

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANA BİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**PSEUDOTENSÖR  $\pi_2$ (1670) MEZONUNUN TERMAL  
ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ**

**ELİF GÜNGÖR**

**KOCAELİ 2021**

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANA BİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**PSEUDOTENSÖR  $\pi_2(1670)$  MEZONUNUN TERMAL**  
**ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ**

**ELİF GÜNGÖR**

Prof. Dr. Elşen VELİ  
Danışman, Kocaeli Üniv.

.....

Doç. Dr. Jale YILMAZKAYA SÜNGÜ  
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.

.....

Dr. Öğr. Üyesi Zerrin KIRCA  
Jüri Üyesi, Uludağ Üniv.

.....

**Tezin Savunulduğu Tarih: 23.06.2021**

## ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Günümüz Yüksek enerji fiziğinde dedektörlerin gelişmesi ile birlikte hadronların özelliklerinin daha iyi anlaşılabilmesi adına pek çok önemli deneysel çalışma gerçekleştirilmiştir. Aynı zamanda bu deneysel çalışmalara katkı sağlayabilmek adına pek çok teorik çalışma da ortaya konmuştur. Bu tezde pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için Termal Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları (TKRDTK) yöntemi kullanılarak kütle ve leptonik bozunma sabiti değerleri teorik olarak incelenmiştir. Günümüzde sonlu sıcaklıklarda gerçekleştirilen pek çok deneysel çalışma olmasına karşın pseudotensör mezonlar için teorik olarak gerçekleştirilen sistematik bir çalışma bulunmamaktadır. Bu nedenle bu tezde gerçekleştirilen çalışma ile pseudotensör mezonun incelenmesinin literatüre katkı sağlaması düşünülmektedir. Elde edilen hesaplamalar neticesinde ulaşılan verilerin doğruluğunu test edebilmek adına literatürdeki mevcut deneysel ve teorik çalışmalar ile sonuçları karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalara göre tezde elde edilen sonuçlar ve mevcut literatür çalışmaları arasında oldukça uyum olduğu görülmüştür. Bu çalışmada incelenen pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için elde edilen ortama bağlı kütle ve leptonik bozunma sabiti grafikleri için kritik sıcaklık değerlerinde meydana gelen değişimlerin KGP fazına geçişin bir işareti olduğu düşünülmektedir.

Yüksek lisans eğitimim ve tezimin tüm aşamaları boyunca bana olan desteğini hiçbir zaman esirgemeyen teşvik edici ve öğretici sözleri ile beni yönlendiren her zaman tüm sorunlarımda sabırla ve samimiyetiyle yardımcı olan çok değerli danışman hocam Prof. Dr. Elşen VELİ' ye (KOÜ) yüksek lisans eğitimimde ve tez sürecinde sorunum olduğunda desteğini ve tavsiyelerini esirgemeyen çok değerli hocam Doç. Dr. Jale YILMAZKAYA SÜNGÜ'ye, bu tezin hazırlanma sürecinde desteğini ve tavsiyelerini esirgemeyen Dr. Arzu TÜRKAN'a (Özyeğin Üniversitesi) bu eğitim sürecinde yardımlarını her zaman hissettiren tüm hocalarıma, yüksek lisans eğitimi süresince birlikte çalışmalar gerçekleştirdiğimiz ve desteğini her zaman hissettiğim çok değerli arkadaşım Hande REİSOĞLU'na, maddi ve manevi her zaman yanımda olan bana destek olan tüm aileme saygı, sevgi ve teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Haziran-2021

Elif GÜNGÖR

## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR .....	i
İÇİNDEKİLER .....	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	iii
TABLolar DİZİNİ .....	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....	v
ÖZET .....	vii
ABSTRACT .....	viii
GİRİŞ .....	1
1. PARÇACIK FİZİĞİNDE STANDART MODEL .....	4
1.1. Kuantum Elektrodinamiği Lagranjiyeni .....	7
1.2. Kuantum Renk Dinamiği Lagranjiyeni .....	9
1.2.1. Kuantum renk dinamiğinde ayar dönüşümleri.....	11
1.2.1.1. Global ayar dönüşümleri.....	12
1.2.1.2. Yerel ayar dönüşümleri.....	12
1.2.2. Asimptotik Özgürlük ve Hapsolme.....	13
2. KRd TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ .....	16
2.1. Wilson Operatör Çarpım Açılımı .....	18
2.2. Kondensatlar .....	20
2.3. Dispersiyon Bağıntısı .....	22
2.4. Borel Dönüşümleri .....	24
3. TERMAL KRd TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE $\pi_2(1670)$ MEZONUNUN TERMAL ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ.....	25
3.1. Termal KRd Toplam Kuralları .....	26
3.2. Termal Korelasyon Fonksiyonu .....	26
4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....	38
KAYNAKLAR .....	40
EKLER .....	45
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER .....	50
ÖZGEÇMİŞ .....	51

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Egzotik Hadron örnekleri .....	6
Şekil 1.2. Farklı mesafeler için $\alpha_s$ ' nin değerleri .....	14
Şekil 3.1. $T = 0$ sıcaklıkta $\pi_2(1670)$ mezonunun kütesinin $M^2$ 'ye göre değişimi.....	33
Şekil 3.2. $\pi_2(1670)$ mezonu için kütenin sıcaklığa bağlı değişimi.....	35
Şekil 3.3. $\pi_2(1670)$ mezonu için leptonik bozunma sabitinin sıcaklığa bağlı değişimi.....	36
Şekil 3.4. $T = 0$ sıcaklıkta $\pi_2(1670)$ mezonu için üç boyutlu kütle grafiği.....	36
Şekil 3.5. $\pi_2(1670)$ mezonu için sıcaklığa bağlı kütenin vakumdaki kütleyle oranının üç boyutlu gösterimi.....	37

## TABLULAR DİZİNİ

Tablo 1.1. Kuark çeşitleri ve özellikleri.....	5
Tablo 1.2. Lepton çeşitleri ve özellikleri .....	5
Tablo 2.1. Mezonlara karşılık gelen olası akım ifadeleri.....	18
Tablo 2.2. Operatör boyutları.....	19
Tablo 3.1. Pseudotensör $\pi_2(1670)$ mezonu için PDG verileri .....	25
Tablo 3.2. Hesaplamalarda kullanılan giriş parametre değerleri .....	32
Tablo 3.3. $T = 0$ Sıcaklıkta pseudotensör mezon $\pi_2(1670)$ için kütle ve leptonik bozunma sabiti değerleri .....	34



## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$a, b$	: Renk indisleri
$A_\mu^a$	: Gluon alanı
$C_n(x^2)$	: Wilson katsayıları
$d$	: Operatörün boyutu
$D_\mu$	: Kovaryant türev
$f$	: Leptonik bozunma sabiti
$f^{abc}$	: $SU(3)$ grubunun yapı sabiti
$f_{\pi_2}$	: $\pi_2$ mezonunun leptonik bozunum sabiti
$g$	: Güçlü etkileşim sabiti
$G_{\mu\nu}^a$	: Abelyen olmayan gluonik alan şiddet tensörü
$\langle G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \rangle$	: Gluon kondensatları
$H$	: Hamilton operatörü
$J(x)$	: Ara kesit akımı (Dirac-gamma matrisleri ve kuark alanları ile oluşturulan akım)
$L_{KRD}$	: Kuantum Renk Dinamiği lagranjyeni
$m$	: Parçacık kütlesi
$M$	: Borel parametresi
$m_{\pi_2}$	: $\pi_2$ mezonunun kütlesi
$N_f$	: Çeşni sayısı
$O_n$	: Tam sistem oluşturan operatörler kümesi
$p, q, k$	: 4 boyutlu momentum
$S(k)$	: Termal kuark propagatörü
$s_0$	: Sıfır sıcaklıktaki süreklilik eşiği
$s_0(T)$	: Süreklilik eşiğinin sıcaklığa bağlılığı
$\Upsilon$	: Zaman sıralama operatörü
$T$	: Sıcaklık
$T_c$	: Kritik sıcaklık
$u_\mu$	: Dört boyutlu hız vektörü
$\Pi(q^2)$	: Korelasyon fonksiyonu
$\alpha_s$	: KRD için etkileşme sabiti
$\gamma_\mu$	: $4 \times 4$ şeklinde verilen Dirac matrisleri
$\delta$	: Dirac delta fonksiyonu
$\varepsilon_{\mu\nu}^\lambda$	: Tensör mezonlar için polarizasyon durumları
$\theta(x)$	: Basamak fonksiyonu

$\theta_{\mu\nu}^f$	: Enerji-momentum tensörünün fermiyonik kısmı
$\theta_{\sigma\lambda}^g$	: Enerji-momentum tensörünün gluonik kısmı
$\lambda^a$	: $3 \times 3$ şeklindeki Gell-Mann matrisleri
$\mu$	: Momentum transferi
$\rho(s)$	: Spektral yoğunluk
$\rho_0(s)$	: Sıfır sıcaklıkta spektral yoğunluk
$\psi$	: Kuark alanı
$\bar{\psi}$	: Antikuark alanı
$\langle \bar{\psi}\psi \rangle$	: Kuark kondensatı
$\omega(x)$	: Dönüşüm fonksiyonu
$ 0\rangle$	: Vakum durumu

### Kısaltmalar

KED	: Kuantum Elektrodinamiği
KGP	: Kuark Gluon Plazma
KRD	: Kuantum Renk Dinamiği
KRDTK	: Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları
LHC	: Large Hadron Collider (Büyük Hadron Çarpıştırıcısı)
OPE	: Operator Product Expansion (Operatör Çarpım Açılımı)
PDG	: Particle Data Group ( Parçacık Veri Grubu)
SM	: Standart Model
SVZ	: Shifman, Vainshtein ve Zakharov
TKRDTK	: Termal Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları



# PSEUDOTENSÖR $\pi_2(1670)$ MEZONUNUN TERMAL ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ

## ÖZET

Son yıllarda mezonların vakum ve termal özellikleri teorik ve deneysel açıdan yoğun bir şekilde incelenmektedir. Bu çalışmalar güçlü etkileşmenin kuantum teorisi olan Kuantum Renk Dinamiğinin temel ilkelerinin ve KRD vakumun özelliklerinin anlaşılması bakımından büyük önem taşımaktadır. Literatürde skaler ve vektör mezonların vakum ve termal özellikleri geniş bir şekilde ele alınmıştır. Fakat, tensör mezonların termal özelliklerini inceleyen araştırmalar literatürde yeteri kadar bulunmamaktadır. Literatürdeki bu boşluğu doldurmak ve tensör mezonların ortamda incelenmesi güçlü etkileşimlerin dinamiğini ve KRD' nin pertürbatif olmayan özelliklerinin anlaşılmasında önemli ipuçları verebilir.

Bu tezde pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonunun termal özellikleri incelenmiştir. Bu çalışmada  $\pi_2(1670)$  mezonu için iki noktalı korelasyon fonksiyonu ele alınmış, bu korelatör hem hadron parametreleri, hem de kuark parametreleri cinsinden hesaplanmıştır. Bu hesaplamalarda Termal Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları (TKRDTK) yöntemi kullanılmış, Wilson Operatör Çarpım Açılımında sonlu sıcaklıklarda beş boyuta kadar kuark ve kuark-gluon karışımı kondensatları göz önüne alınmıştır. Fenomenolojik ve teorik sonuçlar dispersiyon bağıntıları kullanılarak ilişkilendirilmiş,  $\pi_2(1670)$  durumu için KRD toplam kuralları elde edilmiştir. Elde edilen toplam kuralları kuark ve gluon kondensatlarının, süreklilik eşliğinin sıcaklığa bağlı ifadeleri kullanılarak nümerik olarak analiz edilmiştir. Ele alınan mezonun kütlelerinin ve leptonik bozunma sabitinin sıcaklığa bağlı davranışı incelenmiştir. Nümerik analizler geniş bir sıcaklık aralığında kütle ve leptonik bozunma sabitinin sıcaklığa bağlı olarak değişmediğini, fakat  $T_c = 155$  MeV kritik sıcaklık değerine yakın bölgede mezon parametrelerinin sıcaklığa bağlı olarak önemli ölçüde değiştiğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar yakın gelecekte yapılacak deneylerde test edilebilme olanağına sahip olmakla birlikte, yapılacak deneylere yol gösterecek ipuçları içermektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Kuantum Renk Dinamiği, Mezonların Termal Özellikleri, Pseudotensör Mezon, Toplam Kuralları Yöntemi.

# INVESTIGATION OF THERMAL CHARACTERISTICS OF PSEUDOTENSOR $\pi_2(1670)$ MESON

## ABSTRACT

In recent years, the vacuum and thermal properties of mesons have been studied extensively in theoretically and experimentally. These studies are of great importance in understanding the basic principles of Quantum Chromodynamics, which is the quantum theory of strong interaction, and the properties of the QCD vacuum. Vacuum and thermal properties of scalar and vector mesons are widely discussed in the literature. However, there are not enough studies in the literature examining the thermal properties of tensor mesons. Filling this gap in the literature and examining the tensor mesons in the medium can provide important clues in understanding the dynamics of strong interactions and non-perturbative properties of QCD.

In this thesis, the thermal properties of the pseudotensor  $\pi_2(1670)$  meson were investigated. In this study, the two-point correlation function for  $\pi_2(1670)$  meson is considered, and this correlator is calculated in terms of both hadron parameters and quark parameters. In these calculations, the Thermal Quantum Chromodynamics Sum Rules (QCDSR) method was used, and in the Wilson Operator Expansion, up to five dimensions of quark and quark-gluon mixture condensates were taken into consideration. Phenomenological and theoretical results were correlated using dispersion relations, and QCD sum rules for the  $\pi_2(1670)$  state were obtained. The obtained sum rules were analyzed numerically by using the temperature dependent expressions of the continuity threshold of quark and gluon condensates. The temperature-dependent behavior of the mass of the meson and the leptonic decay constant are investigated. Numerical analysis shows that the mass and leptonic decay constant do not change depending on the temperature over a wide temperature range, but the meson parameters change significantly depending on the temperature in the region close to the critical temperature value  $T_c = 155$  MeV. Although the results obtained have the opportunity to be tested in experiments to be carried out in the near future, they contain hints that will guide the experiments to be carried out.

**Keywords:** Quantum Chromodynamics, Thermal Properties of Mesons, Pseudotensor Meson, Sum Rules Method.

## GİRİŞ

Yüzyıllardır insanoğlunun aklını kurcalayan bir sorudur evrenin nasıl oluştuğı sorunsalı. Yüksek enerji fiziğinin de en temel amacı doğadaki en küçük en temel parçacıkların neler olduğunu ve bu parçacıkların birbirleriyle olan etkileşimlerinin nasıl gerçekleştiğini bulmaktır. Soru çok basit olsa da yanıtı bulmak kolay değildir. İnsanoğlu bu soruyu çözebilmek adına yüzyıllardır çalışmalar yapmıştır ve günümüzde hala daha bu sorunun yanıtı olabilecek çalışmalar devam etmektedir. Çünkü temelde en küçük olanı bulmak onun özelliklerini keşfetmek bize bu koca evreni anlayabilmek adına önemli ipuçları verecektir.

