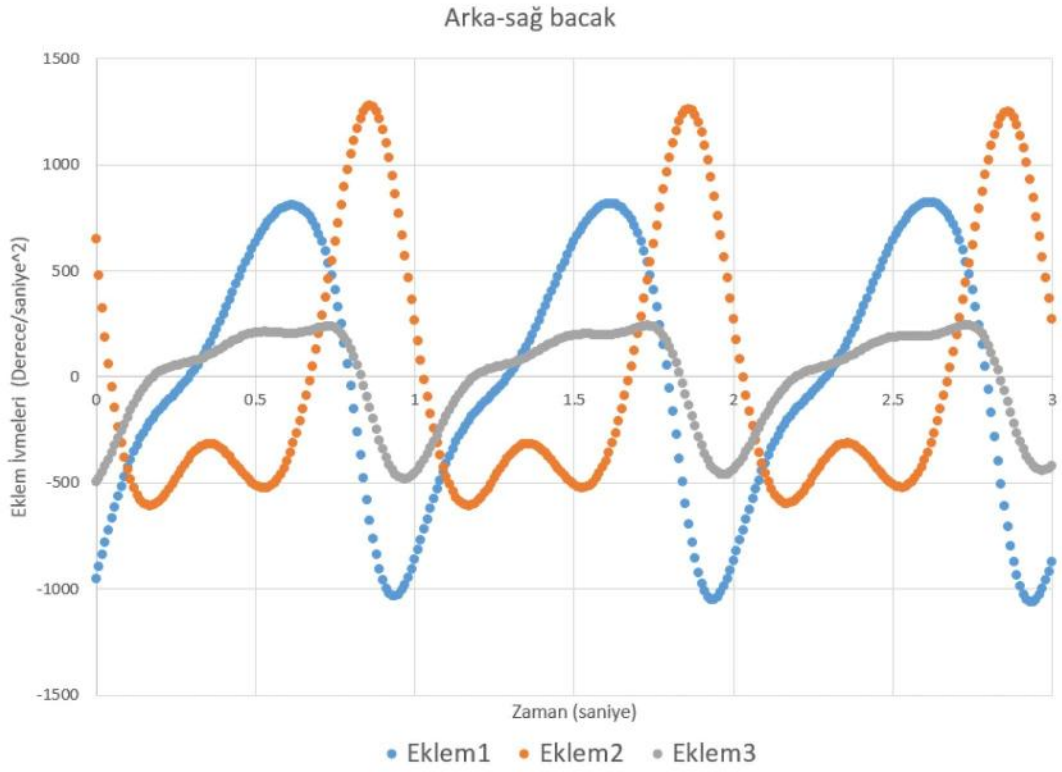
Şekil 5.39. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sol seri robot kol eklem hızları



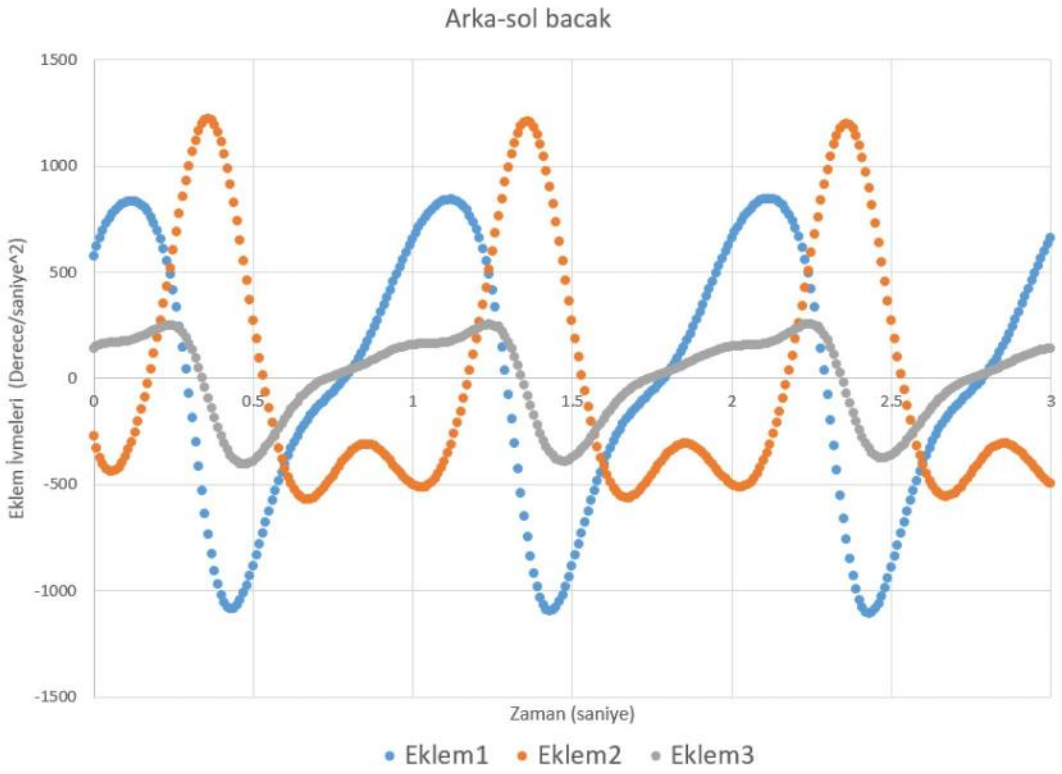
Şekil 5.40. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sağ bacak eklem ivmeleri



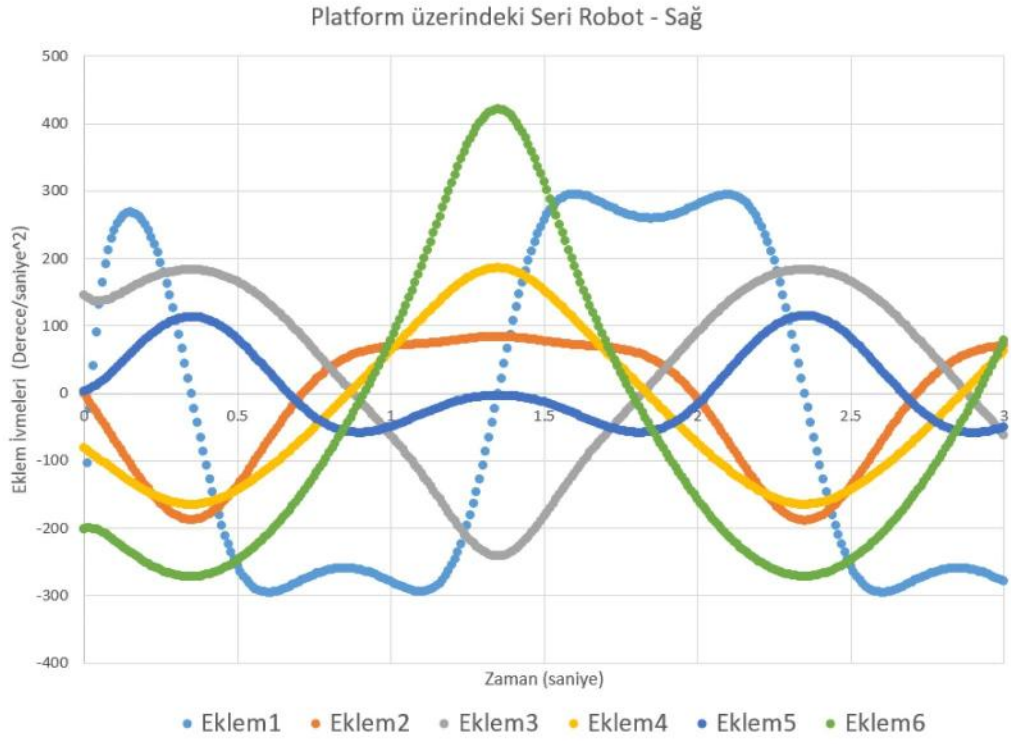
Şekil 5.41. Hibrit robotta yürüme için kullanılan ön-sol bacak eklem ivmeleri