Günümüz fiziğinde bu temel problemi her ne kadar yanıtlayamadığı soruları ve bazı eksiklikleri olsa da en iyi açıklayan teori Standart Modeldir. Standart Model temel parçacıkları ve bu temel parçacıkların birbirleriyle olan etkileşimlerini betimler. Standart Modelde ana bakış açısı maddenin tamamen temel parçacık dediğimiz parçacıklardan oluştuğunu ve bu parçacıklarında birbirleri ile kuvvet taşıyıcı parçacıklar yani bozonlar dediğimiz parçacıkları alıp vererek etkileşime girdiğini söyler. Burada temel parçacıktan kasıt kendisinden daha küçük parçacıklara ayrılamayan parçacıklardır. Doğada dört temel kuvvet bulunuyor. Bunlar kütle çekim kuvveti, elektromanyetik kuvvet, zayıf kuvvet ve güçlü kuvvettir. Güçlü kuvvet bu dört temel kuvvet içerisinde kuvvet değeri en büyük olan kuvvettir. Bu kuvvetin büyüklüğü kuarkları proton ve nötronların içerisinde tutmaya yetecek ve protonlar arasındaki elektriksel kuvveti de yenmeye yetecek kadar fazladır. Fakat çok kısa mesafelerde etkilidir ve sadece kuarkları ve gluonları etkiler [61]. Standart Modelde güçlü etkileşmeleri açıklayabilmek için Kuantum Renk Dinamiği (KRD) teorisi kullanılır. Kuantum Renk Dinamiği ayar grubu  $SU(3)$  olan abelyan olmayan bir ayar alan teorisidir [1]. KRD' de güçlü etkileşimler kuarklar ve gluonlar arasında gerçekleşir. Kuarklar temel madde parçacıkları iken gluonlar ise etkileşimin aracı parçacıklarıdır. Burada kuark ve gluonlardaki güçlü etkileşimleri açıklayabilmek için renk yükü dediğimiz yeni bir kuantum sayısı kavramı kullanılır. Temel olarak üç çeşit renk yükü bulunmakta bunlar; kırmızı, mavi ve yeşil renk yükleridir. Renk yükü

kuarkları güçlü etkileşime duyarlı yapan özelliktir. Bu arada renk yükü kavramından bahsettik fakat kuarklar sadece renk yüküne sahip değillerdir aynı zamanda elektrik yüküne de sahiptirler. Bu şekilde kuarkların elektrik yüküne de sahip olmaları onlara güçlü kuvvete duyarlı olmalarına ek olarak aynı zamanda elektromanyetik ve zayıf kuvvetlere de duyarlı olabilmelerini sağlar. Kuarklardan güçlü etkileşimlerle bir araya gelen parçacıklara hadronlar denir [2]. Hadronlar güçlü etkileşim ile oluşurlar ve kuarkların aksine renksizdirler. Bilimin ve teknolojinin ilerlemesi ile birlikte her alanda olduğu gibi Yüksek enerji fiziğinde de büyük ilerlemeler yaşandı. Özellikle dedektörler ve hızlandırıcıların keşfiyle birlikte teorik olarak araştırılan ve öngörülen atomaltı dünyaya ait çalışmalar daha da hız kazandı. Teorik veriler deneyler ile de test edilip doğrulanabilme imkanına kavuştu. Bu yapılan deneyler ile birlikte pek çok hadron durumu gözlenmiş ve özellikleri araştırılmıştır. Nasıl ki tek başına teorik çalışmalar yeterli olmuyorsa sadece deneysel çalışmalar da yeterli değildir. Deneysel çalışmalardan daha verimli sonuçlar elde edilebilmesi için teorik çalışmalar ile desteklenmesi gerekir. Bu nedenle hadron durumları ile alakalı sonlu sıcaklıklarda yapılan teorik çalışmalar deneysel verileri hem anlamak hem de yapılacak deneylere öngörüler getirebilmek açısından oldukça önemlidir. Sonlu sıcaklıklarda hadron durumları ile alakalı teorik çalışmalar yapabilmek pertürbatif olmayan yöntemleri kullanmayı gerektirir. Günümüz parçacık fiziğinde hadronik parametreleri açıklayabilmek için kullandığımız pertürbatif olmayan yöntemlerden birisi de Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları Yöntemidir (KRDTK). Bu yöntem deneysel veriler ile kayda değer bir uyum içerisinde olduğu için sonuçları güveniliridir. Bu yöntem KRDTK lagranjyenini temel alarak KRDTK parametreleri ile yani kuark, gluon serbestlik derecelerine bağlı olarak yazılan kısım, hadron parametrelerini yani hadronik serbestlik derecelerine bağlı olarak yazılan kısmı birbirleriyle ilişkilendirmeyi sağlayarak uzun mesafe etkilerini açıklamayı amaçlar. KRDTK yöntemi ilk kez 1979 yılında M. A. Shifman, A. I. Vainshtein ve V. I. Zakharov (SVZ) tarafından mezonların özelliklerini açıklayabilmek amacıyla geliştirilmiş bir yöntemdir. 1981 yılına gelindiğinde ise L. B. Ioffe tarafından baryonlara uygulanmak üzere genişletilmiştir. KRDTK yöntemi vakumda güvenilir sonuçlar verse de sıcaklık farklılaştığında hadronların kütle ve leptonik bozunma sabiti gibi hadronik özelliklerinin vakumdaki değerlerden farklı sonuçlar vermesi sıcaklığında KRDTK'nin yapısına katılması gerekliliğini doğurdu. Böylelikle 1986 yılında Bochkarev ve

Shaposhnikov tarafından sıcaklığında eklenmesi ile birlikte Termal Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları (TKRDTK) yöntemi oluşturulmuş oldu. Sıcaklığın teoriye dahil edilmesi fikri önemliydi. Çünkü evrenin oluştuğu büyük patlama anı düşünüldüğünde sonlu sıcaklıklarda ve yüksek basınçlarda hadron özelliklerini anlamaya çalışmak bizlere evrenin nasıl oluştuğu problemini çözmeye yönelik önemli bilgiler sağlayacaktır. Bu nedenle bu tezde pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonunun termal özelliklerini araştırmak amacıyla TKRDTK yöntemi kullanılarak teorik olarak çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Tezin 1. Bölümünde parçacık fiziğinde Standart Model'in temel ilkelerinden, 2. Bölümünde KRD Toplam Kuralları yönteminden ve özelliklerinden bahsedilmiştir. Tezin 3. Bölümünde ise Termal KRD Toplam Kuralları yöntemi kullanılarak sonlu sıcaklıkta pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonunun kütle ve leptonik bozunma sabiti değerleri hesaplanmıştır.

## 1. PARÇACIK FİZİĞİNDE STANDART MODEL

Parçacık fiziğinde Standart Model eksiklerine ve açıklayamadığı bazı problemlere rağmen günümüzde de kullanılan geçerli olan bir modeldir. Standart Model'in başarısı deneylerle defalarca sınanması ve önemli öngörülerde doğru tespitler yapmasından kaynaklıdır. Standart Model'i en basit hali ile açıklamak istersek iki ilke ile açıklayabiliriz. Buna göre birincisi madde fermiyon denilen temel parçacıklardan oluşmuştur. İkincisi ise bu temel parçacıkların birbirleri ile etkileşimi bozon denilen kuvveti taşıyıcı aracı parçacıkların alınıp verilmesi ile gerçekleşir. Bu iki ilkeyi açacak olursak yani bu model parçacıkları işlevlerine göre iki grupta incelemektedir. Buna göre birinci grup temel parçacıklar dediğimiz maddeyi oluşturan parçacıklar yani fermiyonlar ikinci grup ise bu parçacıklar arasındaki etkileşimi gerçekleştiren etkileşim parçacıkları ya da taşıyıcı parçacıklar dediğimiz parçacıklar olan bozonlardır. Standart Model'i matematiksel olarak ifade etmek gerekirse  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  üniter grup simetrilerine dayanan bir ayar alan teorisidir [15]. Bu teoriye göre temel parçacıklar yani fermiyonlar, kuarklar ve leptonlar olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Her temel parçacığın bir de antiparçacığı vardır. Parçacık ile antiparçacığının kütle ve spinleri aynı olmasına karşın diğer kuantum sayıları zıt işaretlidir. Örneğin elektronun antiparçacığı olan pozitron  $+e$  birim yüke sahiptir. Ayrıca elektrik yükü bakımından nötr olan fotonlar gibi parçacıkların ise antiparçacığı yine kendisidir. Bu temel parçacıkların etkileşimleri ise ayar bozonları sayesinde gerçekleşir. Burada etkileşim parçacıklarına düşen görev temel parçacıklar arasındaki etkileşimde mesaj taşıyarak parçacıkların nasıl davranmaları gerektiğini bildirmektir. Standart Model' de her etkileşimin aracı ayrıdır. Elektromanyetik etkileşimin aracı parçacığı foton, kütle çekim kuvvetinin aracı parçacığı graviton, zayıf etkileşimlerin aracı parçacıkları  $W^\pm$  ve  $Z^0$  bozonları, güçlü kuvvetin aracı parçacığı ise gluondur. Standart Model doğadaki bu dört kuvvetten kütle çekim kuvveti hariç diğer üçünü biraraya getirmeyi başarabilmesine rağmen kütle çekim kuvvetini içermemesi Standart Model'in açıklayamadığı eksik kaldığı bir konudur. Kuarklar kendi aralarında altı çeşitten oluşurlar. Bunlar: yukarı kuark (u), aşağı kuark (d), garip kuark (s), tılsım

kuark (c), üst kuark (t) ve alt kuark (b) tır. Aşağıda Tablo 1.1’de kuarkların çeşitleri ve özellikleri verilmiştir [2,4].

Tablo 1. 1. Kuark çeşitleri ve özellikleri

Aile	Çeşni	Sembol	Elektrik Yüğü
Birinci Aile	Yukarı	u	+2/3
	Aşağı	d	-1/3
İkinci Aile	Garip(Acayip)	s	-1/3
	Tılsım	c	+2/3
Üçüncü Aile	Alt	b	-1/3
	Üst	t	+2/3

Leptonlarda kendi aralarında altı çeşittir. Bunlar: elektron ( $e$ ) elektron nötrinosu ( $\nu_e$ ), müon ( $\mu$ ), müon nötrinosu ( $\nu_\mu$ ), tau ( $\tau$ ) ve tau nötrinosu ( $\nu_\tau$ ) dur.

Tablo 1. 2. Lepton çeşitleri ve özellikleri

Aile	Çeşni	Sembol	Elektrik Yüğü
Birinci Aile	Elektron	$e$	-1
	Elektron nötrinosu	$\nu_e$	0
İkinci Aile	Müon	$\mu$	-1
	Müon nötrinosu	$\nu_\mu$	0
Üçüncü Aile	Tau	$\tau$	-1
	Tau nötrinosu	$\nu_\tau$	0

Standart Model kuarkları ve leptonları kütlelerine göre hafiften ağıra doğru üç aile oluşturarak inceler. Birinci aile; yukarı kuark, aşağı kuark, elektron ve elektron nötrinosundan oluşur. İkinci aile; garip kuark, tılsım kuark, müon, ve müon nötrinosundan oluşur. Üçüncü aile ise üst kuark, alt kuark, tau ve tau nötrinosundan oluşmaktadır.

Kuarklar leptonlardan farklı olarak renk yükü denilen yeni bir kuantum sayısına sahiptirler. Kuarkların renk yükü içermeleri onların güçlü etkileşmelere katılmalarını sağlamaktadır. Leptonlar renk yükü içermediklerinden güçlü etkileşmelere katılamazlar. Burada kırmızı, mavi ve yeşil olmak üzere üç çeşit renk yükü vardır. Her kuark bir renk yüküne sahipken her antikuarkta bir antirenk yüküne sahiptir. Örneğin bir  $u$  kuarkı ele alalım bu kuark kırmızı renk yüküne sahip olsun bu durumda bu kuarkın antikuarkı ( $\bar{u}$ ) da antikırmızı renk yüküne sahiptir. Geleneksel Hadron Modellerinde kuarklar iki şekilde bir araya gelmektedirler. Birincisi üç kuarkın bir araya gelerek oluşturduğu yapı ki bunlara baryonlar denir. İkincisi ise bir kuark ve bir antikuarkın bir araya gelerek oluşturduğu yapı bunlara ise mezonlar denir [34]. Bu ikili ya da üçlü kuark kümelerinin tamamına hadronlar denir. “Hadron” kelimesi Yunanca bir sözcüktür ve “kuvvetli parçacık” anlamına gelir [3]. Standart yaklaşımda Hadronlar, ya üç rengi de içeren kuarkların birleşmesiyle ya da bir renk ve bir antirenk içeren kuarkların birleşmesiyle oluştuklarından renksizdirler. Günümüzde Standart Kuark Modeli ile açıklanamayan ve deneysel olarak gözlenen bazı parçacıklar mevcuttur. Bu tür parçacıklara “egzotik hadronlar” denir. Dörtkuark (tetrakuark), beşkuark (pentakuark) ve altıkuark (hegzakuark) gibi vb. yapılar egzotik hadronlara örnektir [11]. Aşağıda Şekil 1.1’ de egzotik hadron örnekleri verilmiştir.



Şekil 1.1. Egzotik Hadron örnekleri [11]



Kuantum Renk Dinamiği (KRD) teorisi güçlü etkileşmeleri açıklayan teoridir. KRD’ de kuarklar arasındaki güçlü etkileşimin aracıları gluonlardır. Gluonlar güçlü etkileşmede kuvveti taşıyan parçacıklardır. Elektrik yüklü parçacıklar arasındaki etkileşmeyi sağlayan parçacıkların fotonlar olduğunu biliyoruz. Fotonlar elektrik yüküne sahip olmadıklarından birbirleri ile etkileşime girmezler, fakat fotonlar ile gluonları kıyaslayacak olursak kuarklarda olduğu gibi gluonlar da renk yüküne sahiptirler ve bu nedenle gluonlar birbirleriyle de etkileşebilmektedirler. Kuarklar arasındaki bu etkileşim kuarkların kısa mesafelerde az, uzun mesafelerde ise çok güçlü etkileştiğini söyler. Bu durum kuarkların hadronlar içerisinde hapsedildiğini ve bu nedenle de tek başına bir kuarkı neden gözleyemediğimizi açıklamaktadır. KRD’ de etkileşim sabiti, aslında bir sabit olmayıp etkileşen parçacıkların arasındaki uzaklığa bağlı olarak değişebilmektedir. Eğer etkileşme mesafesi küçük ise etkileşme sabiti de küçük değerler alır. Bu durum “asimptotik özgürlük” olarak bilinmektedir. KRD’ de asimptotik özgürlük özelliğinden dolayı etkileşme sabitine göre bu bölge için pertürbasyon teorisi kullanılabilir. Büyük mesafelerde ise kuark ve gluonlar arasındaki etkileşim çok güçlü olduğundan bu bölgede pertürbasyon teorisi kullanılamaz. Bu nedenle bu bölgede pertürbatif olmayan yöntemler kullanılmalıdır [4].

Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları (KRDTK) da bu durumda kullanılacak en etkili yöntemlerden biridir. KRDTK yöntemi ilk kez Shifman, Vainshtein ve Zakharov (SVZ) tarafından 1979 yılında mezonların vakum özelliklerini incelemek amacıyla geliştirilmiş bir yöntemdir [7]. Bu yöntem daha sonra 1986 yılında ise Bochkarev ve Shaposhnikov [6] tarafından sonlu sıcaklık ve yoğunluklar durumuna genelleştirilmiştir. Daha sonra bu genelleştirilmiş teori Termal KRD toplam kuralları olarak adlandırılmıştır. Bu yöntem kütle ve bozunma sabiti gibi hadron parametrelerini hesaplamamıza olanak tanıyan etkili bir yöntemdir.

### **1.1. Kuantum Elektrodinamiği Lagranjyeni**

Görelî olmayan kuantum mekaniğinde parçacıkların hareketlerinin incelenmesi Schrödinger denklemi kullanılarak verilir. Görelî kuantum mekaniğinde ise Klein-Gordon denklemi spin-0 parçacıkları için, Dirac denklemi spin- $\frac{1}{2}$  parçacıkları için kullanılır. Kuantum Elektrodinamiği (KED), elektromanyetik etkileşimleri açıklayan

bir kuantum alan teorisidir. KED, yüklü fermiyonların kütsesiz ve yüksüz olan fotonlar vasıtası ile etkileşimin nasıl gerçekleştiğini açıklayan abelyan  $U(1)$  ayar simetrisine sahip bir teoridir. KED için serbest elektronları ifade eden Dirac Lagranjyeni aşağıdaki şekilde verilir:

$$L_D = \bar{\psi}(i\partial_\mu \gamma^\mu - m)\psi. \quad (1.1)$$

Burada  $\psi$  fermiyon alanını,  $\gamma^\mu$  Dirac matrislerini,  $m$  fermiyonun kütsesini tanımlar. Lagranjyendeki foton alanı için kinetik enerji terimi:

$$L_{EM} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.2)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $F^{\mu\nu}$  elektromanyetik alan şiddet tensörü,  $\mu, \nu$  Lorentz indisleridir.

$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  şeklinde verilir. Burada  $A_\mu$  dört boyutlu vektör potansiyelidir. Lagranjyendeki etkileşim terimi:

$$L_{int} = -q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu, \quad (1.3)$$

şeklinde tanımlanır. Burada tüm terimleri topladığımızda toplam lagranjyeni elde ederiz.

$$L = L_D + L_{EM} + L_{int}. \quad (1.4)$$

Burada KED lagranjyeni için  $\psi(x) \rightarrow e^{i\theta}\psi(x)$  yazdığımızda bu lagranjyeni global  $U(1)$  simetrisi altında invaryant kalır. Ancak parçacık fiziğinin Standart Modeli, yerel dönüşümler altında invaryantlık gerektirir bu nedenle de  $\theta \rightarrow \theta(x)$  dönüşümü yapılır. Bunun anlamı bir  $x$  noktası belirleyerek global simetriyi yerel simetriye dönüştürmektir. Bu yerel dönüşüm altında KED lagranjyeni değişmez kalsın istenir. Bu durumda Dirac lagranjyenindeki kütle teriminde bir problem karşımıza çıkmıyor

ancak kinetik enerji teriminde problem oluşuyor yani invaryantlık bozuluyor. Bu durumu önlemek için yani invaryantlığın bozulmaması için  $A^\mu \rightarrow A^\mu - \frac{1}{q} \partial^\mu \theta$  şeklinde bir dönüşüm yapılıyor. Bu dönüşüm yapıldığında artık sorun kalmıyor ve lagranjyenimiz yerel dönüşümler altında invaryant kalıyor. Ayrıca bu dönüşümün yapılabilmesi için kovaryant türev kullanılması gereklidir. Kovaryant türevin tanımlanması aşağıdaki (1.5) eşitliği ile verilir:

$$D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu. \quad (1.5)$$

Böylelikle parçacık fiziğinin Standart Modeline uygun yerel ayar değişmezliğine sahip bir lagranjyen elde edilmiş ve böylelikle de Kuantum Elektrodinamiği teorisi tanımlanmış olur [35,40,45,46].