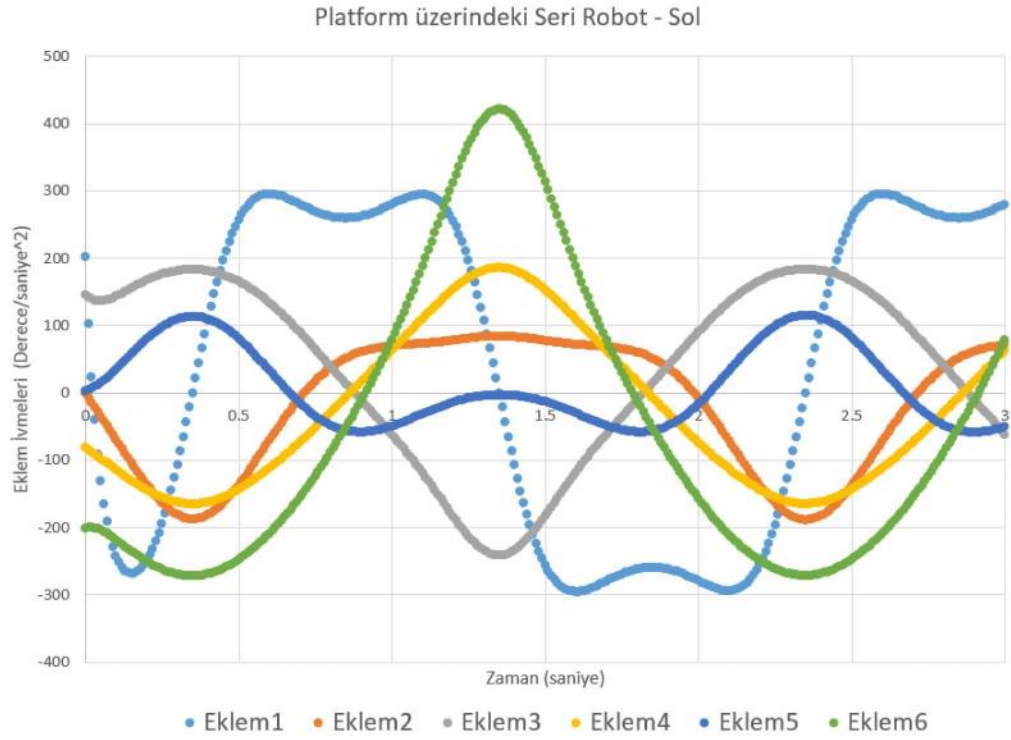
Şekil 5.42. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sağ bacak eklem ivmeleri



Şekil 5.43. Hibrit robotta yürüme için kullanılan arka-sol bacak eklem ivmeleri



Şekil 5.44. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sağ seri robot kol eklem ivmeleri



Şekil 5.45. Hibrit robotta hareketli platform üzerinde sol seri robot kol eklem ivmeleri

Yukarıdaki şekillere (Şekil 5.28 – 5.45) bakıldığında hibrit robotun yürüme için kullanılan bacaklarında çapraz ayaklardaki eklem açısı, hız ve ivme profilleri uygulanan trot yürüme modelinden dolayı aynı olduğu görülmektedir.

Özetle, literatürdeki birçok robotik araç kutusu ile yapılamayacak, bazıları ile bir kısım kısıtlı analizler yaparken dahi modellenmesinde uzun saatler harcanacak bir hibrit robotik sistemin analizi ARAT ile sadece Şekil 5.13-20 arasında gösterilen excel tablolarındaki bilgiler doldurularak yapılabilmektedir. Burada araç kutusundan alınabilen eklem değişkenleri gösterilmiştir. Aynı şekilde uzuv parametreleri de grafik olarak alınabilmekte ve bu çıktılar excel dosyasına kaydedilebilmektedir.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

İleri Robotik Analiz araç kutusu (ARAT), çok gövdeli, yüksek serbestlik dereceli robotik sistemlerin kinematik ve dinamik modellenmesi ve analizi için geliştirilmiştir. Bu araç kutusu eğitim ve araştırma amacıyla yaygın olarak kullanılabilir. Literatürde bulunan diğer robotik analiz araç kutularına göre birçok üstünlüğe sahiptir. Klasik yöntemde DH tablosu oluşturmak için manipülatörde her uzva, yapısına ve eklem yöneline göre eksen yerleştirilmesi gerekirken SOA tabanlı ARAT, manipülatör yapılandırmasında serbest bir eksen seti kullandığı için modellemede kullanıcıya kolaylık sağlar. İstenen robotu hızlıca ve kolay bir şekilde oluşturmanın ve görüntülemenin yanı sıra, daha önceden tanımlanmış, .mat veya excel dosyası olarak kaydedilmiş robotları da kullanmak mümkündür. Bu sayede, öğrencilerin ve araştırmacıların kolaylıkla yeni ve özgün bir robotik sistem oluşturabilmesine ve bunu analiz edebilmesine imkân sağlanmış olur. Kullanıcı arayüzünün basit yapısı sayesinde robotik ve programlama temeli olmayan kullanıcılar da rahatlıkla araç kutusunu kullanabilir. İleri kinematik, ters kinematik, ters dinamik, Jakobiyen matrisi, tekillik, çalışma uzayı analizi ve yörünge planlaması yapılabilir.

Endüstride sıklıkla kullanılan seri robotların analizi yapılabildiği gibi yüksek artıklık barındıran sistemlerin de analizi kolaylıkla yapılabilir. Literatürdeki araç kutularına göre diğer bir üstünlüğü sabit platform üzerindeki robotik sistemlerin analizine ek olarak hareketli platform üzerindeki sistemlerin analizinin de yapılabilmesidir. Bu sayede günümüzde pek çok uygulaması yapılan birçok tekerlekli ve ayaklı robotik sistem üzerindeki robotların analizi ARAT ile gerçekleştirilebilir. Hibrit eklem yapılarında (silindirik, küresel, üniversal gibi) da kolaylıkla modelleme ve analiz yapmaya imkân sağlar.

Çoklu robotik sistemlerin, birlikte çalışan ve hibrit robotların modellenmesi ve analizi yüksek performanslı SOA algoritması sayesinde hızlı bir şekilde gerçekleştirilebilir. Üçüncü bölümde detaylı bir şekilde anlatılan Jakobiyen matrisin türevinin elde edilmesinde ve kütle matrisinin tersinin alınmasında SOA'nın sağladığı avantaj ile yüksek performanslı bir hesaplama yapılabilir. Literatürdeki yapılan diğer çalışmalara oranla yapılan analizlerden çok daha fazla grafik çıktı elde edilebilir. Elde edilen çıktılar yine .mat veya excel dosyası olarak kaydedilebilir.

ARAT üzerine yapılan çalışmalara devam edilerek araç kutusunun internet üzerinden kullanıcılara paylaşımına hazır hale getirilmesi planlanmaktadır. SOA ile esnek (flexible) sistemlerin analizi üzerine yapılmış çalışmalar bulunmaktadır. Bu doğrultuda yapılan çalışmalar geliştirilerek ARAT'a esnek robotların analizi eklentisi yapılabilir. Bunun dışında holonomik olmayan sistemlerde (tekerlekli sistemler gibi) analiz geliştirilebilir. Buradan akış modellemesi eklenerek uçan ve yüzen robotik sistemlerin modellenmesine geçilebilir. Görşelliğın daha da iyileştirilmesi adına 3D CAD dosyaları da analiz ve görüntüleme için içe aktarılabilir. Hali hazırda 2-3 serbestlik derecesinde hesaplanabilen sembolik denklemler özyinelemeli olarak bütün sistem için hesaplanabilir hale getirilebilir. Engelden sakınma, maksimum beceri katsayısı ile hareket etme, tekil noktalardan kaçınma, eklemlerde minimum enerji ile hareket etmek için yörünge problemleri üzerinde çalışılabilir. Araç kutusunun gerçek zamanlı olarak çalışması sağlanabilir. Robot sistemi ve çevresine sensör üniteleri eklenerek, çarpışma algılama ve kuvvet geri besleme algoritmaları gerçek zamanlı olarak geliştirilmesi üzerinde çalışılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Korkutata Y., Toprak Z. F., El-Cezerî ile ilgili yapılan çalışmaların değerlendirilmesi, *DÜMF Mühendislik Dergisi*, 2013, **4**(1), 37-49.
- [2] Cirak B., Yörük A., Mekatronik biliminin öncüsü İsmail El-Cezeri, *Siirt Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 2016, **4**, 175-194.
- [3] Roberts A., The history of science fiction, *Basingstoke: Palgrave Macmillan*, 2016.
- [4] He B., Wang S., Liu Y., Underactuated robotics: a review, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2019, **16**(4), 1-29.
- [5] Grübler M., Getriebelehre. *Springer-Verlag*, Berlin, 1917.
- [6] Taghirad H. D., Parallel robots: mechanics and control, *CRC press*, 2013.
- [7] Bruyninckx H., Khatib O., Gauss' principle and the dynamics of redundant and constrained manipulators, *In Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation IEEE*, April 2000, **3**, 2563-2568.
- [8] Prattichizzo D., Bicchi A., Specifying consistent control goals for kinematically defective manipulation systems, *In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Minneapolis, MN, USA, 1996, 3532–3537.
- [9] Belta C., Kumar V., Abstraction and control for groups of fully-actuated planar robots, *In 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, September, 2003, **2**, 2498-2503.
- [10] Scherm N, Heimann B., Dynamics and control of underactuated manipulation systems, A discrete-time approach. *Robotics and Autonomous Systems*, 2000, **30**(3), 237-248.
- [11] Aeberhard M, Michellod Y, Mullhaupt P, Terrier A, Pioletti DP, Gillet D., Dynamical biomechanical model of the shoulder: Null space based optimization of the overactuated system, *In 2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, February 22, 2009, 67-73.
- [12] Rozo L, Jaquier N, Calinon S, Caldwell D. G., Learning manipulability ellipsoids for task compatibility in robot manipulation, *In 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, September 24, 2017, 3183-3189.
- [13] Jain A., Robot and multibody dynamics: analysis and algorithms, *Springer Science & Business Media*, 2010.