## 1.2. Kuantum Renk Dinamiği Lagranjyeni

Hadronların durumlarını açıklayabilmek için öncelikle Kuantum Renk Dinamiği (KRD) teorisinin nasıl bir teori olduğu bilinmelidir. KRD en basit haliyle kuarklar ve gluonlar arasındaki etkileşmeyi anlatan teoridir. Bu teoride kütleli ve spinleri  $\frac{1}{2}$  olan kuarklar ile kütsüz ve spinleri 1 olan gluonlar arasındaki etkileşim yerel  $SU(3)_c$  ayar simetrisine dayanan ayar alan teorisi ile açıklanır. Buradaki "c" indisi kuarkların kırmızı (k), mavi (m) ve yeşil (y) olmak üzere üç rengini temsil etmektedir. Burada ifade edilen renkler günlük hayatta kullandığımız renk kavramı olmayıp kuarkların durumlarının daha kolay bir şekilde açıklanabilmesi adına oluşturulmuş yeni bir kuantum sayısıdır. KRD kuarklar ile gluonlar arasındaki güçlü etkileşmenin nasıl gerçekleştiğini betimler. Burada güçlü kuvveti oluşturan bu duruma sebep olan şey kuarkların ve gluonların sahip oldukları renk yüküdür. KRD, abelyan olmayan  $SU(3)_c$  ayar alan teorisidir [40]. Burada kuarklar ve gluonlar arasındaki etkileşmenin nasıl gerçekleştiğini açıklayabilmek için tıpkı KED' de olduğu gibi ilk önce lagranjyen tanımlanarak işe başlanır. KRD için kullanılan Lagranjyen aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$L_{KRD} = \bar{\psi}_q (i\gamma^\mu D_\mu - m_q)\psi_q - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}. \quad (1.6)$$

Burada  $G_{\mu\nu}^a$  gluon alan şiddet tensörünü,  $\psi_q$  kuarkları,  $\bar{\psi}_q$  antikuarkları,  $q = u, d, s, c, b, t$  kuarkların çeşnisini,  $m$  kuarkların kütesini,  $\mu$  ve  $\nu$  lorentz indislerini,  $D_\mu$  kovaryant türevi  $\gamma^\mu$  ise  $4 \times 4$  Dirac- gamma matrislerini temsil etmektedir. Gluon alan şiddet tensörü aşağıdaki gibi (1.7) denklemi ile verilir:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c. \quad (1.7)$$

Burada;  $A_\mu^b$  ve  $A_\nu^c$  gluon alanlarını,  $g$  kuark ve gluon alanları arasındaki şiddetli etkileşmeyi gösteren şiddetli etkileşme sabitini,  $f^{abc}$  ise SU(3) grubunun yapı sabitlerini ve  $a, b, c$  ise renk indislerini göstermektedir [48].

KRD' de kovaryant türev ifadesi aşağıdaki gibi verilir:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s \frac{\lambda^a}{2} A_\mu^a. \quad (1.8)$$

Burada;  $\lambda^a$  matrisleri  $3 \times 3$  şeklinde verilen Gell-Man matrisleridir. Yukarıda verdiğimiz (1.6) lagranjiyen ifadesinde Euler-Lagrange denkleminde yararlanarak kuark ve gluon alanları için hareket denklemleri elde edilebilir. Fakat bu lagranjiyeni kullanarak gluon propagatörünü elde etmemiz mümkün değildir. Bunun nedeni lagranjiyenin yerel ayar simetrisine sahip olmasıdır. Bu zorlukları ortadan kaldırmak için 1967 yılında Fadeev ve Popov tarafından bir yöntem ileri sürülmüştür. Bu yöntemde lagranjiyene ayar sabitleme terimi olarak adlandırılan bir terim ilave edilir. Bu terimin ilave edilmesi Feynman diyagramlarında ghost (hayalet parçacık) parçacıklarının ortaya çıkmasına neden olur. Sonuç olarak lorentz-invaryant ayar sabitleme teriminin lagranjiyene eklenmesiyle gluon propagatörü tanımlanmış olur ve pertürbasyon teori yaklaşımında Feynman diyagramlarını başarılı bir şekilde hesaplayabiliriz. Ghost terimi ise sadece ilmek diyagramlarında ortaya çıkan ve fiziksel olmayan serbestlik derecelerini ortadan kaldırma sonucunda lagranjiyende yer almaktadır. Bu terimleri de göz önüne aldığımızda KRD lagranjiyen ifadesi aşağıdaki şekilde verilir:

$$L_{KRD} = L + L_{ayar} + L_{ghost}. \quad (1.9)$$

Özetlemek gerekirse (1.6) Lagranjiyeni klasik kuark ve gluon alanlarını ifade ederken (1.9) Lagranjiyeni kuantumlanma sonucunda elde edilen ifadeyi vermektedir [52].

### 1.2.1 Kuantum renk dinamiğinde ayar dönüşümleri

Günümüz fiziğine göre korunum yasaları ve simetriler arasında bir ilişki bulunmaktadır. Emmy Noether tarafından ispatlanan bu teoriye göre; Lagranjiyenin sahip olduğu her bir global simetriye karşılık gelen bir korunan nicelik vardır. Örneğin uzay zamanın homojen olması, yani uzayın tüm noktalarının ve zamanın tüm anlarının fiziksel açıdan özdeş olması enerji ve momentum korunumunu dikte etmektedir. Açısız momentumun korunumu ise tüm yönlerin özdeşliği simetrisinden kaynaklanır. Uzayda yansıma, parçacık ve anti parçacıklar arasındaki simetriler sırasıyla P ve C paritelerinin korunumuna karşılık gelirler vb. Lagranjiyenin belirli simetrilere sahip olması, yani bir durumun yerini eşdeğer başka bir durumun alabileceği özelliğine sahip olması fizik yasalarının ve denklemlerinin bazı dönüşümler altında değişmez olduğunu ifade ederler [3].

Alan teorilerinde lagranjiyenin hangi simetrilere sahip olduğu büyük önem ifade etmektedir. Lagranjiyenin invaryant kaldığı durumlarda dönüşüm parametresi uzayın her noktasında aynı ise yani lagranjiyen belli faz dönüşümleri altında invaryantsa bu teorinin global bir simetriye sahip olduğu söylenir. Eğer uzayın her noktasında dönüşüm parametresi bağımsız değerler almakta ise ve teori hala geçerliyse bu teorinin yerel simetriye sahip olduğu ifade edilir. Bununla birlikte global abelyan teoriyi yerel abelyan olmayan hale getirmek için dönüşüm parametresinin uzay-zamana bağıllığı varsayılır. Bu durumda Lagranjiyenin invaryant kalabilmesi için bir etkileşme terimi yani bir ayar terimi ilave edilmesi gerekir. Maxwell denklemlerinin  $U(1)$  yerel ayar dönüşümleri (buradaki bir rakamı etkileşmenin ayar bozonu olan fotonu temsil eder) altında değişmez kaldığı ilk olarak 1919 yılında Alman matematikçi ve fizikçi Weyl tarafından gösterilmiştir. 1954 yılında ise Yang ve Mills tarafından  $SU(2)$  yerel ayar dönüşümlerine sahip bir teori ileri sürülmüştür. Bu teorinin en önemli yetersizliklerinden birisi ara bozonların kütlelerinin sıfır olması durumuydu. Deneyler zayıf etkileşimin menziline çok küçük olduğunu ve bu etkileşimi ileten parçacıkların

büyük kütleyle sahip olduğunu göstermekteydi. 1964 yılında Higgs ve diğer bilim insanları yerel ayar simetrisinin kendiliğinden bozulması sonucunda teoride başlangıçta varolan kütsüz bozonların kütle kazanabileceğini gösterdiler. Yang ve Mills [33] tarafından önerilen  $SU(2)$  yerel ayar simetrisine sahip Lagranjiyen Higgs mekanizması da göz önüne alınarak 1967-1968 yıllarında Salam, Weinberg ve Glashow tarafından bir üst düzeye taşınarak elektrozayıf etkileşmelerin teorisi ileri sürüldü [36-38].  $SU(2)$  yerel ayar simetrisindeki iki rakamı etkileşmenin ayar bozonları olan  $W^\pm$  ve  $Z^0$  bozonlarını temsil etmektedir.

### 1.2.1.1. Global ayar dönüşümleri

Lagranjiyenin belirli dönüşümler altında invaryant kaldığı durumları detaylı şekilde ele alalım. Kolaylık açısından  $\phi(x)$  kompleks skaler alanını göz önüne alalım. Kompleks skaler alanları ifade eden Lagranjiyenin  $\phi(x) \rightarrow U\phi(x)$  dönüşümleri altında değişmez kaldığını varsayalım. Burada  $U$  dönüşüm matrisi olarak adlandırılır ve bu matrisler Lie grubunu oluşturmaktadırlar. Kompleks skaler alan teorilerinde  $U$  elemanın  $e^{i\theta}$  şeklinde gösterilebilir. Burada  $\theta$ ' ya dönüşüm parametresi denir. Bu parametre uzay- zamandan bağımsızsa dönüşümlere global dönüşümler, uzay-zamana bağımlı ise yerel dönüşümler denir. Sonuç olarak  $\phi(x)$  kompleks skaler alanları ifade eden Lagranjiyen aşağıdaki faz dönüşümü altında invaryanttır:

$$\phi(x) \rightarrow U\phi(x),$$

$$U = e^{-i\theta}. \quad (1.10)$$

Bu faz dönüşümüne global ayar dönüşümü denir.  $\theta$  parametresi  $U(1)$  grubunun keyfi reel sayıdır. Elektromanyetik teori,  $U(1)$  grubu altında global ayar invaryantlığına sahiptir ve elektrik yükünün korunumu da global ayar invaryantlığının bir sonucudur.

### 1.2.1.2. Yerel ayar dönüşümleri

1954 yılında Yang ve Mills yerel simetrisini abelyan olmayan teorilere genişlettiler.  $SU(2)$  grubunun üreteçleri abelyan olmayan durumda uzay-zaman koordinatlarına bağlıdır.  $\phi(x)$  kompleks skaler alanı ifade eden Lagranjiyenin aşağıdaki faz dönüşümü altında invaryant kaldığını varsayalım:

$$\phi(x) \rightarrow U(x)\phi(x),$$

$$U = e^{-i\theta(x)}. \quad (1.11)$$

Burada  $\theta(x)$  matrisi uzay-zaman grup üreticisidir ve uzay-zaman koordinantlarına bağlıdır. Diğer deyimle uzay-zamanın farklı noktalarındaki ayar dönüşümleri birbirinden bağımsızdır. Global ayar dönüşümü altında  $\partial^\mu \phi(x)$  ifadesi ile yerel ayar dönüşümü altındaki  $\partial^\mu \phi(x)$  ifadelerinin sonuçları birbirinden farklıdır ve yerel ayar dönüşümleri durumunda ek bir terim ortaya çıkmaktadır:

$$\partial^\mu \phi(x) \rightarrow U(x)\partial^\mu \phi(x) + \phi(x)\partial^\mu U(x). \quad (1.12)$$

Bu durumda görüldüğü gibi Lagranjiyen yerel ayar dönüşümü altında invaryant değildir. Bu nedenle Lagranjiyeni invaryant yapabilmek için teoriye yeni bir vektör alanı  $A^\mu(x)$  dahil edilir. Bu vektör alanının aşağıdaki şekilde dönüştüğü varsayılır:

$$A^\mu(x) \rightarrow A^\mu(x) + \frac{1}{g}\partial^\mu \theta(x). \quad (1.13)$$

Bu dönüşümleri daha pratik şekilde yazabilmek için kovaryant türev kavramı tanımlanır ve bu türev aşağıdaki şekilde ifade edilir:

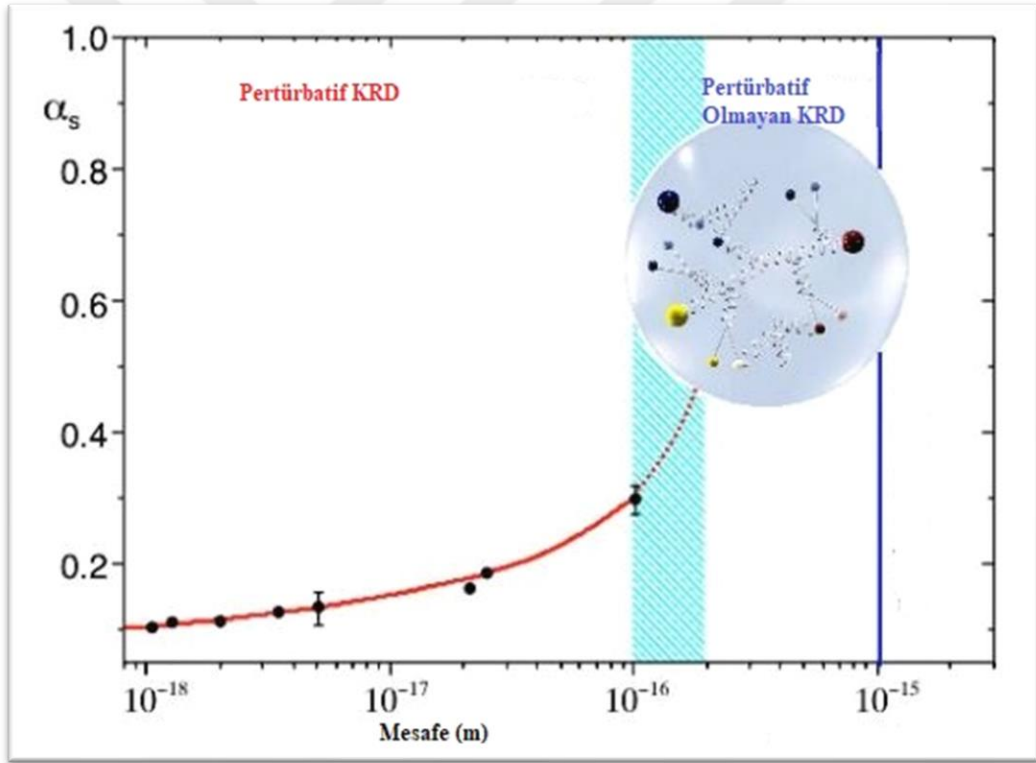
$$D^\mu \phi(x) = [\partial^\mu + igA^\mu(x)]\phi(x). \quad (1.14)$$

Burada  $A^\mu(x)$ , Yang-Mills alanını ifade eder. Böylelikle, yeni vektör alanın tanımlanması ile Lagranjiyen yerel ayar dönüşümleri altında invaryant kalmış olur.

### 1.2.2. Asimptotik Özgürlük ve Hapsolma

Kuarkların hadronlar içerisinde tutulmasını sağlayan güçlü etkileşimde kuarklar arasındaki etkileşim gluonların alınıp verilmesi ilkesine dayanır. Kuarklar arasındaki bu etkileşim mesafeye bağlı olarak değişmektedir. Bu değişim durumu ise KRD' de asimptotik özgürlük ve hapsolma olarak adlandırılan iki temel kavramın oluşmasını sağlamıştır. KRD için asimptotik özgürlük ve hapsolma kavramları oldukça önemlidir. Çünkü KRD bu kavramlar üzerinde temellendirilmiştir diyebiliriz. KRD' nin büyük başarılarından biri  $\alpha_s = g_s^2 / 4\pi$  şeklinde verilen etkileşim sabiti değerinin aslında bir

sabit olmayıp momentuma bağı olarak değiştiğini keşfedip bu duruma bir açıklama getirebilmesidir. Burada etkileşim sabiti olarak adlandırılan değer eğer momentum değerleri buyk ise veya diğer bir deyişle kısa mesafeler söz konusu ise etkileşim sabiti küçük değerler alır ve bu durumda bu bölgeler için pertürbasyon teorisi uygulanabilir. Bu zellik asimptotik özgürlük olarak adlandırılır. Fakat kuarklar arasındaki mesafe artmaya başladığında yani küçük momentum değerlerinde etkileşme sabitinin değeride artmaya başlar ve artık kuarklar birbirlerine bağlanarak hadronları oluşturur. Bu durumda ise serbest kuarklar gözlenemez ve bu özellik ise hapsolme olarak adlandırılır ve artık pertürbasyon teorisi uygulanabilirliğini yitirir. Bu durumda pertürbatif olmayan yöntemlerin kullanılması gerekir [4,41]. Aşağıda etkileşim sabitinin farklı değerlerde nasıl davrandığını anlatan grafik verilmiştir:



şekil 1.2. Farklı mesafeler için  $\alpha_s$  'nin değerleri [25]

Asimptotik zgrlk kavramının keşfi ilk olarak 1973 yılında Gross, Wilczek ve Politzer tarafından birbirlerinden habersiz olarak yaptıkları çalışmalar sonucunda ileri srlmştir. 2004 yılında ise bu keşif Nobel Fizik dlne layık grlmştir [3]. Aslında asimptotik özgürlüğün anlamı kuarkların kısa mesafelerde serbestçe hareket



edebildiğini belirtmektir. Yani burada kuarklar arasındaki etkileşme sabiti oldukça küçüktür bu nedenle de kuarklar hadronlar içerisinde serbestçe hareket edebilir durumdadır. Diğer yandan uzun mesafelerde ise kuark ve gluonlar arasındaki etkileşim çok güçlü olduğundan ( $\alpha_s \sim 1$ ) kuarklar hadronlardan bağımsız hareket edemez yani kuarklar hadronlar içerisinde hapsolür, bu durumda aslında doğada neden serbest bir şekilde kuark gözlenemeyeceğini açıklar [4].



## 2. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ

Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları (KRDTK) yöntemi yüksek enerji fiziğinde hadron durumlarını açıklamak amacıyla kullanılan ilk kez 1979 yılında M. A. Shifman, A. I. Vainshtein ve V. I. Zakharov (SVZ) tarafından mezonlar için oluşturulmuş bir yöntemdir. İlerleyen yıllarda geliştirilmesiyle birlikte 1981 yılında L. B. Ioffe tarafından baryonlara genişletilmiştir [12]. 1986 yılında ise Bochkarev ve Shaposhnikov tarafından sonlu sıcaklık ve yoğunluklar durumunda kullanılabilmesi amacıyla bu durumlara uyarlaması gerçekleştirilmiştir [6]. Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralları yöntemi hadronik olayları açıklamaya yarayan pertürbatif olmayan yöntemler arasında bulununan oldukça kullanışlı ve güvenilir sonuçlar veren ve bu konuda da kendini kanıtlamış bir yöntemdir [43]. Temelde KRD lagranjyeni kullanılarak hadron parametreleri ile KRD parametreleri ilişkilendirilir ve uzun mesafelerde (küçük momentumlarda) ki etkileşimleri açıklar. Uzun mesafelerde kuark ve gluonlar arasındaki etkileşmeye baktığımızda kuark ve gluonlar arasındaki etkileşimin çok güçlü olduğu görülüyor. Bu nedenle bu bölgelerde kısa mesafelerde uygulanan pertürbatif yöntemler kullanılamaz. Bu bölgelerde KRD toplam kuralları gibi pertürbatif olmayan yöntemlerin kullanılması gereklidir. KRD toplam kuralları yönteminde ilk adım olarak parçacıkların özelliklerini açıklayabilmek için Korelasyon fonksiyonu kullanılır. Korelasyon fonksiyonu ya da diğer adıyla korelatörde hadronun durumuna uygun bir ara kesit akımı seçilerek işe başlanır. Bu yöntemde korelasyon fonksiyonu hadronun kütlesi, leptonik bozunma sabiti gibi hadronik parametreler cinsinden ifade edilirken aynı zamanda kuark kütlesi, kuark ve gluon kondensatları gibi KRD parametreleri cinsinden de ifade edilir. Bu şekilde korelasyon fonksiyonunun hem hadronik hem de KRD parametreleri kullanılarak ifade edilmesi hadronik durumlar ile kuark durumları arasında bir bağlantı oluşturulabilmesini sağlar. Aşağıda korelasyon fonksiyonunun iki farklı şekilde nasıl hesaplanabileceği bilgisi verilmiştir:

1. KRD (Teorik) kısmı; Kuark, gluon serbestlik derecelerine (kuark kütlesi, kuark ve gluon kondensatları) bağlı olarak yazılır, kısa ve uzun mesafelerde kuark ve gluon

etkileşimlerini ayırabilmek için kullandığımız Wilson Operatör Çarpım Alımı (OPE) ile hesaplanır.

2. Fiziksel (Fenomonolojik) kısım; Hadronik serbestlik derecelerine bağlı olarak hesaplanır. Bu kısımdan hadronun kütlesi, bozunma sabiti, form faktörleri ve etkileşme sabiti gibi değerleri elde etmemizi sağlar.

Sonuçta bu şekilde iki farklı kısımdan elde edilen bilgiler ayrı ayrı hesaplandıktan sonra dispersiyon bağıntısı yardımıyla birbirlerine eşitleme işlemi gerçekleştirilir ve ardından süreklilikten ve yüksek mertebelerden gelen katkıları bastırabilmek adına eşitliğin her iki kısmına da  $Q^2 = -q^2$  şeklinde Minkowski uzayından Öklid uzayına geçilerek daha sonra Borel dönüşümü uygulanır ve KRD toplam kuralları elde edilir. Korelasyon fonksiyonu (2.1) denkleminde ifade edildiği şekilde verilmiştir:

$$\Pi(q^2) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | \mathcal{T} \{ J(x) \bar{J}(0) \} | 0 \rangle. \quad (2.1)$$

Burada  $q$  kuarkların toplam momentumu,  $\mathcal{T}$  zaman sıralama operatörünü,  $J(x)$  kuark alanlarından ve Dirac gama matrislerinden oluşturulan ara kesit akımını,  $|0\rangle$  taban durumunu (vakum) temsil etmektedir. (2.1) denkleminde verilen eşitlik aynı zamanda iki noktalı korelasyon fonksiyonu olarak ifade edilmektedir. Bu eşitlik kullanılarak kütle ve leptonik bozunma sabiti gibi nicelikleri elde edilebilir. Eğer form faktör ve manyetik moment gibi nicelikleri elde etmek istiyorsakta üç noktalı korelasyon fonksiyonu kullanılmaktadır. Üç noktalı korelasyon fonksiyonu

$$\Pi(q^2) = i^2 \int d^4x d^4y e^{-ip \cdot x} e^{ip' \cdot y} \langle \mathcal{T} (J(y) J(0) \bar{J}(x)) \rangle, \quad (2.2)$$

şeklinde verilir. KRDTK yöntemi hem mezonlar hem de baryonlar için uygulanabilmektedir. Genel olarak mezonlar için kullanılan ara kesit akımı ifadesi aşağıdaki şekilde verilir:

$$J(x) = \bar{q}_i(x) \Gamma q_j(x). \quad (2.3)$$

Baryonlar için kullanılan ara kesit akımı ise:

$$J(x) = \varepsilon_{abc} [q_i^a(x) \Gamma_1 q_j^b(x) \Gamma_2 q_k^c(x)], \quad (2.4)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\varepsilon_{abc}$  birim antisimetrik tensörü,  $a, b, c$  renk indislerini,  $i, j, k$  kuark çeşnilerini,  $q$  kuark alanlarını,  $\Gamma = 1, \gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_5 \gamma_\mu$  şeklinde verilen ifade ise Dirac-gama matrislerini temsil etmektedir. Arakesit akımları belirli kuantum sayıları ile ifade edilirler. Bunlar  $J$ ,  $P$  ve  $C$  kuantum sayılarıdır. Burada  $J$  toplam açısal momentum,  $P$  parite,  $C$  ise yük eşleniğidir. Aşağıda Tablo 2.1' de mezonları ifade etmek için kullanılan olası akım değerleri verilmiştir.

Tablo 2. 1. Mezonlara karşılık gelen olası akım ifadeleri [5]

Kuantum Sayısı	Ara Kesit Akımı
$J^{PC} = 0^{++}$	$J_S = \bar{q}_i q_j$
$J^{PC} = 0^{-+}$	$J_P = i \bar{q}_i \gamma_5 q_j$
$J^{PC} = 1^{--}$	$J_V = \bar{q}_i \gamma_\mu q_j$
$J^{PC} = 1^{++}$	$J_A = \eta_{\mu\nu} \bar{q}_i \gamma_\nu \gamma_5 q_j$
$J^{PC} = 1^{+-}$	$J_{A'} = \bar{q}_i \partial_\mu \gamma_5 q_i$
$J^{PC} = 2^{++}$	$J_T = i \bar{q}_i \left( \gamma_\mu \partial_\nu + \gamma_\nu \partial_\mu + \frac{2}{3} \eta_{\mu\nu} \partial \right) q_i$
$J^{PC} = 2^{-+}$	$J_{T'} = i \bar{q}_i \left( \gamma_\mu \gamma_5 \partial_\nu + \gamma_\nu \gamma_5 \partial_\mu + \frac{2}{3} \eta_{\mu\nu} \gamma_5 \partial \right) q_i$

## 2.1. Wilson Operatör Çarpım Açılımı

Wilson Operatör Çarpım Açılımı (OPE) korelasyon fonksiyonunda KRD kısmı hesaplanırken kısa ve uzun mesafe etkilerini birbirinden ayırmak için kullanılan bir yöntemdir. 1969 yılında K.G. Wilson tarafından ileri sürülmüştür. Bu yöntemde korelasyon fonksiyonu yerel operatörlerin serisi şeklinde ifade edilmektedir. Bu yerel operatör serisinin açılımında kullanılan katsayılar Wilson katsayıları olarak ifade edilir. Öncelikle kısa mesafe etkileri dikkate alınır. Denklem (2.1)' de verilen

korelasyon fonksiyonu kullanılarak mezon durumu aşağıda verildiği şekilde ifade edilir:

$$i \int d^4x e^{iq \cdot x} T(j_\Gamma(x) j_\Gamma(0)) = C_1^\Gamma 1 + \sum_n C_n^\Gamma(q) O_n. \quad (2.5)$$

Burada  $C_1^\Gamma$  ve  $C_n^\Gamma$  'ler pertürbasyon teorisi ile hesaplanan Wilson katsayılarını temsil eder ve kısa mesafe bilgilerini içerir,  $I$  birim operatörü,  $O_n$  ise boyutlara göre kuark ve gluon alanları kullanılarak oluşturulan yerel invaryant operatörleri temsil eder. OPE' de operatörler ifade edilirken “ $d$ ” ile sembolize edilen operatör boyutlarına göre sıralama işlemi gerçekleştirilir. En düşük boyutta yani  $d = 0$  durumundaki operatör birim operatördür ve pertürbatif katkıyı ifade eder. Seri içerisindeki daha yüksek boyutlu operatörler ise pertürbatif olmayan katkıları ifade eder. KRD'de vakum durumu renksizdir ve burada vakum beklenen değerleri ile ilgilenilir.  $d = 1, 2$  boyutları için KRD' de renksiz operatör bulunmadığı için (2.5) ifadesinde bu boyutlara uygun terimler yer almamaktadır. Bu durumda birim operatörden sonraki en küçük operatör  $d = 3$  boyutuna sahip olan ve kuark kondensatlarına karşılık gelen operatördür.  $d = 4$  boyutuna sahip operatör ise gluon kondensatlarına karşılık gelmektedir. Burada  $\psi$  (kuark alanı) için  $d = 3/2$  ve  $A_\mu$  (gluon alanı) için ise  $d = 1$  'dir. Aşağıda Tablo 2.2 ile sunulduğu üzere boyutları altıya eşit ve altıdan küçük olan operatör seti gösterilmiştir.

Tablo 2. 2. Operatör boyutları [5]

Operatör	Boyut
I (Birim operatör)	$d = 0$
$O_3 = \bar{\psi}\psi$	$d = 3$
$O_4 = G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$	$d = 4$
$O_5 = \bar{\psi}\sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} G^{a\mu\nu} \psi$	$d = 5$

Tablo 2.2. (Devam) Operatör boyutları [5]

$O_6^\psi = (\bar{\psi} \Gamma_r \psi)(\bar{\psi} \Gamma_s \psi)$	$d = 6$
$O_6^G = f_{abc} G_{\mu\nu}^a G_\sigma^{bv} G^{c\sigma\mu}$	$d = 6$

Burada  $G_{\mu\nu}^a$  gluon alan şiddet tensörünü,  $\lambda^a$  Gell-Mann matrislerini,  $\Gamma_r$  ve  $\Gamma_s$  ifadeleri Gell-Mann ve Dirac matrislerini içerir. Literatürden bilindiği üzere  $Tr(\lambda^a \lambda^b) = 2\delta^{ab}$  ve  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2}i[\gamma_\mu \gamma_\nu]$  şeklinde ifade edilmektedir.  $d > 6$  olan daha yüksek boyutlu operatörler ile ifade edilen kondensatlar KRD toplam kuralları yönteminde genel olarak çok az katkı vermeleri nedeniyle genellikle bu kondensatlardan gelen katkılar ihmal edilmektedir.

## 2.2. Kondensatlar

Kondensatlar ile ilgili literatürde bulunan değerler deneylerden elde edilmiş olan verilerdir. Bazı kondensatlar doğrudan deney verilerinden elde edilirken bazıları ek tahminler içerir. Bu durumda deneylerden elde edilen verilerle başlamak en mantıklı tercihtir. KRD' nin temel durumuna baktığımızda karmaşık bir şekilde etkileşime giren ayar alanları ve kuarklardan oluşan çok yoğun bir madde hali olduğunu görmekteyiz. Burada kuark kondensantının önemi, kendiliğinden kırılan kiral simetriden sorumlu olmasıdır. Gluon kondensantı ise vakumdaki pertürbatif olmayan alanların normalleşmesini belirler. OPE ifade edilirken belirtildiği üzere Wilson katsayıları kısa mesafe etkilerini içermekteydi. Burada kondensatlar ise vakum beklenen değerleri olarak ifade edilirler ve pertürbatif olmayan uzun mesafe etkilerini içermektedirler.

Aşağıda Gell-Mann, Oakes, Renner bağıntısı yardımıyla hesaplanan hafif kuark kondensatlarının GeV cinsinden değerleri verilmiştir:

$$\begin{aligned}
 \langle 0 | \bar{u}u | 0 \rangle &= -(0,250 \text{ GeV})^3 = -1,5625 \times 10^{-2} \text{ GeV}^3, \\
 \langle 0 | \bar{d}d | 0 \rangle &= -(0,250 \text{ GeV})^3 = -1,5625 \times 10^{-2} \text{ GeV}^3, \\
 \langle 0 | \bar{s}s | 0 \rangle &= 0,8 \times \langle 0 | \bar{u}u | 0 \rangle = -1,25 \times 10^{-2} \text{ GeV}^3.
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Gluon kondensatları ise KRDTK yöntemi yardımıyla hesaplanır. Gluon kondensatları için GeV değerleri aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^c G_{\mu\nu}^c | 0 \rangle &= 0,012 GeV^4 = 1,2 \times 10^{-2} GeV^4 \\ g \langle \bar{q} \sigma^{\mu\nu} \frac{\lambda_a}{2} q G_{\mu\nu}^a \rangle &= M_0^2 \langle \bar{q} q \rangle = 0,80 GeV^2 \cdot (-1,5625 \times 10^{-2} GeV^3) = -0,0125 GeV^5. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Ağır kuark kondensatları için tahminler aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} m_c &= 001,30 GeV \rightarrow \langle 0 | \bar{c} c | 0 \rangle = -7,693 \times 10^{-4} GeV^3, \\ m_b &= 004,50 GeV \rightarrow \langle 0 | \bar{b} b | 0 \rangle = -2,2 \times 10^{-4} GeV^3, \\ m_t &= 176,20 GeV \rightarrow \langle 0 | \bar{t} t | 0 \rangle = -5,675 \times 10^{-6} GeV^3. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Bu durumda verilen değerleri kıyasladığımızda ağır kuark kondensatları hafif kuark kondensatlarına göre ihmal edilebilir durumdadır. Daha yüksek boyutlu kuark kondensatları için temel düşünce vakum durumlarının baskın olmasıdır. Yani yüksek boyutlu durumlardan gelen katkılar çok küçük olması nedeni ile ihmal edilir. Bu düşünce aşağıda dört kuark kondensatı için çarpanlara ayırma yoluyla ifade edilerek aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} \langle 0 | \bar{q} q \bar{q} q | 0 \rangle &= \langle 0 | \bar{q} q 1 \bar{q} q | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{q} q \sum_n | n \rangle \langle n | \bar{q} q | 0 \rangle \\ &= \sum_n \langle 0 | \bar{q} q | n \rangle \langle n | \bar{q} q | 0 \rangle \approx \langle 0 | \bar{q} q | 0 \rangle \langle 0 | \bar{q} q | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Yukarıdaki (2.9) eşitliğinde ifade edildiği gibi vakum ara durumu ve terim korunarak dörtlü kuark matrisin ortasına tam bir durum kümesi eklenir. Burada vakum ara durumu korunduğundan dolayı vakumun sayısal olarak en büyük katkıyı verdiği varsayılır. Bu bir tahmin olmasına rağmen sonuçları kullanışlıdır. Sadece tek renkteki kuarklar dikkate alınarak kondensatın çarpanlara ayrılması aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \bar{q} \lambda_a \gamma_\mu q \bar{q} \lambda_a \gamma_\mu q | 0 \rangle &= \langle 0 | \bar{q}_{i,a} \gamma_\mu^{\alpha\beta} \lambda_a^{ij} q_{j,\beta} \bar{q}_k^\eta \gamma_\nu^\mu \lambda_a^{kl} q_l^\nu | 0 \rangle \\ &= \gamma_\mu^{\alpha\beta} \lambda_a^{ij} \gamma_\nu^\mu \lambda_a^{kl} \langle 0 | \bar{q}_{i,a} q_{j,\beta} \bar{q}_k^\eta q_l^\nu | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Burada  $\alpha, \beta, \eta, \nu$  Dirac indisleri,  $i, j, k, l$  ise çeşni indisleridir. Bu operatörler

skalerdirler ve bu operatörlerin vakum beklenen değerlerinde spin, çeşni veya renk yoktur. Bunu yapabilmek için operatörler  $q$  ve  $\bar{q}$  alanlarında çiftler halinde gruplandırılır. Bu çiftlerdeki indeksler karşılıklı geldikleri özellikleri iptal ederler, bu nedenle birbirlerine eşit olmak zorundadırlar. Son olarak toplama yapıp normalleştirme faktörünün hesaba katılması işlemi gerçekleştirilir. Aşağıda (2.11) eşitliği ile normalleştirme faktörü ifade edilmiştir.

$$\langle 0 | \bar{q}_A q_B | 0 \rangle = \frac{\delta_{AB}}{N} \langle 0 | \bar{q} q | 0 \rangle. \quad (2.11)$$

Sonuç çarpanlara ayırma formülünün yapısı aynı kalacak şekilde farklı renk olasılığını da içermelidir. Ayrıca çarpanlara ayırma Fierz dönüşümleri uygulanarakta elde edilebilir. KRD' de dört kuark kondensatı yaygın olarak kullanılır. Verilere toplam kuralları uygulandığında vakum doygunluğu hipotezi doğru sonuçlar vermez. Bu durumun önüne geçebilmek için bir “k” faktörü belirlenir. Dört kuark kondensatı çarpanlara ayrılırken bu faktör ile çarpılır böylece vakum ihlalinin önüne geçilmiş olur. Sonuç olarak ifade etmek gerekirse Wilson katsayılarının aksine kondensatların değeri güvenilir bir şekilde elde edilemiyor.