- [14] Gezgin E., Ozdemir S., Classification of manipulators of the same origin by virtue of compactness and complexity, *Mechanism and machine theory*, 2011, **46**(10), 1425-1433.
- [15] Corke P. I., A robotics toolbox for MATLAB, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 1996, **3**(1), 24-32.
- [16] Denavit J. and Hartenberg R. S., A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices, *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1955, **22**(2), 215-221.
- [17] Bingul Z., Koseeyaporn P., and Cook G. E., Windows-based robot simulation tools, *7th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV 2002)*, Singapore, 2002, **2**, 1037-1041.
- [18] Khalil W., Creusot D., SYMORO+: a system for the symbolic modelling of robots, *Robotica*, 1997, **15**(2), 153-161.
- [19] Das H., Bao X., Bar-Cohen Y., Bonitz R., Lindemann R. A., Maimone M., Nesnas I., Voorhees C. J., Robot manipulator technologies for planetary exploration, *In Smart Structures and Materials 1999: Smart Structures and Integrated Systems*, June 1999, **3668**, 175-182.
- [20] Žlajpah L., Integrated environment for modelling, simulation and control design for robotic manipulators, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2001, **32**(2), 219-234.
- [21] Robinette M. F., Manseur R., Robot-Draw, an Internet-based visualization tool for robotics education, *IEEE Transactions on Education*, 2001, **44**(1), 29-34.
- [22] Kucuk S., Bingul Z., An off-line robot simulation toolbox, *Computer Applications in Engineering Education*, 2010, **18**(1), 41-52.
- [23] Cakir M., Butun E., An educational tool for 6-DOF industrial robots with quaternion algebra, *Computer Applications in Engineering Education*, 2007, **15**(2), 143-154.
- [24] Toz M., Kucuk S., Dynamics simulation toolbox for industrial robot manipulators, *Computer Applications in Engineering Education*, 2010, **18**(2), 319-330.
- [25] Falconi R., Melchiorri C., Robotcad: An educational tool for robotics, *IFAC Proceedings Volumes*, 2008, **41**(2), 9111-9116.
- [26] Rajeevlochana C. G., Saha S. K., RoboAnalyzer: 3D model based robotic learning software, *In International Conference on Multi Body Dynamics*, February 2011, 3-13.
- [27] Sadanand R., Chittawadigi R. G., Joshi R. P., Saha S. K., Virtual robots module: an effective visualization tool for robotics toolbox, *In Proceedings of the 2015 Conference on Advances in Robotics*, July 2015, 1-6.