### 2.3. Dispersiyon Bağıntısı

KRD toplam kurallarında korelasyon fonksiyonu fiziksel kısım ve KRD kısmı için iki farklı şekilde hesaplandıktan sonra dispersiyon bağıntısı kullanılarak birbirine eşitlenir ve böylelikle fiziksel nicelikler elde edilmiş olur. KRD için dispersiyon bağıntısı aşağıdaki gibi verilir:

$$\Pi(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Im} \Pi(s)}{(s - q^2)} ds. \quad (2.12)$$

Korelatör için Taylor açılımı aşağıdaki şekilde verilir:

$$\begin{aligned} \Pi(q^2) &= \Pi(0) + \left[ \frac{d}{dq^2} \Pi(q^2) \right] + \dots \\ &+ \frac{1}{(n-1)!} \left[ \left( \frac{d}{dq^2} \right)^{n-1} \Pi(q^2) \right]_{q^2=0} (q^2)^{n-1} + \frac{(q^2)^n}{\pi} \int \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s^n (s - q^2)} ds. \end{aligned} \quad (2.13)$$



Burada korelatörün ıraksamaları, polinomun katsayılarının yeniden normalleştirilmesiyle ortadan kaldırılır.

$$\Pi(q^2) = \Pi(0) + \frac{q^2}{\pi} \int \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s(s-q^2)} ds. \quad (2.14)$$

Eğer  $\Pi(0) = 0$  ise,

$$\Pi(q^2) = \frac{q^2}{\pi} \int \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s(s-q^2)} ds \quad (2.15)$$

şeklinde elde edilir. Bu tür integrallerde bir başka yol Hilbert Momentleri  $M_n(q^2)$  yöntemidir. Bu momentler dispersiyon bağıntısının  $q^2$ , ye göre türevleridir:

$$\frac{d}{dq^2} \Pi(q^2) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s(s-q^2)^2} ds, \quad (2.16)$$

$$\left( \frac{d}{dq^2} \right)^2 \Pi(q^2) = \frac{2}{\pi} \int \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s(s-q^2)^3} ds, \quad (2.17)$$

$$\left( \frac{d}{dq^2} \right)^3 \Pi(q^2) = \frac{2.3}{\pi} \int \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s(s-q^2)^4} ds, \quad (2.18)$$

$$\left( \frac{d}{dq^2} \right)^4 \Pi(q^2) = \frac{2.3.4}{\pi} \int \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s(s-q^2)^5} ds. \quad (2.19)$$

Denklemin kapalı halini aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

$$M_n(q^2) = \frac{1}{n!} \left( \frac{d}{dq^2} \right)^n \Pi(q^2) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s(s-q^2)^{n+1}} ds \quad n \geq 1. \quad (2.20)$$

Burada dispersiyon bağıntısının yakınsaması için bir başka yöntem de Borel dönüşümüdür. Borel parametresi kullanılarak Borel dönüşümü gerçekleştirilebilir. Burada amacımız sadece temel durumlardaki katkıları hesaplamaktır [42,54,56].

## 2.4. Borel Dönüşümleri

Toplam kurallarını elde edebilmek için gerçekleştirdiğimiz bir diğer adım Borel dönüşümleridir. Korelasyon fonksiyonun KRD ve fiziksel kısımlarının eşitlenmesi yeterli değildir. Çünkü fiziksel kısımda  $Q^2$  değerleri küçük, KRD kısmında ise  $Q^2$  değerleri büyüktür. Bu durumda işlemlerin doğru sonuçlar verebilmesi adına her iki kısmın da ortak bir aralık değerinde kesişmesi gerekmektedir. Bu durumda her iki kısmın da geçerli olduğu bir aralıkta buluşabilmeleri adına Borel dönüşümü uygulanır. Borel dönüşümleri, literatürde momentum dönüşümleri veya ters Laplace dönüşümleri olarak bilinmektedir. Amaç temel durum katkılarını hesaplamak olduğundan Borel dönüşümlerini uyarılmış durumlardan gelen katılardan veya operatör açılımından gelen yüksek katılardan kurtulmak amacıyla kullanırız. Dispersiyon bağıntısında  $Q^2 = -q^2$  alınarak aşağıdaki denklemle verilen ifade elde edilir:

$$M_n^j(Q_0^2) = \frac{1}{n!} \left( -\frac{d}{dQ^2} \right)^n \Pi^j(Q^2) \Big|_{Q^2=Q_0^2} = \frac{1}{\pi} \int_{4m_q^2}^{\infty} \frac{\text{Im} \Pi(s)}{(s + Q_0^2)^{n+1}} ds. \quad (2.21)$$

Buradaki "n" ifadesi keyfi türev sayısını ifade eder.  $Q^2$ 'nin değeri arttığında türevlerinde sayısı artar ve limit alınır. Burda  $\frac{Q^2}{n} \equiv M^2$  eşitlemesi yapılarak  $Q^2$

yerine  $M^2$  Borel kütlesi denilen keyfi bir değişken tanımlanır. Bu tanımlamada bu değişkenin fiziksel bir anlamı yoktur sadece hesaplamalarda kolaylık sağlaması amacıyla kullanılır. Bu sebeple hesaplamalardaki fiziksel nicelikler bu değişkenden bağımsız olmalıdır. Borel dönüşümü aşağıdaki (2.22) denklemi ile ifade edilmektedir:

$$\hat{B} = \lim_{Q^2, n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n)!} (Q^2)^{n+1} \left( -\frac{d}{dQ^2} \right)^n. \quad (2.22)$$

$Q^2 / n = M^2$

Kütle ve bozunma sabitini hesaplamada kullanılan borel dönüşümünün genel ifadesi:

$$\hat{B}_{M^2} \frac{1}{(q^2 - m^2)^n} = (-1)^n \frac{1}{(n-1)!} \frac{1}{(M^2)^{n-1}} e^{-m^2/M^2}, \quad (2.23)$$

olarak verilir[5,14].

### 3. TERMAL KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE $\pi_2(1670)$ MEZONUNUN TERMAL ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ

Termal KRD Toplam Kuralları yöntemi hadron parametrelerini incelemek için kullanılan etkili ve güvenilir sonuçlar veren bir yöntemdir. Tezin bu bölümünde Termal KRD Toplam Kuralları yöntemi kullanılarak  $\pi_2(1670)$  mezonunun termal özellikleri incelenecektir. Mezonların termal özelliklerini inceleyerek KRD vakum hakkında ve KRD dinamiği hakkında önemli bilgiler elde edilebilir [62,63,64,65]. Pseudotensör mezonlar ile ilgili literatürde çok sayıda mevcut deneysel veriler olmasına rağmen pseudotensör mezonların özelliklerini açıklamada hala pek çok eksik bulunmakta ve gizemini devam ettirmektedir. Bu nedenle pseudotensör mezonlar ile ilgili yapılan teorik çalışmaların artması bu mezonların özelliklerinin daha iyi açıklanmasını ve bu gizemin açıklığa kavuşturulmasını sağlayarak bize ışık tutacak ve bu parçacıkların yapısını daha iyi anlayabilme adına avantajlar sağlayacaktır. Bu mezon Parçacık Veri Grubu (PDG)' ndan alınan verilere göre hafif çeşnisiz mezonlar sınıfında yer almaktadır. Tablo 3.1.' de bu mezon için PDG verileri sunulmuştur.

Tablo 3. 1. Pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için PDG verileri [16]

Kuantum Sayıları	$I^G(J^{PC}) = 1^-(2^{-+})$
Kütle ( $m$ )	$1670, 6_{-1,2}^{+2,9} MeV$
Bozunma Genişliği	$258_{-9}^{+8} MeV$
Kuark İçeriği	$(u\bar{u} - d\bar{d}) / \sqrt{2}$

Bu tezde incelenen mezonun kuark içeriğine bakıldığında hafif kuarklar sınıfında yer alan  $u$  ve  $d$  kuarkları barındırıyor. Bilindiği üzere bu mezonların ortamda incelenmesi kuark ve gluon kondensatlarına bağlıdır. Bu şekilde ortamda inceleme

yapılırken kondensatlar modifiye edilir.

### 3.1. Termal KRD Toplam Kuralları

KRDTK'nın vakum ortamında çalışılmasının ardından daha güvenilir sonuçların elde edilebilmesi adına kurama sıcaklığın dahil edilmesi fikri gelişti. Böylelikle toplam kurallarına sıcaklığın eklenmesi ile birlikte Termal KRD Toplam kuralları elde edilmiş oldu. KRD Toplam Kurallarına sıcaklığın dahil edilmesi fikri ilk kez 1986 yılında Bochkarev ve Shaposhnikov tarafından ileri sürülmüştür. Yapılan çalışmalar sıcaklık artması ile birlikte ortamın özelliklerinde ciddi farklılıkların oluştuğunu gösterdi. Düşük sıcaklık değerlerinde sistemde renksiz hadronlar bulunurken yüksek sıcaklıklarda ise etkileşim güçlenir. Daha da yüksek sıcaklıklara ulaşıldığında ise teorik incelemeler kritik sıcaklık ( $T_c \sim 155 MeV$ ) [26] değerinde hadron fazından kuark-gluon plazma (KGP) fazına geçiş yapıldığını öngörmektedir. KGP fazına geçiş sinyalleri 1985 yılında T. Matsui ve H. Satz [28] tarafından  $J/\psi$  mezonunun ortam etkileri incelenerek ele alınmıştır. KGP fazı evrenin ilk zamanları yani Büyük Patlama'nın ilk mikrosaniyesinde çok yüksek sıcaklıklarda kuark ve gluonların serbest bir şekilde hareket edebildikleri homojen bir ortam halini öngörmektedir. Günümüz fiziğinin de temel problemlerinden biri bu yoğun ve karmaşık madde halinin nasıl oluştuğunu ve hangi aşamalardan geçtiğini bulmaktır [29,30,32,44]. Bu nedenle Termal KRD ile bu durumları hesaplamak evrenin oluşumunu anlamada bize önemli bilgiler verir [17,27]. Termal KRD' de KRD' den farklı olarak yüksek sıcaklıklarda Wilson açılımında yeni operatörler eklenir ve bu durumda Lorentz invaryantlığı bozulur [18]. Yeni eklenen operatörler Lorentz invaryant operatörlerine zıt bir şekilde davranır. Lorentz invaryant operatörler  $T = 0$  durumunda sıfırdan farklı değerler alır ve sıcaklığın artmasıyla birlikte aldığı değerler azalır. Yeni eklenen operatörler ise  $T = 0$  durumunda sıfır değerini alarak başlar ve sıcaklık arttıkça aldıkları değerler de artar. Bu şu anlama gelir yüksek sıcaklıklara çıkıldıkça yeni operatörlerden gelen katkılar daha baskın olmaya başlar [19, 20].

### 3.2. Termal Korelasyon Fonksiyonu

Bu çalışmada ilk önce iki noktalı korelasyon fonksiyonunu yazmakla işe başlandı. Korelasyon fonksiyonunda hadronların kuantum sayılarına göre yazılan ara kesit

akımları kullanılır. Pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için Termal KRD korelasyon fonksiyonu aşağıdaki şekilde verilir:

$$\Pi(q, T) = i \int d^4x e^{iq \cdot (x-y)} \langle \xi \mathbb{T} [J_{\pi_2}(x) \bar{J}_{\pi_2}(y)] \rangle. \quad (3.1)$$

Burada,  $\xi = e^{-H/T} / \text{Tr}(e^{-H/T})$  şeklindedir.  $\mathbb{T}$  zaman sıralama operatörünü,  $q$  kuarkların toplam momentumunu,  $J$  ise ara kesit akımını temsil eder. Görüldüğü üzere mezon için yazılan korelasyon fonksiyonunda ara kesit akım ifadesi yazılırken  $x$  ve  $y$  noktaları için ayrı olarak belirtildi. Bu durumun sebebi bu mezon için ara kesit akımının uzay- zamana göre türevler içeriyor olmasıdır.

Burada korelasyon fonksiyonu hesaplanırken iki şekilde hesaplanır. Birinci kısım fiziksel kısım dediğimiz hadronik serbestlik derecelerine bağlı olarak hesaplanan kısım, ikinci kısım ise KRD dediğimiz kuark, gluon serbestlik derecelerine bağlı olarak hesaplanan kısımdır. Sonuçta iki farklı hesaplama ile elde ettiğimiz korelasyon fonksiyonu Borel dönüşümleri uygulanarak birbirlerine eşitlenir. İlk önce fiziksel kısmı elde edebilmek için korelasyon fonksiyonunda pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için uygun kuantum sayıları kullanılarak bu kuantum sayılarına göre ara kesit akımının arasına fiziksel ara durumların tam setleri yerleştirilir ve hesaplama işlemi yapılır. Dört boyutlu integral alma işlemi  $x$  ve  $y$  noktaları için yapılır ve yüksek mertebe katkıları ayıklandıktan sonra korelasyon fonksiyonu için fiziksel kısım aşağıda verildiği şekilde elde edilir:

$$\Pi_{\mu\nu, \alpha\beta}^{FIZ}(q, T) = \frac{\langle \omega | J_{\mu\nu}(0) | \pi_2 \rangle \langle \pi_2 | \bar{J}_{\alpha\beta}(0) | \omega \rangle}{m_{\pi_2}^2(T) - q_{\pi_2}^2} + \dots \quad (3.2)$$

Burada  $\omega$  sıcak hadron ortamını ve  $\dots$  ile ifade edilenler ise yüksek durumlardan ve süreklilikten gelen katkıları gösterir. Burada  $m_{\pi_2}(T)$  tensör mezonunun sıcaklığa bağlı kütesini vermektedir. Leptonik bozunma sabitinin sıcaklığa bağlı  $f_{\pi_2}(T)$  ifadesi  $\langle \omega | J_{\mu\nu}(0) | \pi_2 \rangle$  matris elemanı cinsinden aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\langle \omega | J_{\mu\nu}(0) | \pi_2 \rangle = f_{\pi_2}(T) m_{\pi_2}^3(T) \varepsilon_{\mu\nu}, \quad (3.3)$$

yukarıda verilen formülde  $\mathcal{E}_{\mu\nu}$  polarizasyon tensörünü ifade eder ve polarizasyon tensörü için aşağıdaki eşitlik verilir:

$$\mathcal{E}_{\mu\nu}\mathcal{E}_{\alpha\beta}^* = \frac{1}{2}\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \frac{1}{2}\eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - \frac{1}{3}\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}, \quad (3.4)$$

burada

$$\eta_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_{\pi_2}^2}, \quad (3.5)$$

şeklinde ifade edilir. Korelasyon fonksiyonunda, (3.3) eşitliği ile verilen ifadeler yerine yazıldığında fiziksel kısım aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta}^{FIZ} = \frac{f_{\pi_2}^2 m_{\pi_2}^6}{(m_{\pi_2}^2 - q^2)} (g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} + g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}) + \text{diğer yapılar}. \quad (3.6)$$

Burada amacımız kütle ve leptonik bozunma sabitini TKRDTK ile elde edebilmek, bu amaçla korelatörde pertürbatif  $\Gamma(q^2, T)$  ve pertürbatif olmayan  $\tilde{\Gamma}(q^2, T)$  katkıları ayırılır. Korelatörde bu katkıların ayrılması aşağıda verildiği gibidir:

$$\Pi^{FIZ}(q^2, T) = \Gamma(q^2, T) + \tilde{\Gamma}(q^2, T). \quad (3.7)$$

Fiziksel kısım elde edildikten sonra KRD kısmını elde edebilmek için KRD kısmını kuarklar, kuark kütleleri kuark ve gluon kondensatları gibi KRD parametreleri cinsinden hesaplanır.