- [28] Othayoth R. S., Chittawadigi R. G., Joshi R. P., Saha S. K., Robot kinematics made easy using RoboAnalyzer software, *Computer Applications in Engineering Education*, 2017, **25**(5), 669-680.
- [29] Dean-Leon E., Nair S., Knoll A., User friendly Matlab-toolbox for symbolic robot dynamic modeling used for control design, *In 2012 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, December 2012, 2181-2188.
- [30] Inner B., Kucuk S., A novel kinematic design, analysis and simulation tool for general Stewart platforms, *Simulation*, 2013, **89**(7), 876-897.
- [31] Williams J., Lu Y., Niebe S., Andersen M., Erleben K., Trinkle J. C., RPI-MATLAB-Simulator: A Tool for Efficient Research and Practical Teaching in Multibody Dynamics, *10th Workshop on Virtual Reality Interaction and Physical Simulation (VRIPHYS)*, November 2013, 71-80.
- [32] Gil A., Reinoso O., Marin J. M., Paya L., Ruiz J., Development and deployment of a new robotics toolbox for education, *Computer Applications in Engineering Education*, 2015, **23**(3), 443-454.
- [33] Flanders M., Kavanagh R. C., Build-A-Robot: Using virtual reality to visualize the Denavit–Hartenberg parameters, *Computer Applications in Engineering Education*, 2015, **23**(6), 846-853.
- [34] Todorov E., Erez T., Tassa Y., Mujoco: A physics engine for model-based control, *In 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, October 2012, 5026-5033.
- [35] Shah S. V., Nandihal P. V., Saha S. K., Recursive dynamics simulator (ReDySim): A multibody dynamics solver, *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 2012, **2**(6), 063011.
- [36] González-Palacios M. A., González-Barbosa E. A., Aguilera-Cortés L. A., SnAM: a simulation software on serial manipulators, *Engineering with Computers*, 2013, **29**(1), 87-94.
- [37] Armay R., Hernández-Aceituno J., González E., Acosta L., Teaching kinematics with interactive schematics and 3D models, *Computer Applications in Engineering Education*, 2017, **25**(3), 420-429.
- [38] Ball R. S., A Treatise on the Theory of Screws, *Cambridge University Press*, London, 1998.
- [39] Featherstone R., The calculation of robot dynamics using articulated body inertias, *The International Journal of Robotics Research*, 1983, **2**(1), 13-30.
- [40] Featherstone R., Position and velocity transformations between robot end-effector coordinates and joint angles, *The International Journal of Robotics Research*, 1983, **2**(2), 35-45.

- [41] Armstrong W. W., Recursive Solution to the Equations of Motion of n-link Manipulator, *In Proceedings Fifth World Congress on Theory of Machines and Mechanisms*, 1979, **2**, 1343-1346.
- [42] Rodriguez G., Kalman filtering, smoothing, and recursive robot arm forward and inverse dynamics, *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, **3**(6), 624-639.
- [43] Rodriguez G., Recursive forward dynamics for multiple robot arms moving a common task object, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1989, **5**(4), 510-521.
- [44] Rodriguez G., Random field estimation approach to robot dynamics, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1990, **20**(5), 1081 - 1093.
- [45] Rodriguez G., Spatial operator approach to flexible multibody manipulator inverse and forward dynamics, *In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May 1990, 845-850.
- [46] Rodriguez G., Jain A., Kreutz-Delgado K., A spatial operator algebra for manipulator modelling and control, *The International Journal of Robotics Research*, 1991, **10**(4), 371-381.
- [47] Rodriguez G., Jain A., Kreutz-Delgado K., Spatial operator algebra for multibody system dynamics, *Journal of the Astronautical Sciences*, 1992, **40**(1), 27-50.
- [48] Rodriguez G., Kreutz-Delgado K., Recursive Mass Matrix Factorization and Inversion: An Operator Approach to Open- and Closed-Chain Multibody Dynamics, *Technical Report 88-11*, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, CA, USA, March 1988.
- [49] Kreutz-Delgado K., Jain A., Rodriguez G., Recursive Formulation of Operational Space Control, *The International Journal of Robotics Research*, 1992, **11**(4), 320–328.
- [50] Rodriguez G., Kreutz-Delgado K., Spatial operator factorization and inversion of the manipulator mass matrix, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1992, **8**(1), 65 - 76.
- [51] Rodriguez G., Scheid Jr. R., Recursive inverse kinematics for robot arms via Kalman filtering and Bryson-Frazier smoothing, *In Guidance, Navigation and Control Conference*, August 1987.
- [52] Kreutz-Delgado K., Agahi D., Demers D., Operator approach to recursive Jacobian inversion and pseudoinversion, *In Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, April 1991, 1760-1764.
- [53] Walker M., Orin D., Efficient dynamic computer simulation of robotic mechanisms, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1982, **104**(3), 205–211.