Korelasyon fonksiyonunda KRD kısmını fiziksel kısım ile aynı Lorentz yapısını cinsinden aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

$$\Pi_{\mu\nu,\alpha\beta}^{FIZ}(q^2, T) = \Pi^{KRD}(q^2, T) \left\{ \frac{1}{2}(g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} + g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}) \right\} + \text{diğer yapılar}. \quad (3.8)$$

Toplam kurallarını elde edebilmek için fiziksel kısım ile KRD (teorik kısım) kısmında aynı Lorentz yapısını seçerek elde edilen ifadeleri eşitleriz. Buna ek olarak, dispersiyon bağıntısını kullanılır:

$$\Pi^{KRD}(q^2, T) = \int_{s_{\min}}^{s_0(T)} \frac{\rho^{KRD}(s, T)}{s - q^2} ds + \dots, \quad (3.9)$$

burada  $\rho^{KRD}(s, T)$  spektral yoğunluktur ve aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\rho^{KRD}(s, T) = \frac{1}{\pi} \text{Im}[\Pi^{KRD}(s, T)]. \quad (3.10)$$

Pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için spektral yoğunluk ifadesi elde edilirken başlangıç noktası olarak tekrardan korelatör ifadesi kullanılır. Pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için kuark alanları cinsinden ara kesit akım ifadesi aşağıda verildiği şekilde yazılır:

$$J_{\mu\nu}(x) = \frac{i}{2\sqrt{2}} [\bar{u}(x)(\gamma_\mu\gamma_5\partial_\nu(x) + \gamma_\nu\gamma_5\partial_\mu(x) + \frac{2}{3}\eta_{\mu\nu}\gamma_5\not{\partial})u(x) - \bar{d}(x)(\gamma_\mu\gamma_5\partial_\nu(x) + \gamma_\nu\gamma_5\partial_\mu(x) + \frac{2}{3}\eta_{\mu\nu}\gamma_5\not{\partial})d(x)]. \quad (3.11)$$

Daha sonra Wick teoremi yardımı ile kuark alanları ilişkilendirilerek aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\Pi_{\mu\nu, \alpha\beta} = \frac{i}{8} \int d^4x e^{iq \cdot x} [Tr[\partial_\beta(y)s_u(y-x)\gamma_\mu\gamma_5\partial_\nu(x)s_u(x-y)\gamma_\alpha\gamma_5] + (\beta \rightarrow \alpha) + (\mu \rightarrow \nu) + (\beta \rightarrow \alpha, \mu \rightarrow \nu) + [u \rightarrow d]] \Big|_{y=0}. \quad (3.12)$$

Hesaplamalara devam edilebilmesi için bir sonraki adım kuark propagatörü ifadesini yazmaktır. Bu parçacık için kullanılan ve literatürde mevcut olan hafif kuark propagatörü aşağıdaki eşitlik ile verilir:

$$S_q^{\text{ab}}(y-x) = i\delta_{\text{ab}} \frac{(\not{y}-\not{x})}{2\pi^2(y-x)^4} - \frac{m_q}{4\pi^2(y-x)^2} \delta_{\text{ab}} - \frac{\langle \bar{q}q \rangle_T}{12} \delta_{\text{ab}} - \frac{(y-x)^2}{192} m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle_T \left( 1 - \frac{im_q(\not{y}-\not{x})}{6} \right) \delta_{\text{ab}} + \frac{i}{3} \left[ (\not{y}-\not{x}) \left( \frac{m_q}{16} \langle \bar{q}q \rangle_T - \frac{1}{12} \langle u^\mu \theta_{\mu\nu}^f u^\nu \rangle \right) + \frac{1}{3} (u \cdot (y-x)) \not{u} \langle u^\mu \theta_{\mu\nu}^f u^\nu \rangle \right] \delta_{\text{ab}}$$

$$-\frac{ig_s G_{ab}^{\alpha\beta}}{32\pi^2(y-x)^2}[(\mathcal{Y}-\mathcal{X})\sigma_{\alpha\beta} + \sigma_{\alpha\beta}(\mathcal{Y}-\mathcal{X})] - i\delta_{ab} \frac{(y-x)^2(\mathcal{Y}-\mathcal{X})g_s^2 \langle \bar{q}q \rangle_T^2}{7776}. \quad (3.13)$$

Burada  $m_q$  ifadesi hafif kuark kütlesi,  $u^\mu$  ortamın hızı,  $\langle \bar{q}q \rangle_T$  sıcaklığa bağlı hafif kuark kondensatını,  $q$ ' lar  $u$  ve  $d$  kuarkları temsil eder.  $\theta_{\mu\nu}^f$  ise enerji momentum tensörünün fermiyonik kısmıdır. Bu bilgilere ek olarak enerji momentum tensörünün gluonik kısmına  $\theta_{\sigma\lambda}^g$  ihtiyacımız var ve gluon kondensatı enerji momentum tensörü kullanılarak aşağıdaki ifadeden elde edilir [49,53]:

$$\begin{aligned} \langle Tr^c G_{\alpha\beta} G_{\mu\nu} \rangle &= \frac{1}{24}(g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu})\langle G_{\lambda\sigma}^{\alpha} G^{\omega\lambda\sigma} \rangle + \frac{1}{6}[g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu} \\ &\quad - 2(u_\alpha u_\mu g_{\beta\nu} - u_\alpha u_\nu g_{\beta\mu} - u_\beta u_\mu g_{\alpha\nu} + u_\beta u_\nu g_{\alpha\mu})]\langle u^\lambda \theta_{\lambda\sigma}^g u^\sigma \rangle. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Gerekli olan tüm hesaplamalar tamamlandıktan sonra pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için elde edilen spektral yoğunluk ifadesinin pertürbatif kısmı aşağıda yazıldığı şekildedir:

$$\rho(s,T) = \left( \frac{(5m_d^2 + 5m_u^2 - 3s)s}{80\pi^2} \right) + \left( -\frac{(m_d^2 + m_u^2)s}{48\pi^2} \right). \quad (3.15)$$

Üç boyutlu, dört boyutlu ve beş boyutlu operatörlerden gelen pertürbatif olmayan katkılar için Borel dönüşümünden sonra aşağıdaki ifadeler elde edilmiştir:

$$\tilde{B}\tilde{\Gamma}_3(q,T) = \left( -\frac{1}{3}M^2(m_d \langle \bar{d}d \rangle + m_u \langle \bar{u}u \rangle) \right). \quad (3.16)$$

$$\tilde{B}\tilde{\Gamma}_4(q,T) = 0. \quad (3.17)$$

$$\tilde{B}\tilde{\Gamma}_5(q,T) = \frac{1}{4}m_0^2(m_d \langle \bar{d}d \rangle + m_u \langle \bar{u}u \rangle). \quad (3.18)$$

Böylelikle spektral yoğunluk ifadesi, korelatörün KRD kısmı ve fiziksel kısmının elde edilmesi sağlandı. Burada korelasyon fonksiyonunda KRD ve fiziksel kısımlar elde edildikten sonra birbirlerine eşitleme işlemi gerçekleştirilir ve ardından da Borel



dönüşümü uygulayarak TKRDTK' ı elde edilir. Bu sayede hadronik kütle ve leptonik bozunma sabiti aşağıda verildiği şekilde elde edilir. Pseudotensör mezon  $\pi_2(1670)$  için leptonik bozunma sabiti:

$$f_{\pi_2}^2(T) = \frac{\int_{s_{\min}}^{s_0(T)} ds \rho(s) \exp(-s/M^2) + \tilde{B}\tilde{\Gamma}(q, T)}{m_{\pi_2}^6(T) \exp(-m_{\pi_2}^2(T)/M^2)}. \quad (3.19)$$

Leptonik bozunma sabiti için verilen formülde  $s_0(T)$  ile ifade edilen değer sıcaklığa bağlı süreklilik eşiği  $M^2$  ile ifade edilen değer ise Borel kütle parametresidir.

Pseudotensör mezon  $\pi_2(1670)$  için hadronik kütle:

$$m_{\pi_2}^2(T) = \frac{\int_{s_{\min}}^{s_0(T)} ds s \rho(s) \exp(-s/M^2) + \frac{d}{d(-1/M^2)} \tilde{B}\tilde{\Gamma}(q, T)}{\int_{s_{\min}}^{s_0(T)} ds \rho(s) \exp(-s/M^2) + \tilde{B}\tilde{\Gamma}(q, T)}, \quad (3.20)$$

şeklinde verilir. Sonuç olarak termal kondensat katkıları hesaba katılarak, ortamda lorentz invariantlığını sağlamak amacıyla dört boyutlu hız vektörü olarak tanımladığımız  $u^\mu$  kullanıldığında ortaya çıkan dört boyutlu enerji momentum tensörünün gluonik ve fermiyonik kısımları göz önüne alınarak pertürbatif olmayan katkılar hesaplandı. Böylelikle bu mezon için kütle ve leptonik bozunma sabiti değerleri elde edildi.

### 3.3 Nümerik Sonuçlar

Tezin bu bölümünde pseudotensör mezon  $\pi_2(1670)$  için nümerik sonuçlar, kütle ve leptonik bozunma sabitinin sıcaklığa bağlı değişimleri ve sıfır sıcaklıkta  $M^2$  Borel parametresine bağlı değişimleri teorik olarak incelenmiş ve elde edilen veriler grafikler üzerinde gösterilmiştir. Son olarak nümerik hesaplamaları yapabilmek için giriş parametrelerinin belirlenmesi gerekir. Toplam kuralları elde edilirken kuark kütleleri ve kuark kondensatları gibi parametrelere ihtiyaç duyulur. Hesaplamada tablo 3.2.' de belirtilen giriş parametre değerleri verilmiştir.

Tablo 3. 2. Hesaplamalarda kullanılan giriş parametre değerleri

Parametreler	Nümerik Değerler	Referanslar
$m_u$	$(2,16_{-0,26}^{+0,49}) MeV$	[21]
$m_d$	$(4,67_{-0,17}^{+0,48}) MeV$	[21]
$\langle 0 \bar{u}u 0\rangle = \langle 0 \bar{d}d 0\rangle$	$-(0,24 \pm 0,01)^3 GeV^3$	[7]
$m_0^2$	$(0,8 \pm 0,2) GeV^2$	[22]

Burada yöntem gereği kütle ve leptonik bozunma sabiti için toplam kuralları elde edilirken iki yardımcı parametre kullanıldı. Bunlar Borel dönüşümlerinden elde edilen  $M^2$  Borel kütle parametresi ve süreklilikten gelen  $s_0$  süreklilik eşiği parametreleridir. Burada kütle ve leptonik bozunma sabitinin de bu değerlere zayıf bağıllığı görüldü. Aynı zamanda bu hesaplamaları yapabilmek için sıcaklığa bağlı kuark ve gluon kondensatlarına ve enerji yoğunluğu gibi ifadeler ihtiyacımız var. KRDTK yönteminin sürekliliğin nasıl tanımlanacağı konusunda belirsizlik gibi dezavantajlı yanları mevcut ve öyle ki bu durumların sıcaklık arttıkça belirsizlik durumu giderek artmakta bu nedenle burada Örgü teorisi sonuçları kullanılmaktadır. Aşağıda süreklilik eşiği parametrelerinin kuark kondensatlarına bağlı ifadesi verilmiştir:

$$\frac{s_0(T)}{s_0(0)} = \left( \frac{\langle q\bar{q} \rangle_T}{\langle q\bar{q} \rangle_0} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (3.21)$$

Verilen pseudotensör için sıcaklığa bağlı süreklilik eşiği parametresinin de belirtilmesi gerekir. Yukarıdaki eşitlikte  $s_0(T)$  sıcaklığa bağlı süreklilik eşiği,  $s_0(0)$  ise  $T=0$ ' da ki süreklilik eşiğini belirtmektedir. Hesaplamalarda kullanılan bu parametre tamamen keyfi bir parametre değildir. İncelenen mezon için belirlenen ara kesit akımı ile ilk uyarılmış durumun enerjisi ile ilişkilidir. Ayrıca, Örgü teorisi verileriyle uyumlu olan termal kuark kondensatı fit fonksiyonu kullanarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\langle q\bar{q} \rangle_T = \langle q\bar{q} \rangle_0 (Ae^{\alpha T} + B)^{\frac{3}{2}}. \quad (3.22)$$

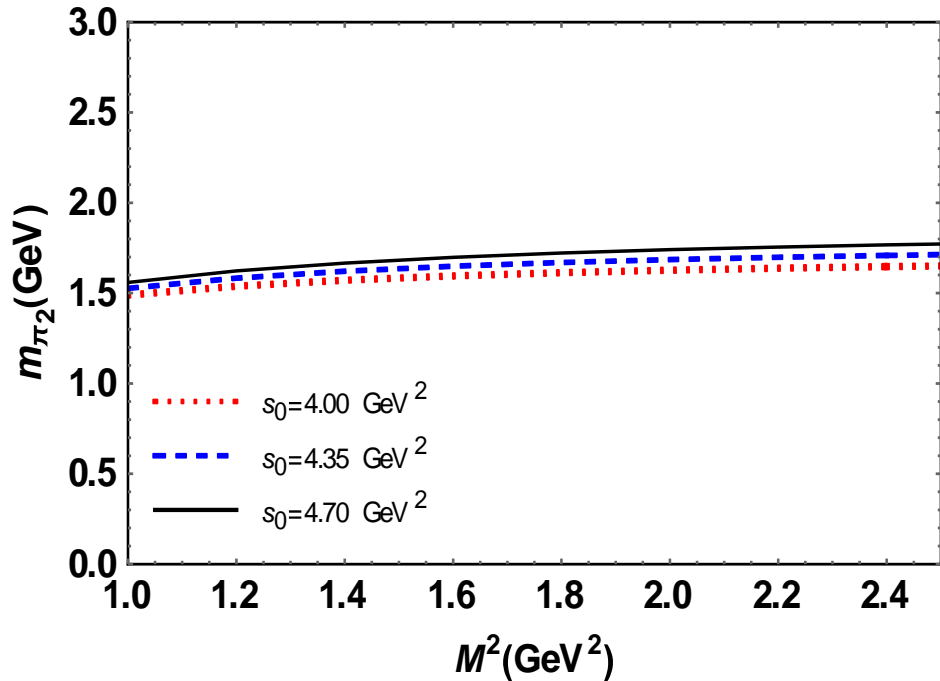
Burada  $\alpha = 0,0412 MeV^{-1}$ ,  $A = -6,444 \times 10^{-4}$ ,  $B = 0,994$  şeklindedir ve enerji

momentum tensörü Örgü teorisi verilerine uygun olarak aşağıdaki şekilde verilir:

$$\langle u^\mu \theta_{\mu\nu}^f u^\nu \rangle_T = \langle u^\mu \theta_{\mu\nu}^g u^\nu \rangle_T = T^4 e^{(\lambda_1 T^2 - \lambda_2 T)} + CT^5. \quad (3.23)$$

Burada  $\lambda_1 = 113,867 GeV^{-2}$ ,  $\lambda_2 = 12,190 GeV^{-1}$  ve  $C = -10,141 GeV^{-1}$  şeklindedir.

Böylelikle yukarıda verilen değerler ile korelatör için gereken veriler belirlenmiş oldu. Fiziksel nicelikler için toplam kuralları elde edilirken kullanılan bir diğer parametre ise Borel kütle parametresidir. Borel kütle parametresi  $M^2$  keyfi bir parametredir. Bu parametre için çalışma aralığı bulunurken süreklilikten ve yüksek mertebeden gelen katkılar ve yüksek boyutlu operatörlerin pertürbatif katkıları da ihmal edilmiştir. Böylelikle Borel kütle parametresi için de çalışma aralığı tanımlanmış oldu.. KRDTK düşük rezonans durumları için kullanıldığından, yüksek durumlardan ve süreklilikten kurtulmak için hadronik eşik parametresi kullanıldı. Bu değerler  $\sqrt{s_0} - m_{\pi_2} = (0,3 - 0,5) GeV$  ve  $4 GeV^2 \leq s_0 \leq 4,7 GeV^2$  şeklindedir. Borel kütlesi için kullandığımız parametre değeri ise  $1,6 GeV^2 \leq M^2 \leq 1,8 GeV^2$  şeklindedir. Sonuç olarak ele alınan kütle için  $T = 0$  da Borel parametresine bağlı olarak nasıl değişim gösterdiği Şekil (3.1)' de verilmektedir.



Şekil 3. 1.  $T = 0$  sıcaklıkta  $\pi_2(1670)$  mezonunun kütlesinin  $M^2$  'ye göre değişimi

Kütle ve leptonik bozunma sabiti elde edilirken en doğru değerlere ulaşabilmek için TKRDTK yöntemi kullanılarak fit fonksiyonu kullanılarak yeni değerler türetilmiştir.

Burada  $y = y_0 + D \exp\left(\frac{x-x_0}{t_1}\right)$ , ve  $y_0 = 0,99954$ ,  $x_0 = 0,14262$ ,

$D = -2,94706 \times 10^{-4}$ ,  $t_1 = 0,13291$  şeklinde ifade edilirken,  $z = z_0 + E \exp\left(\frac{x-x_0}{t_2}\right)$ ,

şeklinindedir. Burada  $z_0 = 1,00059$ ,  $x_0 = 0,11719$ ,  $E = -1,68201 \times 10^{-4}$ ,  $t_2 = 0,15118$ ,

$x = \frac{T}{T_c}$  olarak verilir. Burada  $T_c$  kritik sıcaklıktır.  $y$  kütle temsil eder ve  $y = \frac{m(T)}{m(0)}$

,  $z$  ise leptonik bozunma sabitini temsil eder ve  $z = \frac{f(T)}{f(0)}$  şeklinde verilir.

Sonuç olarak ele alınan parçacık için elde edilen kütle ve leptonik bozunma sabiti değerleri Tablo 3.3.' te deney sonuçları ve diğer modellerle karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

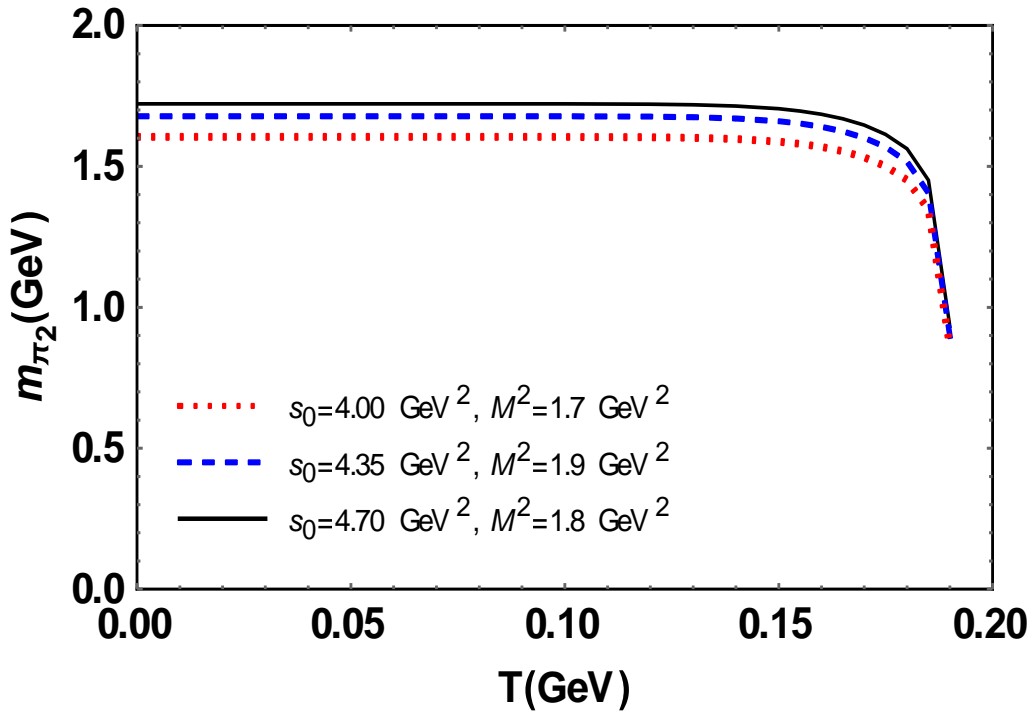
Tablo 3. 3.  $T = 0$  Sıcaklıkta pseudotensör mezon  $\pi_2(1670)$  için kütle ve leptonik bozunma sabiti değerleri

Literatürdeki Veriler ve Sonuçlarımız	Mevcut	Kütle (GeV)	Bozunma sabiti $\times 10^2$	Referanslar
Deney		$1,642^{+0,012}_{-0,001}$	–	[21]
Bizim sonuçlarımız		$1,654 \pm 0,06$	$3,76^{+0,02}_{-0,01}$	–
GI Model		1,680	–	[23]
Üç Cisim Modeli		1,660	–	[24]

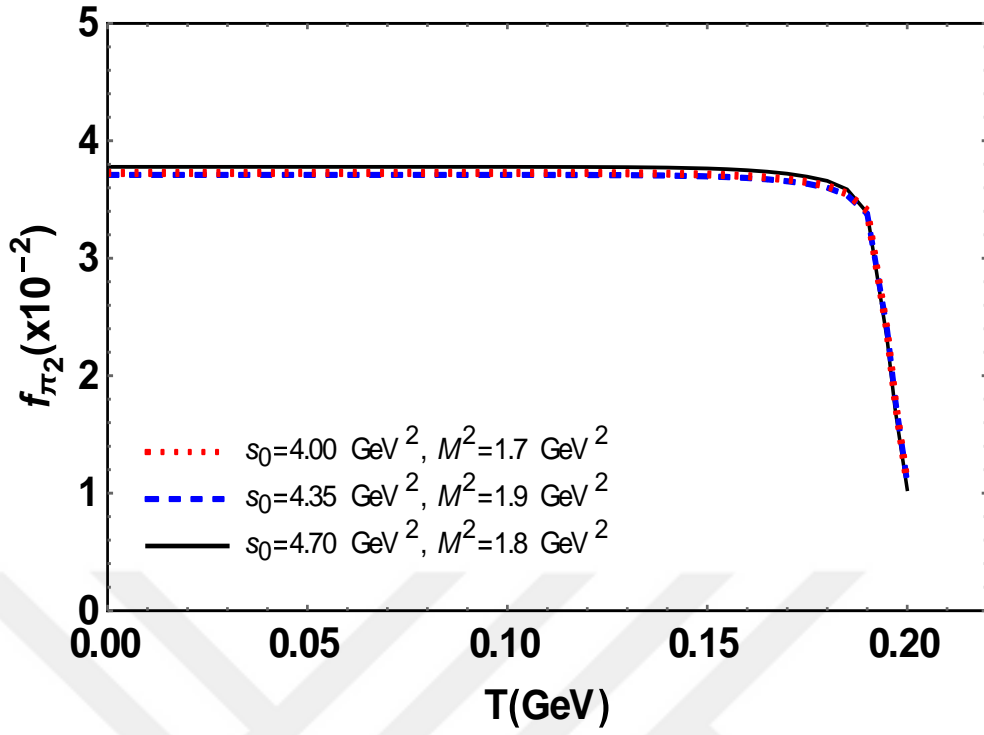
Buna göre bu tabloya bakıldığında tez çalışmasında teorik olarak elde edilen sonuçların deney verileri ile büyük ölçüde uyumlu olduğu görülmektedir. Tez çalışmasında teorik olarak elde edilen nümerik sonuçlar ve grafikler incelendiğinde pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için kütle değerinin ve bozunum sabitinin kritik sıcaklığın üzerinde hızla değiştiği görülmektedir.  $190 \text{ Mev}$  sıcaklığında kütle değerinin %48 bozunma sabitinin ise vakum değerlerine göre %15 civarında azaldığı

görülmektedir. Sıcaklık  $200 \text{ Mev}$  değerine ulaştığında ise bozunum sabitinin keskin bir şekilde azalarak vakum değerinin %25 ine kadar küçüldüğü elde edilmiştir.  $T = 0$  sıcaklık durumunda ise kütle ve bozunma sabiti değerleri elde edilip bu vakum değerleri literatürdeki diğer modeller ve deneysel verilerle karşılaştırılarak Tablo 3.3' te verilmiştir. Elde ettiğimiz verilere göre  $\pi_2$  durumunu temel durum  $\bar{q}q$  pseudotensör olarak ifade etmek mümkündür. Bu mezonun kütlesi Rölativistik kuark modeli öngörüsüyle [23] uyumludur.

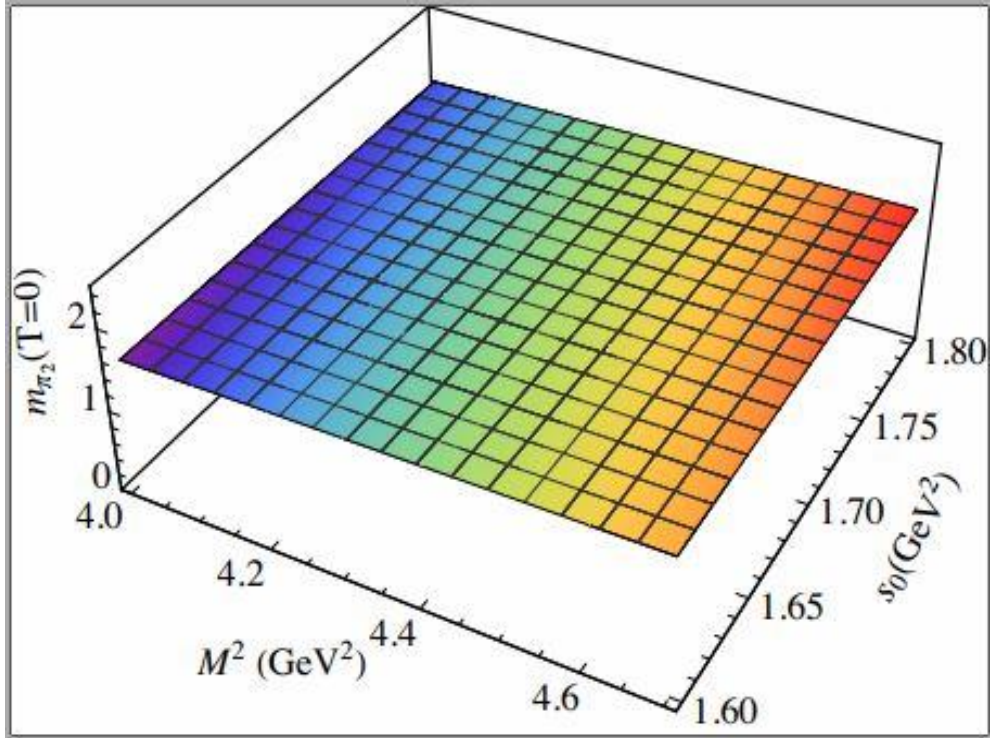
Veriler bizlere kuark-gluon ayrışmaları için kanıt olabilir ayrıca literatürdeki hafif kuarklar için elde edilen sonuçlar ile de uyumludur. Sonuç olarak incelenen mezon için kütle ve leptonik bozunma sabiti değerlerinin sıcaklığa bağlı olarak nasıl değiştiğini gösteren grafikler çizildi. Elde edilen sonuçlar LHC' deki merkezi çekirdek-çekirdek çarpışmalarında elde edilen ateş topunun termal kaynaklı olduğu aynı zamanda KGP fazından hadronik faza geçişte KRD' de ortaya çıkması öngörülen karakteristik özellikleri gösterdiği fikrini destekler niteliktedir [47]. Son olarak teorik olarak ele alınan pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için nümerik hesaplamalar sonucunda elde edilen grafikler aşağıda sunulmuştur.



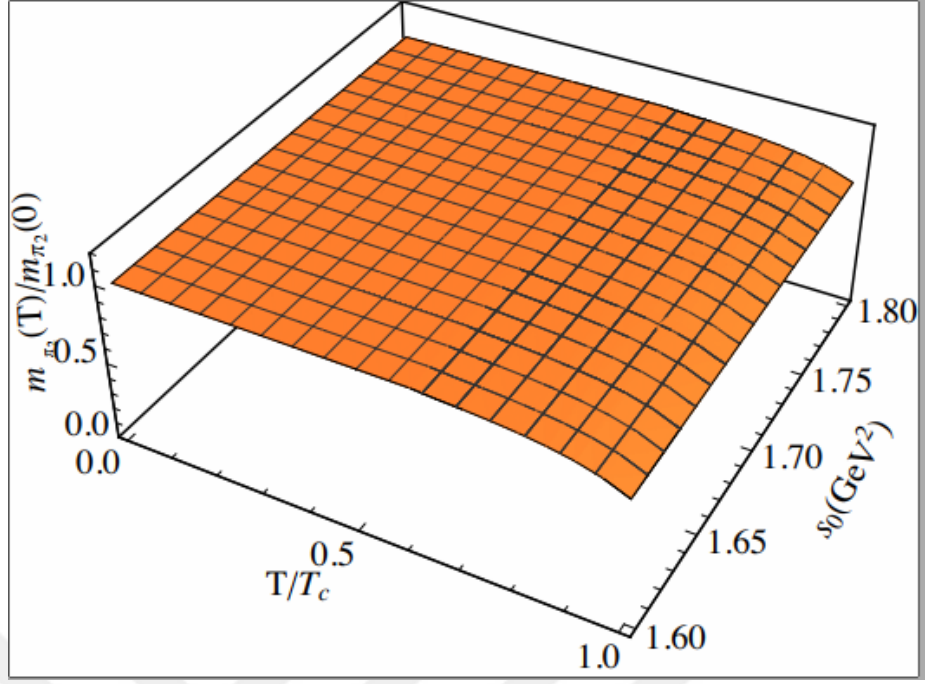
Şekil 3. 2.  $\pi_2(1670)$  mezonu için kütle sıcaklığa bağlı değişimi



Şekil 3.3.  $\pi_2(1670)$  mezonu için leptonik bozunma sabitinin sıcaklığa bağlı değişimi



Şekil 3.4.  $T = 0$  sıcaklıkta  $\pi_2(1670)$  mezonu için üç boyutlu kütle grafiği



Şekil 3.5.  $\pi_2(1670)$  mezonu için sıcaklığa bağlı kütlenin vakumdaki kütleyle oranının üç boyutlu gösterimi

#### 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında ele alınan parçacık pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu yüksek sıcaklıklarda beş boyuta kadar kuark ve kuark- gluon kondensatlarını içermektedir. Bu parçacık için TKRDTK yöntemi kullanılarak kütle ve leptonik bozunma sabitinin termal özellikleri teorik olarak incelenmiştir. Ortamda özelliklerini incelediğimiz pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonunun termal özelliklerini araştırarak hem pseudotensör mezonların özelliklerinin daha iyi açıklanabilmesi hem de hadron spektrumunun tamamlanmasına katkı sağlaması düşünüldü. Bu bağlamda ele alınan parçacık için tez çalışmasında elde edilen veriler ve sonuçlar aşağıda verilmiştir:

1. Pseudotensör  $\pi_2(1670)$  mezonu için TKRDTK yöntemi ile kütle ve leptonik bozunma sabiti değerleri hesaplanmıştır. Fiziksel niceliklerde KRDTK yöntemi için yardımcı olmak üzere iki parametre değeri kullanılır. Bu parametre değerlerinden birincisi Borel dönüşümlerinden elde ettiğimiz  $M^2$  borel kütle parametresi, ikincisi ise süreklilikten gelen  $s_0$  süreklilik eşiği parametre değeridir. Bu tez çalışmasında Borel parametresi için çalışma alanı  $1,6GeV^2 \leq M^2 \leq 1,8GeV^2$  şeklinde belirlendi. Süreklilik eşik değeri için çalışma alanı ise  $\sqrt{s_0} - m_{\pi_2} = (0,3 - 0,5)GeV$  ve  $4GeV^2 \leq s_0 \leq 4,7GeV^2$  şeklinde belirlenmiştir. Bu yaklaşımda bu mezon için elde edilen sonuçlar fiziksel niceliklerin bu yardımcı parametrelere zayıf bağıllığı olduğunu göstermiştir. Elde edilen veriler grafikler üzerinde gösterilmiştir.

2. KGP fazının varlığı öngörülerek yüksek sıcaklıkların hadronlar üzerindeki etkileri teorik olarak araştırıldı. Hadronik durumdan KGP fazına geçiş için literatür verileri kritik sıcaklık değerinin  $155MeV$  olması gerektiğini öngörüyor. Burada yüksek sıcaklıklarda hafif pseudotensör mezon olan için kütle  $\pi_2(1670)$  ve leptonik bozunma sabiti değerleri hesaplandı ve bu mezon için ortamda bu değerlerin değişimleri incelendi. Bu kritik sıcaklık ( $T_c = 155MeV$ ) değerine kadar kütle ve bozunma sabitinde hemen hemen değişim gözlenmez iken bu değerden sonra keskin bir azalma



tespit edilmiştir. Bu durum ise KGP fazına geçişin bir işareti olarak düşünülebilir. Elde edilen sonuçlar grafikler üzerinde gösterilerek deney verileri ve diğer modeller ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca vakumda ( $T = 0$ ) kütlenin Borel parametresine bağlı olarak nasıl değiştiği grafikler üzerinde gösterilmiştir.