- [54] Anderson K. S., Critchley J. H., Improved order-n performance algorithm for the simulation of constrained multi-rigid-body systems, *Multibody Systems Dynamics*, 2003, **9**(2), 185–212.
- [55] Jain A., Unified formulation of dynamics for serial rigid multibody systems, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1991, **14**(3), 531-542.
- [56] Jain A., Rodriguez G., Diagonalized Lagrangian robot dynamics, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1995, **11**(4), 571-584.
- [57] Jain A., Rodriguez G., Linearization of manipulator dynamics using spatial operators, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1993, **23**(1), 239-248.
- [58] Jain A., Rodriguez G., Base-invariant symmetric dynamics of free-flying manipulators, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1995, **11**(4), 585-597.
- [59] Yeşiloğlu S. M., High Performance Dynamical Modeling of Complex Topology Systems, Doctoral Dissertation, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 2007.
- [60] Yazar M. N., Yesiloglu S. M., Path defined directed graph vector (Pgraph) method for multibody dynamics, *Multibody System Dynamics*, 2018, **43**(3), 209-227.
- [61] Biagiotti L., Melchiorri C., Trajectory planning for automatic machines and robots, *Springer Science & Business Media*, 2008.
- [62] Özakyol H., Karaman C., Bingül Z., Robotics toolbox for kinematic analysis and design of hybrid multibody systems, *IEEE ICAR 2017 - 18th International Conference on Advanced Robotics*, Hong Kong, China, 10-12 July 2017, 401-406.
- [63] Ozakyol H., Karaman C., Bingul Z., Kinematic and Dynamic Analysis and Design Toolbox of High-DOF Hybrid Multibody Systems, *IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Washington DC, USA, 21-23 October 2018, 2558-2563.
- [64] Ozakyol H., Karaman C., Bingul Z., Advanced robotics analysis toolbox for kinematic and dynamic design and analysis of high-DOF redundant serial manipulators, *Computer Applications in Engineering Education*, 2019, **27**(6), 1429-1452.
- [65] Johan Ernest M., Derivation of the Euler-Rodrigues formula for three-dimensional rotations from the general formula for four-dimensional rotations, arXiv preprint math/0701759, 2007.

KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

- [1] **Özakyol H.**, Karaman C., Bingül Z., Robotics toolbox for kinematic analysis and design of hybrid multibody systems, *IEEE ICAR 2017 - 18th International Conference on Advanced Robotics*, Hong Kong, China, 10-12 July 2017, 401-406.
- [2] Ozyalcin K., Akay I. H., Ozturk Y., Mengus B., **Ozakyol H.**, Bingul Z., New Design and Development of Reconfigurable-Hybrid Hexapod Robot, *IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Washington DC, USA, 21-23 October 2018, pp. 2583-2588.
- [3] **Ozakyol H.**, Karaman C., Bingul Z., Kinematic and Dynamic Analysis and Design Toolbox of High-DOF Hybrid Multibody Systems, *IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Washington DC, USA, 21-23 October 2018, pp. 2558-2563.
- [4] **Ozakyol H.**, Karaman C., Bingul Z., Advanced robotics analysis toolbox for kinematic and dynamic design and analysis of high-DOF redundant serial manipulators, *Computer Applications in Engineering Education*, 2019, **27**(6), 1429-1452.
- [5] Güner H. E., **Özakyol H.**, Ertunç H. M., Kinematic Analysis and Design of 3-PUU Parallel Manipulator, *10th International Symposium on Intelligent Manufacturing and Service Systems - IMSS 2019*, Sakarya, Türkiye, 9-11 Eylül 2019, pp. 1412-1419.

ÖZGEÇMİŞ

1987 Kocaeli doğumludur. İlkokul eğitimini Fevzi Çakmak İlköğretim okulunda, lise eğitimini de Kocaeli Anadolu Lisesi'nde tamamlamıştır. 2005 yılında Kocaeli Üniversitesi Mekatronik Mühendisliği bölümünü kazanmıştır. 2008-2009 ders yılında Almanya'da Bochum Uygulamalı Bilimler Üniversitesi'ne Erasmus bursu ile gitmiş ve üniversitenin 3. sınıfını burada tamamlamıştır. 2010 yılında lisans eğitimini tamamlamış ve aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi (İTÜ), Kontrol ve Otomasyon Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başlamıştır. 2012 yılı Şubat ayında Kocaeli Üniversitesi Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda ÖYP araştırma görevlisi olarak göreve başlamıştır. 2012 yılı Haziran ayında yüksek lisansını İTÜ'de tamamlamış ve Kocaeli Üniversitesi Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda doktora eğitimine başlamıştır. Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda görevine devam etmektedir.