## KAYNAKLAR

- [1] Bellac M. L., *Thermal Field Theory*, Cambridge University Press, 1996.
- [2] Sekmen, S., *Parçacık Fiziği, En Küçüğü Keşfetme Macerası*, Birinci baskı, Odtü Yayıncılık, Ankara, 2006.
- [3] Nambu, Y., Kuarklar, *Temel Parçacık Fiziğinin Sınırları*, İkinci baskı, Zülal Kılıç, Boğaziçi Yayınları, 2015.
- [4] Griffiths, D., Süngü J. Y., Kırca Z., Şirvanlı B. B. A., Demir N., Çeviri Editörü: Prof. Dr. G. Önengüt, *Temel Parçacıklara Giriş*, İkinci Basım, Nobel Akademik Yayıncılık, İstanbul, 2015.
- [5] Reinders, L. J., Rubinstein, H., Yazaki, S., “Hadron properties from QCD sum rule”, *Phys. Rep.* 127, 1, 1985.
- [6] Bochkarev A. I., Shaposhnikov M. E., The spectrum of hot hadronic matter and finite-temperature QCD sum rules, *Nucl. Phys. B*, 1986, **268**, 220-252.
- [7] Shifman M. A., Vainstein A. I., Zakharov V. I., QCD and resonance physics theoretical foundations, *Nucl. Phys. B*, 1979, **147**, 385-447.
- [8] Zuber I., *Quantum Field Theory*, Dover, 1980.
- [9] Khodjamirian, A., “Quantum chromodynamics and hadrons: an elementary introduction”, European School of High Energy Physics, Armenia, arXiv:hep-ph/0403145v1, 2004.
- [10] Wilson K. G., Non-lagrangian models of current algebra, *Phys. Rev. D*, 1969, 179, 1499-1512.
- [11] <http://cerncourier.com/cws/article/cern/68134>, (Ziyaret Tarihi: 19 Nisan 2021).
- [12] Ioffe B. L., Calculation of Baryon Masses in Quantum Chromodynamics, *Nucl. Phys. B.*, 1981, **188**, 191-591.
- [13] Wilson K. G., Confinement of Quarks, *Phys. Rev. D.*, 1974, **10**, 1-47.
- [14] Colangelo P., Khodjamirian A., QCD Sum Rules A modern perspective, CERNTH/2000-296, BARI-TH/2000-394, 2001, arXiv: hep-ph/0010175v1.
- [15] Galloway Ben A., Properties of Charmonium and Bottomonium from Lattice QCD with Very Fine Lattices, PhD thesis, University of Glasgow, Scotland, 2017.

- [16] <https://pdg.lbl.gov/2020/listings/rpp2020-list-pi2-1670.pdf> (Ziyaret Tarihi: 23 Mayıs 2021).
- [17] Smilga A.V., Physics Of Thermal QCD , arXiv: hep-ph/9612347v3, (137 sayfa), 1997.
- [18] Hatsuda T., Koike Y., Lee S. H., Finite-temperature QCD sum rules reexamined:  $\rho$ ,  $\omega$  and  $A_1$  mesons, *Nucl. Phys. B*, 1993, **394**, 221-264.
- [19] Mallik S., Operator product expansion at finite temperature, *Phys. Lett. B*, 1998, **416**, 373-378.
- [20] Eletsky V. L., Ioffe B. L., Meson masses in nuclear matter, *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**, 1010-1013.
- [21] Tanabashi M et al. [Particle Data Group] 2019. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, 98, 030001.
- [22] Dosch H G., Jamin M., Narison S., Baryon masses and flavor symmetry breaking of chiral condensates. *Phys. Lett. B*, 1989, 220-251.
- [23] Godfrey S and Isgur N. 1985. Mesons in a relativized quark model with chromodynamics. *Phys. Rev. D* , **32**, 189–231.
- [24] Roca L., Pseudotensor mesons as three-body resonances, *Phys. Rev. D*, 2011, **84** (094006).
- [25] Brinkmann K., Gianotti P., Lehmann I., Exploring the Mysteries of Strong Interactions: The PANDA Experiment, *Nucl. Phys. News*, 2006, **16**, 15–18.
- [26] Andronic A., Braun-Munzinger P., Redlich K., Stachel J., Decoding the phase structure of QCD via particle production at high energy, *Nature*, 2018, 561 (7723) 321.
- [27] Collins J.C., Perry M.J., Superdense Matter: Neutrons or Asymptotically Free Quarks? *Phys. Rev. Lett.*, 1975, **34**, 1353.
- [28] Matsui T., Satz H.,  $J/\psi$  suppression by quark-gluon plasma formation. *Phys. Lett. B*, 1986, 178, 416.
- [29] Abreu MC et al. [NA50 Collaboration] Evidence for deconfinement of quarks and gluons from the  $J/\psi$  suppression pattern measured in  $Pb+Pb$  collisions at the CERN SPS. *Phys. Lett. B*, 2000, **477**, 28-36.
- [30] Süngü. J.Y., Türkan A., Dağ H., Veliev E Veli. Hidden-beauty broad resonance  $Y_b(10890)$  in thermal QCD. *Adv. High Energy Phys.* 2019, 8091865.
- [31] Gell-Mann M., A Schematic Model of Baryons and Mesons, *Phys. Lett.*, 1964, **8**, 214-215.

- [32] Veliev E.V., Yılmazkaya J., Quark-Gluon Plasma Signals, *Eur. J. Phys.*, 2003, **24**, 341-349.
- [33] Yang C. N., Mills R. L., Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance, *Phys. Rev.*, 1954, **96**, 1, 191-195.
- [34] Richard J. M., An Introduction to the Quark Model, *Ferrara International School Niccolo Cabeo 2012: Hadronic Spectroscopy*, Ferrara, Italy, 21-26 May 2012.
- [35] Greiner W. et al., *Quantum Chromodynamics*, World Scientific, U.S.A., 1987.
- [36] Salam A., Weak and Electromagnetic Interaction – in Elementary Particle Physics: Relativistic Groups and Analyticity, *Proceedings of the Eighth Nobel Symposium*, Sweden, 19-25 May 1968.
- [37] Weinberg S., A Model of Leptons, *Phys. Rev. Lett.*, 1967, **19**(21), 1264-1266.
- [38] Glashow S. L., Partial-symmetries of weak interactions, *Nuclear Physics*, 1961, **22**(4), 579-588.
- [39] Wang Z. G., Analysis of the Masses and Decay Constants of the Heavy-Light Mesons with QCD Sum Rules, *The European Physical Journal*, 2015, **75**, 427.
- [40] Peskin M., Schroeder D. V., *An Introduction To Quantum Field Theory*, 1st ed., Westview Press, Newyork, 2016.
- [41] Yagi K., Hatsuda T., Miake Y., *Quark-Gluon Plasma*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
- [42] Shuryak E. V., Correlation functions in the QCD vacuum, *Rev. Mod. Phys.*, 1993, **65**, 1-46.
- [43] Veliev E. V., Operator product expansion for the thermal correlator of scalar currents, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2008, **35**, 035004.
- [44] Veliev E. V., Yılmazkaya J., Maddenin yeni hali: Kuark-Gluon Plazması, *Bilim ve Teknik Dergisi*, 2002, **421**, 76-79.
- [45] Tomonaga S., On A Relativistically Invariant Formulation of the Quantum Theory of Wave Fields, *Prog. Theor. Phys.*, 1946, **1**, 27-42.
- [46] Feynman R. P., Very High-Energy Collisions of Hadrons, *Phys. Rev. Lett.*, 1969, **23**, 1415.
- [47] Aamodt K et al. [ALICE Collaboration] 2008. The ALICE experiment at the CERN LHC. JINST 3, S08002.

- [48] Politzer H. D., Reliable Perturbative Results for Strong Interactions, *Phys. Rev. Lett.*, 1973, **30**, 1346.
- [49] Mallik S. and Mukherjee K., QCD sum rules at finite temperature, *Phys. Rev. D*, 1998, **58**, 096011.
- [50] Mallik S., Sarkar S., Thermal QCD sum rules for mesons, *Phys.Rev. D*, 2002, **66**, 056008.
- [51] Aliev T. M., Shifman M. A., Old tensor mesons in QCD sum rules, *Phys. Lett. B*, 1982, **112**, 401.
- [52] Muta T., *Foundations of Quantum Chromodynamics*, World Scientific, Massachusetts, 1987.
- [53] Miller D. E., Gluon condensates at finite temperature, *Acta Phys. Pol. B*, 1997, **28**, 2937.
- [54] Pfanmöller J., Properties of D-Mesons from QCD Sum Rules with an improved spectral function, Diplomathesis, Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI), Theory Department, 2006, arXiv: hep-ph/0608213v2.
- [55] Roca L., Pseudotensor mesons as three-body resonances, *Phys. Rev. D*, 2011, **84** (094006).
- [56] Narison S., Gluon condensates and c, b quark masses from quarkonia ratios of moments. *Phys. Lett. B*, 2010, 693, 559 Erratum: [*Phys. Lett. B*, 705, 544 (2011)].
- [57] Türkan A., Dağ H., Süngü J.Y., Veliev E. V., Light D-wave axial-tenso  $K_2(1820)$  meson at finite temperature, *Europhysics Letters*, 2019, 126 (5), 51001.
- [58] Kalashnikov O.K., QCD at Finite Temperature, *Fortsch. Phys.*, 1984, **32** (10) 525-583.
- [59] Gross D. J., Wilczek F., Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories, *Phys. Rev. Lett.*, 1973, **30**, 1343–1346.
- [60] Wang B., Pang C. Q., Liu X., Matsuki T., Pseudotensor meson family, *Phys. Rev. D*, 2015, **91** (1) 014025.
- [61] Gagnon P., Akyüz R. Ö., (2019). *Herkes için Parçacık Fiziği, CERN, Higgs Bozonu, Büyük Hadron Çarpıştırıcısı' nı Anlamak* (1. baskı) (Akyüz Ö., Çev.). İstanbul: Pan Yayıncılık. (Orjinal çalışma basım tarihi: 2015).
- [62] Süngü J.Y., Türkan A., Sundu H., Veliev E. V., Impact of a thermal medium on newly observed  $Z_{CS}(3985)$  resonance and its b-partner, <https://arxiv.org/pdf/2011.13013.pdf> (Ziyaret Tarihi: 30 Haziran 2021).

- [63] Süngü J.Y., Türkan A., Sertbakan E., Veliev E. V., Axial-tensor Meson Family at  $T \neq 0$  *Eur.Phys.J.C*, 2020, **80** (10) 943.
- [64] Süngü J.Y., Türkan A., Sertbakan E., Veliev E. V., Missing Member of the  $J^{PC} = 2^{--}$  Nonet in Extreme Conditions, Türk Fizik Derneği 36. Uluslararası Fizik Kongresi, 01-05 Eylül 2020.
- [65] Sertbakan E., Süngü J.Y., Türkan A., Veliev E. V., Melting of  $\rho_2$  Meson at Extreme Temperatures, AIP Conference Proceeding, Oral Presentation, Turkish Physical Society 35<sup>th</sup> International Physics Congress, Muğla, Türkiye, cilt.2178, ss.30048, 2019.





**EKLER**

## EK-A Dirac Matrislerinin Cebri

Dirac Matrisleri, gama matrisleri  $\{\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3\}$  olarak bilinirler  $4 \times 4$  matrislerdir ve  $\gamma^5$  matrisi ile birlikte Clifford cebri oluştururlar. Dirac matrislerini komütasyon ilişkilerini kullanarak açıklıyoruz. Aşağıda anti komütasyon bağıntısı verilmiştir.

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = \gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2g_{\mu\nu}. \quad (\text{A.1})$$

Burada  $g_{\mu\nu}$  metrik tensördür.

$\gamma^0$  hermisyendir.  $i > 0$ , olmak üzere  $\gamma^i$  anti-hermisyendir.

$$\gamma_0 = \gamma^0 \quad (\text{A.2})$$

$$\gamma_i = -\gamma^i \quad (\text{A.3})$$

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0. \quad (\text{A.4})$$

$\gamma^5$  matrisi ile ilgili özellikler aşağıdaki gibi verilir;

$$\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3. \quad (\text{A.5})$$

$$\{\gamma_5, \gamma_\nu\} = 0. \quad (\text{A.6})$$

$$(\gamma^5)^\dagger = \gamma^5. \quad (\text{A.7})$$

$$(\gamma^5)^2 = I_4. \quad (\text{A.8})$$

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = \gamma^5 \gamma^\mu + \gamma^\mu \gamma^5 = 0. \quad (\text{A.9})$$

$\varepsilon_{0123} = 1$  için ,

$$\gamma^5 = \frac{i}{4!} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\alpha \gamma_\beta, \quad \text{veya}$$

$\varepsilon^{0123} = -1$  için,



$$\gamma^5 = -\frac{i}{4!} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\alpha \gamma_\beta. \quad (\text{A.10})$$

şeklindedir. Anti komütasyon ilişkisinden kaynaklı özellikler aşağıdaki gibi verilir.

$$\gamma^\mu \gamma_\mu = 4I_4,$$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_\mu = -2\gamma^\nu,$$

$$\gamma^\mu \gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\mu = 4g_{\alpha\beta},$$

$$\gamma^\mu \gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\gamma \gamma_\mu = -2\gamma_\gamma \gamma_\beta \gamma_\alpha,$$

$$\gamma^\mu \gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\gamma \gamma_\lambda \gamma_\mu = 2(\gamma_\lambda \gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\gamma + \gamma_\gamma \gamma_\beta \gamma_\alpha \gamma_\lambda),$$

$$\gamma^\mu \sigma_{\alpha\beta} \gamma_\mu = 0. \quad (\text{A.11})$$

$$\gamma^\alpha \sigma^{\mu\nu} = \sigma^{\mu\nu} \gamma^\alpha + 2ig^{\alpha\mu} \gamma^\nu - 2ig^{\alpha\nu} \gamma^\mu,$$

$$\sigma^{\mu\nu} \gamma^\alpha = \gamma^\alpha \sigma^{\mu\nu} + 2ig^{\nu\alpha} \gamma^\mu - 2ig^{\mu\alpha} \gamma^\nu. \quad (\text{A.12})$$

Gama matrisleri aşağıdaki iz teoremlerini sağlar.

$tr(\gamma^\mu) = 0$ . Tek sayıda gama matrisinin çarpımının izi sıfırdır.

$$tr(\gamma^5) = 0. \quad (\text{A.13})$$

$$tr(1) = 4. \quad (\text{A.14})$$

$$tr(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}. \quad (\text{A.15})$$

$$tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda}). \quad (\text{A.16})$$

$$tr(\gamma^5) = tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^5) = 0. \quad (\text{A.17})$$

$$\text{tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4i \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}. \quad (\text{A.18})$$

$$\text{tr}(\gamma^{\mu_1} \dots \gamma^{\mu_n}) = \text{tr}(\gamma^{\mu_n} \dots \gamma^{\mu_1}). \quad (\text{A.19})$$

Yukarıdaki iz teoremlerini kanıtlayabilmek için aşağıdaki üç temel özelliği kullanmak gerekir.

$$\text{tr}(A + B) = \text{tr}(A) + \text{tr}(B),$$

$$\text{tr}(rA) = r \text{tr}(A), \quad (\text{A.20})$$

$$\text{tr}(ABC) = \text{tr}(CAB) = \text{tr}(BCA).$$

Feynmann çizgi notasyonu aşağıdaki şekilde verilir.

Herhangi bir  $a^\mu$  dört vektörü için  $4 \times 4$  lük bir  $\not{a}$  matrisini aşağıda verildiği şekilde tanımlayabiliriz.

$$\not{a} \equiv a_\mu \gamma^\mu. \quad (\text{A.21})$$

Feynmann çizgi gösterimi için aşağıdaki çarpım özellikleri verilebilir.

$$\not{a} \not{b} = a \cdot b - i a_\mu \sigma^{\mu\nu} b_\nu. \quad (\text{A.22})$$

$$\not{a} \not{a} = a^\mu a^\nu \gamma_\mu \gamma_\nu = \frac{1}{2} a^\mu a^\nu (\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu) = g_{\mu\nu} a^\mu a^\nu = a^2. \quad (\text{A.23})$$

$$\text{tr}(\not{a} \not{b}) = 4(a \cdot b). \quad (\text{A.24})$$

$$\text{tr}(\not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4[(a \cdot b)(c \cdot d) - (a \cdot c)(b \cdot d) + (a \cdot d)(b \cdot c)]. \quad (\text{A.25})$$

$$\text{tr}(\gamma_5 \not{a} \not{b}) = 0. \quad (\text{A.26})$$

$$\text{tr}(\gamma_5 \not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = -4i \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.27})$$

$$\gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2 \not{a}. \quad (\text{A.28})$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu = 4(a \cdot b). \quad (\text{A.29})$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \gamma^\mu = -2 \not{c} \not{b} \not{a}. \quad (\text{A.30})$$



## KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

- [1] Süngü J. Y., Türkan A., Veliev E. V., **Güngör E.**, Properties of Pseudotensor  $\pi_2(1670)$  Meson Under Extreme Thermal Conditions, *International Marmara Sciences Congress (Autumn)*, Kocaeli, 01-03 Kasım 2019.



## ÖZGEÇMİŞ

Elif Güngör İlköğretim ve Ortaöğrenimini Sakarya'da tamamladı. 2010 yılında girdiği İstanbul Üniversitesi İlköğretim Bölümü Fen Bilimleri Öğretmenliği bölümünden 2014 yılında mezun oldu. 2015 yılında Kars'ın Digor ilçesinin Başköy Ortaokul'una Fen Bilimleri öğretmeni olarak atandı ve burada zorunlu hizmetini üç yılda tamamladı ardından Sakarya'nın Sapanca ilçesinin Alaçam Ortaokul'una tayini gerçekleşti. 2019 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı'nda Tezli Yüksek Lisans öğrenimine başladı. 2015 yılından beri Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde fen bilimleri öğretmeni olarak görev yapmaktadır.

